

QUESTÕES ANPEC

Bruno Henrique Versiani Schröder
Cristiane Alkmin J. Schmidt
Jefferson Donizeti Pereira Bertolai
Paulo C. Coimbra
Rafael Martins de Souza
Rodrigo Leandro de Moura
Victor Pina Dias

5ª Edição Revista e Atualizada

MICROECONOMIA

Questões comentadas das provas de 2006 a 2015

Cristiane Alkmin Junqueira Schmidt
(organizadora)

CONTEÚDO EXCLUSIVO NO SITE
Provas 2002 a 2005 resolvidas

CAMPUS

Carta ao Leitor

A necessidade de ter manuais como os que esta série desenvolveu é evidente para os candidatos do exame anual da ANPEC (Associação Nacional dos Centros de Pós-Graduação em Economia), cujo propósito é o ingresso nos programas de mestrado e doutorado *stricto sensu* em todo o Brasil. A identificação da lacuna sobre uma literatura complementar, então, surgiu da minha própria experiência como estudante. Na ocasião, não havia nenhuma referência bibliográfica (repito: complementar) aos livros-textos didáticos sobre questões resolvidas de provas anteriores. A vontade de fechar este *gap* tomou fôlego mais tarde, quando passei a lecionar em cursos preparatórios para esse exame. Havia, por parte dos alunos, tal como ocorria na minha época de estudante, uma busca por esse tipo de material, em razão do pouco tempo para estudar um conjunto tão vasto de disciplinas e ementas.

A crescente demanda veio, de fato, acompanhada pelo surgimento de alguns livros, como o que esta série se propõe a fazer. Todos eram produzidos, porém (até 2001), de forma pontual: ora publicava-se um de micro, ora um de macro, ora um de estatística, ora um de matemática ou ora um de economia brasileira. Todos esses manuais, ressalte-se, foram preparados por professores competentes e dedicados. O que a "coleção ANPEC", organizada por mim, tem, portanto, de diferente?

Em primeiro lugar, esta série difere-se dos demais livros por se tratar da mais completa e atualizada versão de todos os manuais existentes. A coleção iniciou com a ANPEC 2002 (micro, macro, estatística/econometria e matemática) e segue até a ANPEC 2015. Em 2014 também foi incluída a obra *Economia brasileira*.

Em segundo, porque essa não é apenas uma obra, mas uma coleção. Ou seja, é a primeira vez que as cinco provas são oferecidas em conjunto, todas estruturadas de forma homogênea e sob coordenação única. A harmonia das obras, indubitavelmente, organiza a mente daqueles que têm um prazo curto para seus estudos.

Em terceiro, porque o nosso compromisso é fazer atualizações anuais e aperfeiçoamentos sistemáticos das versões anteriores, uma vez que o nosso objetivo final é o de facilitar os estudos e, consequentemente, o aproveitamento dos candidatos. Ainda que tenhamos nos empenhado em explicar didaticamente todos os 5 quesitos das 15 questões das provas dos últimos 14 anos (11 no caso de economia brasileira), erros remanescentes podem ocorrer e devem, assim, ser corrigidos para o melhor desempenho do aluno.

Por último, e mais relevante, porque a equipe técnica foi escolhida de maneira criteriosa. Para isso, considerou-se não só a formação de excelência dos professores (dos 9 autores, 8 são doutores), mas também a experiência em sala de aula. A qualificação deste time é, indiscutivelmente, uma das melhores do Brasil.

Além disso, para facilitar ainda mais a jornada exigente de estudo dos alunos, cada um dos 5 volumes que compõem esta coleção está segmentado por temas, que se constituíram nos capítulos de cada livro. Elaboramos, também, tabelas temáticas e estatísticas para que o aluno possa identificar, ao longo do tempo, os conteúdos mais solicitados. O estudo, dessa forma, pode ser direcionado aos tópicos mais cobrados, a fim de aumentar sobremaneira as possibilidades de êxito do aluno. O destaque final é para o cuidado adicional da inclusão de adendos, explicações mais extensas e revisões das ementas, no caso de macro, em razão da literatura ser mais dispersa do que as outras matérias. Tudo isso, claro, para orientar a rotina de estudos do aluno.

Cabe aqui uma ressalva. Em papel (ou seja, em cada obra) teremos a resolução das 10 últimas provas. As demais, estarão no site da editora. Com relação à quinta edição, consequentemente os exames ANPEC 2006 – ANPEC 2015 estão resolvidos nos livros. As demais provas (ANPEC 2002 – ANPEC 2005), no site.

Com todo este conjunto de provas/soluções em mãos, não há dúvida de que o aluno que vem estudando pelos livros didáticos solicitados na bibliografia ANPEC estará muito mais bem preparado do que outro que não possua a coleção. É duro estudar, mas, certamente, vale muito a pena. E, neste caso, a nossa coleção ajuda consideravelmente.

Desejo, assim, a você, leitor, um ótimo ano de estudo. Qualquer comentário, dúvida ou sugestão, por favor, escreva para o e-mail: anpec.cris.alkmin@gmail.com. Certamente você fará uma ótima contribuição para os futuros estudantes em deixar-nos saber a sua opinião. Será um prazer respondê-lo.

Cristiane Alkmin J. Schmidt
Organizadora


CÓPIA NÃO AUTORIZADA É CRIME
ABDR
ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE DIREITOS REPROGRÁFICOS
RESPEITE O DIREITO AUTORAL

QUESTÕES ANPEC

Bruno Henrique Versiani Schröder
Cristiane Alkmin Junqueira Schmidt
Jefferson D. Pereira Bertolai
Paulo C. Coimbra
Rafael Martins de Souza
Rodrigo Leandro de Moura
Victor Pina Dias

5ª Edição Revista e Atualizada

MICROECONOMIA

Questões comentadas das provas de 2006 a 2015

Cristiane Alkmin Junqueira Schmidt
(organizadora)





Copidesque: Vânia Coutinho Santiago
Revisão: Casa Editorial BBM
Editoração Eletrônica: SBNigri Artes e Textos Ltda.
Epub: SBNigri Artes e Textos Ltda.

Elsevier Editora Ltda.
Conhecimento sem Fronteiras
Rua Sete de Setembro, 111 – 16º andar
20050-006 – Centro – Rio de Janeiro – RJ – Brasil

Rua Quintana, 753 – 8º andar
04569-011 – Brooklin – São Paulo – SP – Brasil

Serviço de Atendimento ao Cliente
0800-0265340
atendimento1@elsevier.com

ISBN: 978-85-352-8298-6
ISBN (versão eletrônica): 978-85-352-8299-3

Nota: Muito zelo e técnica foram empregados na edição desta obra. No entanto, podem ocorrer erros de digitação, impressão ou dúvida conceitual. Em qualquer das hipóteses, solicitamos a comunicação ao nosso Serviço de Atendimento ao Cliente, para que possamos esclarecer ou encaminhar a questão.
Nem a editora nem o autor assumem qualquer responsabilidade por eventuais danos ou perdas a pessoas ou bens, originados do uso desta publicação.

CIP-BRASIL. CATALOGAÇÃO-NA-FONTE
SINDICATO NACIONAL DOS EDITORES DE LIVROS, RJ

M572 5.ed.

Microeconomia: questões comentadas das provas de 2006 a 2015 / organização Cristiane Alkmin Junqueira Schmidt. – 5. ed. – Rio de Janeiro: Elsevier, 2015.
368 p. (Questões / ANPEC)

Inclui bibliografia
gabarito de questões
ISBN 978-85-352-8298-6

1. Microeconomia – Problemas, questões, exercícios. 2. Serviço público – Brasil – Concursos. I. Schmidt, Cristiane Alkmin Junqueira. II. Associação Nacional dos Centros de Pós-Graduação em Economia. III. Série.

14-18620

CDD: 338.5
CDU: 330.101.542

Dedicatória

Dedicamos esta série, composta por cinco volumes, à nossa querida Escola de Pós-Graduação em Economia (EPGE) da Fundação Getulio Vargas (FGV), sediada na cidade do Rio de Janeiro. De todos os ensinamentos adquiridos – tanto técnicos, como éticos –, talvez o mais importante tenha sido a busca honesta e constante pela excelência.

Os autores

Agradecimentos

Gostaríamos, em primeiro lugar, de agradecer ao ilustre economista Fábio Giambiagi por ter dedicado algumas importantes horas do seu escasso tempo a fim de orientar-nos na primeira publicação.

Depois, agradecemos aos competentes assistentes de pesquisas Daniel Asfora, Fernando Vieira, Iraci Matos, Rafael Pinto, Vinícius Barcelos e Pedro Scharth que, de forma exemplar, colaboraram na célere digitação das questões e soluções, assim como na colaboração gráfica de todos os volumes, na primeira edição; e aos queridos alunos dos cursos do CATE e da graduação em economia da EPGE/FGV-RJ do ano de 2010 pelos comentários e sugestões na primeira edição.

Por fim, agradecemos à aluna do curso de graduação em economia da EPGE/FGV-RJ Laura Simonsen Leal pela minuciosa revisão da primeira edição, e aos estimados professores Jorge Cláudio Cavalcante de Oliveira Lima e Ana Luiza Neves de Holanda Barbosa, pelas excelentes revisões, sugestões e intensa colaboração.

Quaisquer erros remanescentes encontrados no material, portanto, são de inteira responsabilidade dos autores, e ficaríamos imensamente gratos se puderem nos informar pelo e-mail apresentado na *Carta ao leitor*.

Autores da coleção

Autores desta obra:

Cristiane Alkmin Junqueira Schmidt (Microeconomia) tem mestrado e doutorado em Ciências Econômicas pela Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas (EPGE/FGV/RJ) e foi Visiting Scholar na Universidade de Columbia, nos EUA. Dos três artigos de sua tese de doutorado, dois foram premiados: um em primeiro lugar e outro, com menção honrosa. Foi consultora para o Banco Mundial, UNCTAD e *The Washington Times*, em projetos na República Dominicana, na África, no Equador e em Honduras, quando morou no Chile, em Porto Rico e na Guatemala. No Brasil, foi Secretária-Adjunta da Secretaria de Acompanhamento Econômico do Ministério da Fazenda, Gerente Geral de assuntos corporativos da Embratel, Representante da área internacional do Instituto Brasileiro de Economia (IBRE) da FGV, Diretora do departamento econômico do Grupo Libra e Sócia-Consultora pela Davanti Consultoria e Treinamento. Em Porto Rico, foi Diretora-Adjunta da Agência de desenvolvimento local e Diretora do departamento econômico da Companhia de Comércio e Exportação de Porto Rico. Na Guatemala, Gerente de execução estratégica da empresa Cementos Progreso e Diretora-Executiva da ONG *Pacunam*. Além disso, Cristiane sempre lecionou em cursos relacionados às áreas de economia. No Brasil, foi professora de graduação e/ou do preparatório para ANPEC na FGV, no IBMEC, na PUC e no CATE. Na Guatemala, ela lecionou na UFM (*Universidad Francisco Marroquin*) e na URL (*Universidad Rafael Landivar*). Atualmente ela é economista do Itaú, parecerista da Revista de Direito Administração (RDA) e coordenadora e professora dos cursos de MBA da FGV e do MBA Global da Universidade de Manchester.

Paulo C. Coimbra (Microeconomia) é doutor (2009) e mestre (2003) em Economia pela Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas – RJ (EPGE/FGV-RJ) e é Bacharel em Ciências Econômicas (1990) pela Faculdade de Economia da Universidade Santa Úrsula (FE/USU). Atualmente exerce o cargo de Professor Adjunto na Faculdade de Economia da Universidade Federal de Juiz de Fora (FE/UFJF), atuando inclusive no Programa de Pós-Graduação em Economia Aplicada (PPGEA/UFJF). Sua larga experiência como docente, lecionando disciplinas de economia e finanças, inclui passagens em renomadas instituições como a Fundação Getulio Vargas (EPGE/FGV-RJ) e a Pontifícia Universidade Católica (PUC-RJ).

Uma das linhas de pesquisa na qual atua baseia-se na percepção de que a presença de incerteza (no sentido de Frank Knight) pode dificultar as escolhas dos agentes (quer sejam

escolhas individuais, sob iterações estratégicas ou de portfólios), algo que o motiva a investigar os impactos da incerteza (ou ambiguidade) nas escolhas dos agentes. Suas linhas atuais de pesquisa concentram-se nas áreas de economia e finanças, com ênfase em teoria econômica, economia matemática, microeconomia aplicada e finanças aplicadas. Desenvolvimento econômico, economia do trabalho, organização industrial e outros temas em finanças (destacadamente finanças comportamentais, finanças corporativas e modelos de apreçamento com o uso de derivativos) também fazem parte dos seus interesses de pesquisa.

É articulista do Instituto Millenium e é colunista (sobre derivativos) do portal de notícias InfoMoney e do portal de finanças GuiaInvest e mantém o blog http://pccoimbra.blogspot.com, onde publica seus posts com temas ligados à economia e finanças.

Autores das demais obras da série:

Bruno Henrique Versiani Schröder (Macroeconomia) é mestre em Economia pela Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas (EPGE/FGV-RJ) e bacharel em Ciências Econômicas pela UFRJ. Aprovado em concursos públicos, com destaque para os cargos de Técnico em Planejamento e Pesquisa do IPEA, Especialista em Regulação da ANCINE e Analista do Banco Central do Brasil. Professor do curso de Graduação em Economia da EPGE, leciona as disciplinas de Macroeconomia, Microeconomia, Finanças e Estatística/Econometria em cursos preparatórios no Rio de Janeiro. Laureado com o XIV Prêmio do Tesouro Nacional e o 31º Prêmio BNDES de Economia, atualmente, é docente em Economia, exerce o cargo de Especialista em Regulação da ANCINE e está prestes a começar suas funções no Banco Central do Brasil.

Victor Pina Dias (Macroeconomia) é doutor e mestre em Economia pela Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas (EPGE/FGV-RJ) e bacharel em Ciências Econômicas plea UFRJ. Foi aprovado nos seguintes concursos: Técnico de Nível Superior da Empresa de Pesquisa Energética, Analista do IBGE, Economista do BNDES e Analista do Banco Central do Brasil. Já lecionou em cursos preparatórios para a ANPEC. Atualmente, é professor de Macroeconomia do IBMEC/RJ e economista do BNDES.

Jefferson D. Pereira Bertolai (Matemática) é doutor e mestre em Economia pela Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getúlio Vargas (EPGE/FGV-RJ) e bacharel em Economia pela Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo – FEARP/USP. Em 2013, tornou-se professor do Departamento de Economia da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo (FEARP/USP). É pesquisador em Teoria Monetária e Bancária e em Métodos Computacionais Recursivos em Macroeconomia.

Rodrigo Leandro de Moura (Matemática e Estatística) é doutor e mestre em Economia pela Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas (EPGE/FGV-RJ) e bacharel em Economia pela Universidade de São Paulo (USP-RP). É pesquisador e professor na FGV, lecionando disciplinas de Estatística, Econometria, Economia do Trabalho, Microeconomia, além de já ter lecionado Estatística/Matemática preparatória para o exame da ANPEC. Atualmente desenvolve estudos no IBRE/FGV nas áreas de mercado de trabalho, educação e regulação econômica (petróleo). Já realizou estudos para o IPEA sobre mercado de trabalho, educação e previdência. Participou de congressos nacionais e internacionais e tem diversas publicações acadêmicas e capítulos de livros em coautoria com professores renomados, como James J. Heckman (Nobel de Economia), Flávio Cunha, Aloísio Araujo, Marcelo Neri e para a Organização Internacional do Trabalho (OIT) e já fez projetos para a Fundação Ayrton Senna, contribuindo para o Movimento Todos pela Educação.

Rafael Martins de Souza (Estatística) é Doutor em Economia pela Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas (EPGE/FGV-RJ), Mestre em Ciências Estatísticas pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) e Bacharel em Ciências Estatísticas pela Escola Nacional de Ciências Estatísticas (ENCE) do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Atualmente trabalha como Coordenador de Pesquisa na Diretoria de Análise de Políticas Públicas (DAPP) da Fundação Getulio Vargas. Anteriormente trabalhou no Grupo Libra como Econometrista e foi Pesquisador da ENCE, onde lecionou as disciplinas de Econometria, Modelos Lineares Generalizados e Métodos Não Paramétricos. Também foi professor de Análise Microeconômica e Econometria do IBMEC-Rio. Prestou serviço de consultoria em Estatística e Econometria a diversas empresas e instituições. Rafael tem experiência em modelagem econométrica de índices de inflação, indicadores de atividade econômica, análise de riscos financeiros, entre outras áreas. Participou de diversos congressos nacionais e internacionais e possuiu publicações em periódicos tais como a *International Review of Financial Analysis* e a *Applied Economics*.

Lavinia Barros de Castro (Economia brasileira) é doutora em Economia pela UFRJ (2009) e doutora em Ciências Sociais pela UFRRJ (2006), com doutorado sanduíche na Universidade de Berkeley — Califórnia. Leciona economia brasileira em cursos de graduação do IBMEC desde 1999 e em cursos de MBA da Coppead, desde 2007. É economista do BNDES desde 2001, atualmente na área de pesquisa econômica. É co-organizadora e coautora, entre outros, do livro *Economia Brasileira Contemporânea (1945-2010)*, vencedor do Prêmio Jabuti, 2005, com segunda edição lançada em 2011, pela Campus Elsevier.

André Villela (Economia brasileira) é bacharel (UFRJ, 1989) e mestre (PUC-Rio, 1993) em Economia e Ph.D. em História Econômica pela Universidade de Londres (London School of

Economics, 1999). Sua tese, intitulada *The Political Economy of Money and Banking in Imperial Brazil, 1850-70*, recebeu o Prêmio Haralambos Simeonides, conferido pela ANPEC, em 1999. Desde 2001 é Professor Assistente da EPGE/FGV, onde leciona disciplinas na área de História Econômica para alunos da Graduação. É co-organizador e coautor, entre outros, do livro *Economia Brasileira Contemporânea (1945-2010)*, vencedor do Prêmio Jabuti, 2005, com segunda edição lançada em 2011, pela Campus Elsevier.

Prefácio

O exame nacional para os mestrandos em Economia promovido pela ANPEC – Associação Nacional dos Centros de Pós-Graduação em Economia – há décadas vem se mostrando uma das iniciativas mais bem-sucedidas no campo da pós-graduação no Brasil, por várias razões. Entre elas pode-se destacar, em primeiro lugar, o fato de que ao promover uma seleção pelo mérito dos candidatos, o concurso nacional ANPEC assegura alunos de ótima qualidade para a pós-graduação, e com isso também um melhor desempenho nos mestrados em Economia pelo Brasil.

Em segundo lugar, pelo seu elevado nível de exigência, o concurso nacional ANPEC tem demandado das graduações em Economia um maior esforço, no sentido de preparar seus estudantes para a eventualidade do concurso. Com isso, algumas obras têm surgido para apoiar os estudantes tanto no esforço para a aprovação no concurso quanto nas suas disciplinas de formação.

Entre essas obras destaca-se este volume, parte do compêndio organizado por Cristiane Alkmin J. Schmidt, que também é autora deste, conjuntamente com Paulo C. Coimbra. Há bons motivos para recomendar este livro. Inicialmente, temos a qualificação profissional e acadêmica dos autores, que já oferece a perspectiva de uma obra de excelente qualidade. Essa perspectiva é confirmada após a leitura, tanto pela cobertura dos vários assuntos que fazem parte do programa do concurso, quanto pelas respostas apresentadas às questões de provas passadas. Com efeito, são respostas ao mesmo tempo objetivas, sintéticas e claras, permitindo ao estudante e candidato imediatamente identificar o assunto de que trata a questão e a forma de solucioná-la.

Sem dúvida, um resultado da experiência didática dos autores. Por isso, trata-se de uma excelente obra, que irá contribuir de forma importante para o ensino de Economia no Brasil.

Ronaldo Fiani
Professor Adjunto de Economia do IE/UFRJ e
autor do livro *Teoria dos Jogos* (Elsevier, 2009)

Apresentação

Cris (Cristiane Alkmin J. Schmidt) convidou-me para fazer a apresentação do volume de Microeconomia da coleção que ela organizou com as soluções dos exercícios dos exames da ANPEC. Ela começou seu mestrado na EPGE em 1994. Desde então, quando foi minha aluna, conheço sua competência e seriedade. É com prazer que faço esta apresentação.

Ragnar Frisch, um economista norueguês, que recebeu juntamente com Jan Tinbergen, um economista holandês, o primeiro Prêmio Nobel de Economia em 1969, criou os termos "microeconomia" e "macroeconomia", que se tornaram padrão no ensino da Economia. Muitos economistas treinados na escola neoclássica não concordam com essa taxonomia. A teoria econômica neoclássica parte do pressuposto de que o comportamento econômico pode ser compreendido a partir das escolhas dos indivíduos e da interação dos mesmos. Os indivíduos, nas suas escolhas, são guiados pelos seus interesses, levando em conta as várias restrições com que se defrontam e o conjunto de informações de que dispõem. Essa concepção bastante simples permite que se construam modelos para se entender fenômenos em diferentes áreas, não somente na economia, mas também na política, na sociologia e em qualquer questão em que haja um conjunto de opções e uma escolha a ser feita. A teoria econômica neoclássica, isto é, a microeconomia, tem se mostrado uma ferramenta poderosa para compreender-se o comportamento humano, as formas de organização social e as instituições que norteiam as regras desse comportamento.

O estudo da microeconomia é, portanto, um ingrediente fundamental no treinamento de um economista. Mas nem sempre os cursos de microeconomia ensinam os alunos a aplicarem a teoria a questões práticas do nosso cotidiano. Muitas vezes a ênfase é na reprodução dos modelos, em vez de na aplicação dos mesmos. Nessas circunstâncias, o aluno fica com a falsa impressão de que essa teoria não serve para nada. A solução de exercícios, que hoje em dia faz parte de qualquer livro-texto, é uma forma essencial para que o aluno aprenda, não a repetir, mas sim a caminhar com as suas próprias "pernas". Identificando, inclusive, quando as previsões dos modelos são rejeitadas pelos fatos.

Em 1968, quando fiz o exame de seleção para o curso de mestrado em Economia da Fundação Getulio Vargas, a ANPEC ainda não existia. O exame era feito pela Fundação, e a prova de microeconomia elaborada e corrigida pelo próprio Mário Henrique Simonsen. A ANPEC foi criada em 1973. De lá para cá, seu exame tem sido utilizado pelos principais centros de pós-graduação em Economia de nosso país, e sua elaboração envolve professores de várias instituições. Essa tarefa não é fácil, baseado na minha experiência de ter participado da

elaboração de provas de microeconomia da ANPEC na década de 1980.

O livro feito pela Cris e pelo Paulo certamente vai reduzir o custo de aprendizagem para todos os estudantes que desejam fazer o exame da ANPEC, e mesmo para aqueles que desejam seguir outros caminhos, mas querem aprender economia. A única recomendação que faço a todos os usuários deste livro é de que tentem fazer os exercícios antes de ver as soluções dos mesmos. Não fiquem irritados, nem tampouco acreditem ser pouco inteligentes, se gastarem bastante tempo com um problema e não forem capazes de resolvê-lo. O processo de aprendizagem é um processo de tentativa e erro.

Fernando de Holanda Barbosa
Professor de Economia da EPGE/FGV-RJ

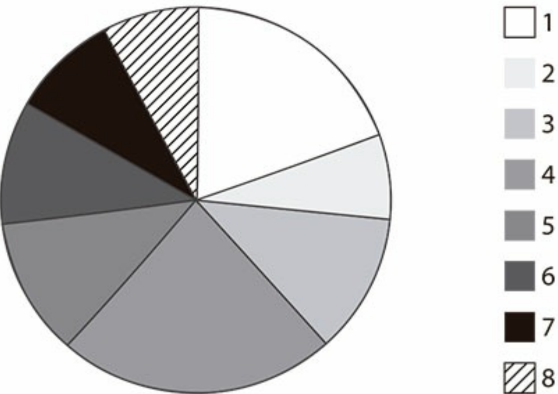
Quadros Estatísticos

Quadro 1 – Número de questões por tópico e por exame

Capítulos		2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	Total
1	Consumidor	4	2	3	2	2	3	3	4	3	3	4	4	4	4	45
2	Incerteza	1	0	1	1	1	1	2	1	2	1	1	0	0	1	13
3	Firma	1	2	2	2	2	2	2	1	1	2	2	3	1	2	25
4	Mercados	2	5	4	4	4	5	2	2	3	3	3	5	4	3	49
5	Teoria dos Jogos	2	2	2	2	2	1	2	2	1	2	2	2	1	2	25
6	Equilíbrio Geral	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	0	1	2	2	20
7	Extern. e Bens Públicos	1	1	1	2	1	0	2	2	3	2	2	0	2	1	20
8	Informação	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	13
	Total	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	210

Quadro 2 – Representatividade dos tópicos por exame

Capítulos		2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	Total
1	Consumidor	27%	13%	20%	13%	13%	20%	20%	27%	20%	20%	27%	27%	27%	27%	20%
2	Incerteza	7%	0%	7%	7%	7%	7%	13%	7%	13%	7%	7%	0%	0%	7%	7%
3	Firma	7%	13%	13%	13%	13%	13%	13%	7%	7%	13%	13%	20%	7%	13%	11%
4	Mercados	13%	33%	27%	27%	27%	33%	13%	13%	20%	20%	20%	33%	27%	20%	22%
5	Teoria dos Jogos	13%	13%	13%	13%	13%	7%	13%	13%	7%	13%	13%	13%	7%	13%	12%
6	Equilíbrio Geral	13%	13%	7%	7%	13%	13%	7%	13%	7%	7%	0%	7%	13%	13%	10%
7	Extern. e Bens Públicos	7%	7%	7%	13%	7%	0%	13%	13%	20%	13%	13%	0%	13%	7%	10%
8	Informação	13%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	0%	7%	0%	8%
	Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%



Quadro Temático

Quadro 3 – Tópicos por exame

Questão	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
1	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor
2	Incerteza	Consumidor	Consumidor	Incerteza	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor
3	Consumidor	Firma	Firma	Consumidor	Firma	Consumidor	Incerteza	Consumidor	Consumidor	Firma	Consumidor	Firma	Consumidor	Jogos
4	Consumidor	Firma	Firma	Firma	Firma	Firma	Incerteza	Firma	Incerteza	EG	Firma	Monopólio	Consumidor	Consumidor
5	Firma	Conc. Perfeita	Monopólio	Firma	Conc. Perfeita	Firma	Firma	Consumidor	Incerteza	Incerteza	Incerteza	Conc. Perfeita	Firma	Consumidor
6	Oligopólio	CM	Oligopólio	Conc. Perfeita	CM	Conc. Perfeita	Firma	EG	Firma	Consumidor	Firma	Firma	Conc. Perfeita	Firma
7	EG	Monopólio	EG	Mercados	EG	EG	EG	EG	Conc. Perfeita	Jogos	Mercados	Consumidor	CM	Firma
8	Informação	EG	Informação	EG	Externalidade	EG	Monopólio	Incerteza	EG	Monopólio	Jogos	Firma	EG	Mercados
9	Externalidade	Informação	Incerteza	Informação	Informação	Monopólio	Jogos	BP	Monopólio	Informação	Jogos	EG	EG	Mercados
10	EG	EG	Monopólio	Externalidade	Jogos	Informação	Consumidor	Monopólio	Jogos	Conc. Perfeita	Informação	MF	Ext. e BP.	Incerteza
11	Jogos	Jogos	Jogos	Jogos	Jogos	Jogos	Externalidade	Jogos	Oligopólio	Jogos	Consumidor	Jogos	Ext. e BP.	Equilibrio
12	Informação	Jogos	Monopólio	Jogos	Incerteza	MF	BP	Jogos	Externalidade	BP	Mercados	Jogos	Informação	Equilibrio
13	Jogos	Oligopólio	Consumidor	Monopólio	Monopólio	Oligopólio	Informação	Oligopólio	BP	Externalidade	Externalidade	Oligopólio	Jogos	Jogos
14	Consumidor	Externalidade	Jogos	Oligopólio	Oligopólio	Oligopólio	Oligopólio	BP	BP	Monopólio	Externalidade	Oligopólio	Oligopólio	Ext. e BP.
15	Monopólio	MF	BP	BP	EG	Incerteza	Jogos	Informação	Informação	Firma	Mercados	Consumidor	Monopólio	Mercados

Legenda	
Concorrência Perfeita	Conc. Perfeita
Concorrência Monopolística	CM
Mercado de Fatores	MF
Equilíbrio Geral	EG
Teoria dos Jogos	Jogos
Bens Públicos	BP
Externalidades	Ext.

Sumário

1 Teoria do Consumidor

PROVA DE 2006

Questão 1

Com base na teoria das preferências, avalie as afirmativas:

⓪ Se as preferências entre dois bens para um consumidor são completas, reflexivas, transitivas e monotônicas, então o módulo da taxa marginal de substituição será decrescente ao longo de suas curvas de indiferença.

① Se U(x, y) = 100 + 3 min{x, 2y} for a função de utilidade de um consumidor, as preferências deste serão convexas.

② Se as preferências de um consumidor são transitivas, isso implica que este prefere mais bens do que menos.

③ Um indivíduo com preferências estritamente côncavas entre dois bens especializa-se no consumo de um dos bens.

④ $U(x, y) = \sqrt[3]{xy}$ é a função de utilidade do consumidor A e U(x, y) = x^2 y^2 + 100 é a função de utilidade do consumidor B. Caso os dois tenham a mesma renda, suas cestas de consumo serão idênticas.

Resolução:

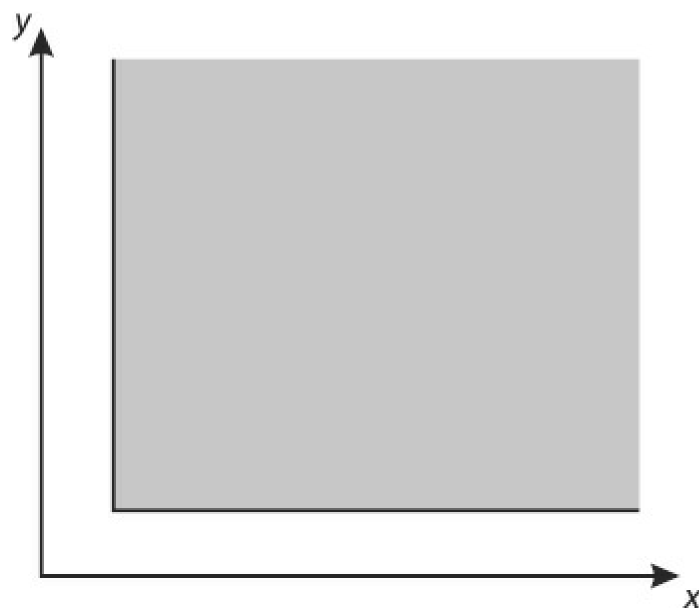
(0) Falso.

Para garantir que o módulo da taxa marginal de substituição (*TMgS*) seja decrescente, é necessário que as curvas de indiferenças sejam estritamente convexas (o que equivale a dizer que a média ponderada de duas cestas que são indiferentes será estritamente preferida às duas cestas extremas). Como alternativa, diz-se que a função de utilidade seja estritamente quase côncava.

Um contraexemplo são as preferências sobre bens que são substitutos perfeitos, pois satisfazem as hipóteses de completude, reflexividade, transitividade e monotonicidade, mas a $|TMgS|$ é constante.

(1) Verdadeiro.

A função de utilidade $U(x, y) = 100 + 3Min\{x, 2y\}$ é uma transformação monotônica crescente (TMC) da função homogênea de grau um $V(x, y) = Min\{x, 2y\}$, que descreve preferências sobre bens complementares, cujas preferências são convexas.

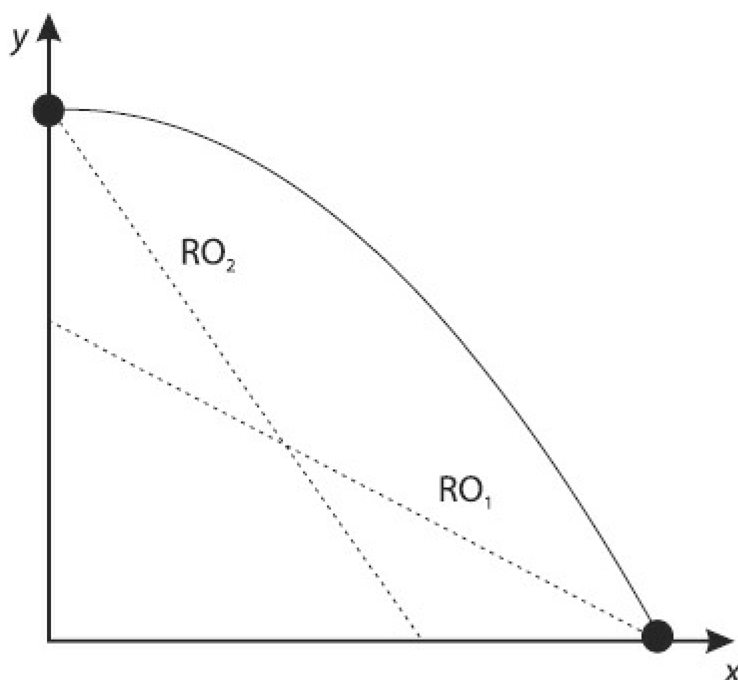


(2) Falso.

Preferir mais a menos é característica da propriedade de monotonicidade. Não tem relação com a propriedade da transitividade.

(3) Verdadeiro.

Diferentemente das preferências estritamente convexas, no caso das preferências estritamente côncavas (sem que as mercadorias sejam "males") o indivíduo obtém mais utilidade nos cantos da curva de indiferença. Por isso há especialização no consumo das mercadorias.



(4) Verdadeiro.

Notemos que:

$$U_A = x^{1/3} y^{1/3}$$

$U_B = x^2 y^2 + 100$ é uma transformação monotônica crescente de U_A: $U_B = U_A^6 + 100$.

Logo, as preferências são idênticas.

Questão 2

Com relação à função demanda, avalie as afirmativas:

⓪ Se a função de utilidade de um consumidor for $U(x, y) = Ax^2 y^3$, sua curva de demanda pelo bem x terá elasticidade constante igual a $\frac{2}{5}$.

① Se a função de utilidade de um consumidor for $U(x, y) = Ax^a y^b$ e se $\frac{p_x}{p_y} = k$, a trajetória de renda-consumo desses bens será $y = \frac{bk}{a}x$.

② A curva de Engel de um bem de Giffen é crescente.

③ Se a trajetória preço-consumo para cada um de dois bens é crescente, a elasticidade-preço cruzada desses bens será positiva.

④ Ao longo de uma curva de demanda individual, o nível de utilidade do consumidor permanece constante.

Resolução:

(0) Falso.

Toda função Cobb-Douglas escrita na forma $U(x, y) = Ax^\alpha y^\beta$ com parâmetros α e β tem elasticidade-preço igual ao negativo de uma unidade, ou seja, $\varepsilon_p = -1$.

A demanda pelo bem x será dada por: $x = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\frac{M}{p_x}$.

A elasticidade-preço da demanda é definida por: $\varepsilon_p = \frac{dx}{dp_X}\frac{p_X}{x}$

$$\Rightarrow \varepsilon_p = \left[-\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)Mp_x^{-2}\right]\left[\frac{p_x}{\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)Mp_x^{-1}}\right] = -1$$

(1) Verdadeiro.

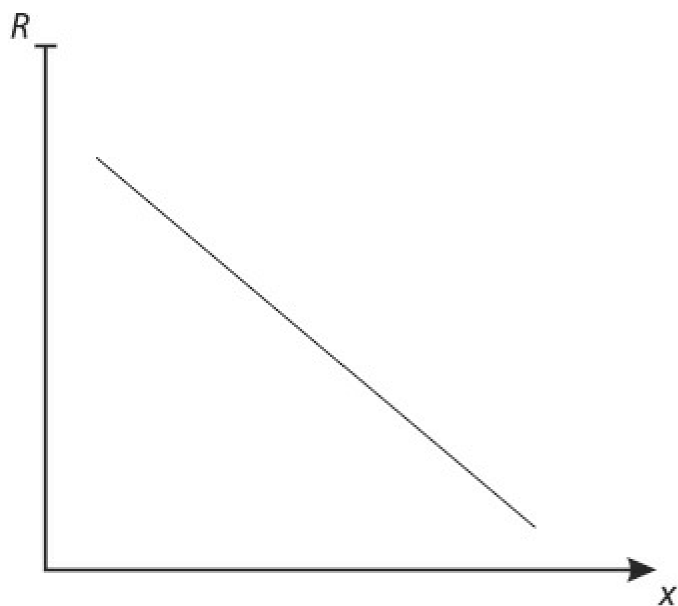
Em equilíbrio, temos que: $|TMgS| = \frac{ax^{a-1}y^b}{bx^a y^{b-1}} = \frac{p_x}{p_y} \Leftrightarrow \frac{a}{b}\frac{y}{x} = \frac{p_x}{p_y}$.

Assim, $\frac{p_x}{p_y} = k \Rightarrow y = \frac{bk}{a}x$.

(2) Falso.

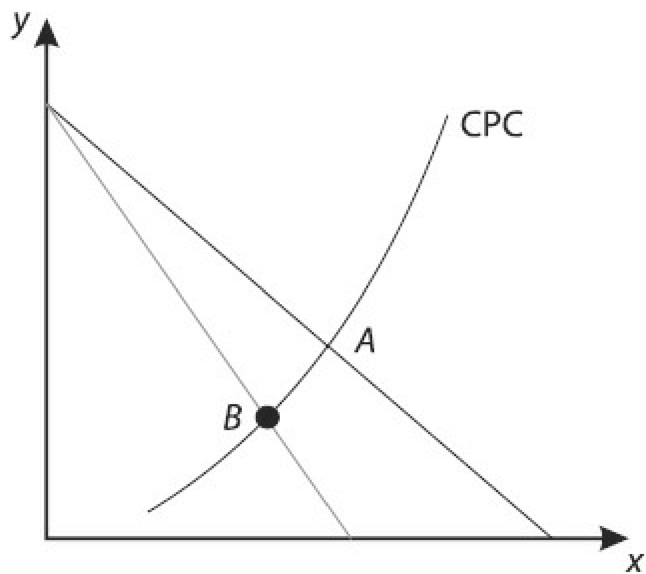
A Equação de Slutsky diz que a variação total na demanda é a soma dos ES e ER. Desse modo, o Efeito Preço total (EP) é dado por EP = ES + ER. Podemos calcular o efeito total da seguinte forma:

$\underbrace{\frac{\partial x_1^M}{\partial p_1}}_{EP} = \underbrace{\frac{\partial x_1^H}{\partial p_1}}_{ES} \underbrace{- \frac{\partial x_1^M}{\partial M} x_1^M}_{ER}$. Todo bem de Giffen é um bem inferior, logo $\frac{\partial x_1^M}{\partial M} < 0$. Então, a curva de Engel (que relaciona a quantidade consumida de um bem à renda) é negativamente inclinada.



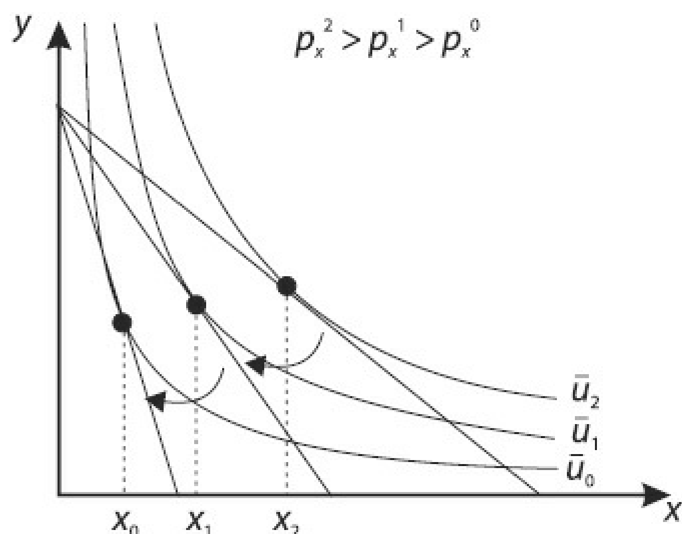
(3) Falso.

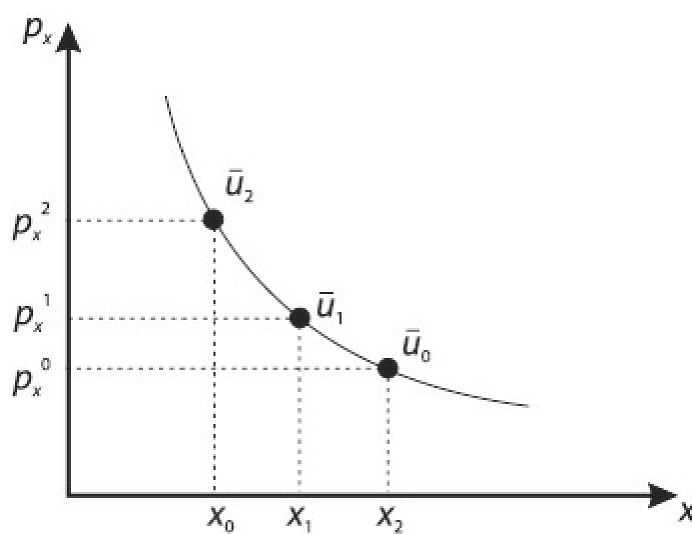
Quando $p_x \uparrow \quad x \downarrow \quad y \downarrow$. Assim, $\frac{\partial p_x}{\partial y} < 0 \Rightarrow \varepsilon_{1,2} = \frac{\partial y}{\partial p_x} \frac{p_x}{y} < 0$.



(4) Falso.

Ao longo da curva de demanda Marshalliana há diferentes utilidades associadas. O nível de utilidade vai decrescendo à medida que o preço do bem *x* aumenta, com a renda e o preço do bem *y* constantes.





PROVA DE 2007

Questão 1

Com relação às preferências do consumidor, julgue as afirmativas:

⓪ A monotonicidade das preferências do consumidor exige que, dadas duas cestas (x_0, y_0) e (x_1, y_1), com $x_0 \leq x_1$ e $y_0 < y_1$,então $(x_1, y_1) \succ (x_2, y_2)$ em que $>$ denota a preferência estrita.

① Se excluirmos os bens classificados como "males", as curvas de indiferença terão inclinação negativa.

② Monotonicidade e preferências não convexas definem preferências bem-comportadas.

③ Se o consumidor apresenta preferências não convexas, dadas duas cestas A e B com quantidades diferentes dos mesmos bens x e y, ele prefere uma cesta que contenha média ponderada das quantidades contidas nas cestas A e B a qualquer uma das cestas A ou B.

④ Uma lanchonete oferece quatro tipos de sucos: laranja, melão, manga e uva. Um consumidor considera suco de uva pelo menos tão bom quanto de melão, suco de laranja pelo menos tão bom quanto de manga, suco de melão pelo menos tão bom quanto de laranja e suco de uva pelo menos tão bom quanto de manga. Esse consumidor também considera suco de uva pelo menos tão bom quanto de laranja e suco de melão pelo menos tão bom quanto o de manga. Tal consumidor apresenta preferências completas e transitivas.

Resolução:

(0) Falso.

Pelo gabarito da ANPEC, esta questão é verdadeira.

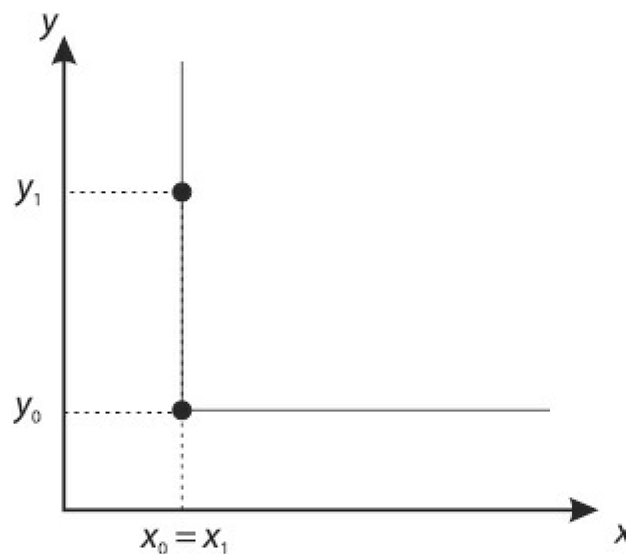
De fato, se a monotonicidade expressa for interpretada como "estrita", a questão é verdadeira. É o caso de uma função do tipo Cobb-Douglas, em que, se tivermos duas cestas (x_0, y_0) e (x_1, y_1), tais que se um dos bens possuir mais quantidade do que em relação à cesta original ($x_0 \leq x_1$ e y_0

$< y_1$), então, uma cesta é estritamente preferível à outra, ou seja, $(x_1, y_1) > (x_0, y_0)$.

No entanto, da forma com que a questão está escrita, pode-se interpretar como monotonicidade não estrita. A definição de monotonicidade de Nolan Miller (*Notes on Microeconomic Theory, Definition* 5, p. 38) é cuidadosamente diferenciada entre forte (ou estrita) e fraca, justamente para não causar este tipo de dúvida.

Assim, seguindo a interpretação do referido autor, dadas duas cestas (x_0, y_0) e (x_1, y_1), sendo $x_0 \leq x_1$ e $y_0 < y_1$, imaginemos uma preferência do tipo complementar perfeito, com $x_0 = x_1$ e $y_0 < y_1$. Neste caso, não ocorrendo $(x_1, y_1) \sim (x_0, y_0)$, então $(x_1, y_1) > (x_0, y_0)$, como diz o enunciado.

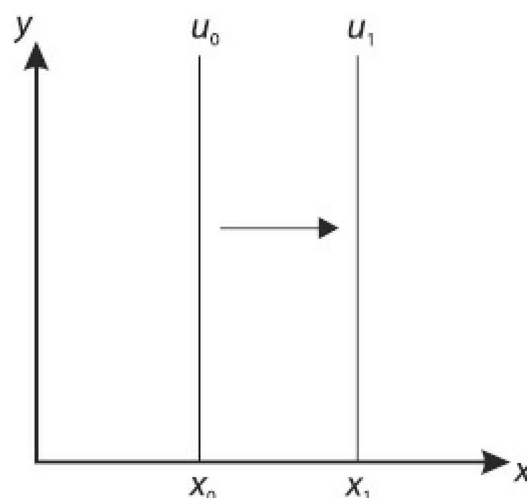
Esta é a definição de monotonicidade fraca. E, seguindo este raciocínio, a questão é falsa.



(1) Falso.

Pelo gabarito da ANPEC, esta questão é verdadeira.

No entanto, se considerarmos a existência de "bens neutros", o que implicará que a curva de indiferença não terá inclinação negativa, esta questão se torna falsa. Devemos ressaltar, também, o caso das preferências lexicográficas, em que as curvas de indiferenças são, na verdade, pontos de indiferença.

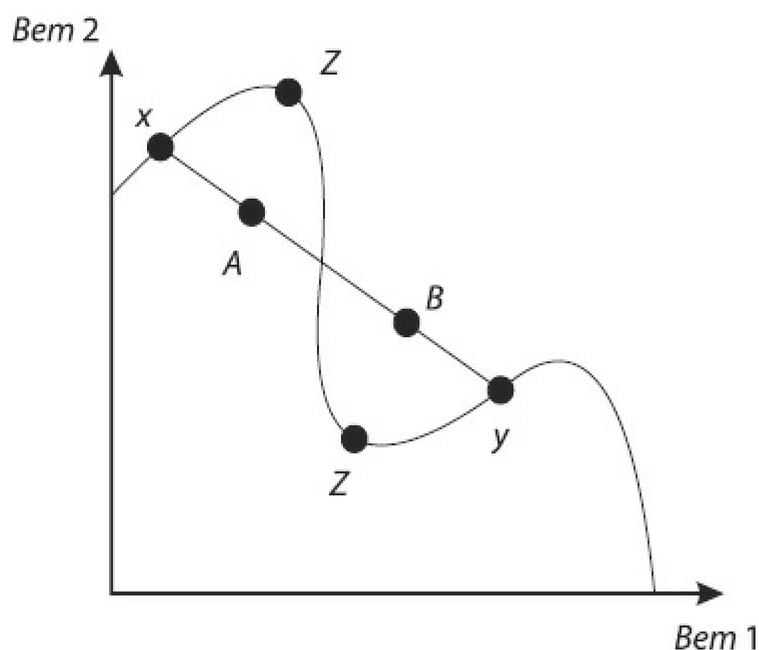


(2) Falso.

Monotonicidade forte e preferências estritamente convexas resultam em curvas de indiferenças bem comportadas. É o caso da Cobb-Douglas.

(3) Falso.

Se as preferências não forem convexas, não é possível afirmar que $tx + (1 - t)y > z$, t (0, 1). Imaginemos que as preferências não fornecem um conjunto convexo. Logo, se X e Y são cestas na curva de indiferença, podemos fazer uma combinação linear entre tais cestas e observar que t, t' (0, 1), tais que $\underbrace{tx+(1-t)y}_{B} > z$ e $\underbrace{t'x+(1-t')y}_{A} < z$.



(4) Verdadeiro.

As preferências são completas se for sempre possível fazer escolhas, entre quaisquer pares de alternativas. De fato, as preferências do enunciado são completas.

As preferências são transitivas se, da comparação de alternativas duas a duas, não existir nenhuma inconsistência nas escolhas. De fato, definindo U = uva, M = melão, L = laranja, Ma = manga podemos verificar que $U \succsim M \succsim L \succsim Ma$.

Questão 2

Sendo U(x,y) a função que representa a utilidade atribuída por um consumidor a uma cesta (x,y) qualquer, julgue as proposições:

⓪ Se $U(x, y) = Ax^{\alpha} y^{\beta}$, sendo α e β dois números positivos, as preferências do consumidor não são bem-comportadas.

① Se U (x, y) = x + ln(y) e se a demanda é interior, então a variação no excedente do consumidor decorrente de uma variação no preço do bem y mede a variação no bem-estar do consumidor.

② Se U (x, y) = min{x, 2y} , a utilidade auferida pelo consumo de uma unidade de x e ¼ de unidade de y é menor do que a auferida por meia unidade de x e duas unidades de y.

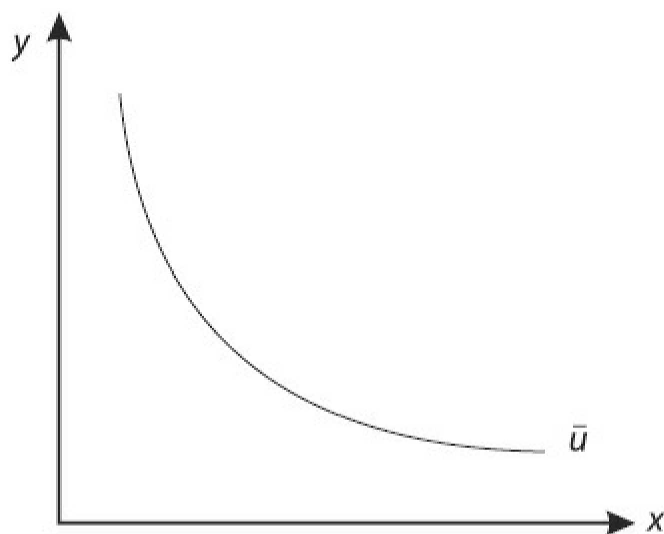
③ Se U(x, y) é uma função de utilidade do tipo Cobb-Douglas, o consumidor gasta uma proporção fixa de sua renda com x.

④ Se U (x, y) = $\sqrt{x}$ + y e se a demanda pelo bem x é interior, então a demanda do bem x não varia localmente com a renda.

Resolução:

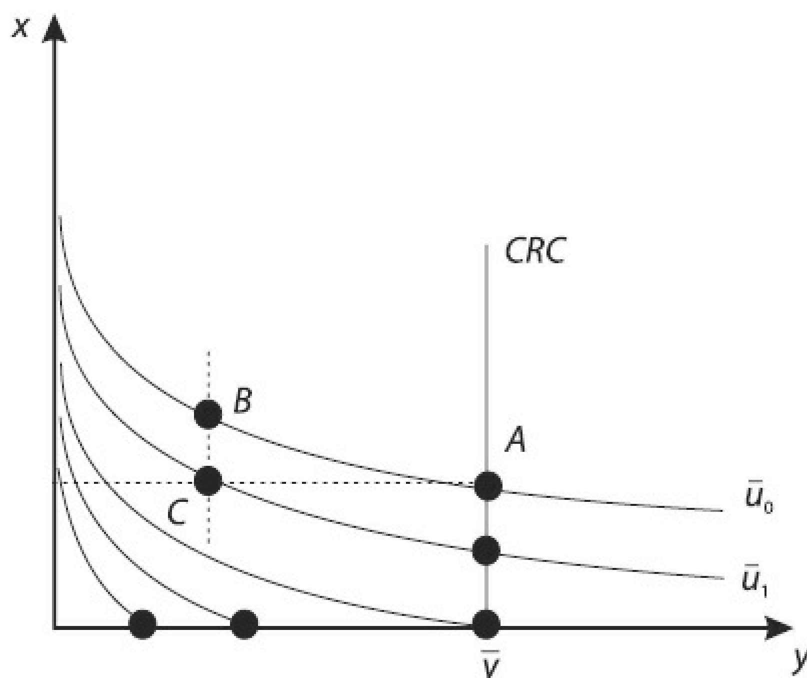
(0) Falso.

A função de utilidade definida por $U(x, y) = Ax^{\alpha} y^{\beta}$ é uma função Cobb-Douglas, que é sempre bem-comportada e estritamente convexa, já que tem as seguintes características: $|TMgS|$ decrescente e reflete preferências fortemente monotônicas e contínuas.



(1) Verdadeiro.

A função de utilidade definida por U (x, y) = x + ln(y) é uma função quase linear. Considerando a solução interior, como o Efeito Renda é nulo (de B para C), a variação do excedente do consumidor (ΔEC) é igual à variação compensatória (VC), que, por sua vez, é igual à variação equivalente (VE) $\Delta EC = VC = VE$.



(2) Falso.

A utilidade auferida pelo consumo de uma unidade de x e 1/4 de unidade de y:

- U (1, ¼) = min{1, 2.¼}= ½.

A utilidade auferida pelo consumo de 1/2 unidade de x e 2 unidades de y:

- U (½, 2) = min{1/2, 2.2} = ½.

Portanto, a utilidade é a mesma, considerando-se as duas cestas.

(3) Verdadeiro.

Na função Cobb-Douglas, como no item ⓪: $U(x, y) = Ax^{\alpha} y^{\beta}$, a proporção da renda gasta em cada um dos bens é constante e igual a $\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)$ para x e $\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)$ para y.

Para comprovarmos, tomemos o caso do bem x:

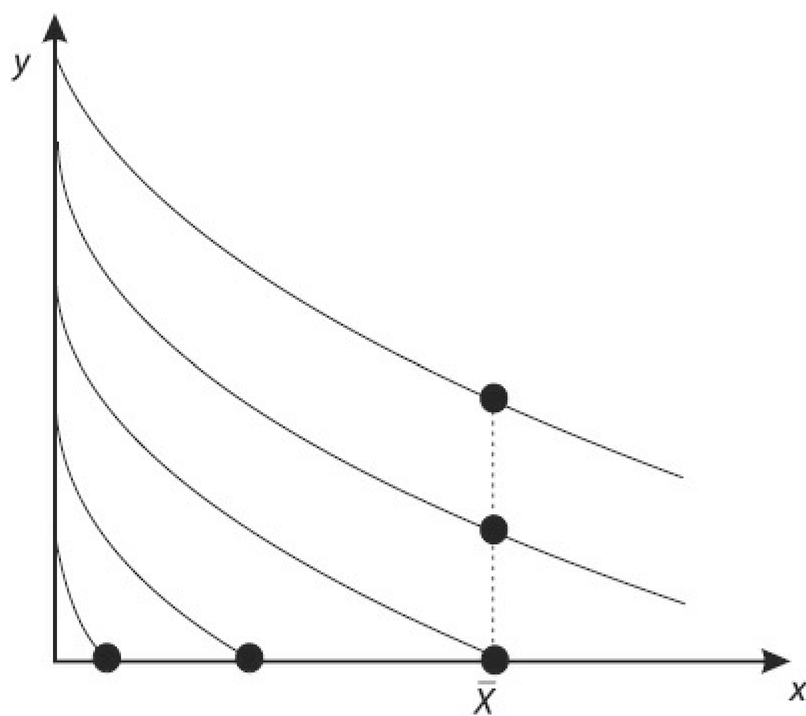
$\left(\frac{p_x x}{M}\right) = \frac{p_x\left(\frac{\alpha M}{(\alpha+\beta)p_x}\right)}{M} = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}$. Assim, o consumidor gasta uma proporção fixa de sua renda com x.

(4) Verdadeiro.

A função de utilidade U (x, y) = $\sqrt{x}$ + y é uma função quase linear.

Considerando as soluções interiores, as demandas pelos bens são: $x^* = \frac{1}{4}(\frac{P_y}{P_x})^2$ e $y^* = \frac{M}{p_y} - 1$.

Logo, a demanda pelo bem x não depende da renda.



Questão 3

Considerando a Teoria do Consumidor, julgue as proposições:

⓪ Bens normais têm efeito substituição positivo.

① Nos bens de Giffen, o valor absoluto do efeito renda domina o valor absoluto do efeito substituição.

② Sendo a curva de demanda negativamente inclinada e linear, a elasticidade-preço é constante.

③ Se a curva de demanda de Q for $Q = Ap^k$ em que $k = -2$, então a elasticidade-preço será -1/2.

④ Uma curva de Engel positivamente inclinada indica um bem inferior.

Solução:

(0) Falso.

O Efeito Substituição (ES) corresponde à variação na demanda devido à variação da taxa à qual os dois bens são trocados, ou seja, a variação dos preços relativos. Neste caso, compensa-se a renda de modo a manter o poder de compra constante (à la Slutsky) ou a utilidade constante (à la Hicks). O ES é sempre não positivo quando existem dois bens, sendo nulo no caso de bens complementares.

(1) Verdadeiro.

A Equação de Slutsky diz que a variação total na demanda é a soma do Efeito Substituição (ES) e do Efeito Renda (ER). Assim, o Efeito Preço total (EP) é dado por EP = ES + ER. O bem é dito de Giffen se o ES e o ER atuarem em sentidos opostos e o ER for de magnitude superior ao ES.

(2) Falso.

A elasticidade-preço varia com o preço ao longo de uma demanda linear. Para constatarmos, tomemos como dado uma demanda linear $Q^d = a - bp$; a elasticidade-preço da demanda é:

$$\varepsilon_p = \frac{dQ}{dp}\frac{p}{Q} = -\frac{bp}{a-bp} = -\frac{1}{\frac{a}{bp}-1}.$$

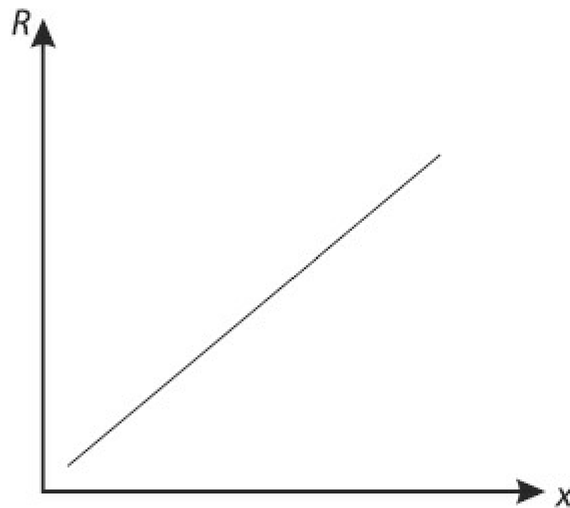
(3) Falso.

Aplicando o logaritmo na função de demanda $Q = Ap^k$, teremos:

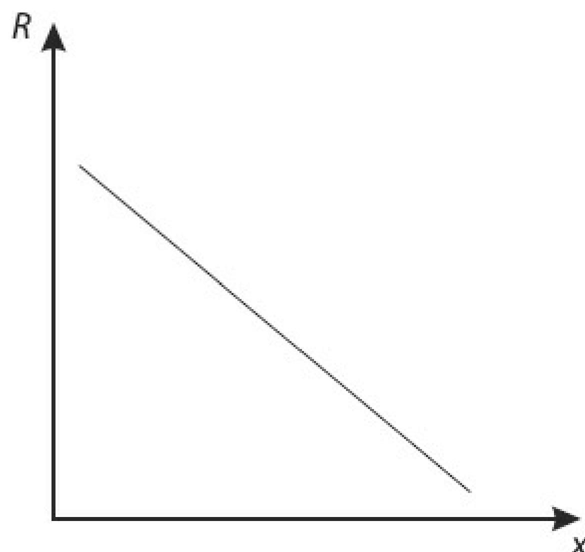
$$\ln Q = \ln A + k \ln p \Rightarrow \varepsilon_p = \frac{d \ln Q}{d \ln p} = k.$$ Se $k = -2$ $\varepsilon_p = -2$.

(4) Falso.

A curva de Engel relaciona a quantidade consumida de um bem à renda: $\frac{\partial x}{\partial M} > 0$ bem normal:



e $\frac{\partial x}{\partial M} < 0$ bem inferior:



PROVA DE 2008

Questão 1

A respeito dos índices de Laspeyres e Paasche, e de seu emprego na avaliação de mudanças de bem-estar do consumidor, avalie as afirmações:

⓪ O índice de preços de Laspeyres baseia-se na premissa de que os consumidores não alteram seus padrões de consumo após uma mudança de preços.

① O índice de preços de Laspeyres superestima e o de Paasche subestima o "custo de vida ideal".

② Um governo que utilize um índice de preços de Laspeyres para reajustar benefícios sociais tenderá a sobrevalorizar o reajuste.

③ Se o índice de quantidade de Paasche for maior que 1, o consumidor estará pior no período corrente do que no período-base.

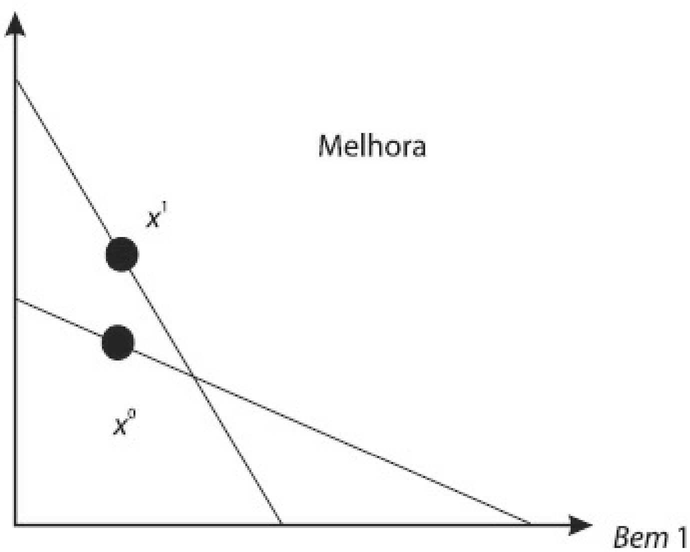
④ Se o índice de quantidade de Laspeyres for menor que 1, nada se poderá afirmar a respeito da mudança de bem-estar do consumidor.

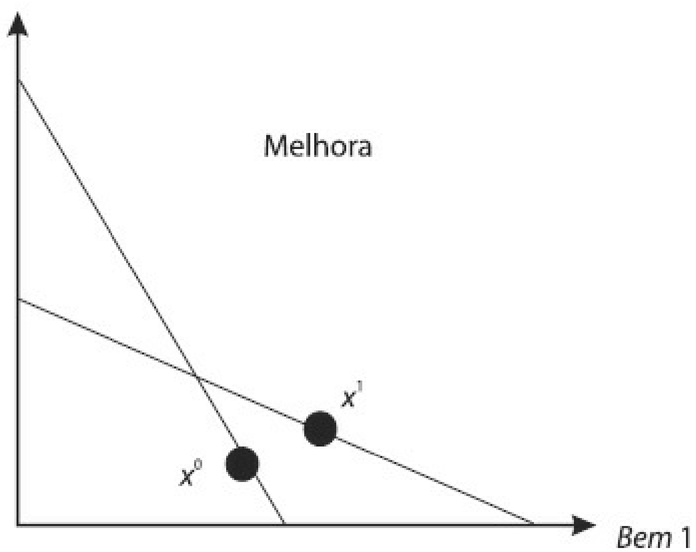
Resolução:

Índices de preços de Laspeyres (IL_p): razão entre o custo necessário para adquirir a preços correntes uma cesta de bens escolhida no ano-base e o custo para comprá-la a preços do ano-base. $\Rightarrow IL_p = \dfrac{\sum P_i^1 Q_i^0}{\sum P_i^0 Q_i^0}$.

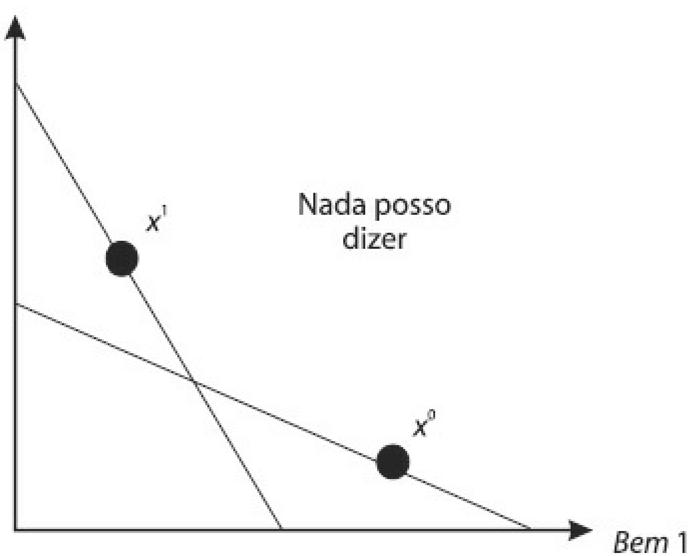
Índice de preços de Paasche (IP_p): razão entre o custo necessário para adquirir a preços correntes uma cesta de bens escolhida no ano corrente e o custo para comprá-la a preços do ano-base. $\Rightarrow IP_p = \dfrac{\sum P_i^1 Q_i^1}{\sum P_i^0 Q_i^1}$.

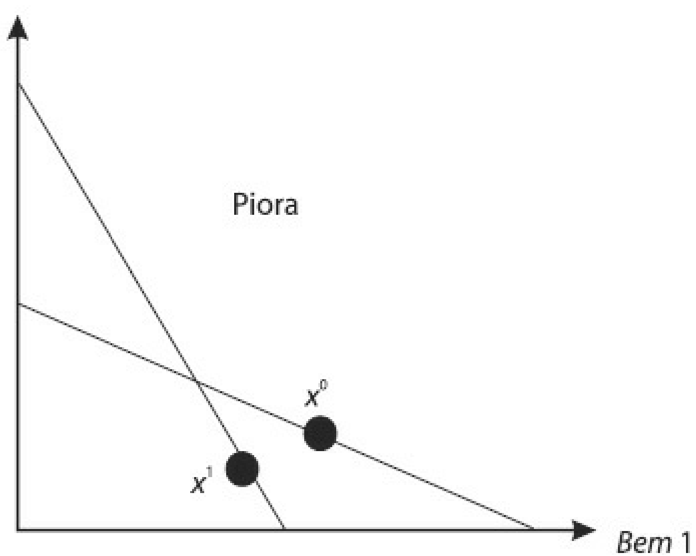
$$(A)\begin{cases} IP_q = \dfrac{\Sigma p_i^1 Q_i^1}{\Sigma p_i^1 Q_i^0} \\ \Sigma p_i^1 Q_i^1 > \Sigma p_i^1 Q_i^0 \\ IL_p < IV \end{cases}$$



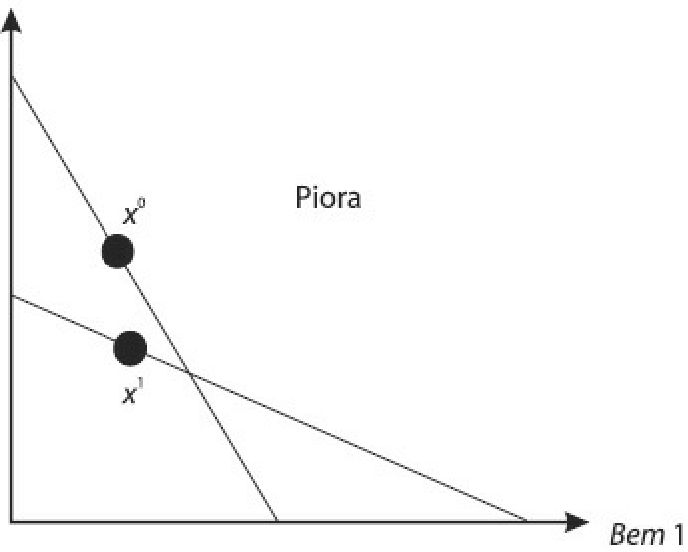


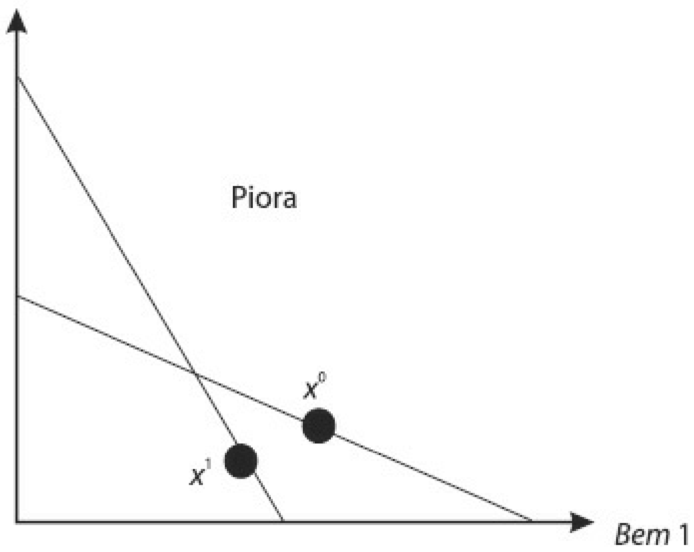
(B)
$$\begin{cases} IP_q = \dfrac{\Sigma p_i^1 Q_i^1}{\Sigma p_i^1 Q_i^0} < 1 \\ \text{Nada se pode dizer} \\ IL_p < IV \end{cases}$$



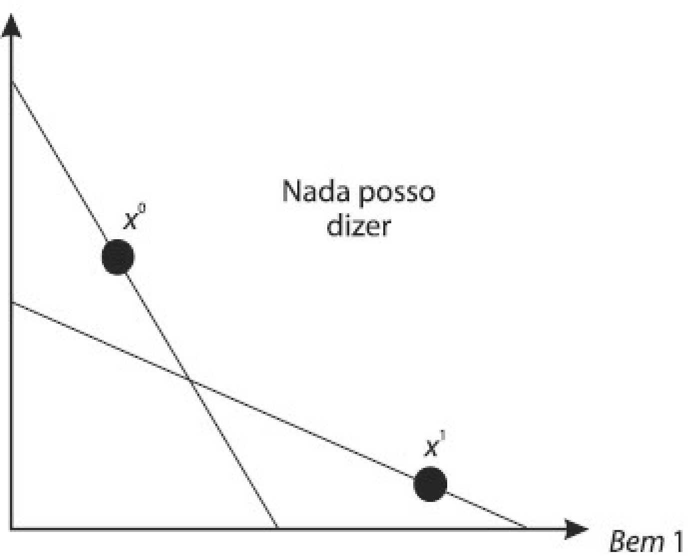


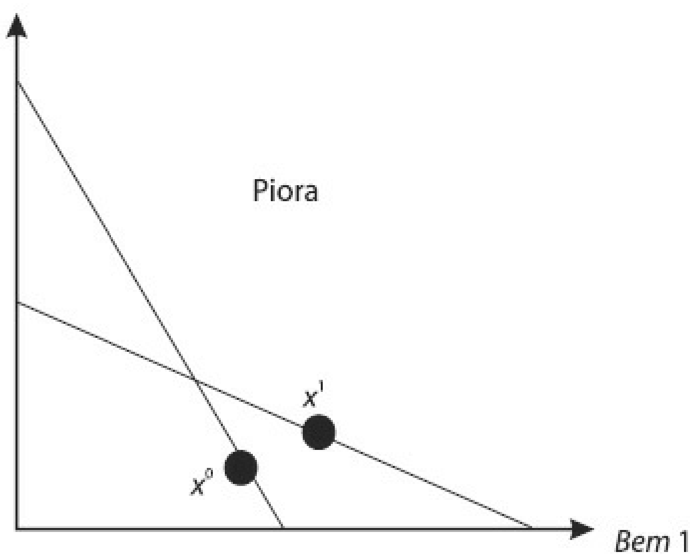
(C)
$$\begin{cases} IL_q = \dfrac{\Sigma p_i^0 Q_i^1}{\Sigma p_i^0 Q_i^0} < 1 \\ \Sigma p_i^0 Q_i^1 < \Sigma p_i^0 Q_i^0 \\ IP_p < IV \end{cases}$$





(D) $\begin{cases} IL_q = \dfrac{\Sigma p_i^0 Q_i^0}{\Sigma p_i^1 Q_i^0} > 1 \\ \textit{Nada se pode dizer} \\ IP_p < IV \end{cases}$





(0) Verdadeiro.

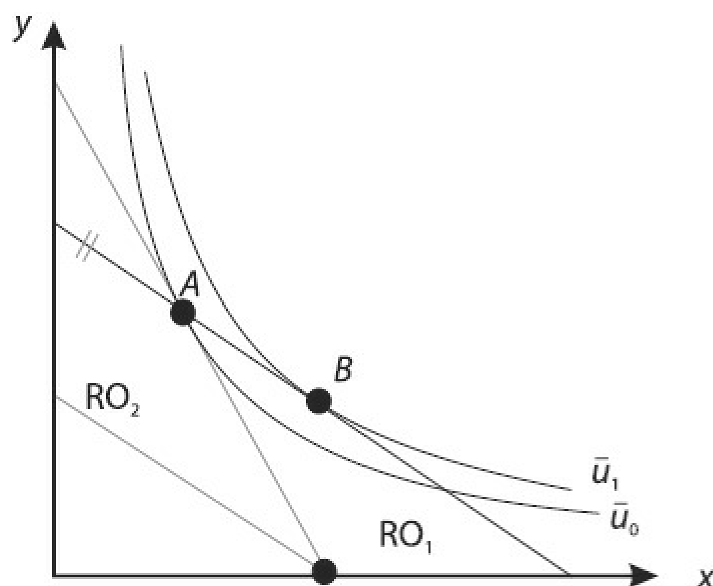
O consumidor continua adquirindo a mesma cesta de bens nos dois períodos Q_i^0.

(1) Verdadeiro.

O índice de custo de vida ideal representa o custo de obtenção de determinado nível de utilidade a preços correntes, dividido pelo custo de obtenção do mesmo nível de utilidade a preços do ano-base. Logo, aos novos preços, seria preciso "dar renda" para que o indivíduo continuasse a ter a mesma utilidade inicial. É o Efeito Substituição à la Hicks.

O índice de preços de Laspeyres superestima o custo de vida ideal, que se baseia na premissa de que os consumidores não alteram seus padrões de consumo após uma mudança dos preços. Logo, aos novos preços, para que o indivíduo continuasse a consumir a cesta inicial haveria que "dar mais renda do que o necessário", levando-o a ter um nível de utilidade acima da sua utilidade inicial. É o Efeito Substituição à la Slutsky.

O oposto ocorre com o índice de preços de Paasche. Este subestima o custo de vida ideal, pois se baseia na premissa de que os indivíduos comprariam a cesta do ano corrente no período-base. Neste caso, "retira-se" menos renda do que se retiraria se ele voltasse a sua utilidade original.



(2) Verdadeiro.

Como o ILP superestima o custo de vida ideal, existirá sempre uma tendência a compensar exageradamente os beneficiários.

(3) Falso.

O índice de quantidade de Paasche é $IP_q = \frac{\sum P_i^1 Q_i^1}{\sum P_i^1 Q_i^0}$. Se $P_q > 1$, então $\sum P_i^1 Q_i^1 > \sum P_i^1 Q_i^0$. Assim, o consumidor estará melhor no período corrente do que no período-base.

(4) Falso.

O índice de quantidade de Laspeyres é $IL_q = \frac{\sum P_i^0 Q_i^1}{\sum P_i^0 Q_i^0}$. Se $L_q < 1$, então $\sum P_i^0 Q_i^0 > \sum P_i^0 Q_i^1$. Assim, o consumidor estará melhor no período corrente do que no período-base.

Questão 2

Um consumidor tem a função de utilidade u (x, y) = $x^{\alpha} y^{1-\alpha}$, com 0 < α < 1, em que x é a quantidade do primeiro bem e y a do segundo. Os preços dos bens são, respectivamente, p e q, e m é a renda do consumidor. Julgue as afirmações:

⓪ A demanda do consumidor pelo primeiro bem será x = m/p .

① A demanda do consumidor pelo segundo bem será y = $(1-\alpha)m/\alpha q$.

② Se m = 1000, a = 1/4 e q = 1, então o consumidor irá adquirir 250 unidades do segundo bem.

③ Suponha que: m = 288, a = 1/2 e p = q = 1. Se q quadruplicar, será necessário triplicar a renda do consumidor para que ele fique tão bem quanto antes, pelo cálculo de sua variação compensatória.

④ Suponha que m = 288, a = 1/2 e imagine que, após uma situação inicial em que p = q = 1, q tenha quadruplicado. Pelo cálculo da variação equivalente, a variação de bem-estar corresponderá à redução de sua renda à metade, aos preços iniciais.

Resolução:

(0) Falso.

Dada a função de utilidade U (x, y) = $x\alpha\, y^{1-}\alpha$, com 0 < α < 1, as demandas dos bens são:

$$x^* = \frac{\alpha m}{p} \text{ e } y^* = \frac{(1-\alpha)m}{q}$$

(1) Falso.

A demanda do consumidor pelo segundo bem é $y^* = \frac{(1-\alpha)m}{p}$.

(2) Falso.

$$y^* = \frac{(1-\alpha)m}{p} \Rightarrow \frac{\frac{3}{4}(1000)}{1} \Rightarrow y^* = 750$$

(3) Falso.

Se $m = 288$, $\alpha = \frac{1}{2}$ e $p = q = 1$, então:

$$x' = \frac{\alpha m}{p} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}(288)}{1} = 144 \text{ e } y' = \frac{(1-\alpha)m}{q} = \frac{\frac{1}{2}(288)}{1} = 144$$

$$u_0(144,144) = (144)^{1/2}(144)^{1/2} = 144$$

Se $p_y' = 4$:

$$x' = 144$$

$$y'' = \frac{(1-\alpha)M}{p_y} = \frac{\frac{1}{2}(288)}{4} = \frac{144}{4} = 36$$

$$u_1(144,36) = (144)^{1/2}(36)^{1/2} = (12)(6) = 72$$

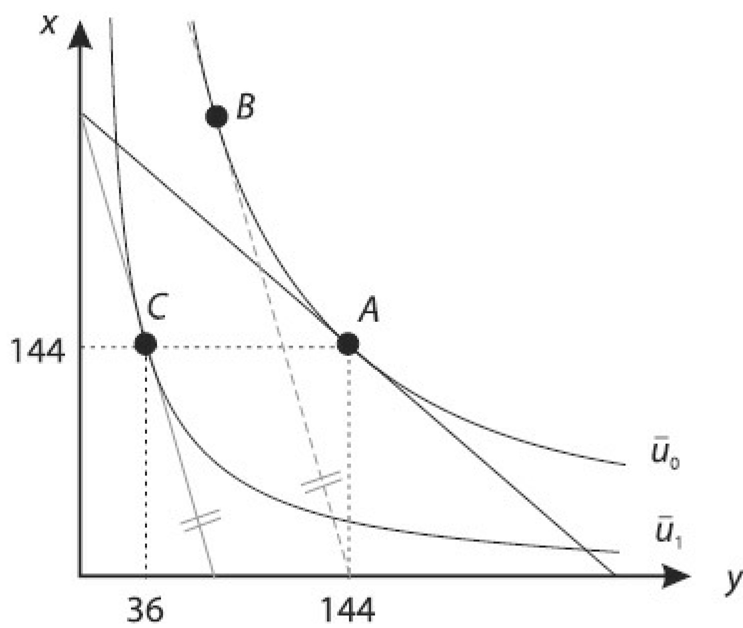
Variação Compensatória:

- Mede a variação na satisfação do consumidor aos novos preços, levados a u_0. É o Efeito Substituição (de A para B).
- Quanto de renda devo dar ao consumidor para que ele volte a u_0 aos novos preços?

$$\underbrace{144}_{U_0} = \left[\frac{\frac{1}{2}m_1}{1}\right]^{1/2}\left[\frac{\frac{1}{2}m_1}{4}\right]^{1/2}$$

$$144 = \frac{1}{4}m_1 \rightarrow m_1 = 576$$

$VC = m_1 = m_0 = 576 - 288 = 288$. Assim, será necessário duplicar a perda inicial.



(4) Verdadeiro.

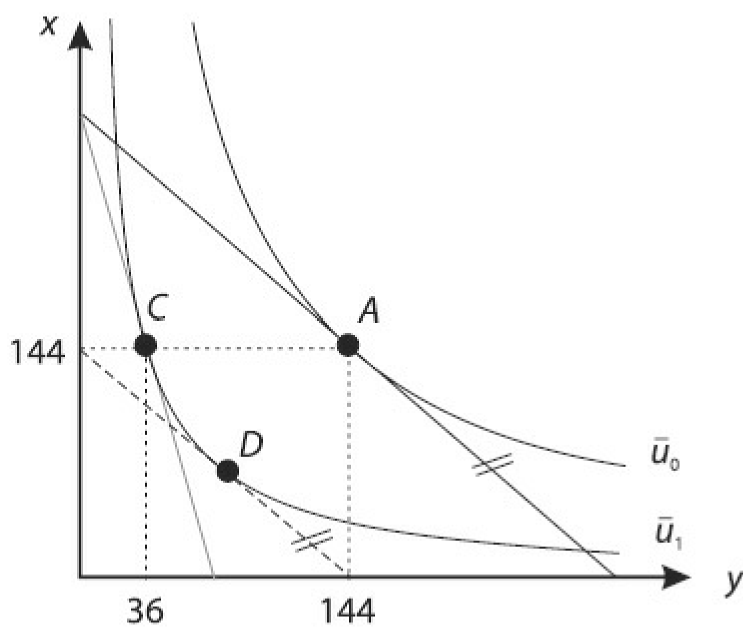
Do item (3), temos os valores das utilidades:

$$u_0(144,144) = (144)^{1/2}(144)^{1/2} = 144 \text{ e}$$

$$u_1(144,36) = (144)^{1/2}(36)^{1/2} = (12)(6) = 72$$

Variação Equivalente:

- Mede a variação na satisfação do consumidor aos preços antigos, levados a u_1. É como se fosse um "Efeito Substituição diferente".
- Quanto de renda devo retirar do consumidor para que ele fique em u_1 aos preços antigos?



$$\underbrace{72}_{U_1} = \left[\frac{\frac{1}{2}m_1}{1}\right]^{\frac{1}{2}}\left[\frac{\frac{1}{2}m_1}{1}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$72 = \frac{1}{2}m_1 \Rightarrow m_1 = 144$$

$VE = m_0 - m_1 = 288 - 144 = 144$. Esta é a renda reduzida pela metade.

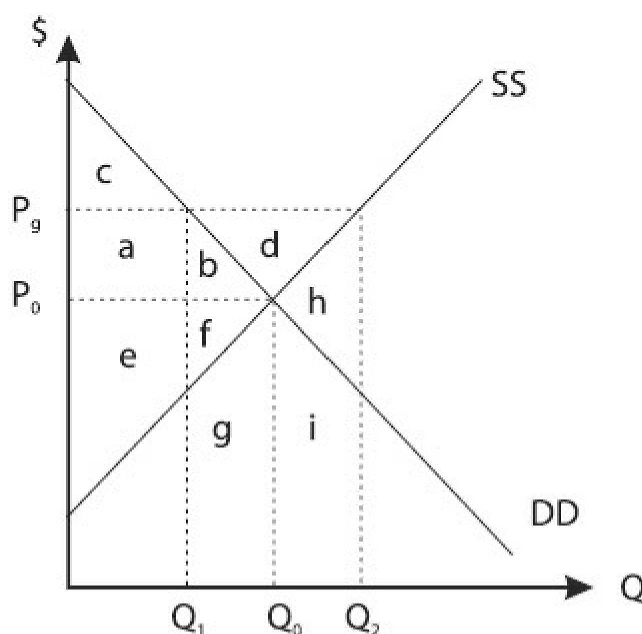
Pode-se mostrar que, se um bem cujo preço variou for normal (tal é o caso do enunciado), teremos que a variação compensadora é sempre menor que a variação equivalente e a variação do excedente do consumidor (EC) se situará entre essas duas medidas, *i.e*: VC ≤ ΔEC ≤ VE.

Se, por outro lado, o bem for inferior teremos o inverso, ou seja, a variação equivalente é sempre menor que a variação compensadora, mas a variação do excedente do consumidor (EC) continuará se situando entre essas duas medidas, i.e: VC ≥ ΔEC ≥ VE.

Observação: qual é a melhor medida para perda/ganho do bem-estar do consumidor: variação compensatória, variação equivalente ou variação do excedente do consumidor? A teoria não tem uma resposta para esta questão. É uma análise subjetiva.

Questão 10

Considere um mercado de leite perfeitamente competitivo, conforme descrito abaixo:



No gráfico, DD é a demanda e SS, a oferta. O equilíbrio, no mercado livre, é dado por Q_o e P_o. Suponha que o governo fixe um preço P_g tal que $P_g > P_o$, e que, para sustentar este preço, adquira todo o excedente de produção. Isso posto, avalie as afirmações:

⓪ Ao fixar o preço em P_g, o governo terá de adquirir $Q_0 - Q_1$.

① (a + b) é a redução do excedente dos consumidores.

② (a + b + d) é o aumento do excedente dos produtores.

③ O custo da intervenção para o governo é $(Q_2 - Q_1)P_g$.

④ A sociedade como um todo sofre uma perda de bem-estar.

Resolução:

(0) Falso.

O governo, ao fixar $p_g > p_0$, cria excesso de oferta. A este preço, p_g, o ofertante produz Q_2 e o demandante só quer consumir Q_1. Portanto, o governo terá que adquirir $(Q_2 - Q_1)$.

(1) Verdadeiro.

Em p_0: $EC_0 = c + a + b$

Em p_g: $EC_g = c$

$\Delta EC = EC_g - EC_0 = -(a + b)$

(2) Verdadeiro.

Em p_0: $EP_0 = e + f$

Em p_g: $EC_g = e + f + a + b + d$

$\Delta EP = EP_g - EP_0 = (a + b + d)$

(3) Verdadeiro.

O custo que o governo terá ao implementar essa política será o custo de comprar o excedente $(Q_2 - Q_1)$ ao preço p_g. Logo, o seu custo é $(Q_2 - Q_1)\ p_g\ (b + d + f + h + g + i)$.

(4) Verdadeiro.

Os consumidores perdem $(a + b)$, que são transferidos para o produtor. O produtor ganha d do governo, além da transferência. Assim, a perda de bem-estar será de $(b + f + g + h + i)$.

PROVA DE 2009

Questão 1

Considere uma função de utilidade Cobb-Douglas $U = q_1^{\alpha} q_2^{1-\alpha}$. Julgue as afirmativas abaixo:

⓪ A demanda hicksiana pelo bem 1 tem a forma $q_1 = \overline{U}\left[p_1^{\rho} + p_2^{\rho}\right]^{1/\rho}$, em que p = 0,75.

① A sensibilidade da demanda hicksiana do bem 1 em relação ao preço do bem 2 é igual à sensibilidade da demanda hicksiana do bem 2 ao preço do bem 1.

② A demanda marshalliana pelo bem 1 tem a forma $q_1 = Ap_2^{1-}\alpha\ p_1\ \alpha^{-1}W$.

③ O efeito-renda para esta função é dado por $(-\alpha^2 W)/p_1^2$.

④ Para esta função de utilidade, o efeito-renda é igual ao efeito-substituição.

Resolução:

(0) Falso.

Antes de fazermos qualquer conta, vale comentar que esta é uma questão que, "de cara", é falsa, pois, no caso da Cobb-Douglas, o preço do bem 1 tem que variar inversamente à quantidade demandada do bem 1, o que não é o caso.

Mas, para que fique claro para o leitor, vamos às contas: para encontrar a demanda hicksiana para a função Cobb-Douglas, é necessário:

$Min\ p_1q_1 + p_2q_2$, sujeito à $\overline{U} = q_1^{\alpha} q_2^{(1-\alpha)}$

$$L = (p_1q_1 + p_2q_2) - \lambda\left(q_1^{\alpha} q_2^{1-\alpha} - \overline{U}\right)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_1} = 0 \Rightarrow p_1 - \lambda\left(\alpha q_1^{\alpha-1} q_2^{1-\alpha}\right) = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_2} = 0 \Rightarrow p_2 - \lambda\left[(1-\alpha) q_1^{\alpha} q_2^{-\alpha}\right] = 0$$

$$TMgS = -\frac{\partial q_2}{\partial q_1} = \frac{Umg_1}{Umg_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$\frac{\alpha}{(1-\alpha)} \frac{q_2}{q_1} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow q_2 = \frac{(1-\alpha)}{\alpha}\left(\frac{p_1}{p_2}\right) q_1 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow \overline{U} = q_1^{\alpha} q_2^{1-\alpha} \quad (2)$$

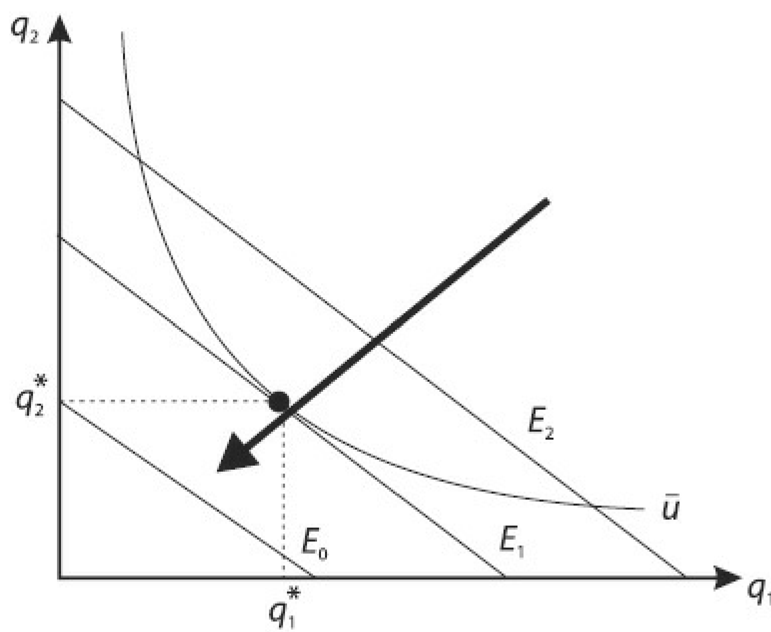
De (1) em (2):

$$q_1^{\alpha}\left[\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\left(\frac{p_1}{p_2}\right) q_1\right]^{1-\alpha} = \overline{U}$$

$$q_1^{*} = \overline{U}\left[\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)\right]^{1-\alpha}$$

$$q_2^{*} = \overline{U}\left[\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\left(\frac{p_1}{p_2}\right)\right]^{\alpha}$$

q_1^{*} e q_2^{*} são as demandas hicksianas.



(1) Verdadeiro.

No caso da demanda hicksiana, isso é correto. Basta verificarmos que, quando derivamos a demanda hicksiana do bem 1 com relação ao preço do bem 2, encontramos a mesma solução de quando derivamos a demanda hicksiana do bem 2 com relação ao preço do bem 1.

$$q_1 = \overline{U}\left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)^{1-\alpha} p_2^{1-\alpha} p_1^{\alpha-1}$$

$$\frac{\partial q_1}{\partial p_2} = \overline{U}\left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)^{(1-\alpha)} p_1^{(\alpha-1)}(1-\alpha)p_2^{-\alpha} \Rightarrow \frac{\partial q_1}{\partial p_2} = \overline{U}\alpha^{(1-\alpha)}(1-\alpha)^{\alpha} p_1^{(\alpha-1)} p_2^{-\alpha}$$

$$q_2 = \overline{U}\left(\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\right)^{\alpha} p_1^{\alpha} p_2^{-\alpha}$$

$$\frac{\partial q_2}{\partial p_1} = \overline{U}\left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)^{-\alpha} p_2^{-\alpha}\alpha p_1^{\alpha-1} \Rightarrow \frac{\partial q_2}{\partial p_1} = \overline{U}\alpha^{1-\alpha}(1-\alpha)^{\alpha} p_1^{(\alpha-1)} p_2^{-\alpha}$$

observe que $\frac{\partial q_1}{\partial p_2} = \frac{\partial q_2}{\partial p_1}$.

Substitutos líquidos: $\left.\frac{\partial X_i}{\partial P_j}\right|_{U=Cte} > 0.$

Complementares líquidos: $\left.\frac{\partial X_i}{\partial P_j}\right|_{U=Cte} < 0$.

Onde temos:

$$\left.\frac{\partial X_i}{\partial P_j}\right|_{U=Cte} = \left.\frac{\partial X_j}{\partial P_i}\right|_{U=Cte}$$

Demonstração:

pelo lema de Shepard: $Xi = \frac{\partial E}{\partial P_i}$ ou $Xj = \frac{\partial E}{\partial P_j}$

$$\left.\frac{\partial X_i}{\partial P_j}\right|_{U=Cte} = \frac{\partial P_j \frac{\partial E}{\partial P_j} - \partial E \frac{\partial P_i}{\partial P_j}}{(\partial P_i)^2} = \frac{\partial E^2}{\partial P_j \partial P_i}$$

$$\left.\frac{\partial X_j}{\partial P_i}\right|_{U=Cte} = \frac{\partial P_i \frac{\partial E}{\partial P_i} - \partial E \frac{\partial P_j}{\partial P_i}}{(\partial P_j)^2} = \frac{\partial E^2}{\partial P_i \partial P_j}$$

(2) Falso.

A demanda Marshalliana pelo bem *1* tem a forma $q_1^M = \frac{\alpha W}{p_1}$.

(3) Verdadeiro.

A Equação de Slutsky diz que a variação total na demanda é a soma dos ES e ER. Assim, o Efeito Preço total (EP) é dado por EP = ES + ER. Podemos calcular o efeito total da seguinte forma:

$$\underbrace{\frac{\partial x_1^M}{\partial p_1}}_{EP} = \underbrace{\frac{\partial x_1^H}{\partial p_1}}_{ES} \underbrace{- \frac{\partial x_1^M}{\partial W} x_1^M}_{ER}$$

o ER para função $U = q_1 \alpha q_2{}^{1\text{-}}\alpha$ é $-\frac{\partial x_1^M}{\partial W} x_1^M = -\left(\frac{\alpha W}{p_i}\right)\left(\frac{\alpha}{p_i}\right) = -\frac{\alpha^2 W}{p_1^2}$.

(4) Falso.

Não. O ER é igual ao ES quando estamos falando de demanda cruzada, o que não é o caso, necessariamente. Se a pergunta tivesse sido feita com relação ao efeito da demanda cruzada, pela Equação de Slutsky, o EP depende do ES e ER.

Exemplo: preferências Cobb-Douglas: X = dx(.) = 0,5W/Px, X = hx(.) = $U(Px/Py)^{0,5}$.

$\frac{\partial d_X}{\partial Py} = 0$. Por quê?

ES: $\left.\frac{\partial X}{\partial Py}\right|_{U=Cte} = \frac{\partial h_X}{\partial Py} = \frac{0,5\overline{U}}{(PxPy)^{0,5}} = \frac{0,25R}{PxPy}$

ER: $-Y\frac{\partial X}{\partial W} = -\left(\frac{0,5W}{Py}\right)\left(\frac{0,5}{Px}\right) = -\frac{0,25W}{PxPy}$

EP = 0 = ES + ER

Mas não é o caso da pergunta em tela. Nesta pergunta, temos que olhar para a Equação de Slutsky normal (e não a cruzada).

Se $\frac{\partial x_1^M}{\partial p_1} = 0$, ou seja, se o EP fosse igual a zero, teríamos ES=ER. Mas $\frac{\partial x_1^M}{\partial p_1} = -\frac{\alpha W}{p_1^2}$. Como pode ser? Não pode. Está errado.

Questão 2

Julgue as seguintes afirmações:

⓪ Um indivíduo consome apenas dois produtos, X e Y, e possui curvas de indiferença sobre estes produtos bem comportadas (isto é, estritamente convexas e estritamente monotônicas). Se ele é indiferente entre as cestas (1,3) e (3,1), então a cesta (2,2) deve ser estritamente preferida a qualquer uma das outras.

① Um indivíduo, com renda de 12 reais, tendo que escolher combinações dos bens (X,Y), comprou a cesta (4,8), quando o preço dos dois bens era de 1 real. Quando o preço do primeiro bem caiu para 50 centavos e o do segundo subiu para 4 reais, ele comprou a cesta (8,2). Somente com esta informação, não podemos saber se ele está melhor na segunda situação.

② Suponha que um indivíduo, tendo que escolher combinações dos bens (X,Y), descobre que, após uma redução no preço do bem X e um aumento no preço do bem Y, ainda consegue, gastando toda a sua renda, comprar a mesma cesta de antes. Então, ele está em melhor situação.

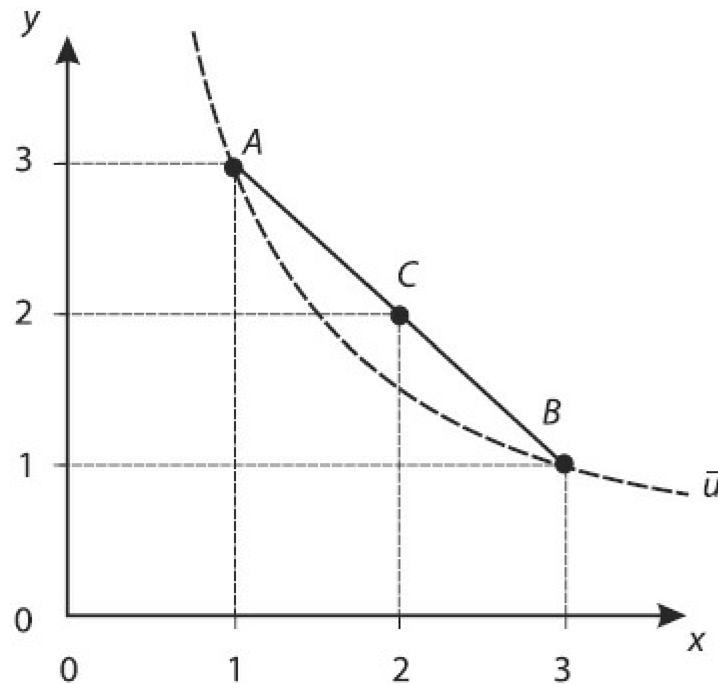
③ Suponha que, em resposta a um aumento no preço do bem X, um consumidor continua adquirindo a mesma quantidade do bem. Então esse bem deve ser um bem inferior.

④ A curva de Engel mostra a relação entre preço e quantidade demandada.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Como as preferências são estritamente convexas, qualquer combinação linear entre duas cestas A e B na curva de indiferença estará associada a uma cesta preferível a qualquer cesta que esteja na curva de indiferença que contém as cestas A e B $tA + (1 - t)B > A$ e $tA + (1 - t)B > B$, $t > 0$.



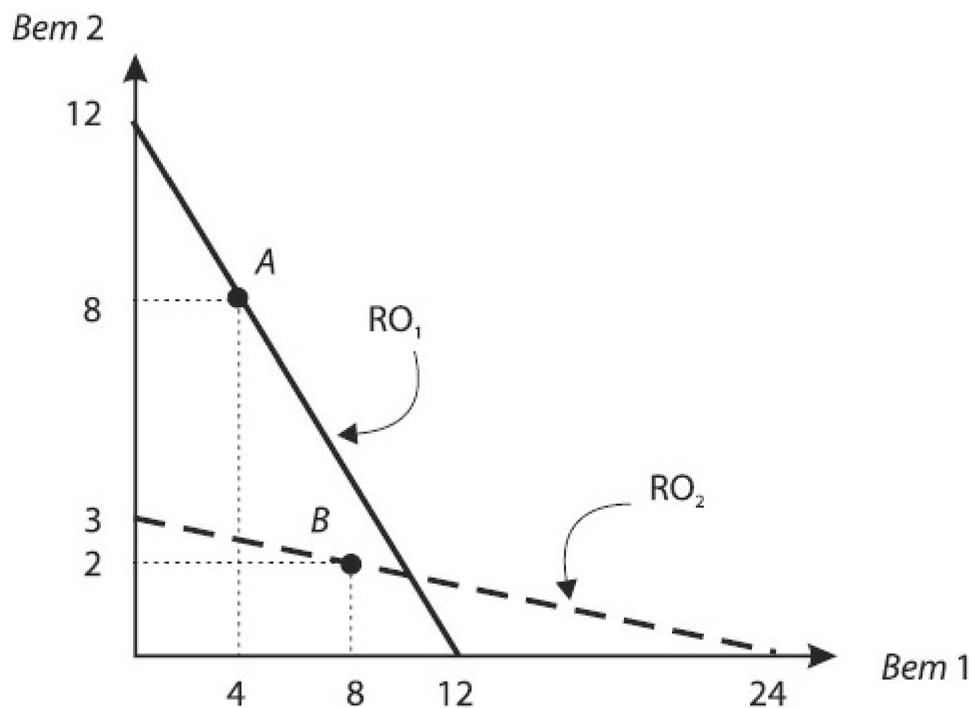
(1) Falso.

Nesta questão precisamos usar o princípio da preferência revelada para respondê-la. Portanto, temos que testar as duas condições:

(i) Se, aos preços antigos, ele consegue comprar a nova cesta (cesta B ou cesta no período t = 1), é porque, na época, poderia ter comprado a cesta nova (B), assim como a antiga (cesta A ou cesta no período t = 0), mas escolheu a antiga (A). Dessa forma, ele está revelando a sua preferência direta pela cesta antiga (A). Isto é: $\sum_{i=1}^{2} P_0^i X_0^i \geq \sum_{i=1}^{2} P_0^i X_1^i$

(ii) Além disso, ele também tem que testar se, aos preços novos, ele não consegue comprar a cesta antiga. Isto é: $\sum_{i=1}^{2} P_0^i X_0^i > \sum_{i=1}^{2} P_1^i X_1^i$.

Se as duas condições forem observadas, será possível afirmarmos que o indivíduo piorou de situação, pois, na nova situação (preços), a cesta antiga não é mais factível e, antes, quando as duas podiam ser compradas, ele preferiu a antiga.



Situação Inicial (t = 0):

$x_0 = 4 \;\; p_0^{\,1} = 1$ Gasto $p_0^{\,1}x_0 = 4$

$y_0 = 8 \;\; p_0^{\,2} = 1$ Gasto $p_0^{\,2}y_0 = 8$

$y_0 = 12 - 1x_0$

Gasto total no período t = 0: $R = p_0^{\,1}x_0 + p_0^{\,2}y_0 = 4 + 8 = 12.$

Situação Final (t = 1):

$x_1 = 8 \;\; p_1^{\,1} = 0{,}5$ Gasto $p_1^{\,1}x_1 = 4$

$y_1 = 2 \;\; p_1^{\,2} = 4$ Gasto $p_1^{\,2}y_1 = 8$

$y_0 = 12 - \frac{1}{8}\,x_1$

Gasto total no período t = 1: $R = p_1^{\,1}x_1 + p_1^{\,2}y_1 = 4 + 8 = 12.$

Situação Final aos preços da Situação Inicial:

$x_1 = 8 \;\; p_0^{\,1} = 1$ Gasto $p_0^{\,1}x_1 = 8$

$y_1 = 2 \;\; p_0^{\,2} = 1$ Gasto $p_0^{\,2}y_1 = 2$

$y_0 = 12 - 1x$

Gasto total: $R = p_0^{\,1}x_1 + p_0^{\,2}y_1 = 8 + 2 = 10.$

Além disso, a cesta inicial seria factível aos preços finais? Não!

$x_0 = 4 \;\; p_1^{\,1} = 0{,}5$ Gasto $p_0^{\,1}x_0 = 2$

$y_0 = 8 \;\; p_1^{\,2} = 4$ Gasto $p_1^{\,2}y_0 = 32$

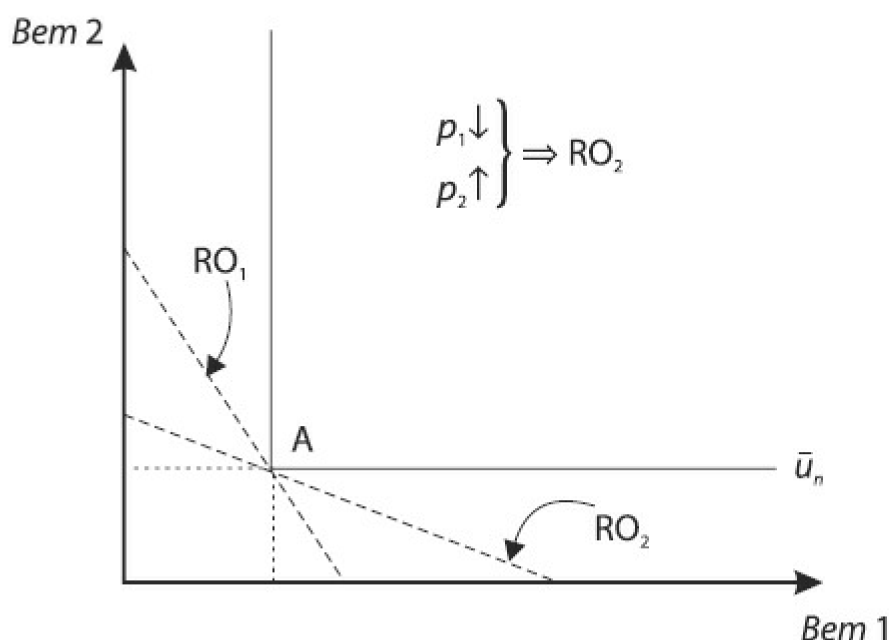
$y_0 = 12 - 1x_0$

Gasto total no período t = 0: $R = p_0{}^1 x_0 + p_1{}^2 y_0 = 2 + 32 = 34$.

Assim, de fato, aos preços p_1, ele poderia ter comprado a cesta B, assim como poderia ter comprado a cesta A, mas optou pela cesta A. Além disso, com a mudança de preços, ele não é mais capaz de comprar a cesta que realmente gosta (A). Dessa forma, é possível afirmar que o indivíduo piorou de situação. Na nova situação, A não é mais factível. E quando A e B eram, ele preferiu A.

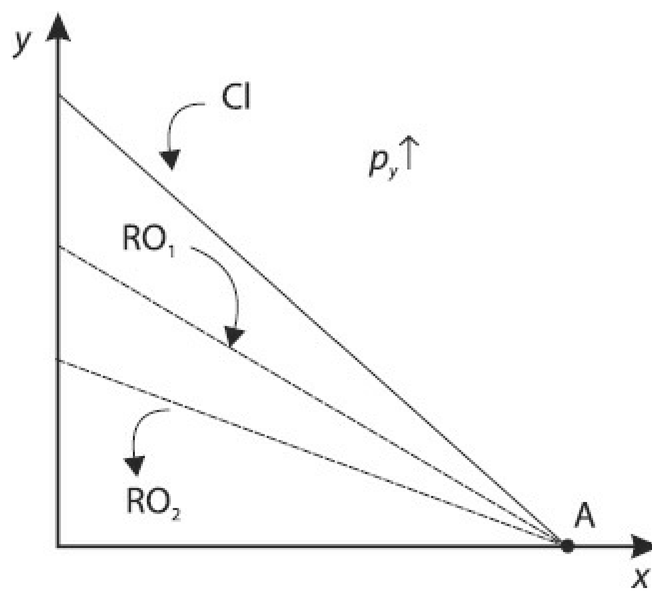
(2) Falso.

Não necessariamente. A resposta será dada por um contraexemplo. Se pensarmos nas preferências sobre bens complementares perfeitos, no ponto de equilíbrio, isto é, no "joelho" do "L", há várias combinações de preços possíveis que geram a mesma utilidade. Logo, para esse tipo de função, a alteração nos preços relativos não modifica a utilidade do indivíduo.



(3) Falso.

Não necessariamente. A resposta será dada por um contraexemplo. Nas preferências de bens substitutos perfeitos, se o indivíduo maximiza em uma solução de canto de X ($y=0$ e $x=R/p_x$), e o preço do bem Y aumenta, ele continua consumindo na mesma cesta: $y=0$ e $x=R/p_x$. E não necessariamente Y é um bem inferior.



(4) Falso.

A curva de Engel relaciona a quantidade consumida de um bem à renda.

Questão 3

Suponha que há dois bens. O primeiro bem é infinitamente divisível, ou seja, pode ser consumido em qualquer quantidade x ≥ 0, e o segundo é um bem indivisível, podendo ser consumido apenas nas quantidades y = 0 ou y = 1. O preço do bem divisível é p = 10 e o do bem indivisível é q = 30. O consumidor tem renda M = 60 e sua função de utilidade é definida por u(x,0) = x/2 e u(x,1) = 2x – 4. Julgue as afirmativas a seguir:

⓪ A quantidade do bem divisível que deixa o consumidor indiferente entre consumir ou não o bem indivisível é x_o = 4/3.

① A demanda marshalliana é (x*,y*) = (6,0).

② Suponha que o preço do bem divisível cai para p′ = 6. Então o bem divisível, para essa específica variação de preço (ou seja, Δp = – 4), apresenta caráter de bem de Giffen, isto é, Δx/Δp > 0, em que Δx é a variação na quantidade demandada do bem divisível decorrente da variação de preço.

③ Suponha que o preço do bem divisível ainda é p = 10. Se a renda do consumidor sobe para M′ = 70, então a demanda marshalliana é (x**,y**) = (4,0).

④ Para qualquer variação de renda ΔM, tal que |ΔM| > 20/3, o bem indivisível apresenta caráter de bem normal.

Resolução:

Sejam dadas as seguintes funções de utilidades, onde x ≥ 0 e y assume valores discretos (0 ou 1):

$$u(x, 0)=\frac{x}{2} \text{ e } u(x, 1) = 2x - 4$$

(0) Falso.

A indiferença acontece quando $u(x, 0) = u(x, 1)$. Neste ponto, teremos: $\frac{x}{2} = 2x - 4 \Rightarrow x_0 = \frac{8}{3}$

(1) Verdadeiro.

É preciso verificar as duas hipóteses com relação ao consumo de Y e comparar as utilidades de cada situação:

- Se $y = 0$ $p_x x + p_y y = M$ $10x + 0 = 60$ $x^* = 6$

Assim, quando a cesta é (6,0) $u(6,0) = \dfrac{6}{2} = 3$.

- Se $y = 1$ $10x + 30(1) = 60$ $x^* = 3$

Assim, quando a cesta é (3,1) $u(3,1) = 2(3) - 4 = 2$.

Como $u(6,0) > u(3,1)$ $(x^*, y^*) = (6,0)$.

(2) Verdadeiro.

Novamente temos que analisar as utilidades em cada situação com relação ao consumo de Y:

- Se $y = 0$ $6x + 30(0) = 60$ $x^* = 10$

Assim, quando a cesta é (10,0) $u(6,0) = \dfrac{10}{2} = 5$.

- Se $y = 1$ $6x + 30(1) = 60$ $x^* = 5$

Assim, quando a cesta é (5,1) $u(5,1) = 2(5) - 4 = 6$.

Como $u(5,1) > u(10,0)$ $(x^*, y^*) = (5,1)$.

Desse modo, quando p_x cai, x cai de 6 para 5 unidades. Então, x é, por definição, um bem de Giffen.

(3) Falso.

Novamente precisamos analisar as utilidades em cada situação com relação ao consumo de Y:

- Se $y = 0$ $10x + 30(0) = 70$ $x^* = 7$

Assim, quando a cesta é (7,0) $u(7,0) = 3{,}5$.

- Se $y = 1$ $10x + 30(1) = 70$ $x^* = 4$

Assim, quando a cesta é (4,1) $u(4,1) = 4$.

Como $u(4,1) > u(7,0)$ $(x^*, y^*) = (4,1)$. E não $(x^*, y^*) = (4,0)$.

(4) Verdadeiro.

Se $y = 0 \Rightarrow x_0 = \dfrac{M}{p_x} \Rightarrow x_0 = \dfrac{M}{10}$

Se $y = 1 \Rightarrow x_1 = \dfrac{(M - p_y)}{p_x} \Rightarrow x_1 = \left(\dfrac{M - 30}{10}\right)$

Usando a forma geral das utilidades, temos:

$$u(x,0)=\frac{x}{2}=\frac{\frac{M}{10}}{2}=\frac{M}{20}$$

$$u(x,1)=2x-4=2\left(\frac{M-30}{10}\right)-4=\frac{M}{5}-10$$

Qual é a condição em *R* para que o consumo seja *y* = *1*, sabendo que na situação inicial (R = 60), o consumo era y = 0?

$$u(x,0)<u(x,1)\Rightarrow\frac{M}{5}-10>\frac{M}{20}\Rightarrow 4M-200>M\Rightarrow 3M>200\Rightarrow M>\frac{200}{3}$$

Então: $\Delta M=\frac{200}{3}-60=\frac{200-180}{3}=\frac{20}{3}$

Questão 5

Em um mercado, a demanda inversa é dada por P = 100 − Q, em que P é o preço do produto e Q a quantidade total demandada. Suponha que o efeito-renda é nulo. A oferta do bem é dada por P = Q. Julgue as afirmativas a seguir:

⓪ No equilíbrio, o excedente total é ET = 1.250.

① Suponha que o governo cria um imposto de t = 20 por cada unidade comercializada. Então o preço pago pelos demandantes é P^d = 60 e o preço recebido pelos ofertantes é P^s = 40.

② Considere ainda a incidência do imposto de t = 20 por cada unidade comercializada. Então, no equilíbrio, a arrecadação tributária do governo é T = 1.000.

③ A incidência do imposto de t = 20 por cada unidade comercializada implica uma perda de bem-estar (isto é, um deadweight loss ou, ainda, a área do triângulo de Harberger) igual a DWL = 100.

④ Se, em vez do imposto, o governo cria um subsídio de s = 20 por cada unidade comercializada, então haverá um ganho de bem-estar dado por G = 100.

Resolução:

Curva de demanda inversa $P = 100 - Q^d$.

Curva de oferta $P = Q^s$.

$d(q) = s(q)$ $100 - Q = Q$ $2Q = 100$ $Q^* = 50$

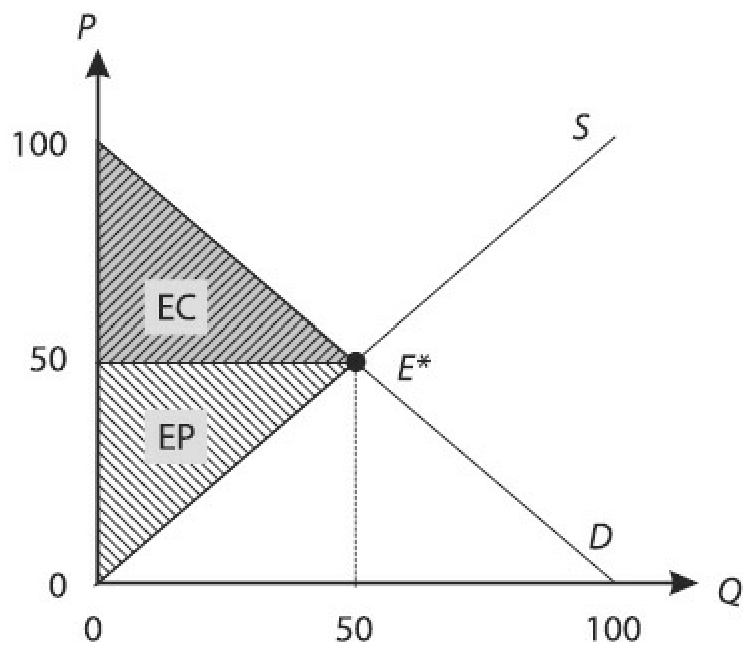
(0) Falso.

Excedente total (*ET)* = excedente do consumidor (*EC)* + excedente do produtor (*EP).*

$$EC=\frac{(100-50)(50)}{2}=\frac{2500}{2}=1250$$

$$EP=\frac{(50-0)(50)}{2}=\frac{2500}{2}=1250$$

$ET = EC + EC = 1250 + 1250 = 2500$



(1) Verdadeiro.

Imposto específico ou sobre a quantidade: $P^d = P^s + t$.

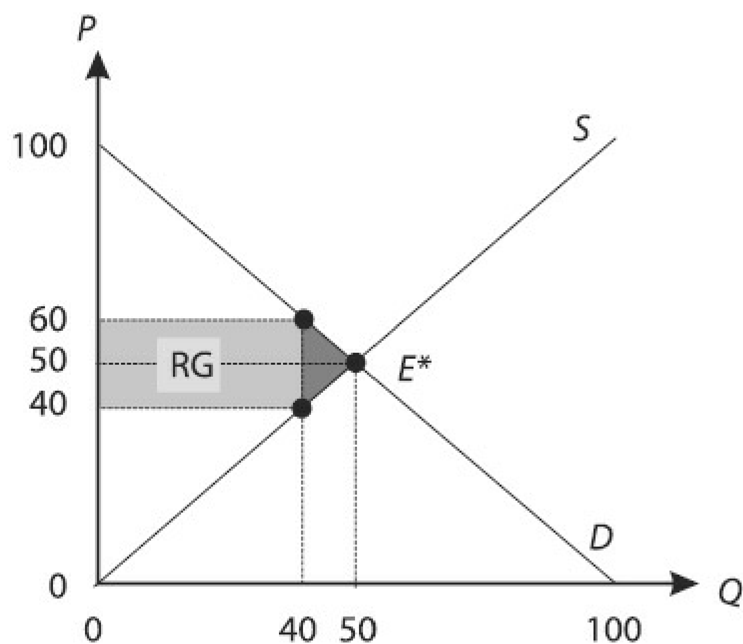
Se fosse um imposto *ad-valorem* seria $P^d = P^s + (1 + t)$.

$d(P^s) = s(P^d - t)$ ou $d(P^s + t) = s(P^d)$

$(100 - P^d) = P^d - t \;\; 2P^d = 100 + t$

$$P^d = \frac{100 + 20}{2} = \frac{120}{2} \Rightarrow P^d = 60$$

$P^s = P^d - t \;\; P^s = 60 - 20 \;\; P^s = 40$



(2) Falso.

Dado o imposto, a receita do governo (RG) = (60 – 40) x 40 = 800.

O consumidor transferiu ao governo (60 – 50) x 40 = 400.

O produtor transferiu ao governo (60 – 50) x 40 = 400.

(3)Verdadeiro.

$$DWL = \left[\frac{(50-40)(50-40)}{2} \right] + \left[\frac{(60-50)(50-40)}{2} \right] = 50+50=100$$

Além das transferências do consumidor e do produtor para o governo, houve uma perda de 100 que não foi para ninguém. A imposição do imposto causa uma perda para a sociedade como um todo.

(4) Falso.

Quando há subsídio, também há perda social.

$P^d = P^s - s$

$100 - P^d = P^s$

$100 - P^d = P^d + s$

$2P^d = 100 - s \quad 2P^d = 100 - 20$

$P^d = 40$ o demandante paga um $P^d < P^*$, o que para ele é bom.

O consumidor tem um ganho de: (50 – 40)*50 + [(50 – 40)*(60 – 50)]/2 = 500 + 50 = 550.

$P^s = 60$ o ofertante paga um $P^s < P^*$, o que para ele é bom.

O produtor tem um ganho de: (60 – 50)*50 + [(60 – 50)*(60 – 50)]/2 = 500 + 50 = 550.

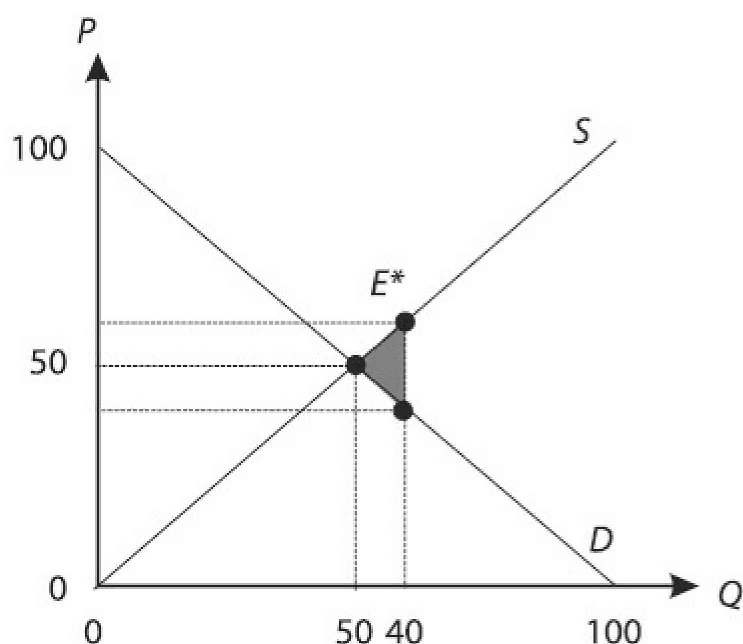
A perda do governo é = (60 – 40) x 60 = 1200.

Logo, do ponto de vista social:

Ganho para os consumidores e produtores = 1.100

Perda do governo (subsídio) = 1.200

Total para a sociedade = – 100!



PROVA DE 2010

Questão 1

Com respeito a critérios de decisão, relações de preferência e funções de utilidade, julgue as questões a seguir:

⓪ Seja u(x, y) uma utilidade homotética. Suponha que $u(x_0, y_0)=u(x_l, y_1)$, em que (x_0, y_0) e (x_l, y_1), são duas cestas dadas, e seja t > 0 um escalar positivo. Então $u(tx_0, ty_0)=u(tx_l, ty_1)$.

① Seja u(x, y) uma utilidade homotética e seja t > 0 um escalar positivo. Denote por $TMgS_u(x, y)$ a taxa marginal de substituição da utilidade u na cesta (x, y). Então
$TMgS_u(x, y) = TMgS_u(tx, ty)$.

② Seja ≽ uma relação de preferência monotônica e contínua sobre R_+^2 e suponha que u e U são duas funções numéricas que representam a relação de preferência . Suponha que u(x, y) < U(x, y), para qualquer cesta (x, y) R_+^2. Se $TMgS_u(x, y)$ e $TMgS_U(x, y)$ denotam a taxa marginal de substituição da função u e U, respectivamente, na cesta (x, y), então $TMgS_u(x, y) > TMgS_U(x, y)$, para qualquer cesta (x, y) R_+^2.

③ Considere a função de utilidade u(x, y) = min{2x+ y, x+2y}, em que x denota a quantidade do bem 1 e y a quantidade do bem 2. Então os bens 1 e 2 são complementares perfeitos.

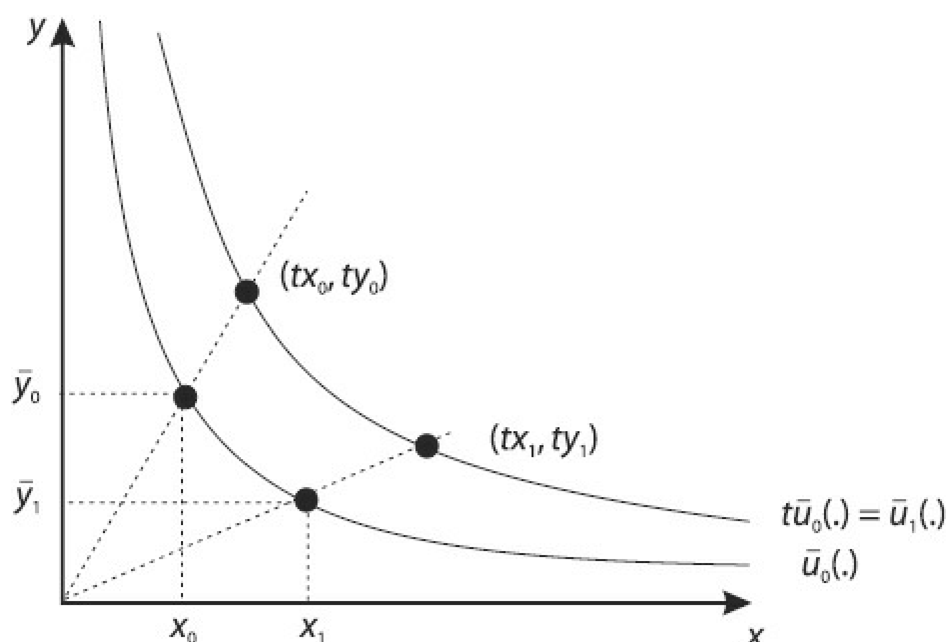
④ Considere a relação binária sobre R_+^2 definida por (x, y) (z, w) se, e somente se, x ≥ z e y ≤ w. Então é uma relação transitiva e reflexiva, mas não é estritamente monotônica.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

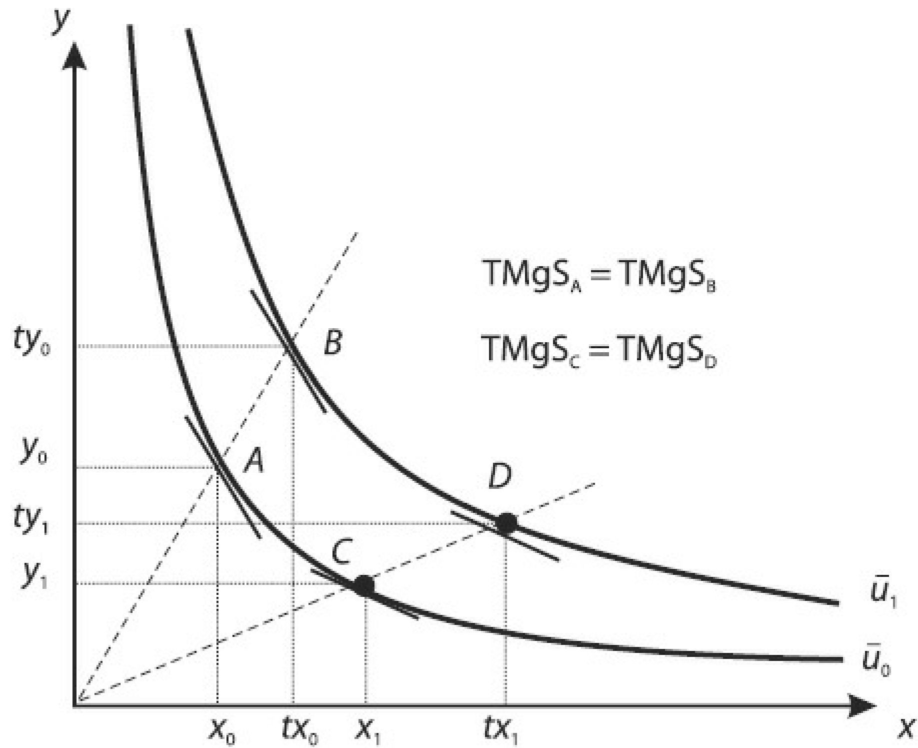
"Se uma função de utilidade $u(x, y)$ for estritamente monótona, diz-se que $u(x, y)$ é homotética se, e somente se, para qualquer cesta de consumo, $u(x_0, y_0) \geq u(x_1, y_1) \leftrightarrow u(tx_0, ty_0) \geq u(tx_0, ty_0)$ para qualquer $t > 0$." (Simon & Blume, *Teorema*, 20.8).

Em particular, se (x_0, y_0) e (x_1, y_1) forem cestas que se localizam em uma mesma curva de indiferença, então $u(x_0, y_0) = u(x_1, y_1)$. Logo, como u é uma função de utilidade homotética, também será verdade que $u(tx_0, ty_0) = u(tx_1, ty_1)$ para qualquer t > 0.



(1) Verdadeiro.

Esta é uma propriedade de uma função de utilidade homotética: se $u(x, y)$ é homotética, então sua taxa marginal de substituição é uma função homogênea de grau zero. Assim, $TMgS_u(x, y) = TMgS_u(tx, ty)$ para qualquer $t > 0$.



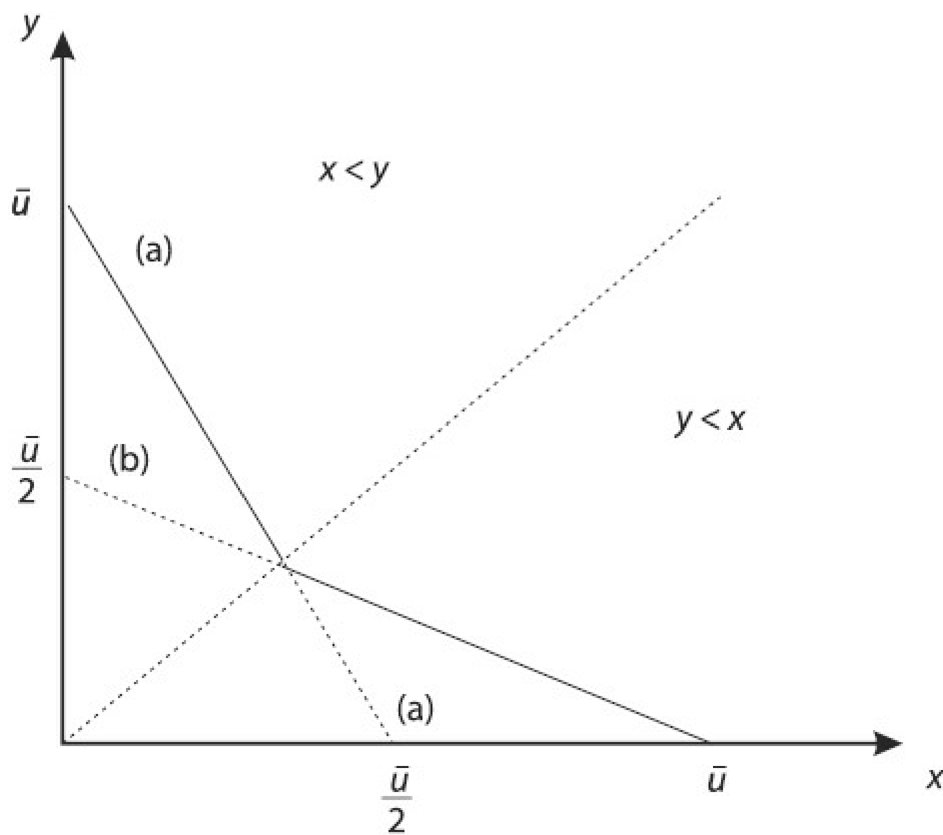
(2) Falso.

$TMgS_u$ (x, y) = $TMgS_U$ (x, y), pois U é uma transformação monotônica crescente de u, isto é: U = f(u), onde f′ > 0.

(3) Falso.

Os bens da função de utilidade $u(x, y) = \min\{2x + y, x + 2y\}$ não são nem complementares perfeitos nem substitutos perfeitos. Não há um nome para esta função.

A função de utilidade que descreve preferências sobre bens que são complementares perfeitos é descrita por: $u(x, y) = min\{ax, by\}$. Já a função de utilidade que descreve preferências sobre bens que são substitutos perfeitos é descrita por: $u(x, y) = ax + by$.



Se $2x + y < x + 2y \;\; x < y$

$\bar{u} = 2x + y$

$y = \bar{u} - 2x$ **(a)**

Se $x + 2y < 2x + y \;\; y < x$

$\bar{u} = x + 2y$

$y = \dfrac{\bar{u}}{2} - \dfrac{x}{2}$ **(b)**

(4) Verdadeiro.

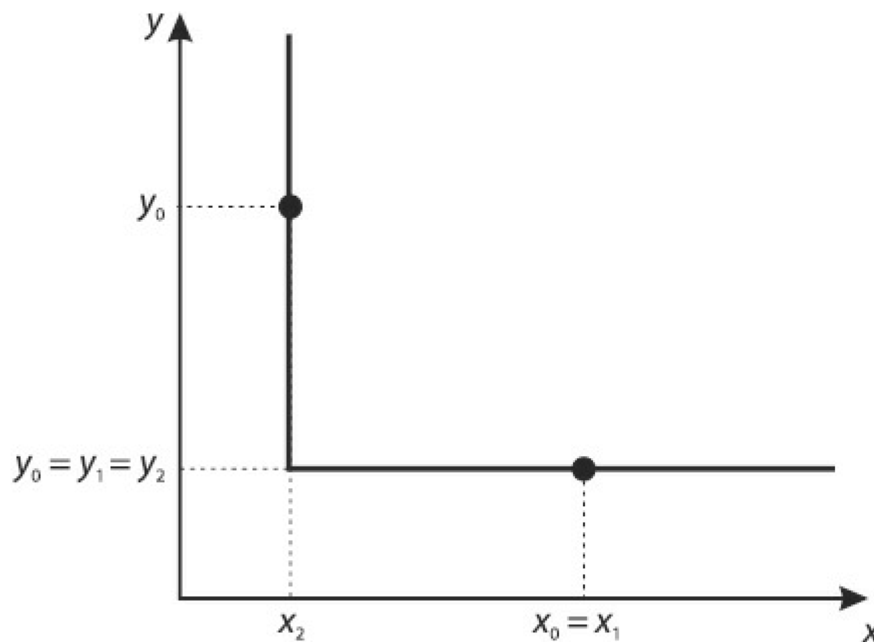
Para facilitar a compreensão desta questão, consideraremos cestas definidas da forma (x_i, y_i). Assim, a relação binária $\succsim$ sobre R_+^2, definida por $(x_0, y_0) \succsim (x_1, y_1)$, se, e somente se, $x_0 \geq x_1$ e $y_0 \leq y_1$.

1. A relação binária $\succsim$ sobre R_+^2 é dita transitiva para quaisquer cestas (x_0, y_0), (x_1, y_1) e (x_2, y_2) R_+^2 : se $(x_0, y_0) \succsim (x_1, y_1)$ e $(x_1, y_1) \succsim (x_2, y_2)$, então, $(x_0, y_0) \succsim (x_2, y_2)$.

$(x_0, y_0) \succsim (x_1, y_1) \leftrightarrow x_0 \geq x_1$ e $y_0 \leq y_1$ (1)

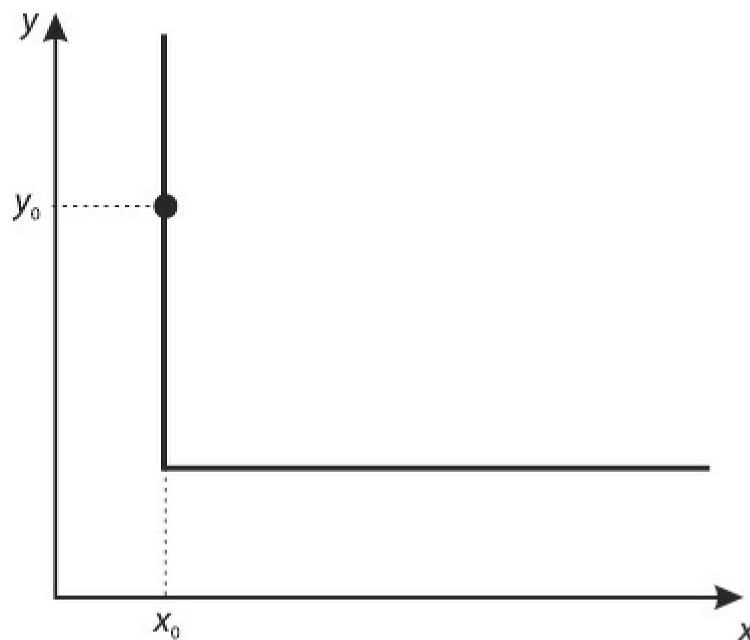
$(x_1, y_1) \succsim (x_2, y_2) \leftrightarrow x_1 \geq x_2$ e $y_1 \leq y_2$ (2)

Combinando (1) e (2) teremos: $x_0 \geq x_1 \geq x_2$ e $y_0 \leq y_1 \leq y_2$ ou $x_0 \geq x_2$ e $y_0 \leq y_2$ $(x_0, y_0) \succsim (x_2, y_2)$. Logo, a relação binária é transitiva.

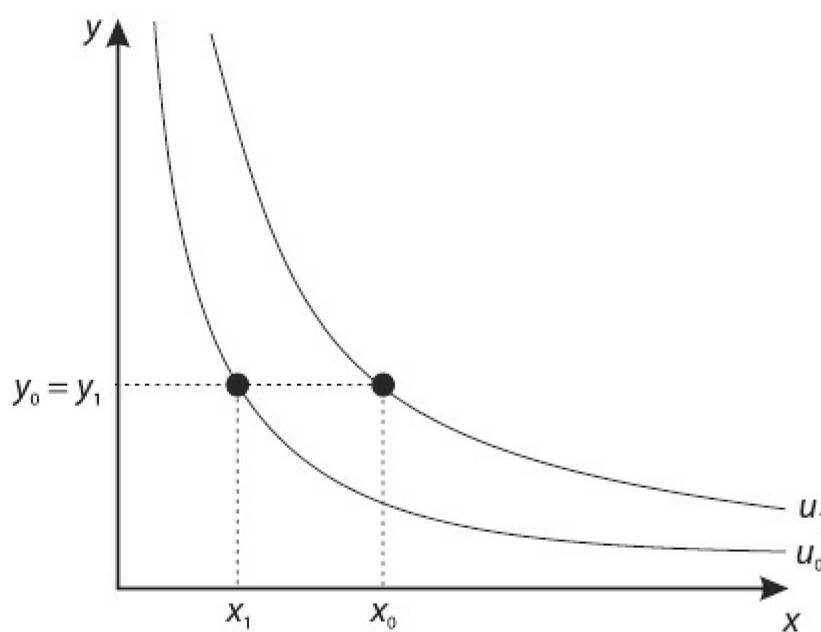


2. A relação binária ≿ sobre R_+^2 é dita reflexiva se, para qualquer cesta (x_0, y_0) R_+^2: $(x_0, y_0) \succsim (x_0, y_0)$.

$(x_0, y_0) \succsim (x_0, y_0) \leftrightarrow x_0 \geq x_0$ e $y_0 \leq y_0$. Logo, a relação binária é reflexiva.



3. A relação binária ≿ sobre R_+^2 é dita monotonamente fraca (não estrita) para quaisquer cestas (x_0, y_0) e (x_1, y_1) R_+^2: se $(x_0, y_0) > (x_1, y_1) \leftrightarrow x_0 > x_1$ e $y_0 = y_1$. Logo, a relação binária não é estritamente monótona.



Questão 2

Considere a seguinte função de utilidade u(x, y) = $-\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$, em que x denota a quantidade do bem 1 e y a quantidade do bem 2. Denote por P_x o preço do bem 1, por P_y o preço do bem 2 e por R a renda do consumidor. Responda V ou F às seguintes alternativas:

⓪ A demanda pelo bem 2 é $y(p_x, p_y, r) = \frac{R}{p_y + \sqrt{p_x p_y}}$.

① A utilidade indireta é dada por $V(p_x, p_y, r) = -\frac{p_x + p_y + 2\sqrt{p_x p_y}}{2R}$.

② A função dispêndio tem a forma de Elasticidade de Substituição Constante.

③ A função demanda hicksiana (ou compensada) pelo bem 1 é $h_x(p_x, p_y, u_0) = -\frac{\sqrt{p_x}+\sqrt{p_y}}{\sqrt{p_y}}u_0$.

④ Para esta função de utilidade, a Equação de Slutsky não vale.

Resolução:

Seja a função de Elasticidade de Substituição Constante (CES, em inglês) definida como:

$$u(x,y) = \frac{ax^{\alpha}}{\alpha} + \frac{by^{\alpha}}{\alpha} \quad \alpha > 0,\ a > 0,\ b > 0,\ \alpha \neq 0$$

$$u(x, y) = a\ln x + b\ln y \quad a > 0,\ b > 0,\ \alpha = 0$$

Utilizando os parâmetros $\alpha = -1$, a = b = 1, teremos a função de utilidade dada na questão. Portanto, a função de utilidade deste item é uma CES.

Igualando a $|TMgS|$ aos preços relativos, obteremos a equação abaixo:

$$|TMgS| = \left(\frac{y^2}{x^2}\right) = \left(\frac{p_x}{p_y}\right) \Rightarrow y = \left(\frac{p_x}{p_y}\right)^{1/2} x \quad (1)$$

Substituindo (1) na restrição orçamentária, teremos:

$$p_x x + p_y \left(\frac{p_x}{p_y}\right)^{1/2} x = R$$

ou:

$$x\left[p_x + p_x^{1/2} p_y^{1/2}\right] = R \Rightarrow x\left[p_x\left(1 + p_x^{-1/2} p_y^{1/2}\right)\right] = R \Rightarrow x^* = \frac{R}{p_x + (p_x p_y)^{1/2}} \Rightarrow y^* = \frac{R}{p_y + (p_x p_y)^{1/2}}.$$

Outra forma de escrevermos as demandas ótimas é:

$$x^* = \frac{R}{p_x\left[1 + \left(\frac{p_y}{p_x}\right)\right]^{0,5}} \text{ e } y^* = \frac{R}{p_y\left[1 + \left(\frac{p_x}{p_y}\right)\right]^{0,5}}$$

(0) Verdadeiro.

Conforme visto acima, a demanda ótima para o bem Y é: $y^* = \frac{R}{p_y + (p_x p_y)^{1/2}}$

(1) Falso.

Para obtermos a função de utilidade indireta, temos que substituir as demandas ótimas encontradas na função de utilidade apresentada no problema. Se fizermos isso, o resultado será:

$$u_I = -\left[\frac{p_x + (p_x p_y)^{1/2}}{r}\right] - \left[\frac{p_y + (p_x p_y)^{1/2}}{r}\right] \Rightarrow u_I = \frac{-p_x - p_y - 2(p_x p_y)^{1/2}}{r}$$

(2) Verdadeiro.

Por definição, a elasticidade de substituição da função CES é constante e igual a: $\sigma = \frac{1}{1-\rho} \Rightarrow \sigma = \frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2}$

Outra forma de obtermos o mesmo resultado é seguir a definição genérica da elasticidade de substituição, qual seja:

$$\sigma = \frac{\Delta\%\left(\frac{y}{x}\right)}{\Delta\%|TMgS|} = \frac{d\ln\left(\frac{y}{x}\right)}{d\ln|TMgS|}$$

Da definição de TmgS, qual seja: $|TMgS| = \left(\frac{y}{x}\right)^2$

$$\Rightarrow \left(\frac{y}{x}\right) = |TMgS|^{1/2} \Rightarrow \ln\left(\frac{y}{x}\right) = \frac{1}{2}\ln|TMgS| \Rightarrow \sigma = \frac{d\ln\left(\frac{y}{x}\right)}{d\ln|TMgS|} = \frac{1}{2}.$$

Note que a elasticidade de substituição, σ, é uma propriedade da curvatura da curva de indiferença, que, portanto, não difere se a encontrarmos pela condição de primeira ordem do problema primário do consumidor ou secundário (como foi o caso do exemplo acima).

Vale observar que o enunciado deste item pode levar a uma interpretação de que ele é falso, pois a função dispêndio é linear. O que tem curvatura é a curva de indiferença.

(3) Falso.

O problema dual ou secundário do consumidor é: minimizar a função dispêndio sujeito a um determinado nível de utilidade. Assim, temos o seguinte problema:

Min $p_x x + p_y y$, sujeito à $\bar{u} = -x^{-1} - y^{-1}$

Pelas duas primeiras Condições de Primeira Ordem (CPO) do Lagrangeano, temos que:

$p_x - \lambda x^{-2} = 0$

$p_y - \lambda y^{-2} = 0$

$$|TMgS| = \left(\frac{y^2}{x^2}\right) = \left(\frac{p_x}{p_y}\right) \Rightarrow y = \left(\frac{p_x}{p_y}\right)^{1/2} x$$

Se substituirmos na terceira CPO do Lagrangeano, teremos:

$$\bar{u} = -\frac{1}{x} - \left[\left(\frac{p_x}{p_y}\right)^{1/2} x\right]^{-1} \Rightarrow \bar{u} = -\frac{1}{x} - \left(\frac{p_x}{p_y}\right)^{1/2}\frac{1}{x}$$

$$p_y^{-1/2} x\bar{u} = -p_y^{-1/2} - p_x^{-1/2}$$

Logo, a demanda Hicksiana pelo bem x será:

$$x^* = -\left(\frac{p_y^{-\frac{1}{2}} + p_x^{-\frac{1}{2}}}{\bar{u}p_y^{-\frac{1}{2}}}\right)$$

(4) Falso.

A Equação de Slutsky é sempre válida, inclusive para os casos extremos (substitutos e complementares perfeitos).

Vale lembrar que a função CES engloba um grupo grande de funções, dentre elas a Cobb-Douglas, a Substituto Perfeito e a Complementar Perfeito.

Questão 3

Com relação à classificação dos bens (em normal, de luxo, necessário, inferior, comum e de Giffen) e às demandas por esses bens, julgue as questões a seguir:

⓪ Se um bem é normal, então ele não pode ser um bem de Giffen.

① Se um bem é de Giffen, então ele deve ser um bem inferior.

② Suponha que existam apenas dois bens, cujas demandas são denotadas por x e y. Se x apresenta elasticidade-renda unitária e o consumidor gasta uma fração positiva de sua renda em cada bem, então y também apresenta elasticidade-renda unitária.

③ Suponha que existam apenas dois bens, 1 e 2. Suponha ainda que o bem l é um bem comum e que sua demanda é elástica relativamente ao seu próprio preço. Se o bem 1 é um complementar bruto do bem 2, então o bem 1 é um bem normal necessário.

④ Suponha que existam apenas dois bens, 1 e 2. Suponha ainda que o consumidor gasta metade de sua renda em cada bem e que o bem 1 é um bem normal de luxo, com elasticidade-renda estritamente maior que 2. Então o bem 2 deve ser um bem inferior.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

A Equação de Slutsky diz que a variação total na demanda marshalliana (EP) é a soma do Efeito Substituição (ES) e do Efeito Renda (ER). Assim, o EP é dado por: EP = ES + ER.

Podemos calcular o efeito total da seguinte forma: $\frac{\partial x_1^M}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^H}{\partial p_1} - \frac{\partial x_1^M}{\partial R} x_1^M$, onde:

1. $\frac{\partial x_1^H}{\partial p_1}$ corresponde à variação na demanda hicksiana quando se mantém o nível de utilidade constante. Este efeito, para o caso de dois bens, está associado a uma variação sempre negativa.

2. $-\frac{\partial x_1^M}{\partial R} x_1^M$ corresponde ao Efeito Renda. Para o caso de um bem normal, a variação na

demanda decorrente do ER é negativa, pois $\frac{\partial x_1^M}{\partial M} > 0$. A interpretação econômica é que o indivíduo, quando há aumento de preço, tem uma queda no seu poder aquisitivo. Ou, se há diminuição de preço, ele tem aumento do seu poder aquisitivo.

- Portanto, todo bem normal respeita a lei da demanda. Pela Equação de Slutsky é possível observar que $\frac{\partial x_1^M}{\partial p_1} < 0$, o que, portanto, **mostra que um bem normal não pode ser de Giffen**, uma vez que, por definição, um bem de Giffen é aquele que apresenta $\frac{\partial x_1}{\partial p_1} > 0$.

(1) Verdadeiro.

Todo bem de Giffen tem que ser inferior: basta analisar a Equação de Slutsky. Para que $\frac{\partial x_1}{\partial p_1} > 0$ não somente temos que ter $\frac{\partial x_1^M}{\partial M} < 0$, mas também *ER* > *ES.*

(2) Verdadeiro.

A lei generalizada de Engel ou agregação de Engel mostra a relação existente entre as elasticidades-renda entre N bens.

Consideremos a restrição orçamentária: $P_x x + P_y y = M$

Derivando-a em relação à renda (M) teremos:

$$P_x \frac{\partial x}{\partial M} + P_y \frac{\partial y}{\partial M} = \frac{dM}{dM} = 1$$

Reescrevendo esta última expressão, teremos:

$$P_x \frac{\partial x}{\partial M}\left(\frac{x}{x}\frac{M}{M}\right) + P_y \frac{\partial y}{\partial M}\left(\frac{y}{y}\frac{M}{M}\right) = 1$$

Ou:

$$\left(\frac{P_x x}{M}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial M}\frac{M}{x}\right) + \left(\frac{P_y y}{M}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial M} * \frac{M}{x}\right) = 1$$

Ou ainda:

$s_x \eta_x + s_y \eta_y = 1$

onde: $s_i = \frac{P_i i}{M}$ é a fração da renda gasta com o bem i, i = x, y;

$\eta_i = \frac{\partial i}{\partial M}\frac{M}{i}$ é a elasticidade-renda do bem i, i = x, y.

Conclusão: a soma de todas as elasticidades-renda, ponderadas pelas frações da renda gasta com os respectivos bens, será igual a 1.

Portanto, se existem apenas dois bens, cujas demandas são denotadas por *x* e *y*, se *x* apresenta elasticidade-renda unitária e o consumidor gasta uma fração positiva de sua renda em cada bem, então y também apresenta elasticidade-renda unitária.

Podemos sumarizar as seguintes implicações, para o caso de dois bens:

i) $\eta_i = 1 \leftrightarrow \eta_j = 1$;

ii) $\eta_i > 1 \leftrightarrow \eta_i < 1$;

iii) $\eta_i < 0 \rightarrow \eta_j > 0$.

(3) Falso.

Entendendo que "bem comum" quer dizer normal, a relação entre a elasticidade-renda, a elasticidade-preço marshalliana e a elasticidade-preço cruzada (marshalliana) pode ser encontrada da seguinte forma:

- seja a função de demanda pelo bem j dada por: Q_j = f(Pj, Pi, ..., M);
- pelo Teorema de Euler, que diz que: se Q_j = f(Pj, Pi, ..., M) for uma função diferenciável e homogênea de grau r, teremos:

$$\sum_{i=1\neq j}^{N}\frac{\partial Q_j}{\partial P_i}P_i + \frac{\partial Q_j}{\partial P_j}P_j + \frac{\partial Q_j}{\partial R}M = rQ_j(P_j, P_i, ..., M)\text{"};$$

- pela propriedade da homogeneidade de grau zero na função de demanda, podemos dizer que a escolha do consumidor não é alterada quando se multiplicam preços e renda por um coeficiente $\lambda > 0$.

Isto é, $Q_j = f(P_j, P_i, ..., M) = f(\lambda P_j, \lambda P_i, ..., \lambda M) = \lambda^0 Q_j = Q_j$.

- Então, substituindo r = 0, teremos:

$$\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial Q_j}{\partial P_i}P_i + \frac{\partial Q_j}{\partial P_j}P_j + \frac{\partial Q_j}{\partial R}M = 0$$ 1 = 1, ... N+1 e i ≠ j;

- no caso particular em que haja dois bens, chamamos de x e y, e, portanto, Px e Py. Dividindo-os por x, obtemos:

$$\frac{\partial X}{\partial Px}\frac{Px}{X} + \frac{\partial X}{\partial Py}\frac{Py}{X} + \frac{\partial X}{\partial M}\frac{M}{X} = 0$$

$$\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{xy} + \eta_x = 0$$

Onde:

- ε_{xx} é a elasticidade-preço da demanda marshalliana do bem *x*;
- ε_{xy} é a elasticidade-preço cruzada da demanda marshalliana entre os bens *x* e *y*;
- η_x é a elasticidade-renda do bem x.

De forma geral, temos: $\varepsilon_{jj} + \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_{ij} + \eta_i \ = 0$

Conclusão: a soma da elasticidade-preço da demanda, da elasticidade-renda e das elasticidades-preço cruzadas da demanda será igual a 0.

Observação: repare que estas elasticidades dizem respeito às **demandas marshallianas**, portanto, as elasticidades cruzadas se referem a **substitutos brutos**.

$\eta_x = - \varepsilon_{xx} - \varepsilon_{xy}$

Como ε_{xx} é um número estritamente maior que um (1), pois x é um bem elástico e ε_{xy} é negativo, já que x e y são bens complementares, η_x tem que ser positivo e maior que 1. Logo, trata-se de um bem de luxo e não necessário.

(4) Verdadeiro.

Para responder a esta questão, temos que analisar a relação de Engel, vista no item 2 desta resolução.

Condições do problema para o bem 1:

Bem normal $\eta_1 > 0$ e de luxo $\eta_1 > 1$. Além disso, $\eta_1 > 2$, digamos $\eta_1 = 4$.

Como há imposição de que $\alpha_1 = \alpha_2 = 1/2$, como $\sum\alpha_1\eta_1 = 1$ $\alpha_1\eta_1 + \alpha_2\eta_2 = 1$, e como η_1 é maior que 2, a η_2 tem que ser negativa. Assim, o bem 2 tem que ser um bem inferior. Se a $\eta_1 = 2$, $\eta_2 = 0$.

PROVA DE 2011

Questão 1

Com relação ao comportamento dos gastos do consumidor, pode-se afirmar que:

⓪ Um consumidor com função de utilidade $U(X, Y) = X^4 Y^1$ gastará $20 de cada renda de $100 na aquisição do bem Y.

① No processo de maximização de utilidade, o valor do Multiplicador de Lagrange equivale à utilidade marginal da renda.

② Considerando uma função de utilidade U = mín{X, Y}, a Curva de Engel do bem 1 (X) é linear e crescente, com inclinação dada pelo preço correspondente (px).

③ No caso da função de utilidade $U(X,Y) = -\frac{x^{-2}}{2} - \frac{y^{-2}}{2}$, as preferências do consumidor não permitem a agregação de demandas individuais para a definição de demanda do mercado (isto é, refletem uma função de utilidade não homotética).

④ Pedro consome dois bens, x e y, cujos preços são px=$4 e py=$2, respectivamente, tem $100 de rendimento e a sua função de utilidade é U(X, Y) = XY. Então, para Pedro, a Curva de Engel tem a expressão (r representa um rendimento genérico) X(r)=0,125r.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Sabemos que, dada a função de utilidade do tipo Cobb-Douglas, $U(X, Y) = X^{\alpha} Y^{\beta}$, a função de demanda Marshalliana do bem y será: $y = \frac{\beta}{(\alpha+\beta)} \frac{R}{P_y}$. Desse modo, o gasto do consumidor na aquisição do bem y será $\frac{\beta}{(\alpha+\beta)} R$. Como $\alpha = 4$, $\beta = 1$ e R = 100, temos que de cada $100 ele gastará $20 com o bem y.

(1) Verdadeiro.

Ver também questão 6 item (4).

Considerando-se preferências sobre duas mercadorias, X e Y, racionais, contínuas, convexas e localmente não saciáveis, que possam vir a ser representáveis por funções de utilidade u(.) duas vezes diferenciáveis, temos que o problema do consumidor pode ser escrito como:

$$\max_{X,\,Y} U(X,Y)$$

$$s.\ a.\ P_X X + P_Y Y = R$$

Temos que este problema pode ser equivalentemente escrito sob a forma do Lagrangeando associado:

$$L = U(X, Y) - \lambda(P_X X + P_Y Y - R)$$

Desse modo temos que a utilidade marginal da renda será igual ao valor do multiplicador de Lagrange: $\frac{\partial L}{\partial R} = \lambda$

Alternativamente, note que, diferenciando $U = u(x, y)$, temos que:

(1) $dU = \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy$;

(2) das CPO temos que $\lambda = \frac{UMgx}{P_x} = \frac{UMgy}{P_y}$;

(3) de (2) em (1) temos que: $\begin{cases} dU = (\lambda P_x)dx + (\lambda P_y)dy \\ dU = \lambda(P_x dx + P_y dy) \end{cases}$

(4) fazendo o diferencial total da R.O, temos que: $dR = P_x dx + P_y dy$

(3) em (4) temos que: $dU = \lambda dR$ ou $\lambda = {dU}/{dR}$, no qual o valor do Multiplicador de Lagrange equivale à utilidade marginal da renda.

(2) Falso.

Dada a função de utilidade $U(X, Y) = \min\{X, Y\}$, também conhecida como função de utilidade Leontief, a função de demanda marshalliana do bem x será: $x = \frac{R}{P_x + P_y}$. Logo, a função representando a curva de Engel, que relaciona a demanda marshalliana do bem x em relação à renda R, será: $x = \frac{1}{P_x + P_y}R$, cuja inclinação é dada por $\frac{1}{P_x + P_y}$. Ou, alternativamente, se explicitarmos R em função de x, teremos que a inclinação será: $(P_x + P_y)$.

(3) Falso.

A função de utilidade dada é uma CES (constant elasticity substitution), cuja expressão genérica é dada por: $U(X,Y) = \frac{ax^{\alpha}}{\alpha} + \frac{by^{\alpha}}{\alpha}$. No caso desta questão temos que $\alpha = -2$. Esta função é homotética, isto é, ela é uma transformação monotônica crescente de uma função homogênea. Portanto, as preferências do consumidor permitem que as demandas individuais sejam agregadas para a definição da demanda de mercado.

(4) Verdadeiro.

Assim como no item (0) dessa questão, a função de utilidade é uma Cobb-Douglas com $\alpha = \beta = 1$. A demanda marshalliana de x é dada por: $x = \frac{R}{2P_x}$. Como $P_x = 4$, temos que: $x = \frac{R}{8}$ ou $x = 0{,}125R$.

Questão 2

⓪ A função dispêndio E(p,U) é a função valor associada ao problema de minimização do dispêndio, condicionado a

determinado nível de utilidade $\overline{U}$ que o consumidor deseja alcançar. As seguintes propriedades são válidas para essa função: homogeneidade do grau zero nos preços dos produtos, não decrescente nos preços de cada produto pi, crescente em U e côncava nos preços.

① Sabendo que a função de utilidade indireta do consumidor é dada por: V(p1, p2, R)=$\frac{R}{2p_1^{0,5}p_2^{0,5}}$ é possível afirmar que a função dispêndio associada a essas preferências é dada por: $E(p_1, p_2, U)= 2p_1^{0,5}\ p_2^{0,5}U$.

② Sabendo que as preferências do consumidor são representadas pela relação binária descrita abaixo, na qual a cesta x é fracamente preferida à cesta y se e somente se: x y $x_1 > y_1$ ou $x_1 = y_1$ e $x_2 \geq y_2$, é possível afirmar que essas preferências são completas, transitivas e contínuas.

③ Se em uma economia só existem dois bens entre os quais o consumidor tem de escolher, então é possível afirmar que os dois bens são substitutos perfeitos.

④ Um consumidor tem suas preferências pelos bens x e y representadas pela seguinte função de utilidade $U: R^2 \rightarrow R$, $U(x, y) = -[(x-3)^2 + (y-3)^2]$. Essas preferências exibem ponto de saciedade global na cesta (0,0).

Resolução:

(0) Falso.

As propriedades da função dispêndio *E*(*p*, *U*) são:

– Não decrescente em p e crescente em U;

– Homogênea de grau 1 em P;

– Côncava em p;

– Contínua em p, para todo p > 0;

Se $X_h = h(p, U)$ é a função de demanda hicksiana, isto é, se X_h é a cesta mínima necessária para se alcançar o nível de utilidade $\overline{U}$ aos preços P_i, então:

$$x_{hj} = h_j(p, U) = \frac{\partial e(p, U)}{\partial p_j}$$, j=1,2,...,k (supondo que $p_j > 0$).

O conteúdo deste item não se encontra na bibliografia exigida para o exame ANPEC. Ele pode ser encontrado, no entanto, em livros dados nas pós-graduações. Um deles é o Hal Varian, *Microeconomic Analysis*, Capítulo 7 (Utility maximization: indirect utility).

(1) Verdadeiro.

Basta notar que a função dispêndio pode ser obtida invertendo-se a função de utilidade indireta, fazendo $R = E(p, U)$ e $U = V(p_x, p_y, R)$.

Seja o problema primário do consumidor dado por:

Max U, s.a R.O → $X_M{}^*$ e $Y_M{}^*$ são as demandas marshallianas.

Se $U(x, y) = X^{0,5}Y^{0,5}$ → a utilidade indireta $U_i^* = V(P_x, P_y, R) = \frac{0,5\overline{R}}{(P_xP_y)^{0,5}}$. Invertendo-a

temos: $\overline{R} = \dfrac{U_i^* \left(P_x P_y\right)^{0,5}}{0,5}$ (1)

Seja o problema dual do consumidor dado por:

Min E, s.a $\overline{U}$ → X_H* e Y_H* são as demandas hicksianas.

Se $\overline{U}(x, y) = X^{0,5}Y^{0,5}$ → a função dispêndio "indireta" $E_i^* = \dfrac{\overline{U}\left(P_x P_y\right)^{0,5}}{0,5}$. Invertendo-a temos:

$$\overline{U} = \frac{0,5E_i^*}{\left(P_x P_y\right)^{0,5}}.$$

Portanto se no problema primário R for E*i ou no problema secundário $\overline{U}$ for Ui é possível afirmar que o item seja verdadeiro.

(2) Falso.

No caso em que as preferências são do tipo Leontief, a afirmação é verdadeira. No entanto, as propriedades da relação binária apresentada também são satisfeitas pelas preferências lexicográficas, que não são contínuas. Por esta razão a questão é falsa, ainda que as preferências sejam completas e transitivas.

(3) Falso.

Este gabarito não coincide com o da ANPEC.

Não necessariamente. Se a questão refere-se a substituto líquido, a afirmação é válida. Porém, se for substituto bruto, nada se pode dizer. Por exemplo: se tenho a função de Utilidade Leontief $U = \min\{X, Y\}$, há dois bens e eles não são substitutos brutos, mas complementares brutos, ainda que sejam substitutos líquidos.

(4) Falso.

Se o consumidor tem suas preferências representadas por uma função de utilidade $U = -[(x - 3)^2 + (y - 3)^2]$, o ponto de saciedade será $x^* = 3$, $y^* = 3$ (Ver WN, ex. 22, Capítulo 2).

Questão 6

Sobre a teoria do consumidor, assinale verdadeiro ou falso nas alternativas abaixo:

⓪ A hipótese da convexidade das preferências equivale à hipótese de taxa marginal de substituição decrescente.

① Para preferências homotéticas a taxa marginal de substituição depende somente da razão consumida entre as quantidades dos dois bens e não das quantidades totais de cada bem.

② Um consumidor representativo de determinada comunidade com hábitos particulares tem preferências representadas por $U = U_t(x_t^*, y)$ com $x_t^* = x_t - x_{t-1}$. Para esse tipo de preferências, coeteris paribus, quanto

mais consumo passado o indivíduo escolher do bem x, menor será o consumo atual escolhido.

③ Suponha uma estrutura de preferências representadas pela seguinte função de utilidade $U(x,y)=\sqrt{xy}$. Agora suponha que o consumidor está diante de cestas de consumo que geram um nível de utilidade =10. Neste contexto a taxa marginal de substituição para a cesta (5,20) é igual a ¼.

④ No ponto de escolha ótima do consumidor, o Multiplicador de Langrange associado ao problema de otimização condicionada da utilidade pode ser interpretado como a utilidade marginal da renda.

Resolução:

(0) Falso.

Esta questão não coincide com o gabarito da ANPEC.

A afirmativa estaria correta se a hipótese de convexidade fosse estrita. Neste caso, ela equivale à hipótese da taxa marginal de substituição ser decrescente. A convexidade não estrita, no entanto, como ocorre no caso das preferências serem substitutos perfeitos, não implica necessariamente taxa marginal de substituição decrescente. Neste caso, ela é constante.

(1) Verdadeiro.

Para as preferências homotéticas, como as representadas pelas funções de utilidade substitutos perfeitos, complementares perfeitos, Cobb-Douglas e, de forma geral, CES, a $|TMgS| = f\left(x/y\right)$ e não das quantidades totais de cada bem. Isto já não é verdade, no entanto, para uma função do tipo quase-linear, onde $|TMgS| = UMg_x$, pois $UMg_y = 1$, quando temos $U = y + \ln x$.

(2) Falso.

$U = u_t(x_t^*, y)$, onde $x_t^* = x_t - x_{t-1}$

Repare que quanto maior for o termo referente ao "consumo passado: x_{t-1}", maior terá que ser o termo "consumo presente: x_t", para um dado "x^*_t".

(3) Falso.

Para a estrutura de preferência representada pela função utilidade Cobb-Douglas com parâmetros iguais a ½, temos que a TmgS é igual a 4 e não 1/4, como afirma o item.

$$U = 10 = (xy)^{1/2} \rightarrow U' = 100 = (xy) \rightarrow |TMgS| = \left(y/x\right) = 20/5 = 4$$

(4) Verdadeiro.

Ver Questão 01, item (1).

Considerando-se preferências sobre duas mercadorias, X e Y, racionais, contínuas, convexas e

localmente não saciáveis, que possam vir a ser representáveis por funções de utilidade u(.) duas vezes diferenciáveis,

temos que o problema do consumidor pode ser escrito como:

$$\max_{X,\,Y} U(X, Y)$$

$$s.\ a.\ P_X X + P_Y Y = R$$

Temos que este problema pode ser equivalentemente escrito sob a forma do lagrangeano associado:

$$L = U(X, Y) - \lambda(P_X X + P_Y Y - R)$$

Desse modo temos que a utilidade marginal da renda será igual ao valor do multiplicador de Lagrange: $\frac{\partial L}{\partial R} = \lambda$

Alternativamente, note que, diferenciando $U = u(x, y)$, temos que:

(1) $dU = \frac{\partial U}{\partial x}dx + \frac{\partial U}{\partial y}dy$;

(2) das CPO temos que $\lambda = \frac{UMgx}{P_x} = \frac{UMgy}{P_y}$;

(3) de (2) em (1) temos que: $\begin{cases} dU = (\lambda P_x)dx + (\lambda P_y)dy \\ dU = \lambda(P_x dx + P_y dy) \end{cases}$

(4) fazendo o diferencial total da R.O, temos que: $dR = P_x dx + P_y dy$

(3) em (4) temos que: $dU = \lambda dR$ ou $\lambda = {dU}/{dR}$, onde o valor do Multiplicador de Lagrange equivale à utilidade marginal da renda.

PROVA DE 2012

Questão 1

As afirmativas abaixo se referem à teoria do consumidor. Denomine de R a renda monetária exógena do consumidor, x_1 a quantidade consumida do bem 1, x_2 a quantidade consumida do bem 2, p_1 o preço do bem 1 e p_2 o preço do bem 2. Assinale falso ou verdadeiro:

⓪ Se $U(x_1, x_2) = (x_1 x_2)^2$, então a cesta ótima escolhida pelo consumidor é dada por: $x_1^* = \frac{1}{2}\frac{R}{p_1^2}, x_2^* = \frac{1}{2}\frac{R}{p_2^2}$.

① Se a função utilidade do consumidor é dada por:

$U(x_1, x_2) = \max\left(\frac{x_1}{2}, \frac{x_2}{3}\right)$, $p_1 = 2$ e $p_2 = 3$, então a cesta ótima escolhida pelo consumidor é dada por: $x_1^* = \frac{R}{2}, x_2^* = \frac{R}{3}$.

② Se $U(x_1, x_2) = \min\{4x_1^2, 9x_2^2\}$, a cesta ótima é dada por: $x_1^* = \frac{2R}{3p_1 + 2p_2}, x_2^* \frac{3R}{3p_1 + 2p_2}$.

③ Se $U(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$ e supondo solução interior, a cesta ótima escolhida pelo consumidor é dada por: $x_1^* = \frac{p_1}{p_2}, x_2^* = \frac{R - p_1}{p_2}$.

④ Se $U(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$, então pode-se dizer que este consumidor substitui uma unidade do bem 1 por 2 unidades do bem 2.

Resolução:

(0) Falso.

Esta é uma função de utilidade que descreve preferências do tipo Cobb-Douglas usual, uma vez que basta fazer uma transformação monotônica crescente da seguinte forma: $V(X_1, X_2) = \left[U(X_1, X_2)^2\right]^{1/2}$ para obtê-la. Portanto, as demandas ótimas são:

$$X_1^* = \frac{R}{2P_1} \, e \, X_2^* = \frac{R}{2P_2}.$$

(1) Falso.

Da restrição orçamentária temos que: $X_2 = \frac{R}{3} - \frac{2}{3}X_1$, onde percebe-se que o ângulo é 2/3.

Veja o gráfico (A) a seguir, no espaço X_1 x X_2, o desenho da restrição orçamentária. No gráfico (B), também a seguir e no mesmo espaço, encontram-se as curvas de indiferença. Já no gráfico (C), ao lado do (B), apresenta-se ambos os gráficos anteriores sobrepostos.

Dicas: para a construção do gráfico A, use R = 6 e R = 4. Já para a construção do gráfico B, use U = ½ e U = 1.

Gráfico A

Gráfico B

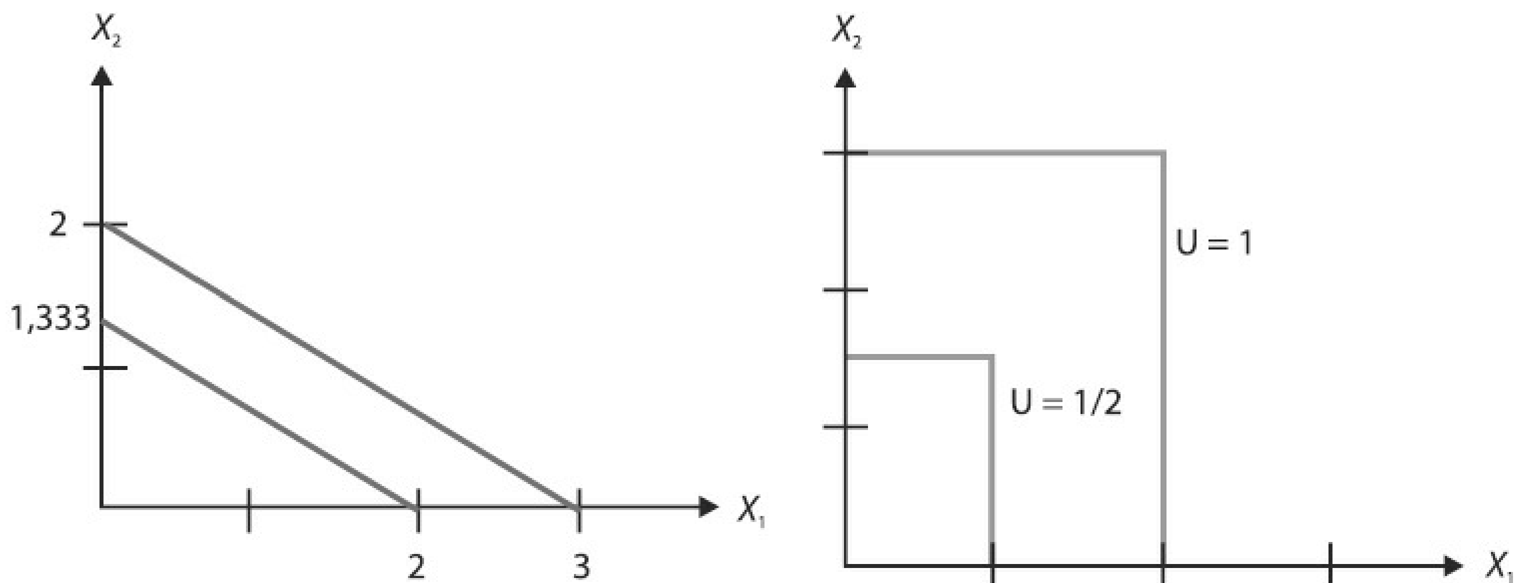
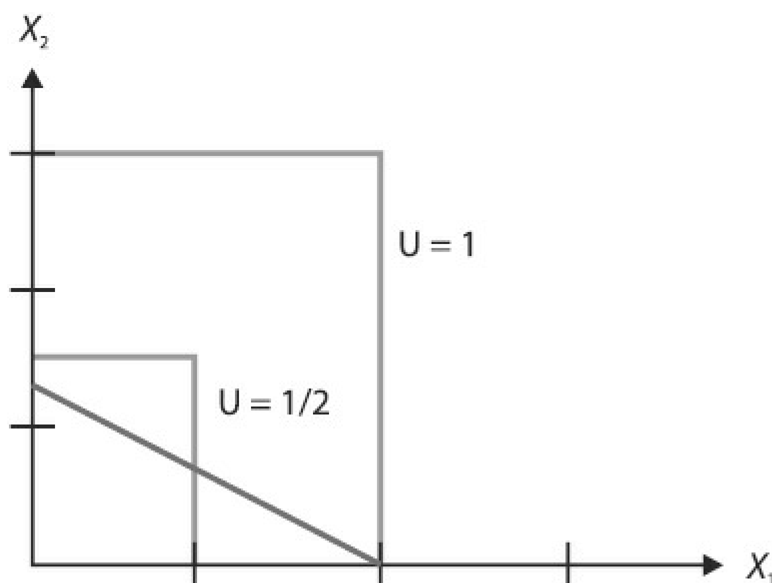


Gráfico C



Pelo que se pode notar, as demandas ótimas são: $X_2^* = 0 \, e \, X_1^* = \frac{R}{P_1} = \frac{R}{2}$

(2) Falso.

Esta é uma função de utilidade que descreve preferências do tipo complementares perfeitos usual, uma vez que basta fazer uma transformação monotônica crescente – da seguinte forma: $V(X_1, X_2) = \left[U(X_1, X_2)^2\right]^{1/2}$ – para obtê-la. Portanto, as demandas ótimas são: $X_1^* = \frac{3R}{3P_1 + 2P_2} \, e \, X_2^* = \frac{2R}{3P_1 + 2P_2}$.

(3) Falso.

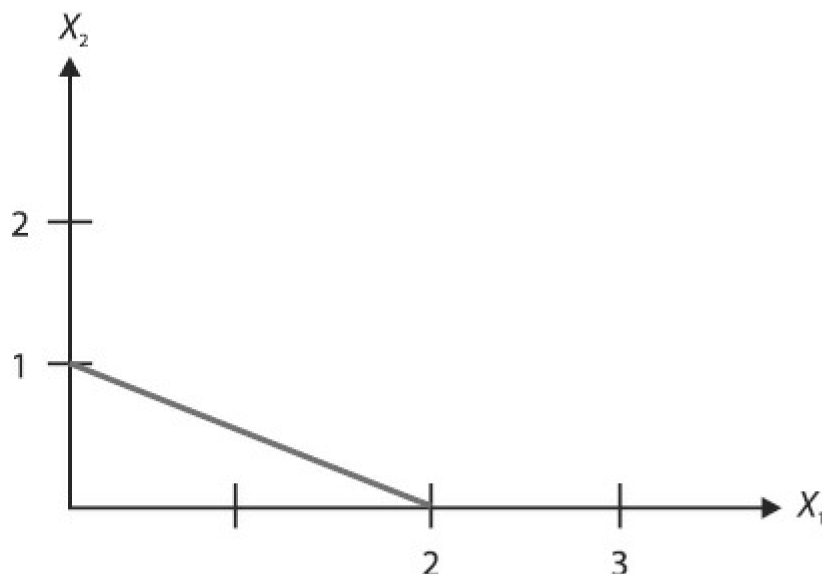
Esta é uma função de utilidade que descreve preferências do tipo quase linear, logo, a resposta está incorreta.

Para demonstrar tal fato, veja o raciocínio a seguir:

Sabe-se que em equilíbrio tem-se que: $\frac{Umg1}{Umg2} = \frac{P_1}{P_2}$. Nesta função, em particular, tem-se que: $Umg1 = \frac{1}{X_1}$ e $Umg2 = 1$. Portanto, tem-se que: $X_1^* = \frac{P_2}{P_1}$. Se esta função de demanda for inserida na restrição orçamentária, tem-se que: $X_2^* = \frac{R - P_2}{P_2}$.

(4) Falso.

Esta é uma função de utilidade que descreve preferências do tipo substitutos perfeitos. Observando o gráfico abaixo, pode-se notar que a resposta é oposta à do enunciado, isto é, o consumidor substitui uma unidade do bem 2 por duas unidades do bem 1.



Questão 2

Com relação à racionalidade das escolhas dos consumidores e seus impactos sobre o nível de bem-estar, observa-se que (assinale falso ou verdadeiro):

⓪ Suponha que o consumidor só pode consumir quantidades não negativas dos bens e possui preferências representadas pela seguinte função utilidade: $U(x_1, x_2) = -x_1x_2$. Pode-se afirmar que as preferências desse consumidor satisfazem às propriedades de monotonicidade e convexidade.

① Se a Taxa de Dispêndio (medida pela relação entre os respectivos gastos) com a aquisição de 2 bens, em dois momentos no tempo, for superior ao Índice de Preços de Laspeyres, os consumidores se defrontam com uma melhoria do bem-estar no final do período.

② Se o Índice de Quantidade de Laspeyres for inferior à unidade, os consumidores estão em melhor posição (maior utilidade) no período base comparado ao período corrente.

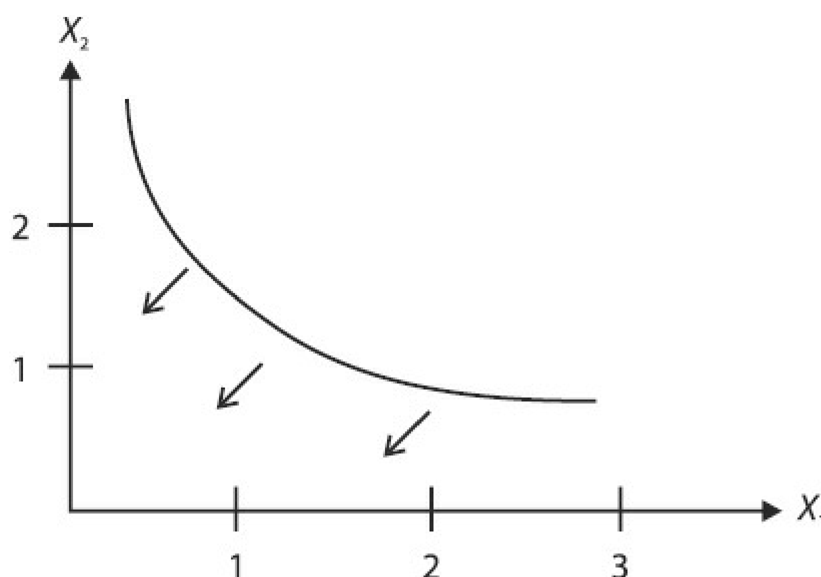
③ O Excedente do Consumidor corresponde exatamente à medida em unidades monetárias do ganho de utilidade obtido em razão do consumo do bem 1, quando a função utilidade do consumidor é quase linear em relação ao bem 2.

④ Considerando os impactos de variações dos preços, a Variação Equivalente (VE) é medida pela renda que deve ser transferida ao consumidor para que, aos preços finais, ele alcance a mesma utilidade daquela inicial.

Resolução:

(0) Falso.

Esta é uma questão relativa às hipóteses de racionalidade do consumidor. As preferências do tipo $U(X_1, X_2) = -X_1X_2$ não respeitam a hipótese da monotonicidade, pois, neste caso, quanto menos, melhor; nem a hipótese da convexidade, pois se forem tomados dois pontos na curva de indiferença e for traçada uma reta, a reta apresentará pontos preferíveis aos dois pontos na curva.



(1) Verdadeiro.

Esta é uma questão relativa aos temas "preferência revelada" e "índices de preços". Neste caso, é preciso comparar os índices de Gastos (o que está sendo chamado de Taxa de Dispêndio) com o índice de Laspeyres de preço, como está exposto abaixo. Os subíndices abaixo das letras dizem respeito aos bens (1 ou 2). Já os de cima dizem respeito ao tempo (0 ou 1).

De fato, no final do período 1, se o índice de gastos for maior do que o índice de preços de Laspeyres, o consumidor estará em melhor situação, isto é, ele teve aumento de bem-estar, pois, em t = 1 ele poderia ter consumido a cesta consumida em t = 0, mas preferiu consumir a cesta de t = 1.

$$\textit{Índice de Gastos} = \frac{P_1^1 X_1^1 + P_2^1 X_2^1}{P_1^0 X_1^0 + P_2^0 X_2^0}$$

$$\textit{Índice de Preços de Laspeyres} = \frac{P_1^1 X_1^0 + P_2^1 X_2^0}{P_1^0 X_1^0 + P_2^0 X_2^0}$$

$$\textit{Índice de Gastos} > \textit{Índice de Preços de Laspeyres}$$

$$\frac{P_1^1X_1^1 + P_2^1X_2^1}{P_1^0X_1^0 + P_2^0X_2^0} > \frac{P_1^1X_1^0 + P_2^1X_2^0}{P_1^0X_1^0 + P_2^0X_2^0}$$

$$P_1^1X_1^1 + P_2^1X_2^1 > P_1^1X_1^0 + P_2^1X_2^0$$

$$\frac{P_1^1X_1^1 + P_2^1X_2^1}{P_1^1X_1^0 + P_2^1X_2^0} > 1$$

(2) Verdadeiro.

Ainda a respeito do mesmo tema da questão anterior, escreva a equação do Índice de quantidade de Laspeyres e faça-o ser menor do que 1, conforme pode ser visto abaixo.

$$\textit{Índice de Quantidade de Laspeyres} = \frac{P_1^0X_1^1 + P_2^0X_2^1}{P_1^0X_1^0 + P_2^0X_2^0} < 1$$

De fato, no final do período 1, se o índice de quantidade de Laspeyres for menor do que um, o consumidor estava em melhor situação em t = 0, comparativamente a t = 1, pois ele poderia ter comprado a cesta de t = 1 em t = 0, mas preferiu não fazê-lo.

(3) Verdadeiro.

Antes de responder a questão, vale lembrar as definições de cada um dos três conceitos ora mencionados na questão, a saber:

1. **ΔEC** = variação do excedente do consumidor = é uma medida de bem-estar dos consumidores, relacionada à área entre a curva de demanda marshalliana e o nível de preços.
2. **VE (variação equivalente) e VC (variação compensatória)** = também são medidas de bem-estar dos consumidores, mas estão relacionadas à área entre a curva de demanda hicksiana e o nível de preços. Como cada curva de demanda hicksiana relaciona-se com um nível de utilidade diferente, há que distingui-los.
   - 2.1. **VE** = aos preços antigos, P0, quanto de renda tem que ser dado ou retirado para que o consumidor mantenha o grau de satisfação final (U1)?
   - 2.2. **VC** = aos preços novos, P1, quanto de renda tem que ser dado ou retirado para que o consumidor mantenha o grau de satisfação inicial (U0)?

Ver item 4, Questão 2, da prova da ANPEC de 2008.

Dito isto, quando a função utilidade é do tipo quase linear, por exemplo $U(X_1, X_2) = Ln(X_1) + X_2$, e aumenta-se a utilidade de U_0 para U_1, a quantidade consumida do bem 2 (eixo vertical) permanece a mesma e somente o bem 1 apresenta variação positiva.

(4) Falso.

Esta resposta está devidamente respondida nos comentários iniciais do item anterior.

Questão 3

Com relação às escolhas ótimas dos consumidores, constata-se que:

⓪ Se as preferências do indivíduo estão representadas pela função utilidade U (x, y) = 2x + y e os preços dos bens são $p_x = p_y = 2$, então uma redução de p_x para $p_x = 1$ resulta num Efeito Substituição igual a zero.

① Se dois bens x e y são complementares perfeitos e o preço do bem x decresce, então o efeito-renda é zero e o efeito-total se iguala ao efeito-substituição.

② A negatividade do Efeito Substituição decorre diretamente do Axioma Forte da Preferência Revelada.

③ No caso de preferências do tipo Cobb-Douglas, a elasticidade-preço cruzada da demanda por bens é nula, enquanto a elasticidade-preço da demanda por cada um deles é unitária (em módulo).

④ Nas funções demandas geradas a partir de uma função utilidade do tipo $U(X, Y) = X^2 + Y^2$ as demandas individuais por cada bem são independentes do preço do outro.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Esta é uma função de utilidade que descreve preferências do tipo substitutos perfeitos. Como o próprio nome sugere, um bem substitui perfeitamente o outro, a uma determinada taxa constante (não necessariamente igual a 1).

Para responder a pergunta, é necessário comparar as inclinações entre a curva de indiferença (-2) e a restrição orçamentária antiga (-1) e nova (-1/2). Repare que o valor absoluto da curva de indiferença é maior do que ambas as restrições, logo, em ambos os casos, o consumo final é: $X_1^* = \frac{R}{P_1} e\, X_2^* = 0.$ Por isso não há nem efeito-preço, nem renda, nem substituição. A cesta ótima não mudou!

(1) Falso.

Uma função de utilidade descreve preferências do tipo complementares perfeitos é tal que, quando há variação no preço de um dos bens (no caso, Px diminuiu) e a cesta é alterada (no caso, o consumo de X e Y aumentam proporcionalmente), o efeito-preço se iguala ao efeito-renda. Não há, assim, efeito subsituição.

(2) Falso.

A negatividade do efeito-substituição decorre do axioma <u>FRACO</u> da preferência revelada, não <u>FORTE</u>.

(3) Verdadeiro.

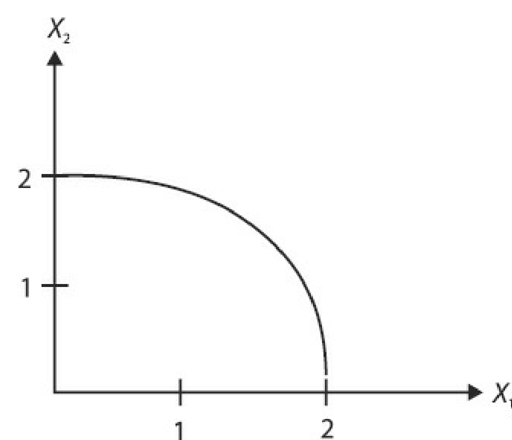
O enunciado deste item refere-se a duas propriedades da função de utilidade que descrevem

preferências do tipo Cobb-Douglas. Ambas estão corretas. Uma vez que as demandas ótimas são: $X_1^* = \frac{R}{2P_1} e\, X_2^* = \frac{R}{2P_2}$, como a derivada da cesta ótima de um bem com respeito ao outro é zero, a elasticidade-preço cruzada é também zero. Já a elasticidade-preço é 1. Basta fazer a seguinte conta:

$$E_{preço}^{demanda} = \frac{dX_1}{dP_1} \cdot \frac{P_1}{X_1} = \frac{-R}{2P_1^2} \cdot \frac{P_1}{\frac{R}{2P_1}} = 1$$

(4) Falso.

A função de utilidade do tipo $U(X_1, X_2) = X_1^2 + X_2^2$ gera curvas de indiferenças convexas com relação ao eixo (0,0), para refletir as preferências por especialização, não diversificação.



Neste caso:

(1) Se $P_2 = P_1$ pode-se ter qualquer cesta desde que respeite a restrição orçamentária.

(2) Se $P_2 > P_1$ $X_1^* = \frac{R}{P_1} e\, X_2^* = 0.$

(3) Se $P_2 < P_1$ $X_2^* = \frac{R}{P_2} e\, X_1^* = 0.$

Questão 11

Uma economia é formada por um consumidor, duas empresas idênticas e dois bens, x_1 e x_2. As preferências do consumidor são representadas pela função de utilidade $U(x) = x_1 x_2$ e as dotações iniciais são (100, 0). O bem x_1 não é produzível. O bem x_2 é produzido pelas duas empresas e a tecnologia é representada pela função de produção $x_2^i = 0{,}5x_1^i$,

para i = 1, 2, em que x_1^i é a quantidade de bem 1 utilizada como insumo pela empresa i-ésima e x_2^i é a quantidade de bem 2 produzida pela mesma empresa. A partir da análise do equilíbrio competitivo, identifique a soma das quantidades produzidas ($x_1 + x_2$) no caso da alocação ótima de Pareto.

Resolução:

As preferências dos consumidores são representadas por funções de utilidade do tipo Cobb-

Douglas usual. Portanto, as demandas ótimas são: $x_1^* = \frac{R}{2P_1}$ e $x_2^* = \frac{R}{2P_2}$.

Dado que as dotações iniciais são iguais a $x_1 = 100$ e $x_2 = 0$, teremos que:

$R = 100p_1 + 0p_2 = 100p_1$

Desse modo, as demandas ótimas são: $x_1 = 50$ e $x_2 = 50\frac{p_1}{p_2}$.

Sabe-se, também, que o bem 2 é produzido por duas empresas com tecnologias idênticas tal que:

$$x_2 = \frac{1}{2}x_1$$

Assim: $x_2 = \frac{50}{2} = 25$.

Portanto, $x_1 + x_2 = 50 + 25 = 75$.

PROVA DE 2013

Questão 1

Considere a função utilidade $U = x_1x_2$. Assuma que o indivíduo recebe uma renda fixa "d" e que os preços dos dois bens são p_1 e p_2.

Julgue as seguintes afirmativas:

⓪ As curvas de nível dessa função utilidade têm o formato de hipérboles retangulares.

① Para qualquer nível de preços dado a quantidade total gasta com x_1 é diferente da quantidade total despendida com x_2

② A relação $p_2x_2 = p_1x_1$ mantém-se para todos os pontos da restrição orçamentária.

③ Um aumento percentual na renda induz a um aumento percentual menor no consumo dos dois bens.

④ A função utilidade indireta derivada tem a seguinte forma: $V(p_1, p_2, d) = \frac{d^2}{4p_1p_2}$.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Considere que o bem x_1 seja representado no eixo horizontal do espaço dos bens. As curvas de nível podem ser descritas por: $x_1x_2 = c$, c $(0,\infty)$. Ou $x_2 = \frac{c}{x_1}$, c $(0,\infty)$, cuja representação no espaço dos bens tem o formato de uma hipérbole retangular.

(1) Falso.

Para $U(x_1x_2) = x_1x_2$ tem-se que as demandas marshallianas são dadas por: $x_1 = \frac{1}{2}\frac{d}{p_1}$ e $x_2 = \frac{1}{2}\frac{d}{p_2}$. Portanto: $p_1x_1 = p_2x_2 = \frac{1}{2}d$. Em outras palavras, em equilíbrio, os gastos com as duas mercadorias serão iguais, para qualquer nível de preços dado.

(2) Falso.

A restrição orçamentária é dada por: $p_1x_1 + p_2x_2 = d$, mas a relação $p_1x_1 = p_2x_2 = \frac{1}{2}d$ só é válida no ponto de ótimo, quando a restrição orçamentária tangencia a curva de indiferença.

(3) Falso.

Conforme visto no item (1), as demandas marshallianas são dadas por: $x_i = \frac{1}{2}\frac{d}{p_i}$, $i = 1,2$. A elasticidade-renda da mercadoria i ($i = 1,2$), portanto, é dada por:

$$\eta_i = \frac{\Delta\% x_i}{\Delta\% d} = \frac{\Delta x_i / x_i}{\Delta d / d} = \frac{\Delta x_i}{\Delta d}\frac{d}{x_i}.$$

Tomando variações infinitesimais, tem-se que a elasticidade-renda da mercadoria i ($i = 1,2$) será:

$$\eta_i = \frac{\partial x_i}{\partial d}\frac{d}{x_i} = \frac{1}{2p_i}\frac{d}{d / 2p_i} = 1.$$

Desse modo, pode-se dizer que para cada mercadoria i ($i = 1,2$): $\frac{\Delta\% x_i}{\Delta\% d} = 1 \Rightarrow \Delta\% x_i = \Delta\% d$. Portanto, um aumento percentual na renda induz a um aumento percentual <u>igual</u> no consumo dos dois bens.

(4) Verdadeiro.

Substituindo as demandas marshallianas na função de utilidade $U(x_1,x_2) = x_1x_2$encontra-se a função de utilidade indireta, que é dada da seguinte forma:

$$V(p_1, p_2, d) = \left(\frac{1}{2}\frac{d}{p_1}\right)\left(\frac{1}{2}\frac{d}{p_2}\right) = \frac{d^2}{4p_1p_2}.$$

Questão 2

Considerando que o axioma fraco da preferência revelada é atendido e que o comportamento do consumidor pode ser captado através de índices de Laspeyres e Paasche, definidos em relação a um período-base e um período t posterior, é correto afirmar que:

⓪ Se o índice de quantidade de Laspeyres for menor do que 1, o consumidor está melhor no período t do que no período-base.

① Se o índice de quantidade de Paasche foi maior do que 1, o consumidor melhorou no período t em relação ao período-base.

② No índice de preços de Laspeyres utilizamos como pesos as quantidades do período-base.

③ Se o índice de preços de Paasche for menor do que 1, a teoria das preferências reveladas nos diz que o consumidor melhorou no período t em relação ao período-base.

④ Se o índice de preços de Paasche for maior do que a razão entre o gasto total do consumidor no período t e o gasto total no período-base, o consumidor estava melhor no período-base do que no período t.

Resolução:

Antes de responder, vale lembrar as fórmulas dos índices de Paasche e Laspeyres:

Índice de preços de Paasche: $I_P^{Pa} = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} Q_i^t P_i^t}{\sum_{i=1}^{N} Q_i^t P_i^0}$

Índice de quantidade de Paasche: $I_Q^{Pa} = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} Q_i^t P_i^t}{\sum_{i=1}^{N} Q_i^0 P_i^t}$

Índice de preços de Laspeyres: $I_P^{L} = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} Q_i^0 P_i^t}{\sum_{i=1}^{N} Q_i^0 P_i^0}$

Índice de quantidade de Laspeyres: $I_Q^{L} = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} Q_i^t P_i^0}{\sum_{i=1}^{N} Q_i^0 P_i^0}$

(0) Falso.

Quando se tem $I_Q^{L} = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} Q_i^t P_i^0}{\sum_{i=1}^{N} Q_i^0 P_i^0} < 1, \sum_{i=1}^{N} Q_i^t P_i^0 < \sum_{i=1}^{N} Q_i^0 P_i^0$. Pela teoria da preferência revelada, aos preços do período-base, P^0, a cesta no período-base (t = 0) é revelada preferível à cesta no período t, uma vez que o consumidor poderia ter comprado a cesta Q_i^t em t = 0, mas

preferiu não fazê-lo. Portanto o consumidor está melhor no período-base e não no período t.

(1) Verdadeiro.

Quando se tem $I_Q^{Pa} = \frac{\sum_{i=1}^{N} Q_i^t P_i^t}{\sum_{i=1}^{N} Q_i^0 P_i^t} > 1, \sum_{i=1}^{N} Q_i^t P_i^t > \sum_{i=1}^{N} Q_i^0 P_i^t$, pela teoria da preferência revelada, aos preços do período t, P^t, a cesta em t revelada é preferível à cesta no período-base (em t = 0), uma vez que o consumidor poderia ter comprado a cesta Q_i^0 em t, mas preferiu não fazê-lo. Portanto o consumidor está melhor no período t.

(2) Verdadeiro.

Basta verificar que: $I_P^L = \frac{\sum_{i=1}^{N} Q_i^0 P_i^t}{\sum_{i=1}^{N} Q_i^0 P_i^0}$

(3) Falso.

Quando se tem $I_P^{Pa} = \frac{\sum_{i=1}^{N} Q_i^t P_i^t}{\sum_{i=1}^{N} Q_i^t P_i^0} < 1, \sum_{i=1}^{N} Q_i^t P_i^t < \sum_{i=1}^{N} Q_i^t P_i^0$. Pela teoria da preferência revelada, não é possível inferir se o consumidor melhorou ou não.

(4) Verdadeiro.

Quando se tem $I_P^{Pa} = \frac{\sum_{i=1}^{N} Q_i^t P_i^t}{\sum_{i=1}^{N} Q_i^t P_i^0} > \frac{\sum_{i=1}^{N} Q_i^t P_i^t}{\sum_{i=1}^{N} Q_i^0 P_i^0} = \textit{Custo de Vida}$ $\Leftrightarrow I_Q^L = \frac{\sum_{i=1}^{N} Q_i^t P_i^0}{\sum_{i=1}^{N} Q_i^0 P_i^0} < 1$. Logo, é a mesma questão do item (0), onde o consumidor estava melhor no período-base.

Questão 7

Em relação à curva de demanda compensada, indique quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

⓪ Ela ilustra apenas efeitos-substituição.

① Sempre pode ser encontrada a partir da diferenciação da função de gasto total do consumidor em relação ao preço do bem.

② Ela difere da função de demanda hicksiana porque esta última não mantém a utilidade constante.

③ Possui inclinação negativa.

④ A ambiguidade que resulta dos efeitos renda e substituição atuarem em direções opostas nas curvas de demanda marshallianas não existe nas curvas de demanda compensadas.

Resolução:

Antes de responder esta questão, vale comentar que a demanda marshalliana é derivada do problema primário do consumidor, que no caso de duas mercadorias é tal que ele: $Max\ U(q_1,q_2)$ sujeito a $R \geq p_1q_1 + p_2q_2$, onde $U(.)$ representa o nível de utilidade que o consumidor alcança consumindo a cesta de mercadorias (q_1,q_2), a renda R e os preços das mercadorias (p_1,p_2) são dados. Já no problema dual do consumidor, ele: $Min\ E(q_1,q_2)$, *s. a* $U(q_1,q_2) \geq \overline{U}$, onde $E(.)$ representa a função gasto que o consumidor alcança consumindo a cesta de mercadorias (q_1,q_2); dados os preços das mercadorias (p_1,p_2) e o nível de utilidade constante $(\overline{U})$.

(0) Verdadeiro.

Pela razão descrita antes, no caso da demanda hicksiana ou compensada, quando se está em equilíbrio e há uma variação em um dos preços, a restrição orçamentária "gira na curva de indiferença" (como se estivesse compensando o consumidor com mais ou menos renda para que ele fique na mesma curva de indiferença) e só é observado o "efeito substituição". Não há "efeito-renda".

(1) Verdadeiro.

Ao resolver o problema dual do consumidor, conforme colocado acima, obtém-se as demandas hicksianas. O passo seguinte consiste em substituir as demandas hicksianas encontradas na função gasto. Pode-se, então recuperar a demanda hicksiana para cada mercadoria diferenciando a função de gasto em relação ao preço da respectiva mercadoria.

(2) Falso.

A demanda compensada e a demanda hicksiana possuem o mesmo significado.

(3) Verdadeiro.

Sempre terá inclinação negativa, pois o efeito substituição é sempre negativo: o consumidor sempre consumirá menos do bem que ficou relativamente mais caro.

(4) Verdadeiro.

Diferentemente da demanda marshalliana, que contempla ambos efeitos, a hicksiana só tem o efeito substituição. Portanto, nunca haverá ambiguidade no sinal.

Questão 15

Considere um mundo com duas mercadorias, no qual as preferências dos consumidores podem ser expressas pela equação $U(X_1, X_2) = (10X_1)^{\frac{1}{2}} + X_2$, em que (X_1,X_2)representa a quantidade consumida das duas mercadorias. Sabendo que os preços das mercadorias são, respectivamente, $P(X_1) = 2,5$ e $P(X_2) = 8$, diga qual o impacto sobre o bem-estar de uma elevação do preço da mercadoria X_1 para $P(X_1) = 5$.

Resolução:

Como se trata de uma função de utilidade que descreve preferências quase lineares, e neste caso a demanda de um bem não é afetada por variações na renda do consumidor, sabemos que o impacto sobre o bem-estar pode ser igualmente mensurado através da variação do excedente do consumidor (VEC), da variação compensadora (VC) ou da variação equivalente (VE) – isto é, VEC = VC = VE.

Em equilíbrio, tem-se que: $\dfrac{Umg_1}{Umg_2} = \dfrac{P_1}{P_2}$

$$\frac{\frac{1}{2}(10)^{\frac{1}{2}}(x_1)^{-\frac{1}{2}}}{1} = \frac{P_1}{8} \Rightarrow x_1 = \frac{160}{P_1^2}$$

A variação no excedente do consumidor (VEC) pode ser calculada integrando-se a função de demanda marshalliana do bem 1 entre $P_1 = 2,5$ e $P'_1 = 5$

$$VEC = \int_{2,5}^{5} \frac{160}{P_1^2} dP_1 = -\left[\frac{160}{P_1}\right]_{2,5}^{5} = \left(-\frac{160}{5}\right) - \left(-\frac{160}{5/2}\right) = 32.$$

Resposta: 32.

PROVA DE 2014

Questão 1

A respeito das funções utilidades e seus vários formatos, podemos afirmar:

⓪ Para um consumidor individual com uma função utilidade na forma $U(x, y) = x^{\alpha} y^{\beta}$; $\alpha + \beta = 1$ a participação dos bens no orçamento individual muda sempre que ocorrer variações nos preços relativos de x e y.

① Um consumidor que assume uma função utilidade na forma $U(x, y) = (x - x_0)^{\alpha} . (y - y_0)^{\beta}$; $\alpha + \beta = 1$ sempre vai adquirir no mínimo a quantidade (x_0 , y_0) dos dois bens.

② Na função utilidade $U(x, y) = (x - x_0)^{\alpha} . (y - y_0)^{\beta}$; $\alpha + \beta = 1$ a participação de um dos bens no orçamento doméstico independe da quantidade mínima requerida de cada bem.

③ A função $U(x, y) = \min(\alpha x, \beta y)$; $\alpha, \beta > 0$ é tal que pessoas que se comportam segundo essa função estão dispostas a dar a mesma quantidade de y por uma unidade adicional de x, não importando quanto de x já tenha sido consumido.

④ Supondo-se uma função utilidade na forma $U(x,y)=\frac{x^{\theta}}{\theta}+\frac{y^{\theta}}{\theta}$, então sempre que a elasticidade de substituição for nula os bens x e y são considerados substitutos perfeitos.

Resolução

(0) Falso.

Para um consumidor individual com uma função utilidade do tipo Cobb-Douglas, em que a forma é dada por: $U(x, y) = x^{\alpha} y^{\beta}$, a participação dos gastos de cada bem (a questão não tem a palavra "gastos", mas entende-se que deveria ter, caso contrário a pergunta não faria sentido) no orçamento independe de variações nos preços relativos de x e y. Esta afirmação é válida, mesmo sem a restrição $\alpha + \beta = 1$.

Isto porque, a função de demanda ótima para uma função utilidade do tipo Cobb-Douglas é: $x^{*}=\frac{\alpha R}{(\alpha+\beta)P_x}$ e $y^{*}=\frac{\beta R}{(\alpha+\beta)P_y}$. A participação dos gastos de x no orçamento total do indivíduo, então, é dada por: $\frac{P_x x}{R}$. Desta forma, substituindo x por x^*, teremos que: $\frac{P_x x^{*}}{R}=\frac{P_x\left(\frac{\alpha R}{(\alpha+\beta)P_x}\right)}{R}=\frac{\alpha}{(\alpha+\beta)}$. Em particular, se $\alpha + \beta = 1$, teremos $\frac{P_x x^{*}}{R}=\alpha$. O mesmo vale em relação à participação dos gastos de y no orçamento total do indivíduo, dada por: $\frac{P_y y}{R}$. Desta forma, substituindo y por y^*, teremos que: $\frac{P_y y^{*}}{R}=\frac{P_y\left(\frac{\beta R}{(\alpha+\beta)P_y}\right)}{R}=\frac{\beta}{(\alpha+\beta)}$. Em particular, se $\alpha + \beta = 1$, teremos $\frac{P_y y^{*}}{R}=\beta$.

(1) Falso.

De acordo com o gabarito da ANPEC, a questão é V.

A função de utilidade Cobb-Douglas "transladada", na forma: $U(x, y) = (x - x_0)^{\alpha} \cdot (y - y_0)^{\beta}$, descreve preferências sobre a cesta de bens (x, y) para os quais:

i) O consumidor terá as mesmas funções de demanda do item (0);

ii) O consumidor alocará uma parcela $\frac{\alpha}{(\alpha+\beta)}$ de seus gastos com o bem e uma parcela $\frac{\beta}{(\alpha+\beta)}$ de seus gastos com o bem ; e

iii) O consumidor consumirá a cesta (x, y) de tal modo que $(x - x_0) \geq 0$ e $(y - y_0) \geq 0$, sendo $(x_0, y_0) \geq (0, 0)$, hipótese não especificada (mas subentendida) no enunciado.

De fato, o consumidor com tais preferências sempre desejará adquirir no mínimo a quantidade (x_0, y_0) dos dois bens. A pergunta é: esta cesta é factível? Problemas de otimização, vale lembrar, consideram não somente o desejo do consumidor (descrito pela sua função de utilidade, sua função objetivo), mas, também, a sua possibilidade orçamentária (restrição do problema). Assim, se a renda deste consumidor for inferior à $p_x x_0 + p_y Y_0$ então ele não poderá adquirir a quantidade (x_0, y_0). Como nada foi dito no enunciado com respeito à sua restrição orçamentária, a questão é falsa.

(2) Falso.

Conforme vimos no item anterior, na função utilidade $U(x, y) = (x - x_0)^{\alpha} . (y - y_0)^{\beta}$; $\alpha + \beta = 1$ a participação <u>de cada um dos bens</u> no orçamento doméstico independe da quantidade mínima requerida de cada bem. O consumidor alocará uma parcela $\frac{\alpha}{(\alpha+\beta)}$ de seus gastos com o bem e uma parcela $\frac{\beta}{(\alpha+\beta)}$ de seus gastos com o bem.

A resposta só é falsa porque fala-se em apenas um bem. Ela seria verdadeira, portanto, se tivesse mencionado “para os dois bens”.

(3) Falso.

A função de utilidade do tipo <u>complementar perfeito</u> é tal que: $U(x, y) = \text{Min}\{\alpha x, \beta y\}$ onde $\alpha > 0$ e $\beta > 0$. Neste caso, o consumidor escolherá a cesta ótima respeitando a condição $\alpha x = \beta y$. A *TmgS* neste caso é zero, o que quer dizer que o indivíduo não abre mão da quantidade de y por x (nem o contrário). Se ele estiver no ponto de ótimo e resolver abrir mão de uma unidade de y, diminuirá a sua utilidade necessariamente. Logo, ele não fará isso e permanecerá na sua cesta ótima.

(4) Falso.

A função de utilidade do tipo CES na forma $U(x,y)=\frac{x^{\theta}}{\theta}+\frac{y^{\theta}}{\theta}$ abarca um conjunto de funções de utilidades. Quando a elasticidade de substituição for nula, a função de utilidade é do tipo complementar perfeito. Quanto a elasticidade de substituição for infinita, a função de utilidade é do tipo substituto perfeito. E quando a elasticidade de substituição for 1, a função de utilidade é do tipo Cobb-Douglas.

Questão 2

A respeito das relações de preferências da teoria do consumidor é possível afirmar:

⓪ Se x ≥ y e x ≠ y, então a cesta de bens x possui no mínimo as mesmas quantidades de cada bem da cesta y.

① Relações binárias transitivas e reflexivas são relações de preferências.

② Se a relação de preferência é transitiva, então necessariamente a relação de indiferença também é transitiva.

③ Relações de preferência simétricas e irreflexivas são transitivas.

④ A preferência lexicográfica é uma relação de preferência porque é completa, transitiva, contínua e reflexiva.

Resolução

(0) Verdadeiro.

De acordo com o gabarito da ANPEC, a questão é F.

Em termos matemáticos poderia ser dito que: sejam $x,y\in\mathbb{R}^n_+$. Se $x \geq y$ e $x \neq y$ então $x_i = y_i$, $i\{1,2,...,n\}$ e $x_j > y_j$ para pelo menos um $j\{1,2,...,n\}$.

Isto quer dizer que, para qualquer tipo de função (pense nos casos extremos: complementares e substitutos perfeitos), se temos que a cesta x, composta por *n* bens, tem quantidades iguais ou maiores do que a cesta y, isto quer dizer que, as quantidades da cesta de x podem coincidir em *n-1* bens, mas para pelo menos um bem, a cesta x tem que apresentar quantidade estritamente maior deste(s) bem(ns) do que a cesta y.

(1) Verdadeiro.

Por definição esta questão é verdadeira. De fato, toda relação de preferência tem 6 hipóteses que precisam ser verificáveis, três delas (as primeiras citadas), relativas à racionalidade, quais sejam: (1) **reflexiva** (toda cesta é tão boa quanto ela mesma); (2) **completa** (o indivíduo entende completamente as cestas e pode dizer a sua ordem de preferência ou indiferença) e (3) **transitiva** (se a cesta x é preferível a y e y a z, então a cesta x é preferível a z), (4) **monótona** (quanto mais melhor); (5) **contínua** (os bens são divisíveis) e (6) **convexa** (a diversificação é preferível à especialização).

(2) Verdadeiro.

Seja X um espaço do consumo e sejam x, y, z X. Define-se a relação de indiferença () a partir da relação de preferência () do seguinte modo: *x y x* н *y e y* н *x.*

Se a relação de preferência, , é transitiva então *x, y, z X*: se *x* н *y* e *y* н *z* então *x* н *z.*

Aplicando a definição de indiferença: *x y x* н *y e y* н *x e y z y* н *z e z* н *y*. Logo:

Se *x y* e *y z,* então: *[x* н *y e y* н *x]* e *[y* н *z e z* н *y] [x* н *y e y* н *z]* e *[z* н *y e y* н *x].*

Da propriedade de transitividade vem que: *[x* н *y e y* н *z]* e *[z* н *y e y* н *x][x* н *z e x* н *z].*

O que nos permite dizer que *[x* н *y e y* н *x]* e *[y* н *z e z* н *y] [x* н *z e x* н *z] x z* (usando a definição de relação de indiferença).

Desse modo, se *x y* e *y z,* então *x z.* Portanto, a relação de indiferença também é transitiva.

(3) Falso.

As relações de preferência são ditas simétricas se *x, y X*: *x* н *y* e *y* н *x.* Aplicando a definição de indiferença, e com base no item anterior, podemos dizer que são transitivas.

As relações de preferências são ditas irreflexivas se *x X*: *x não* н *x.* Neste caso não se pode concluir a respeito de transitividade.

(4) Falso.

As preferências lexicográficas apresentam 5 das propriedades mencionadas anteriormente no item 2 da Questão 2 (anterior), mas não satisfazem a propriedade de serem contínuas.

Como curiosidade, o nome destas preferências vem de "lexicografia", que se refere à técnica de se organizar um dicionário, já que, neste caso, se dá prioridade ao ordenamento das preferências de forma análoga a como se ordenam as palavras, por letra e de forma estrita, de um dicionário. Neste, qualquer palavra que comece com a letra "A", deve vir antes de qualquer palavra que comece com "B". Este tipo de preferências tenta captar situações em que preferimos consumir um bem primeiro e depois outro, como por exemplo alimentar-se e depois escovar os dentes.

Outro exemplo, poderia ser uma situação em que você tenha que escolher entre uma grande quantidade de pudim de leite e qualquer quantidade de chocolate (mesmo que mínima), e, no caso, você prefira sempre chocolate. Isto quer dizer que, mesmo que sejam 10 pratos de pudim de leite *versus* um pequeno bombom de chocolate de apenas 30g, você escolherá sempre o chocolate antes do pudim de leite. Não quer dizer que você não goste de pudim de leite, mas que diante da escolha, você escolhe primeiro chocolate.

Finalmente, vale destacar que embora sejam racionais, pelo fato de não serem contínuas, as preferências lexicográficas não podem ser representáveis por funções de utilidade. Por isso são muito citadas nos exemplos para ilustrarem o fato de que a hipótese de racionalidade das

preferências não é uma condição suficiente para que elas possam ser representadas através de funções de utilidade.

Questão 3

Um consumidor tem uma função utilidade Cobb-Douglas convencional tal que U (x, y) = $x^{\alpha} y^{\beta}$; α + β = 1. Avalie as afirmações abaixo:

⓪ Esse consumidor sempre alocará um percentual α de sua renda para comprar o bem x.

① Suponha que a renda do consumidor seja de b = R$ 2,00 e que os preços vigentes dos bens no mercado sejam p_x = 0,25 e p_y =1. Agora suponha que o consumidor aloca sua renda igualmente entre os dois bens, então sua escolha ótima deve ser x = 1 e y =4.

② Para esse consumidor pequenas mudanças na renda recebida implicam mudanças da mesma magnitude na utilidade do consumidor.

③ Considerando a renda do consumidor como b, então o consumo ótimo do bem y é tal que $y^* = \beta\left(b/P_y \right)$.

④ Se a renda do consumidor aumentasse em 10%, o nível de utilidade do consumidor aumentaria em menos que 10%.

Resolução

(0) Verdadeiro.

Vide a resposta da Questão 1, item (0).

Um consumidor com uma função utilidade na forma $U(x, y) = x^{\alpha} y^{\beta}$; $\alpha + \beta = 1$ irá gastar uma parcela α do orçamento com o bem x e uma parcela β = 1 – α do orçamento com o bem y.

(1) Falso.

A hipótese de que o consumidor aloca sua renda igualmente entre os dois bens equivale a afirmar que α = 1/2 (e, consequentemente β = 1-α = 1/2.

Desse modo, $x = \frac{\alpha b}{P_x} = \frac{1}{2}\frac{2}{0,25} = 4$ e $y = \frac{\beta b}{P_y} = \frac{1}{2}\frac{2}{1} = 1$. Ou seja, a resposta é justamente o contrário do que foi perguntado. Pegadinha!

(2) Verdadeiro.

No gabarito o item foi anulado.

Mesmo a questão tendo sido anulada, vamos colocar a nossa interpretação.

Tomando as quantidades ótimas já descritas na Questão 1 desta prova, a utilidade no ponto ótimo seria dada por:

$$U\left(x^* = \frac{\alpha b}{P_x}, y^* = \frac{\beta b}{P_y}\right) = \left(\frac{\alpha b}{P_x}\right)^\alpha \left(\frac{\beta b}{P_y}\right)^\beta = b\left(\alpha\frac{1}{P_x}\right)^\alpha \left(\beta\frac{1}{P_y}\right)^\beta.$$

Tomando a derivada da função utilidade com relação à uma mudança na renda, temos que:

$$\frac{\partial U}{\partial b} = \left(\alpha\frac{1}{P_x}\right)^\alpha \left(\beta\frac{1}{P_y}\right)^\beta.$$

Para termos a elasticidade-renda da utilidade, isto é: $\varepsilon = \frac{\Delta\%U}{\Delta\%b} = \frac{\partial U}{\partial b}\frac{b}{U}$, temos que multiplicar ambos os lados por (b/U), que resulta em 1, como pode ser visto abaixo. Desta forma, uma variação percentual de 10% em b resulta em uma variação de 10% em U.

$$\frac{\partial U}{\partial b}\frac{b}{U} = \left(\alpha\frac{1}{P_x}\right)^\alpha \left(\beta\frac{1}{P_y}\right)^\beta \frac{b}{U} = 1.$$

(3) Verdadeiro.

Vide a resposta da Questão 1, item (1)

(4) Falso.

Aumentaria em 10%. Vide a resposta do item (2).

Questão 4

Com relação ao comportamento do consumidor, indique quais das afirmações abaixo são falsas e quais são verdadeiras:

⓪ Se o bem é sempre normal, a Curva de Engel é positivamente inclinada.

① Se o bem é sempre inferior em todos os níveis de renda, a Curva de Engel pode apresentar qualquer inclinação.

② Se o efeito-renda é positivo, o bem é normal.

③ O efeito-substituição mede a variação no consumo de um bem em função de seu preço e de seu nível de utilidade.

④ Se o efeito-renda é negativo e não excede o efeito-substituição, então o bem é um bem de Giffen.

Resolução

(0) Verdadeiro.

Os bens são ditos normais quando o consumo aumenta à medida que a renda do consumidor aumenta. A Curva de Engel relaciona o consumo de um bem com a renda de um consumidor. Portanto, no caso de bens normais, a Curva de Engel é positivamente inclinada.

(1) Falso.

Os bens são ditos inferiores para um consumidor quando o consumo se reduz à medida que a renda do consumidor aumenta. Portanto, no caso de bens inferiores, a Curva de Engel (definida no item anterior) é negativamente inclinada. O bem de Giffen, vale lembrar, é um caso particular do bem inferior.

(2) Falso.

Sejam as seguintes três definições: efeito-preço, efeito-substituição e efeito-renda:

O efeito-preço diz respeito sobre o que ocorrerá com a demanda final, partindo de um dado equilíbrio, quando há uma mudança no preço do bem. Este efeito pode ser decomposto em dois efeitos: no efeito-substituição e no efeito-renda.

O efeito-substituição concerne a uma mudança no preço relativo dos bens, mantendo o grau de utilidade constante (Hicks) ou mantendo a cesta de consumo inicial constante (Slustky). Ou seja, a pergunta neste caso é: qual será a alteração da demanda do indivíduo, quando há uma mudança no preço relativo do bem (P_x/P_y)? No caso de uma cesta de consumo com dois bens, este efeito é sempre negativo, pois o consumidor sempre comprará menos do bem que ficou relativamente mais caro.

O efeito-renda, por sua vez, concerne ao fato de: mantida a mesma relação de preço relativo (P_x/P_y), se a renda real do cidadão é alterada, como ele irá se comportar. Este efeito pode ser nulo, positivo ou negativo. Se for nulo ou positivo, trata-se de um bem normal. Se for negativo, pode ser um bem inferior ou um bem de *Giffen* (que é um caso particular do bem inferior).

A pergunta, assim, inclui o "nulo"! A resposta correta seria: se o efeito-renda é não negativo, então o bem é normal.

(3) Falso.

O efeito-substituição captura mudanças no consumo de correntes de mudança no preço relativo, mantido o mesmo nível de utilidade anterior (efeito-substituição à *la* Hicks).

(4) Falso.

Um bem inferior é dito ser de Giffen quando o valor do efeito-renda exceder ovalor do efeito-substituição, de tal forma a tornar o efeito-preço positivo.

Aproveitamos a oportunidade para esclarecer que este é um bem raro, que, dentre outras interpretações, tenta captar a sensibilidade do indivíduo por um bem que tem elevada participação em seu orçamento. Se, por alguma razão, o indivíduo for muito sensível a uma variação do preço de um determinado bem, pois trata-se de um bem necessário, por exemplo, quando o preço deste bem aumenta, ele tem uma perda "gigantesca" de renda real, de tal forma que ele aumenta o consumo deste bem e diminui o consumo dos "outros". Foi o caso das batatas

na Irlanda. É o caso, também, de pessoas de baixa renda, em que sua cesta de consumo é composta por alimentos e outros. Se esta pessoa consome, digamos, 95% da sua renda em alimentos, quando o preço dos alimentos aumenta, ela sofre uma "super perda" de renda real.

PROVA DE 2015

Questão 1

Com relação às preferências do consumidor, é correto afirmar que:

⓪ A existência de um bem neutro viola o axioma da monotonicidade, a existência de bens substitutos perfeitos viola o axioma da convexidade estrita e a existência de preferências lexicográficas viola o axioma de continuidade.

① Para a função utilidade $U(x,y) = (x^{\rho} + y^{\rho})^{\frac{1}{\rho}}$, as taxas marginais de substituição (TMS) nas cestas (2,3) e (4,6) são idênticas.

② Sejam três cestas de bens: A, B e C. Se, para um consumidor temos que A B, A ~ C e C ~ B, então para este consumidor se aplica o princípio de que duas curvas de indiferença não se cruzam.

③ Sejam dois bens x e y, em que nenhum deles é um mal. Se tivermos duas cestas com quantidades estritamente positivas destes dois bens (x_1, y_1) e (x_2, y_2), sendo que $x_2 \geq x_1$ e $y_2 > y_1$, então, pela hipótese da monotonicidade das preferências, temos que: (x_2, y_2) (x_1, y_1).

④ Supondo que não existem males, a hipótese de convexidade estrita implica que, se houver duas cestas A e B, com A ~ B, para uma cesta C definida como tA + (1 – t) B, 0 < t < 1, é necessariamente verdade que C A e C B.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Sejam dois bens x e y. Sejam duas cestas, representadas por (x_1, y_1) e (x_2, y_2).

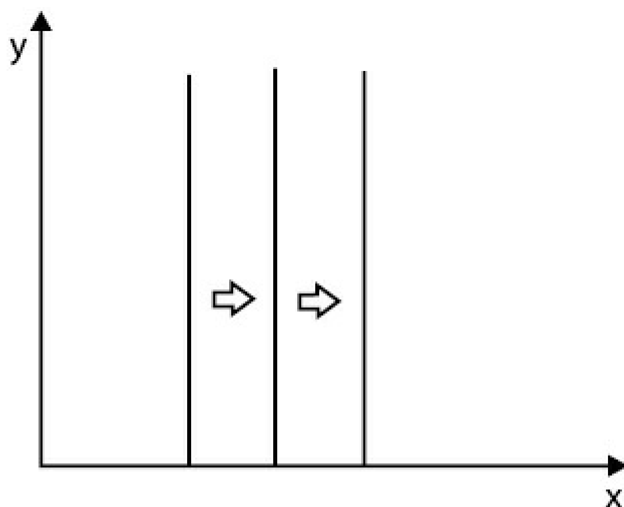
(A) O **axioma da monotonicidade** (estrita) estabelece que se uma cesta (x_2, y_2) possui quantidades estritamente maiores de pelo menos um dos bens da cesta (x_1, y_1), então (x_2, y_2) é preferível à cesta (x_1, y_1). Note, portanto, que a rigor, faltou a palavra "estrita" na definição da pergunta, o que poderia induzir o aluno ao erro.

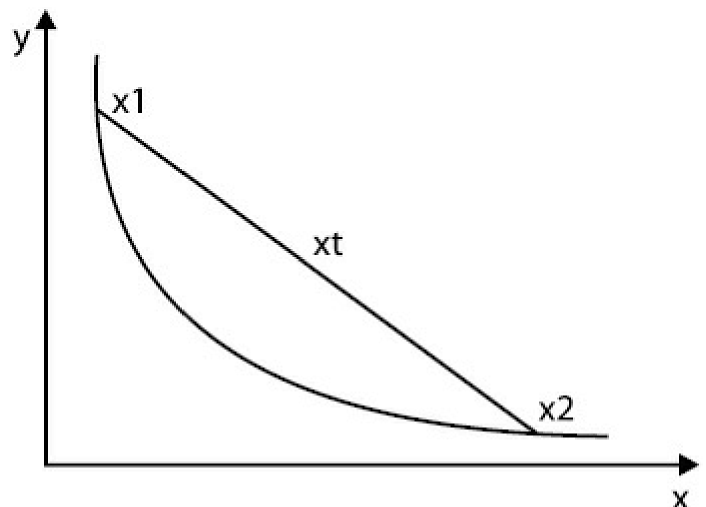
O que seria um bem neutro? Para uma relação de preferências, se o ***bem y*** **for um bem neutro**, então o indivíduo só terá a sua utilidade ampliada se ele aumentar a quantidade demandada do bem *x*. Neste caso, na representação gráfica, as curvas de indiferença que representam preferências onde o bem y é neutro são verticais (eixo horizontal tem o bem normal *x* e o eixo vertical tem o bem neutro, *y*), como representado no gráfico abaixo. Desta forma, quando um dos bens for neutro, o axioma da monotonicidade estrita é violado, muito embora não viola o axioma da monotonicidade fraca.

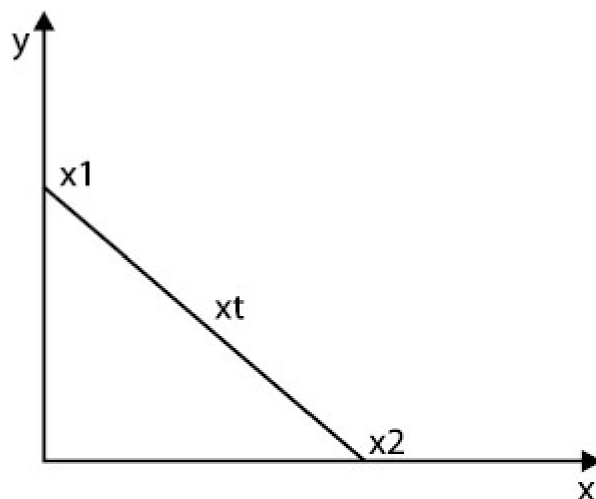
(B) O **axioma da convexidade estrita** estabelece se tomarmos uma combinação linear entre

duas cestas (x_1, y_1) e (x_2, y_2) pertencentes a mesma curva de indiferença, qualquer cesta nesta reta será estritamente preferível às cestas pertencentes a curva de indiferença, digamos (x_t, y_t), que exclui as cestas (x_1, y_1) e (x_2, y_2). Isto é, sendo 0 < t < 1: $\left[t(x_1, y_1)+(1-t)(x_2, y_2)\right] \succ (x_t, y_t)$.

No caso de preferências que são do tipo **substitutos perfeitos**, uma combinação linear estrita entre dois pontos sob uma mesma curva de indiferença coincidirá com qualquer ponto nesta curva. Desta forma, quando os bens forem substitutos perfeitos, o axioma da convexidade estrita é violado, muito embora seja respeitado o axioma da convexidade (fraca).







(C) O **axioma da continuidade** estabelece que o “espaço mercadoria” (R^2_+) onde é completamente repleto de curvas de indiferença. Isto quer dizer que o consumidor pode demandar bens divisíveis.

As **preferências lexicográficas**, por sua vez, representam casos onde as preferências são

descontínuas, pois os bens são indivisíveis. Suas curvas de indiferença, portanto, são degeneradas, representada por pontos.

Ver também a resolução do item (1) da Questão 1 da prova de 2002.

(1) Verdadeiro.

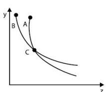
Seja a Taxa marginal de substituição dada por:

$$TMgS = \left|\frac{UMgx}{UMgy}\right| = -\frac{\partial U / \partial x}{\partial U / \partial y} = -\frac{x^{\rho-1}(x^{\rho}+y^{\rho})^{\frac{1}{\rho}-1}}{y^{\rho-1}(x^{\rho}+y^{\rho})^{\frac{1}{\rho}-1}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\rho-1}$$

Se tomamos a cesta (2,3) teremos: $(2,3) \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{\rho-1}$

Se tomarmos a cesta (4,6), teremos: $(4,6) \Rightarrow \left(\frac{4}{6}\right)^{\rho-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\rho-1}$.

(2) Falso.



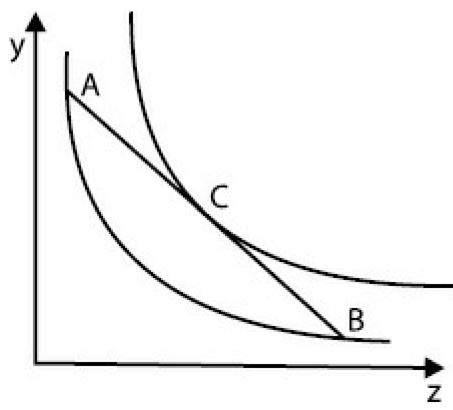
Neste caso, **viola-se o axioma da transitividade**, isto é: se a cesta A é fortemente preferível à cesta B é porque A está em uma curva de indiferença acima da cesta B. Se A é indiferente a C é porque C está na mesma curva de indiferença que A. Assim, por transitividade C tem que ser preferível a B. Se C é indiferente a B é porque as curvas de indiferença se cruzam, o que viola o axioma da transitividade.

(3) Verdadeiro.

Pelo **axioma da monotonicidade (fraca)**, como a cesta 2 possui pelo menos o mesmo número de unidades do bem x e mais unidades do bem y, a cesta 2 é fracamente preferível à cesta 1.

(4) Verdadeiro.

Pelo **axioma da convexidade estrita**, uma cesta (digamos C) – pertencente à combinação linear estrita de duas cestas A e B, que estão numa mesma curva de indiferença – pertence a uma curva de indiferença que está acima da curva de indiferença onde se encontram as cestas A e B, tal como pode-se ver pelo gráfico abaixo.



Questão 2

Indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras, de acordo com a Teoria Econômica do Bem-Estar:

⓪ A função de bem-estar rawlsiana faz com que o bem-estar social de uma dada alocação dependa apenas do bem-estar do agente com utilidade mínima.

① Qualquer alocação eficiente no sentido de Pareto corresponde a um bem-estar máximo para alguma função de bem-estar.

② Nem todos os máximos de bem-estar são equilíbrios competitivos.

③ Uma divisão igualitária necessariamente será eficiente no sentido de Pareto.

④ Um equilíbrio competitivo a partir de uma divisão igualitária corresponde a uma alocação justa.

Resolução:

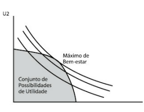
(0) Verdadeiro.

Essa é a definição da função de bem-estar social rawlsiana ou minimax. Esta tem como base os tratados do filósofo norte-americano John Rawls e estabelece que o bem-estar social seja definido pelo bem-estar do indivíduo com a menor utilidade. Formalmente temos que: $W(u_1,...,u_n) = \min\{u_1,...,u_n\}$, sendo W a função de bem-estar social e u_i representa a utilidade do indivíduo *i*, sendo $i = 1,...n$. Isto é, a função de bem-estar quer captar o indivíduo que possui a menor utilidade dentre todos.

(1) Verdadeiro.

A função de bem-estar social é uma regra para agregar funções de bem-estar individuais. A maximização do bem-estar social se dá quando as curvas de isobem-estar tangenciam a fronteira do conjunto de possibilidades de utilidade. Neste caso, <u>qualquer</u> função de bem-estar, quando maximizada, atinge uma alocação eficiente de Pareto. No caso inverso, pode-se dizer que, um determinado ponto na fronteira (que é eficiente de Pareto) será o máximo de bem-estar para <u>alguma</u> função de bem-estar.

> Um ponto acima do conjunto de possibilidades de utilidade é inatingível. Um ponto dentro do conjunto não é uma alocação eficiente de Pareto, pois os indivíduos 1 e 2 podem aumentar as suas utilidades sem diminuir a do outro. Um ponto na



FRONTEIRA do conjunto é uma alocação eficiente de Pareto. Ou seja, a fronteira é formada por pontos eficientes de Pareto.

(2) Verdadeiro.

Há dois conceitos nesta questão. O primeiro diz respeito à Teoria do bem-estar, onde uma alocação que maximiza uma função bem-estar social tem que ser uma alocação Eficiente de Pareto (se um conjunto de distribuições de utilidade possíveis formar um conjunto convexo). O segundo conceito, concerne ao segundo teorema do bem-estar social, onde nem toda alocação Eficiente de Pareto representa uma Equilíbrio Walrasiano (ou competitivo). Só seria verdade, se todos os agentes tivessem preferências convexas, contínuas e monótonas e que pudesse haver uma distribuição das dotações. Unindo os dois conceitos, portanto, pode-se dizer que, mesmo que para qualquer resultado que derive da maximização da função de bem estar seja Eficiente de Pareto, nem todos estes máximos podem ser oriundos de equilíbrios walrasianos ou competitivos.

(3) Falso.

Uma **divisão igualitária** diz que o máximo de bem-estar é alcançado quando todos os consumidores possuem as mesmas quantidades dos bens. O problema é que nem sempre todos querem ter a mesma quantidade de bens que os demais. Por isso, se há dois agentes (A e B) e A gosta mais de X e B, de Y, então ambos poderão se beneficiar trocando os bens entre si, ou seja, violando uma situação Eficiente de Pareto, em que um indivíduo não pode melhorar sem que pelo menos outro agente piore de situação. Por isso, uma divisão igualitária muito provavelmente não representará uma situação de Eficiência de Pareto. Será, aliás, um caso raro.

(4) Verdadeiro.

Por definição, temos que uma **alocação justa** é uma alocação equitativa e Pareto eficiente. Uma **alocação equitativa**, por sua vez, ocorre quando nenhum agente prefere a cesta de bens de outro agente a sua própria. Ou seja, quando não há inveja.

Dadas as definições acima, por um lado, um equilíbrio competitivo (walrasiano) é sempre eficiente no sentido de Pareto. Este é o primeiro teorema do bem-estar. Por outro lado, há que analisar a parte da "alocação equitativa". Ora, se os agentes partem de uma divisão igualitária, cada um só trocará com o outro se a sua utilidade ficar pelo menos igual a situação anterior,

nunca pior. Como ninguém é obrigado a trocar com ninguém, a alocação final, além de ser eficiente de Pareto, será também equitativa. Em outras palavras, a alocação será justa.

Questão 4

Considere um consumidor com renda R = $100, função utilidade U (x, y) = x . y e que se depara com os preços p_x = $2 e p_y = $2. Julgue as proposições:

⓪ Na cesta escolhida pelo consumidor, atinge-se a curva de indiferença definida por U = 800.

① Se o preço do bem x cair pela metade, a quantidade demandada desse bem dobra.

② Tendo em vista a mudança de preço do item anterior, uma compensação de Slutsky deveria retirar $25 do consumidor.

③ Ainda considerando a mesma mudança, os efeitos renda e substituição serão ambos iguais a 12,5.

④ Na cesta pertencente à nova restrição orçamentária (x,y) = (20,40), o agente maximizador deveria trocar y por x, pois sua taxa marginal de substituição é igual a dois, superior à taxa de troca exigida pelo mercado: $p_x/p_y = 0,5$.

Resolução:

(0) Falso.

Para definir o nível de utilidade que o consumidor atinge, deve-se primeiramente resolver o problema de maximização da utilidade para encontrar as demandas marshallianas e, depois, substituir estes resultados na função de utilidade. É o que faremos:

$$Max\ [x.y]\ sujeito\ à\ \overline{R} = P_x x + P_y y$$

$$L = x.y - \lambda(P_x x + P_y y - \overline{R})$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = y - \lambda P_x = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = x - \lambda P_y = 0$$

$$TMgS = \left|\frac{Umg_x}{Umg_y}\right| = \frac{y}{x} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow P_y y = P_x x \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \overline{R} - P_x x + P_y y = 0 \Rightarrow \overline{R} = P_x x + P_y y \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2):

$$R = 2P_x x \Rightarrow x^*(P_x, R) = \frac{R}{2P_x}$$

$$R = 2P_y y \Rightarrow y^*(P_y, R) = \frac{R}{2P_y}$$

*x** e *y** são as demandas marshallianas pelos bens x e y, respectivamente. Podemos calcular agora a quantidade demandada de cada bem:

$$x^*(2{,}100) = \frac{100}{2(2)} = 25$$

$$y^*(2{,}100) = \frac{100}{2(2)} = 25$$

Conhecendo a cesta escolhida pelo consumidor (as quantidades demandadas de cada bem), podemos inserir x* e y* na função de utilidade para encontrar o valor da utilidade correspondente à curva de indiferença atingida pelo consumidor:

$$U(x, y) = x.y \Rightarrow (25)(25) = 625$$

(1) Verdadeiro.

Utilizando a demanda marshalliana do bem x encontrada na questão anterior, podemos calcular a nova quantidade demandada do bem x quando seu preço é $1.

$$x^*(1{,}100) = \frac{100}{2(1)} = 50$$

Como a quantidade demandada inicial eram 25 unidades quando o preço era $2 e, ao novo preço, a demanda passou a ser de 50 unidades, a demanda por x, portanto, dobrou.

(2) Verdadeiro.

A compensação de Slutsky visa restituir ou retirar renda do consumidor de modo que ele possa consumir a cesta que consumia antes da variação de preço (como neste caso houve diminuição do preço de *x*, a cesta original está mais barata, portanto a compensação de Slutsky irá retirar renda).

$$R = P_x x + P_y y = (1)(25) + (2)(25) = 75$$

Como a renda é de $100, uma compensação de Slutsky deve retirar $25 do consumidor.

(3) Verdadeiro.

Quando ocorre a variação do preço de um bem, seu consumo é alterado devido a dois efeitos: o efeito substituição e o efeito renda. O primeiro efeito, o **efeito-substituição**, corresponde à

variação na demanda devido à mudança dos preços relativos mantendo o mesmo nível de utilidade (satisfação). É a mudança no consumo ao longo da mesma curva de indiferença (efeito substituição do tipo Hicks). O segundo efeito, o chamado **efeito-renda**, mede a variação na demanda devido ao aumento ou perda de renda real gerado pela mudança de preços. Em outras palavras, quando o preço de um bem varia, a quantidade que o consumidor pode comprar deste bem com a mesma renda monetária nominal varia, pois o seu poder aquisitivo varia.

Há duas maneiras de resolver este exercício: uma se dá por meio do cálculo dos efeitos-substituição e -renda; e a outra maneira seria a equação de Slutsky. Veja a seguir:

Calculando o efeito-substituição:

No item (0) e (1) vimos que a demanda inicial de x era 25 e passou para 50 (variação de 25 unidades de x) quando o preço diminuiu de $2 para $1. Para adquirir a cesta de 25 unidades consumida inicialmente (de modo a atingir o nível de utilidade inicial constante) é necessária uma renda menor:

$$R' = R + \Delta R = R + x^{*} \Delta p_x = 100 + 25(-1) = 75$$

$$x(p_x', R') = x(1{,}75) = \frac{75}{2(1)} = 37{,}5$$

$$\Delta x = x(p_x', R) - x(p_x', R') = 50 - 37{,}5 = 12{,}5$$

Calculando o efeito-renda:

O efeito-renda mostra o quanto mudou a demanda pelo bem devido ao novo poder aquisitivo da renda. Portanto para encontrá-lo basta calcular a diferença entre o quanto é consumido de fato do novo bem com a nova renda ao novo preço e quanto ele consumiria caso o poder aquisitivo permanecesse o mesmo aos novos preços.

$$\Delta x = x(p_x', R) - x(p_x' R') = 50 - 37{,}5 = 12{,}5$$

Segunda maneira: a partir da equação de Slutsky-

$$\frac{\partial x}{\partial p_x} = \frac{\partial x^h}{\partial p_x} - x\frac{\partial x}{\partial R}$$

Nesta equação, o primeiro termo do lado direito da equação representa o efeito-substituição de Hicks e o segundo representa o efeito-renda. Primeiramente vamos calcular o efeito substituição:

$$Min\, p_x x + p_y y \, sujeito\, à\, \overline{U} = x.y$$

$$L = p_x x + p_y y - \lambda\left(x.y - \overline{U}\right)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = p_x - \lambda y = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = p_y - \lambda x = 0$$

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{y}{x} = TMgS \Rightarrow y = \frac{xp_x}{p_y} (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = x.y - \overline{U} = 0 \Rightarrow \overline{U} = x.y \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2):

$$\overline{U} = x\frac{xp_x}{p_y} = \frac{x^2 p_x}{p_y}$$

$$x^h = \sqrt{\frac{\overline{U}p_y}{p_x}}$$

Efeito Substituição:

$$ES = \frac{\partial x^h}{\partial p_x} = (-0,5)\frac{\sqrt{\overline{U}p_y}}{p_x^{1,5}} \quad (3)$$

Encontrando a utilidade indireta, podemos substituir em (3) e tornar o cálculo mais fácil. Para encontrá-la, substituímos as demandas marshallianas encontradas no item (0) e substituímos na utilidade:

$$U = x.y = \frac{R}{2P_x}\frac{R}{2P_y} = \frac{R^2}{4P_x P_y} = V(4)$$

Substituindo (4) em (3):

$$ES = \frac{\partial x^h}{\partial p_x} = (-0,5)\frac{\sqrt{\frac{R^2}{4P_x P_y} p_y}}{p_x^{1,5}} = (-0,5)R(0,5)\frac{\sqrt{\frac{1}{P_x}}}{p_x^{1,5}} = (-0,25)R\frac{p_x^{-0,5}}{p_x^{1,5}}$$

$$ES = \frac{(-0,25)R}{p_x^{2}}$$

Sabendo que o valor de R é \$100, temos:

$$ES = \frac{(-0,25)(100)}{2^2} = -12,5$$

O próximo passo é calcular o efeito-renda:

$$-x\frac{\partial x}{\partial R} = -x\frac{1}{2p_x} = -\frac{x}{2Px} = -\frac{50}{2(2)} = -12,5$$

Como os efeito-substituição e efeito-renda de Hicks têm o sinal negativo, os dois métodos chegam à mesma resposta.

(4) Verdadeiro.

O preço relativo entre x e y é 0,5. Como a TMgS do consumidor é y/x, temos que a UMg do bem x para o consumidor está duas vezes maior do que a do bem y, pois TMgS = 40/20 = 2. Sendo assim, o consumidor irá trocar o bem y por x, pois este oferece duas vezes mais utilidade dada a cesta atual e o preço relativo do mercado favorece a troca de y por x, pois este último está mais barato relativamente.

Questão 5

Com relação à demanda do consumidor, indique qual das afirmações abaixo é verdadeira:

⓪ O efeito Hicks mede a variação na quantidade demandada frente a mudanças nos preços, mantido constante o poder aquisitivo do consumidor.

① O efeito substituição de Hicks pode apresentar sinal positivo.

② Se o indivíduo é comprador líquido de um bem, e o preço deste bem diminui, o indivíduo pode continuar como comprador líquido ou se tornar vendedor líquido do bem em questão, dependendo da magnitude da variação no preço do bem.

③ Um aumento geral do salário implica um efeito renda e um efeito substituição, o que faz com que um aumento geral do salário sempre leve a um aumento na quantidade ofertada de trabalho.

④ As curvas de demanda lineares são, por definição, isoelásticas.

Resolução:

(0) Falso.

O efeito substituição do tipo Hicks mede o quanto varia a quantidade demandada quando há uma mudança nos preços relativos considerando o mesmo grau de satisfação (isto é, quando se retira ou repõe renda nominal para levar o consumidor à sua **curva de indiferença antes da alteração dos preços relativos**). Ou seja, é a utilidade que é mantida constante e não o poder aquisitivo do consumidor.

(1) Falso.

Uma das características do efeito substituição em geral (e em particular de Hicks) é que,

depois da alteração do preço relativo, o consumidor sempre consume menos do bem que ficou relativamente mais caro (e vice-versa). Assim, o seu sinal é sempre negativo.

(2) Falso.

Dizer que um indivíduo é comprador líquido de um bem significa que a sua demanda é maior que a sua dotação inicial. Caso o preço deste bem diminua, ele deverá seguir como comprador. Não há razão para ele alterar sua atitude, uma vez que ele é demandante de um bem que ficou mais barato.

(3) Falso.

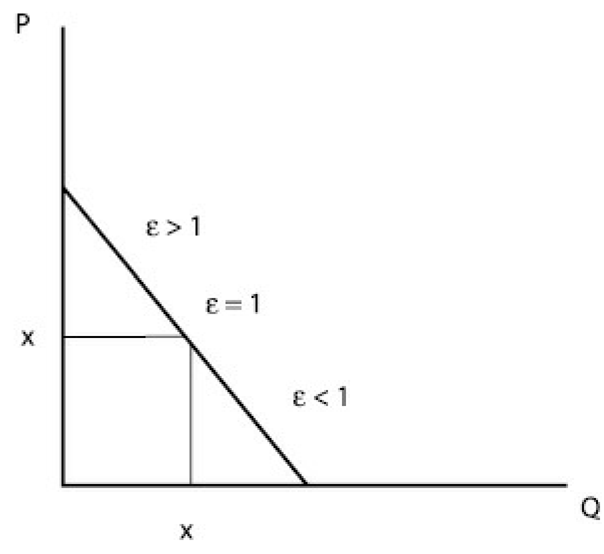
Depende das magnitudes dos efeito-renda e efeito-substituição. Nos modelos de **oferta de trabalho**, o consumidor tem na sua utilidade os "bens" *lazer e consumo*, em que o seu tempo (por exemplo, 24 horas) é dividido entre horas de lazer e horas de trabalho. É um modelo de alocação de tempo (ver capítulo "Comprando e vendendo" do Varian).

Será com a renda, derivada do seu trabalho (salário vezes o número de horas trabalhadas) que ele poderá ter condições de consumir (sem perda no argumento, pode-se assumir que ele não tenha qualquer outra fonte de renda, como mesada ou aluguel). Salário, assim, representa, por um lado, o custo de oportunidade do lazer (preço do lazer) e, por outro, a sua renda, quando multiplicada por sua dotação total de horas. Isto quer dizer que salário está no lado dos gastos da restrição orçamentária do consumidor e do lado da renda desta restrição.

Dito isto, se o salário aumenta, por um lado, o lazer fica mais caro, logo, pelo efeito substituição, o consumidor diminui suas horas de lazer e aumenta as horas trabalhadas. Pelo efeito renda, por outro lado, há duas forças: uma relativa à perda de renda real (pelo lado dos gastos) e outra concernente ao ganho de renda real (pelo lado da renda). Se lazer for um bem normal (hipótese razoável), há duas possibilidades: se o efeito substituição for maior que o efeito renda, as horas trabalhadas aumentarão. Se ocorrer o inverso, as horas de trabalho diminuirão. Empiricamente, entende-se que até um determinado nível de renda prevalece o aumento da oferta de trabalho quando o salário aumenta. A partir deste nível (o indivíduo já é rico), observa-se diminuição no número de horas ofertadas de trabalho.

(4) Falso.

Para ser isoelástica, a curva de demanda deve ter a mesma elasticidade em qualquer ponto da curva. A elasticidade da demanda é: $\varepsilon = \frac{\partial Q}{\partial P}\frac{P}{Q}$. Em uma curva de demanda linear (uma reta), cada ponto tem uma elasticidade distinta.


P
ε > 1
ε = 1
x
ε < 1
Q
x

2 Incerteza

PROVA DE 2006

Questão 12

Um consumidor tem uma função utilidade de Von Neumann-Morgenstern representada por u(z) = $\log_2$(z). Ele possui uma riqueza inicial de \$128 e participará gratuitamente de uma loteria que pagará \$384 com probabilidade 1/2, e \$0 com probabilidade 1/2. O menor valor que o consumidor estaria disposto a receber em troca do bilhete de loteria é de 2^{β}. Qual o valor de β?

Resolução:

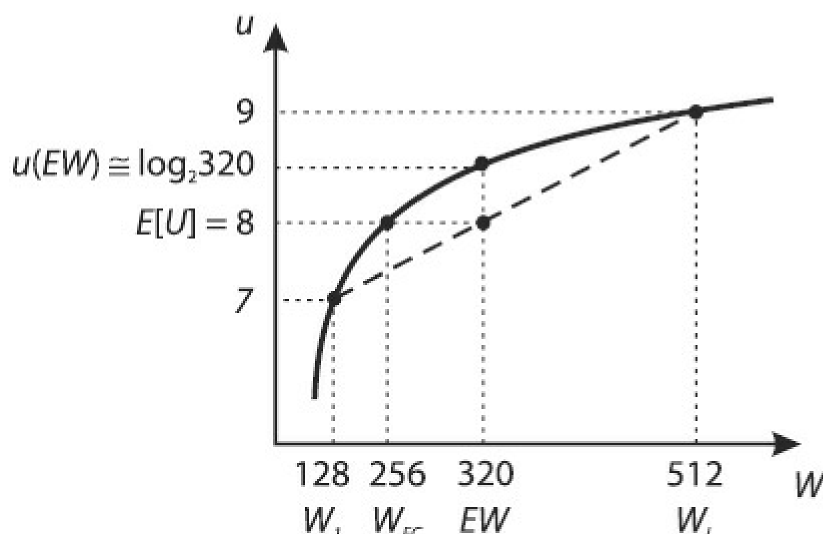
De acordo com os dados do problema, temos:

Dada a sua renda certa inicial w_0 = \$128, se o indivíduo participar da loteria, terá o seguinte *payoff*:

- \$384 + \$128 = \$512, com probabilidade 0,5;
- \$0 + \$128 = \$128, com probabilidade 0,5.

A utilidade esperada da riqueza é portanto:

$$E(u(W)) = p_1 u(c_1) + p_2 u(c_2) \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)\log_2(512) + \left(\frac{1}{2}\right)\log_2(128) \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)9 + \left(\frac{1}{2}\right)7 = 8$$



Para encontrar o "Equivalente Certeza", basta igualar o valor da utilidade esperada de Von Neumann-Morgenstern à função de utilidade do consumidor, da seguinte forma:

$\log_2(w_{EC}) = E[U(W)]$

$\log_2(w_{EC}) = 8$

$w_{EC} = 2^8$

$w_E = 2^8$ O menor valor que o consumidor estaria disposto a receber em troca do bilhete de loteria, considerando $w_0 = 0$. Como ele já tem $w = 128 = 2^7$, a resposta final é: $2^8 - 2^7 = 2^7 =$ Logo, a resposta é 7.

Resposta: 7.

PROVA DE 2007

Questão 15

Um indivíduo tem uma riqueza não nula e sua função de utilidade Von Neumann-Morgenstern tem a forma funcional u(x) = k − a/x, em que a e k são constantes positivas e x > a/k. Este indivíduo é convidado a participar de uma loteria que triplica sua riqueza com probabilidade p e a reduz à terça parte com probabilidade (1 − p). Qual deve ser o valor mínimo de p para que o indivíduo aceite participar da loteria? Multiplique a probabilidade encontrada por 100.

Resolução:

Primeiramente vale o comentário de que a função u(x) = K – a/x é de Bernoulli e não a de vNM. Esta é uma confusão recorrente.

Dado $w_0 > 0$, o indivíduo tem a seguinte loteria:

- $3w_0$, com probabilidade p;
- $\frac{w_0}{3}$, com probabilidade (1 – p).

A função de utilidade de Bernoulli será dada por:

$$u = K - \frac{a}{x}$$

A sua utilidade em uma situação sem risco (SR) é:

$$U(w) = K - \frac{a}{w_0}$$

A sua utilidade em uma situação com risco (CR) é:

$$E(u(w)) = p\left[K - \frac{a}{3w_o}\right] + (1-p)\left[K - \frac{3a}{w_o}\right]$$

Condição de não arbitragem: $u(S_{SR}) = u(S_{CR})$.

$$K - \frac{a}{w_o} = p\left[K - \frac{a}{3w_o}\right] + (1-p)\left[K - \frac{3a}{w_o}\right]$$

$$K-\frac{a}{w_o}=pK-\frac{pa}{3w_o}+K-\frac{3a}{w_o}-pK+\frac{p3a}{w_o}$$

$$-1=-\frac{p}{3}-3+3p$$

$$6=-p+9p\Rightarrow p=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}=0{,}75$$

p = (0,75)(100) = 75

PROVA DE 2008

Questão 3

Um indivíduo possui riqueza w = $100 e se depara com uma loteria que pode acrescentar $44 à sua riqueza, com probabilidade 1/4, ou subtrair $36, com probabilidade 3/4. Sua utilidade, do tipo Von Neumann-Morgenstern (VNM), é dada por u(x) = $\sqrt{x}$. Julgue as afirmações:

⓪ A medida relativa de aversão ao risco desse indivíduo é estritamente decrescente.

① O máximo que o indivíduo está disposto a pagar para se livrar do risco é $19.

② O indivíduo está disposto a pagar $3 a mais do que o prêmio de seguro justo (fair insurance premium) para se livrar do risco.

③ Se a riqueza do indivíduo aumentasse, sua aversão absoluta ao risco diminuiria.

④ Para esse indivíduo, a utilidade esperada da riqueza é maior do que a utilidade do valor esperado da riqueza.

Resolução:

(0) Falso.

Dada a função de utilidade de Bernoulli: $u=\sqrt{x}$, teremos:

$$u'=\frac{1}{2}x^{-1/2}$$

$$u''=-\frac{1}{4}x^{-3/2}$$

O coeficiente de aversão relativo ao risco (AR) será dado por:

$$AR=-\frac{u''}{u'}x=-\frac{-\frac{1}{4}x^{-3/2}}{\frac{1}{2}x^{-1/2}}x=\frac{1}{2}x^{-1}x=\frac{1}{2}.$$

Logo, AR é constante (independe da renda x).

(1) Verdadeiro.

O máximo que o indivíduo estaria disposto a pagar seria o valor de um Seguro Total (ST), que tem duas partes: o Seguro Justo (SJ) e o Prêmio de Risco (PR).

Há duas formas de resolver esta questão. A primeira seria: igualar o valor da utilidade esperada de VNM à função U(100-V) e encontrar diretamente o ST. Isto é:

Dado que $E(u(W)) = \frac{1}{4}\sqrt{144} + \frac{3}{4}\sqrt{64} = \frac{1}{4}12 + \frac{3}{4}8 = 3 + 6 = 9$, faça: 9 = $\sqrt{100-V}$

81 = 100 – V V = 19.

A segunda seria: primeiro calcular o E(W), depois o Equivalente Certeza (EC), depois o PR e, por fim, o SJ. Isso tudo para ter ST = SJ + PR.

Dado w_0 = \$100, o indivíduo tem a seguinte loteria:

- \$100 + \$44 = \$144, com probabilidade 1/4;
- \$100 – \$36 = \$64, com probabilidade 3/4.

Assim, o valor esperado da riqueza é: $E(W) = \frac{1}{4}144 + \frac{3}{4}64 = 84.$

A utilidade associada ao valor esperado da riqueza será:

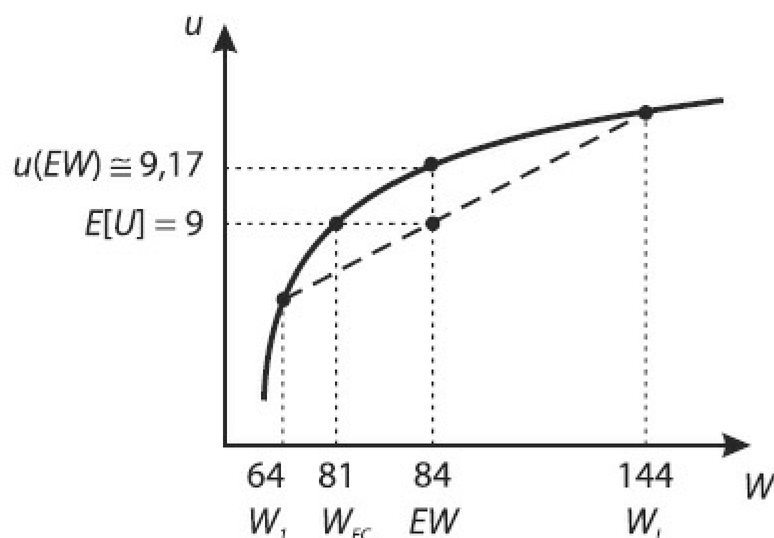
$u(E(W)) = \sqrt{84} = 9{,}17$

A utilidade esperada da riqueza é dada por: $E(u(W)) = p_1 u(c_1) + p_2 u(c_2)$

$$E(u(W)) = \frac{1}{4}\sqrt{144} + \frac{3}{4}\sqrt{64} = \frac{1}{4}12 + \frac{3}{4}8 = 3 + 6 = 9$$

Equivalente certo: $EC = 9 = \sqrt{W} = 81\cdot$

Prêmio de risco: $PR = E(W) - EC = 84 - 81 = 3$.



Se lhe é oferecida uma loteria da maneira como foi exposto, o ganho esperado é de \$84. Mas esse valor não é garantido. O que lhe é garantido é w_0 = \$100. Assim, ele estaria disposto a pagar, para ter um seguro completo de uma renda de \$100, o valor de ST = W_0 – EC = \$100 –

$81 = $19.

Como observação adicional, vale lembrar que este problema é diferente do problema do seguro de um carro, em que a renda máxima amanhã é a mesma de hoje, caso não haja roubo. Portanto, no caso do seguro de um carro, o indivíduo avesso ao risco quer se assegurar (completamente, se o mercado for justo) no valor da possível perda. Neste problema, entretanto, a renda segura é menor do que o *payoff* máximo futuro. Por isso, a maneira com que se encontra o valor máximo do seguro a ser pago é um pouco diferente, embora passe pelo mesmo conceito.

(2) Verdadeiro.

O prêmio de risco é igual a $3. Ver item anterior.

(3) Verdadeiro.

O coeficiente de aversão absoluta ao risco (AA) será dado por:

$AA = -\frac{u''}{u'} = -\frac{-\frac{1}{4}x^{-3/2}}{\frac{1}{2}x^{-1/2}} = \frac{1}{2}x^{-1}$. Portanto, quando *W* aumenta, AA diminui.

(4) Falso.

A utilidade do valor esperado da riqueza é maior que a utilidade esperada da riqueza Von Neumann-Morgenstern $\Rightarrow u(E(W)) = \sqrt{84} = 9{,}17 > E(u(W)) = 9$.

Questão 4

Considere um ativo sem risco, com retorno r_f = 10%, e um ativo arriscado (digamos um investimento em ações) com retorno esperado r_m^e = 16% e variância σ_m^2 = 4.

Julgue as afirmações:

⓪ De acordo com o modelo média-variância, o preço do risco é p = 0,06.

① De acordo com o modelo média-variância, a taxa marginal de substituição entre risco e retorno é 0,03.

② De acordo com o modelo de determinação de preços de ativos de capital (CAPM), se o beta de um ativo arriscado é 3, o retorno esperado desse ativo será 28%.

③ De acordo com o modelo CAPM, se o beta de um ativo é 0,5 e se seu valor esperado é $226, o ativo deveria ser vendido, hoje, a $200.

④ O risco total de uma carteira de ativos será reduzido se alguns de seus ativos forem negativamente correlacionados com outros ativos da carteira.

Resolução:

(0) Falso.

$$E(r_x) = r_f + \left[\frac{E(r_V) - r_f}{\sigma_V}\right]\sigma_x$$, onde $P = \frac{E(r_V) - r_f}{\sigma_V}$ é o preço do risco.

Então, usando as informações do problema, temos:

$$P = \frac{E(r_V) - r_f}{\sigma_V} = \left[\frac{16\% - 10\%}{2}\right] = 0{,}03 = 3\%\cdot$$

(1) Falso.

Pelo gabarito da ANPEC esta questão é verdadeira.

A taxa marginal de substituição só tangencia a restrição orçamentária no **ponto de equilíbrio**. Assim, em equilíbrio, temos que TMgS = P = 3%. Fora do equilíbrio, no entanto, a TMgS pode assumir vários valores. Como não foi dada a função de utilidade, não é possível calcular a TmgS. Então, de forma geral, nada se pode afirmar.

(2) Verdadeiro**.**

Dados o retorno esperado do mercado $E(r_m) = 16\%$, o retorno do ativo sem risco $r_f = 10\%$, o $\beta_i = 3$, pela equação do modelo CAPM (*Capital Asset Pricing Model*): $E(r_i) = R_f + \beta i\ (E(r_m) - rf\ )$, temos que: $E(r_i) = 10\% + 3(16\% - 10\%) = 28\%$.

(3) Verdadeiro.

Com as informações do problema dadas pelos itens anteriores, temos que:

$$E(r_i) = 10\% + \left(\frac{1}{2}\right)(16\% - 10\%) = 13\%.$$

Para encontrar o preço do ativo i hoje, temos que trazê-lo a valor presente, da seguinte forma:

$$Preço_i = \frac{E(r_i)}{[1 + E(r_i)]} = \frac{\$226}{(1 + 0{,}13)} = \frac{\$226}{1{,}13} = 200$$

(4) Verdadeiro.

Quando dois ativos que pertencem a uma carteira têm uma covariância negativa, a variabilidade do portfólio diminui. Por isso, ativos que são negativamente correlacionados são valiosos.

Portfólio = $ax + by$

$V(P) = a^2V(x) + b^2V(y) + 2ab\ \text{cov}(x, y)$

PROVA DE 2009

Questão 8

Um indivíduo possui a seguinte função de utilidade U = 1 – (1/w), em que w é o valor presente líquido da sua renda futura. Neste momento, ele está contemplando duas opções de carreira profissional. A primeira opção dará a ele uma renda certa de w = 5. A outra alternativa dará w = 400, com 1% de chance, e w = 4, com 99% de chance. Assim, responda às seguintes questões:

⓪ O coeficiente de aversão absoluta ao risco de Arrow-Pratt é 1/W .

① É maior a utilidade esperada da segunda opção.

② Suponha que exista uma forma pela qual o indivíduo saiba exatamente se conseguirá obter W = 400 ou W = 4 se escolher a segunda alternativa. O maior valor que o indivíduo estaria disposto a pagar por esta informação é 1.

③ O equivalente certo (ou equivalente de certeza) da segunda alternativa é 4,5.

④ A aversão relativa ao risco deste indivíduo diminui no caso em que ele possua W = 400 se comparada ao caso em que ele possua W = 5.

Resolução:

(0) Falso.

Dada a função de utilidade de Bernoulli: $u(W) = 1 - W^{-1}$, teremos:

$u' = W^{-2} > 0$

$u'' = -2W^{-3} < 0$

O coeficiente de aversão absoluta ao risco (AA) será dado por:

$$\text{AA} = -\frac{u''}{u'} = -\frac{(-2W^{-3})}{W^{-2}} = 2W^{-1}.$$

(1) Falso.

Consideremos as seguintes loterias:

- Loteria I:

Renda certa de W = 5;

A utilidade associada à renda certa será dada por: $u_I = 1 - 5^{-1} = 0{,}8$.

- Loteria II:

$W_A = 400$ com 1%;

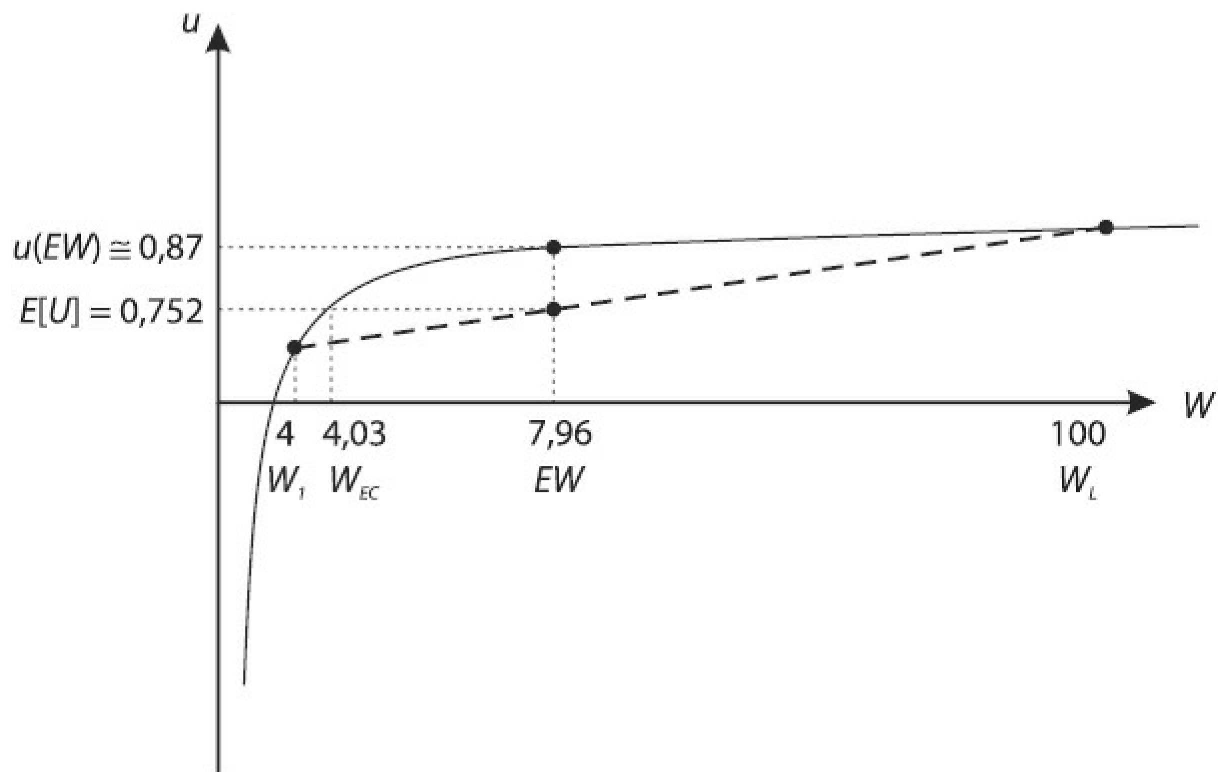
$W_B = 4$ com 99%.

A utilidade esperada de Von Neumann-Morgenstern associada à loteria II será dada por:

$$E(u(W)) = p_1 u(c_1) + p_2 u(c_2) \Rightarrow 0{,}01(1 - 400^{-1}) + 0{,}99(1 - 4^{-1})$$

$$E(u(W)) = 0{,}00998 + 0{,}7425 = 0{,}752$$

Assim, a utilidade esperada da loteria II é menor que a utilidade esperada da loteria I: 0,752 < 0,8.



(2) Falso.

O valor do Equivalente Certeza (EC) é:

$E[U(W)] = 1 - W^{-1}$ $0{,}752 = 1 - W^{-1}$ $W^{-1} = 0{,}248$ $W_{EC} = 4{,}032$.

O Prêmio de Risco (PR) é:

$E(W) - EC$ $PR = 7{,}96 - 4{,}032 = 3{,}92$

Mas o indivíduo tem uma renda certa = 5 > 4.

Assim, ele não está disposto a pagar \$3,92, mas \$2,96 = \$7,96 – \$5.

(3) Falso.

Como pode ser visto acima, o EC = \$4,032.

(4) Falso.

O coeficiente de aversão relativo ao risco: $AR = -\frac{u''}{u'}W = (2W^{-1})W = 2$

Portanto, ele é constante para qualquer que seja a riqueza W.

PROVA DE 2010

Questão 4

Avalie as afirmações abaixo, com relação à escolha sob incerteza:

⓪ Se submetermos uma função de utilidade Von Neumann-Morgenstern a uma transformação afim positiva, ela não preservará a propriedade de utilidade esperada.

① Pela hipótese da independência, as escolhas do consumidor em um estado da natureza devem independer das escolhas em outro estado da natureza.

② Se a função de utilidade for linear nas probabilidades, a utilidade atribuída a um jogo de azar será apenas o produto das utilidades dos diversos resultados possíveis, com cada utilidade elevada à sua probabilidade.

③ Uma função de utilidade côncava significa que o indivíduo é propenso ao risco.

④ Se c_1 representa o consumo no estado 1 e c_2 o consumo no estado 2, e da mesma forma p_1 representa a probabilidade do estado 1 e p_2 a probabilidade do estado 2, uma função de utilidade Von Neumann-Morgenstern assumiria a forma: $c_1^{p1}\ c_2^{p2}$.

Resolução:

Aqui vale um comentário, que é útil também para todas as questões sobre incerteza dos anos anteriores. A função a que se refere o enunciado não é de Von Neumann-Morgenstern, mas de Bernoulli.

(0) Falso.

Transformações afins positivas de funções de utilidade esperada de Von Neumann-Morgenstern preservam o ordenamento das preferências.

Para comprovar, notemos que:

Seja a definição de uma transformação afim positiva (TMAP):

$V[px + (1 - p)y] = aU\,(px + (1 - p)y) + b$

Substitua U(.) por uma função de utilidade de VNM:

$V[px + (1 - p)y] = a[pU(x) + (1 - p)U(y)] + b$

Por algebrismo temos:

$V[px + (1 - p)y] = p[aU(x) + b] + (1 - p)[aU(y) + b]$

$V[px + (1 - p)y] = pU(x) + (1 - p)U(y)$

O que obtemos é justamente a função de utilidade esperada de VNM. Ou seja, pode-se dizer que se submetermos uma função de utilidade de VNM a uma TMAP, ela preservará a propriedade da utilidade esperada.

(1) Verdadeiro.

Os estados de natureza são independentes. Um exemplo é: ou chove ou faz sol, isto é, somente um estado da natureza ocorrerá em $t + 1$. Não confundir, no entanto, com o **axioma da independência** que diz que se o indivíduo prefere a loteria x à y, ou seja, se $x > y$, então, se fizermos uma combinação linear dessas loterias com uma terceira loteria z, continuaremos a preservar a relação de preferência entre x e y, isto é: $tx + (1 - t)z > ty + (1 - t)z$

(2) Falso.

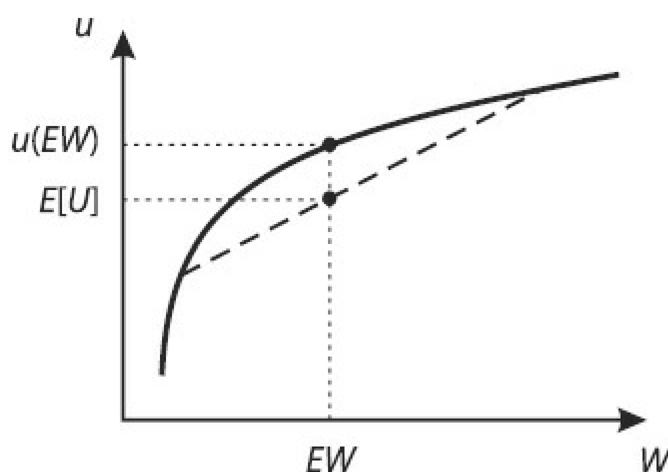
A função de utilidade esperada Von Neumann-Morgenstern é linear nas probabilidades por

definição. Assim, uma função de utilidade do tipo $U = u(c_1)^{p1}\ u(c_2)^{p2}$ (mencionada na questão), não representa uma função de utilidade esperada de Von Neumann-Morgenstern, que é sempre representada na forma: $E[U(c_1,\ c_2)] = p_1u(c_1) + p_2u(c_2)$.

(3) Falso.

Se uma função de utilidade de Bernoulli for côncava, isto é, se tiver a sua primeira derivada com relação à sua riqueza (ou consumo) positiva (u'> 0) e a segunda derivada negativa (u"< 0), esse indivíduo será avesso ao risco. Neste caso, a utilidade associada à renda certa é maior do que a utilidade esperada associada à loteria (renda incerta). Resumidamente temos:

$u'' < 0$ Avesso ao risco $u(E(w)) > E(u(w))$.



(4) Falso.

Este item é falso pelos mesmos argumentos expostos no item ② desta questão.

Questão 5

Avalie as afirmações abaixo:

⓪ Seja u(W) = $-e^{-\beta W}$ uma utilidade Von Neumann-Morgenstern, em que $\beta > 0$ é uma constante e W é a riqueza. Então β denota a medida de aversão relativa ao risco.

① Suponha que uma carteira de ativos arriscados possui retorno esperado r^e = 21% e variância $\sigma^2 = 0,09$. O ativo sem risco oferece um retomo r^f = 3%. Então, de acordo com o modelo média-variância, o preço do risco da carteira é p = 2.

② Suponha que o retorno de mercado é rm = 12% e a taxa de retorno do ativo sem risco é r_f = 8%. A variância da carteira eficiente é $\sigma_e^2 = 0,01$ e a covariância entre o retorno de um ativo A e a carteira eficiente é $\sigma_{A,e} = 0,5$. De acordo com o modelo CAPM, se o valor esperado do ativo A é \$64 (unidades monetárias), então o preço do ativo A é \$50.

③ De acordo com o modelo média-variância, se a taxa marginal de substituição (TMS) entre retorno esperado da carteira e seu desvio padrão é TMS = 0,3, se a variância do retomo da carteira é σ_m^2= 0,04 e a taxa de retorno do ativo sem risco é r_f = 12%, então o retomo esperado da carteira é r_m = 18%.

④ Um indivíduo possui utilidade Von Neumann-Morgenstern $u(x) = \sqrt{x}$ e possui riqueza W = \$100. Ele está sujeito a uma perda monetária aleatória X, com distribuição uniforme contínua no intervalo [0,100]. Se ao indivíduo for oferecido, ao preço de G = \$55, um seguro total contra essa perda aleatória, então ele comprará o

seguro.

Resolução:

(0) Falso.

Dada a função de utilidade: $u(W) = -e^{-\beta W}$, teremos:

$u'(W) = \beta e^{-\beta W}$

$u''(W) = -\beta^2 e^{-\beta W}$

Assim, o coeficiente de aversão absoluta ao risco (AA) será dado por:

$$AA = -\frac{u''}{u'} = -\frac{-\beta^2 e^{-\beta W}}{\beta e^{-\beta W}} = \beta.$$

Note que o coeficiente AA é constante e não depende de W.

Por sua vez, o coeficiente de aversão relativa ao risco (AR) será dado por:

$$AR = -\frac{u''}{u'}W = -\frac{-\beta^2 e^{-\beta W}}{\beta e^{-\beta W}} = W\beta$$

Neste caso, o coeficiente AR depende da riqueza positivamente.

(1) Falso.

Dados o retorno esperado do ativo arriscado $E(r_V) = 21\%$ e a variância da carteira $\sigma_x^2 = 0{,}09$ $\sigma_x = 0{,}3$, a equação que mostra o *trade-off* entre retorno e desvio padrão (que é a restrição orçamentária do problema do consumidor que está maximizando uma função de utilidade parametrizada pela média e pelo desvio padrão) é a seguinte:

$$E(r_x) = r_f + \left[\frac{E(r_V) - r_f}{\sigma_V}\right]\sigma_x$$

onde $P = \dfrac{E(r_V) - r_f}{\sigma_V}$ é o preço do risco.

Então, usando as informações do problema, temos:

$$P = \frac{E(r_V) - r_f}{\sigma_V} = \left[\frac{21\% - 3\%}{0,3}\right] = 0{,}6 = 60\%\cdot$$

(2) Falso.

Dados o retorno esperado do mercado $E(r_m) = 21\%$, o retorno do ativo sem risco $r_f = 8\%$, o

valor esperado do ativo arriscado i $E(i)$ = \$64, a variância da carteira $\sigma_x^2 = 0{,}10$ $\sigma_x = 0{,}1$ e a covariância entre o ativo i e a carteira $COV(i, x) = 0{,}5$, pela equação do modelo CAPM (*Capital Asset Pricing Model*): $E(r_i) = Rf + \beta_i\,(E(r_m) - r)$, e sabendo que o beta do ativo i, neste caso, pode ser definido por $\beta_i = \left[\frac{COV(i,x)}{\sigma_x^2}\right]$, podemos encontrar o retorno esperado do ativo i da seguinte forma:

$$E(r_i) = 8\% + \left(\frac{0,5}{0,01}\right)(12\% - 8\%)$$

$E(r_i) = 0{,}08 + (50)0{,}04 = 2{,}08$

Para encontrar o preço do ativo i, hoje, temos que trazê-lo a valor presente, da seguinte forma:

$$Preço_i = \frac{E(i)}{[1 + E(r_i)]} = \frac{\$64}{(1 + 2,08)} = \frac{64}{3,08} = 20.78$$

(3) Verdadeiro.

Em equilíbrio, a *TMgS* é o preço do risco, isto é, *TmgS* = P = $\frac{E(r_V) - r_f}{\sigma_V} = 0,3$. Se $\sigma_x^2 = 0{,}04$ $\sigma_x = 0{,}2$ e $r_f = 12\%$, da equação $E(r_x) = r_f + \left[\frac{E(r_V) - r_f}{\sigma_V}\right]\sigma_x$, podemos obter o retorno esperado da carteira: E(rx) = 12% + 0,3(0,2) = 0,18 = 18%.

(4) Verdadeiro.

Um indivíduo possui uma função de utilidade de Bernoulli dada por $u(w) = \sqrt{w}$ e tem uma renda certa de w_0= \$100. Como sua perda, *x*, é aleatória, com distribuição uniforme entre zero e 100, essa apresenta média e variância iguais a:

$$x \sim u\ (0{,}100)\ tem\ [E(x), Var(x)] = \left[\frac{0 + 100}{2}; \frac{(100 - 0)^2}{12}\right]$$

[E(x), Var(x)] = (50; 833,3).

Como calcular a função de utilidade esperada de Von Neumann-Morgenstern?

No caso desta questão, deve-se calculá-la de maneira um pouco mais sofisticada que a usual.

Sabe-se que a função de densidade de probabilidade de W é igual a: $f(W) = \frac{1}{100}$, pois a

perda ocorrerá na riqueza do indivíduo. Assim, para calcular a média de W, basta fazer:

$E(W) = \int_0^{100} \frac{1}{100} W dW = 50$, que dá o mesmo resultado anteriormente mencionado, como esperado.

Sabe-se também que o inverso da função de Bernoulli dada no enunciado é $W = u^2$, pois $u = \sqrt{W}$.

Além disso, sabe-se que se W varia entre (0,100), u irá variar entre (0,10).

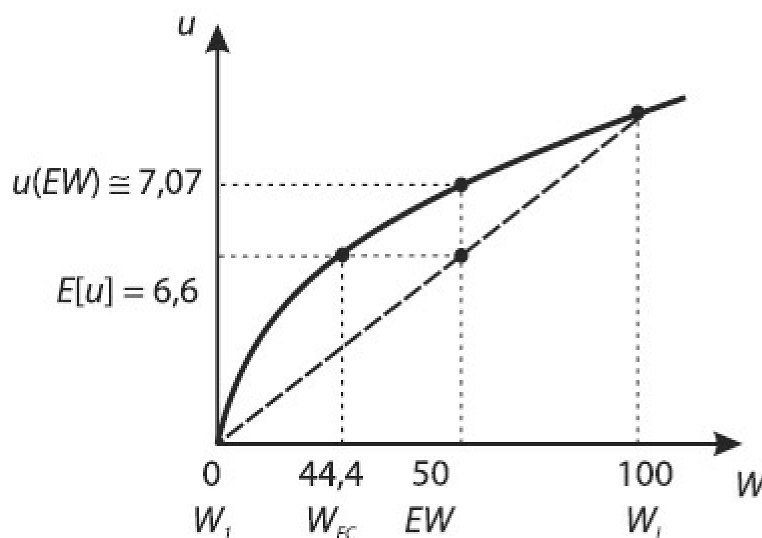
Pelo teorema das transformações de variáveis que diz que: $f(u) = f(W(u)) \left|\frac{dW}{du}\right|$ podemos encontrar o valor esperado da função de utilidade, que será a função da utilidade esperada de Von Neumann-Morgenstern, $E[(u(w))]$.

Assim, $f(u) = f(W(u)) \left|\frac{dW}{du}\right| = \frac{1}{100}\, 2u = \frac{u}{50}$.

Mas o que queremos é o valor esperado de u, portanto, temos que fazer:

$$E\,[u(w)] = \int_0^{10} u \;\frac{u}{50}\; du = \frac{u^3}{3}\frac{1}{50}\Big|_0^{10} = 6{,}666$$

Assim, a função da utilidade esperada de Von Neumann-Morgenstern, $E[(u(w))] = 6{,}666$.



Agora temos que encontrar o Equivalente Certeza (EC), isto é, o montante fixo mínimo pelo qual o consumidor paga para se livrar do risco. Esse valor pode ser encontrado da seguinte forma:

$$\sqrt{W_{EC}} = E\left[\left(u(W)\right)\right] \Rightarrow \sqrt{W_{EC}} = 6{,}666 \Rightarrow w_{EC} = 44{,}4$$

Então, para responder à pergunta, precisamos considerar que o valor igual a \$44,4 é o valor máximo que o indivíduo iria aceitar para se livrar do risco.

O seguro total que o indivíduo pagaria seria a soma, portanto, do prêmio de risco (diferença

entre o valor médio da loteria, no caso $50, e o EC, no caso $44,4 = $5,6) com o preço justo pelo seguro. Em outras palavras, seria a diferença entre o *payoff* máximo garantido (no caso, $100) pelo seguro e o Equivalente Certeza (no caso, $44,44), que é igual a $55,56.

Portanto, o indivíduo pagaria até $55,56 para se ver livre do risco. Como lhe ofereceram $55 pelo seguro total, ele o comprará.

PROVA DE 2011

Questão 5

Com relação às decisões dos agentes sob incerteza, é possível afirmar que:

⓪ Se Pedro define sua utilidade a partir de um nível de riqueza W, de tal modo que sua função de utilidade é dada por $u(W) = \sqrt{W}$, em que a e c são constantes positivas, então Pedro é avesso ao risco.

① Supondo que João deve pagar $2 para participar de uma competição cujo prêmio é de $19 e a probabilidade de ganhar 1/3. Se o agente possui uma função de utilidade definida por U(x) = log x e o seu nível corrente de riqueza é $10, então não faz sentido que ele venha a participar da competição.

② Maria herdou uma propriedade que lhe proporciona colheita de $100.000 em condições favoráveis, com probabilidade de 60%. Se as condições climáticas não forem adequadas ela tem prejuízo de $20.000 com a atividade. Se Maria é avessa ao risco e uma empresa lhe oferece um pagamento anual de $70.000 em troca de toda sua colheita, ela aceitará prontamente a oferta.

③ Joana possui uma propriedade que vale $300.000, mas está preocupada com seu futuro, cujo bem-estar (U) depende integralmente daquele valor, segundo a relação $U(W) = W^{5/4}$. Em um dado ano, existe a chance de 2% de que a propriedade pegue fogo, o que resultaria em uma redução de seu valor para $30.000. Nesse caso, os indícios são de que Joana é avessa ao risco.

④ Supondo que Antonio possui uma função de utilidade dada por $U(W) = \frac{M^{1/2}}{10}$, em que W equivale ao seu nível de riqueza. Supondo que ele participe de um jogo com distribuição de payoffs apresentadas no quadro abaixo, então a utilidade esperada do jogo equivale a $2,5.

Situação do Jogo	*Payoffs*	Probabilidade
1	$400	1/3
2	$225	1/3
3	$100	1/3

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Para resolver esta questão, há que se saber se a segunda derivada da função de utilidade é crescente ou decrescente.

$U'(W) = acW^{-(a+1)}$

$U''(W) = -a(a+1)cW^{-(a+2)} \leq 0$

Como a segunda derivada da função de utilidade é não positiva, a função U é côncava. Logo Pedro é avesso ao risco.

(1) Falso.

Dados do problema $\xrightarrow{1/3} 10 + 19 - 2 = 27$

$\xrightarrow{2/3} 10 - 2 = 8$

Fará sentido participar da loteria (competição) se a utilidade esperada de Von Neumann-Morgenstern for maior do que a utilidade de ter uma renda certa. Isto é: $E[U(w)] > U(w_0)$, no qual w_0 é a renda certa.

$$E\left[U(w)\right] = 1/3 \log 27 + 2/3 \log 8 = 0,477 + 0,60206 = 1,079 > \log 10 = 1.$$

$$E[U(w)] = \frac{1}{3} Log\ 3^3 + \frac{2}{3} Log\ 2^3$$

$$E[U(w)] = Log\ 3^{3/3} + Log\ 2^{3.2/3}$$

$$E[U(w)] = Log\ 3 + Log\ 2^2$$

$$E[U(w) = Log\ (3 * 4) = Log 12 > Log\ 10$$

Então, faz sentido participar.

(2) Verdadeiro.

Se $w_0 > E(w)$, ela aceita a oferta. $E(w) = (0,6 \cdot 100.000) + (0,4 \cdot 20.000) = 68.0000$. Como 70.000 > 68.000, ela aceita a oferta.

(3) Falso.

Para Joana ser avessa ao risco, temos que ter $U'' \leq 0$. Temos que, $U'(w) = \frac{5}{4} w^{1/4}$ e $U''(w) = \frac{5}{16} w^{-3/4} \geq 0$. Logo Joana é propensa ao risco.

(4) Falso.

A que ver se a Utilidade Esperada é igual a 2,5, o que não é.

$$E\left[U(w)\right] = \frac{1}{3}\frac{(400)^{1/2}}{10} + \frac{1}{3}\frac{(225)^{1/2}}{10} + \frac{1}{3}\frac{(100)^{1/2}}{10} = \frac{1}{3}(2 + 1,5 + 1) = 1,5$$

PROVA DE 2012

Questão 5

Sobre a Teoria da Utilidade Esperada, assinale falso ou verdadeiro nas afirmativas abaixo:

⓪ Suponha a seguinte função utilidade que representa as preferências dos indivíduos sobre loterias monetárias: $U(W) = a + bW + cW^{½}$, em que W é o nível de riqueza do indivíduo, e a, b e c são parâmetros. Nesse caso, pode-se afirmar que o indivíduo é mais avesso ao risco quanto mais elevada for sua riqueza W.

① Suponha um modelo de escolha sob incerteza no qual existem dois estados da natureza com probabilidade p e (1-p) de ocorrerem e mercados completos de ativos. Especificamente, suponha que existam dois ativos contingentes do tipo $A_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ e $A_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$. Nesse caso, a razão dos preços relativos desses ativos é exatamente igual à razão das probabilidades de ocorrência dos estados da natureza.

② Em modelos de escolha de seguros de automóvel com prêmio de risco atuarialmente justo, indivíduos avessos ao risco sempre escolhem fazer seguro total.

③ A função de utilidade esperada é invariante a qualquer transformação monotônica crescente.

④ O grau de aversão ao risco dos indivíduos pode ser medido pelo seu equivalente de certeza. Quanto mais avesso ao risco for o indivíduo, maior é o equivalente de certeza.

Resolução:

(0) Falso.

Há duas definições de aversão ao risco, a relativa e a absoluta, conforme pode ser visto abaixo:

$$A_A = -\frac{U''}{U'}$$

$$A_R = -\frac{U''}{U'}.W$$

Para a questão ser verdadeira, uma vez que nada foi dito sobre qual das definições acima se deseja saber, pelos dois conceitos teria-se que encontrar $\frac{dA}{dW} > 0$. Comece, então, calculando aversão relativa, da seguinte forma:

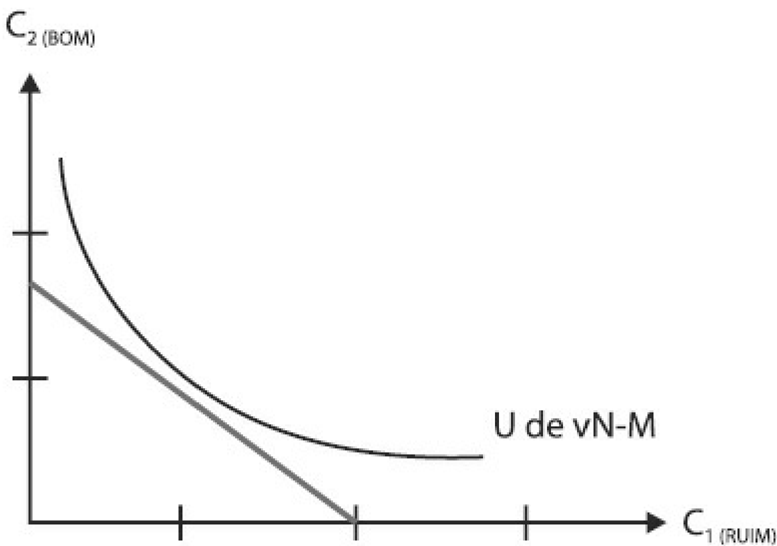
$$U' = b + \frac{c}{2}W^{-1/2}$$

$$U'' = -\frac{c}{4}W^{-3/2}$$

Logo: $A_R = -\frac{U''}{U'}.W = \frac{c/4}{\frac{b}{W^{-1/2}} + \frac{c}{2}} \rightarrow \frac{dA_R}{dW} < 0$. Assim, a questão é falsa.

(1) Falso.

Pelo gabarito da ANPEC, esta questão é verdadeira.



Suponha que:

- Estado ruim seja o 1: C1
- Estado bom seja o 2: C2

Seja também:

- P1 = preço do estado 1
- P2 = preço do estado 2

Seja também:

- П1 = prob. do estado 1 (p)
- П2 = prob. do estado 2 (1-p)

Problema do consumidor com incerteza: o consumidor quer escolher o melhor plano de consumo contingente (isto é, o que ele vai consumir em cada estado da natureza) pelo qual pode pagar, maximizando a sua função de utilidade esperada (especificamente, de Von Neumann-Morgenstern).

Hipótese: os mercados são completos.

Igualando a TmgS aos preços, tem-se que, **em um mercado em que os "preços são atuariamente justos"**, os preços relativos dos estados da natureza serão iguais às probabilidades de ocorrência de cada estado e o seguro feito será completo para evitar a ocorrência do estado ruim. **Mas, se os preços não forem justos, a afirmativa será falsa**. O preço do estado bom é mais caro do que deveria e o seguro não é feito apenas parcialmente. Como nada é dito no enunciado sobre se os preços são justos ou não (isto é, se as firmas têm algum poder de monopólio), a questão fica incompleta, logo, falsa.

(2) Verdadeiro.

Em decorrência da explicação do item anterior, se o preço for justo e os indivíduos avessos ao risco, a escolha é fazer um seguro total, que faça com que o quanto o indivíduo irá consumir amanhã independa do estado da natureza.

(3) Falso.

A função de utilidade esperada de Von Neumann-Morgenstern é invariante apenas às

transformações monotônicas afins.

(4) Falso.

O enunciado tenta confundir o aluno. Quanto mais avesso ao risco for o indivíduo, maior será o seu prêmio de risco. O equivalente certeza seria o montante fixo mínimo da renda pelo qual o consumidor troca a situação incerta pela certa.

PROVA DE 2015

Questão 10

Ana ganhou um bilhete de uma loteria que paga $0 ou $4 com probabilidade p = ½ para cada evento. Sua função utilidade é $U_A(w)= \sqrt{w}$, sendo w a quantidade de dinheiro envolvida. Ana conhece Maria, cuja função utilidade é $U_M(w)=w$. A avaliação que ambas fazem de situações envolvendo risco é descrita por funções de utilidade de von Neumann-Morgenstern. Avalie:

⓪ Ana é indiferente entre participar da loteria e ganhar $1 com certeza.

① Se Ana vendesse o bilhete para Maria, o preço p do bilhete estaria no intervalo $1 ≤ p ≤ $2.

② Se Julia (com função utilidade $U_J(w)=w^2$) concorresse com Maria pelo bilhete de Ana, Julia compraria o mesmo a um preço p no intervalo $2 ≤ p ≤ $2 $\sqrt{2}$.

③ Como Ana é avessa ao risco, ela não compraria o bilhete que ganhou.

④ O coeficiente de aversão absoluta ao risco de Ana é crescente em relação aw.

Resolução:

Em primeiro lugar, note que há três casos nesta questão: Ana é avessa ao risco e a sua função utilidade é côncava. Maria é neutra ao risco e a sua função utilidade é uma reta. Julia é propensa ao risco e a sua função de utilidade é convexa.

A utilidade esperada de Ana é: $EU_A = \frac{1}{2}\sqrt{0} + \frac{1}{2}\sqrt{4} = 1.$

A utilidade esperada de Maria é: $EU_M = \frac{1}{2}0 + \frac{1}{2}4 = 2.$

A utilidade esperada de Julia é: $EU_J = \frac{1}{2}0^2 + \frac{1}{2}4^2 = 8.$

O conceito de "**equivalente certeza**" (EC) diz respeito ao montante fixo de renda (eixo horizontal, chamado de W) pelo qual o consumidor está disposto a receber para trocar uma situação de incerteza por uma certa. Sabe-se que a situação de incerteza proposta aqui seria ganhar $0 e $4 com probabilidades 1/2 cada. Logo, o valor esperado da renda incerta seria de [½*0 + ½*4 =] 2.

O conceito de "**prêmio de risco**" é a <u>diferença entre o valor esperado da renda certa incerta e</u>

o equivalente certeza. Para uma pessoa avessa ao risco, seria o máximo que ele pagaria para se livrar do risco. Para uma pessoa propensa ao risco, seria o mínimo que ele receberia para ter risco.

Neste caso, o EC para uma pessoa avessa ao risco tem que ser menor do que 2. Para uma pessoa propensa ao risco, o EC tem que ser maior do que 2. Para uma neutra, tem que ser zero.

Para encontrar o valor da renda relativo ao equivalente certeza, há que igualar a utilidade esperada em jogar (valores calculados anteriormente) à utilidade esperada referente ao equivalente certeza. No caso deste problema seria:

$$EC_A \rightarrow 1 = \sqrt{W_{EC}^{A}} \rightarrow W_{EC}^{A} = \$1$$

$$EC_M \rightarrow 2 = W_{EC}^{M} \rightarrow W_{EC}^{M} = \$2$$

$$EC_J \rightarrow 8 = \left(W_{EC}^{M}\right)^2 \rightarrow W_{EC}^{J} = 2\sqrt{2} = \$2{,}83$$

E o prêmio de risco de cada um seria:

Prêmio de Risco de Ana: 2 – 1 = $1

Prêmio de Risco de Maria: 2 – 2 = $0

Prêmio de Risco de Julia: 2 – 2,83 = $-0,83

(0) Verdadeiro

Para responder esta pergunta, há que observar o valor encontrado do EC de Ana. Nota-se que W_{EC}^{A} = $1.

(1) Verdadeiro

Nesta caso, há que comparar os ECs de Ana e Maria. Ana gostaria de vender acima de $1. Mas Maria só compraria até $2.

(2) Verdadeiro

Neste caso, comparando os EC das três moças, é possível dizer que Julia compraria até $\$2\sqrt{2}$. Como Maria compraria até $2 (incluindo este valor), Julia sabe que logrará o bilhete se disser a Ana que compra a partir de $2, até $ $2\sqrt{2}$.

(3) Falso.

Ana irá adquirir o bilhete desde que o preço do bilhete seja inferior ou igual a $1.

(4) Falso.

O coeficiente de Arrow-Pratt de aversão absoluta ao risco de Ana dada a riqueza *w* é definido como:

$$r_A(w) = -\frac{U_A''(w)}{U_A'(w)}$$

Sendo $U_A(w) = \sqrt{w}$, tem-se que: $U_A'(w) = \frac{1}{2}w^{-1/2}$ e $U_A''(w) = -\frac{1}{4}w^{-3/2}$. Desse modo, teremos que:

$$r_A(w) = -\frac{-\frac{1}{4}w^{-3/2}}{\frac{1}{2}w^{-1/2}} = \frac{1}{2}w^{-1}.$$

Finalmente, derivando o coeficiente de Arrow-Pratt de aversão absoluta ao risco de Ana em relação a *w*, teremos: $\frac{dr_A(w)}{dw} = -\frac{1}{2}w^{-2} < 0.$ Ou seja, o coeficiente de aversão absoluta ao risco de Ana é decrescente em relação a *w*.

3 Teoria da Firma

PROVA DE 2006

Questão 3

Com respeito à Teoria da Produção, avalie as afirmativas:

⓪ A função de produção Q(x,y) = $x^{0,3}$ $y^{1,2}$ tem rendimentos crescentes de escala e os dois fatores, x e y, estão sujeitos à lei dos rendimentos marginais decrescentes.

① A função de produção Q(x,y) = min{x,4y}, em que os preços dos fatores são fixos e estritamente positivos, apresenta um único caminho de expansão.

② Se a função de produção for Q(x,y) = $x^{0,2}$ $y^{0,3}$, se o orçamento para produção for limitado em 100 e se p_x = 5 e p_y = 10, então no ponto ótimo de produção ter-se-á: $\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$.

③ Se a função de produção for Q(x,y) = $x^{0,2}$ $y^{0,3}$, então o produto marginal será sempre superior ao produto médio para qualquer nível não nulo de emprego do fator variável.

④ Se a função de produção for Q(x,y) = x + 4y +2 e se p_x = 5 e p_y = 10, para produzir 102 unidades a firma utilizará zero unidade de x e 25 unidades de y.

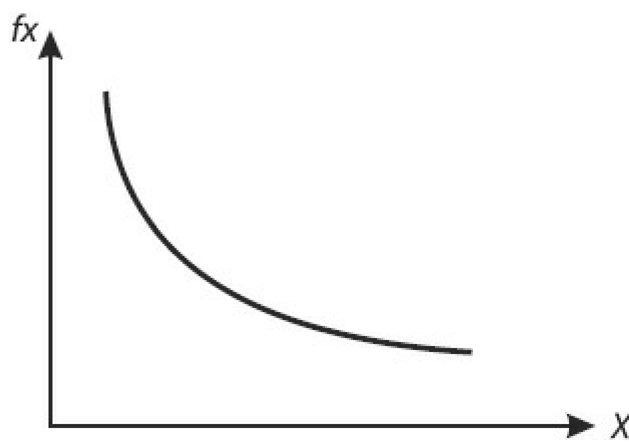
Resolução:

(0) Falso.

A função de produção $Q(x,y) = x^{0,3}\, y^{1,2}$ tem rendimentos crescentes de escala, pois a soma de seus expoentes é maior que 1, isto é, 0,3 + 1,2 = 1,5 > 1. Mas apenas o fator *x* está sujeito à lei dos rendimentos marginais decrescentes, uma vez que, se derivarmos a PMg_x e a PMg_y para sabermos a inclinação destas curvas, obteremos $\frac{dPMg_X}{dx} < 0,\ mas\ \frac{dPMgY}{dy} > 0$, como podemos ver nos cálculos abaixo:

$\frac{dQ}{dx} = 0,3x^{-0,7}y^{1,2} \Rightarrow \frac{d^2Q}{dx^2} = (-0,7)0,3x^{-1,7}y^{1,2} < 0 \Rightarrow$ Apresenta retornos marginais decrescente para o fator *x*.

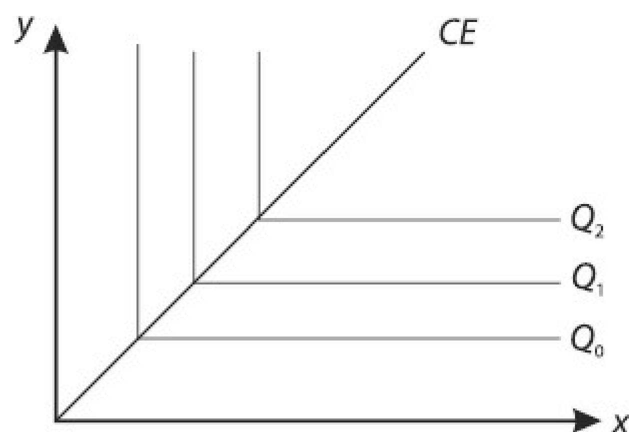
$\frac{dQ}{dy} = 1,2x^{0,3}y^{0,2} \Rightarrow \frac{d^2Q}{dy^2} = (0,2)1,2x^{0,3}y^{-0,8} > 0 \Rightarrow$ Não apresenta retornos marginais decrescentes para o fator *y*.



(1) Verdadeiro.

O caminho de expansão é o lócus dos pontos de ótimo do problema de minimização de custo da firma, quando se amplia a produção. Ou seja, assumindo como fixos os preços dos insumos, a curva mostra como os insumos variam quando a produção aumenta. O caminho de expansão é uma reta para as funções homogêneas, como é o caso das funções de elasticidade de substituição constante (CES).

Para a função Q(x,y) = min{x, 4y}, seu caminho de expansão é derivado da seguinte igualdade: $x = 4y$, onde $y = \frac{1}{4}x$ é a reta do caminho de expansão.



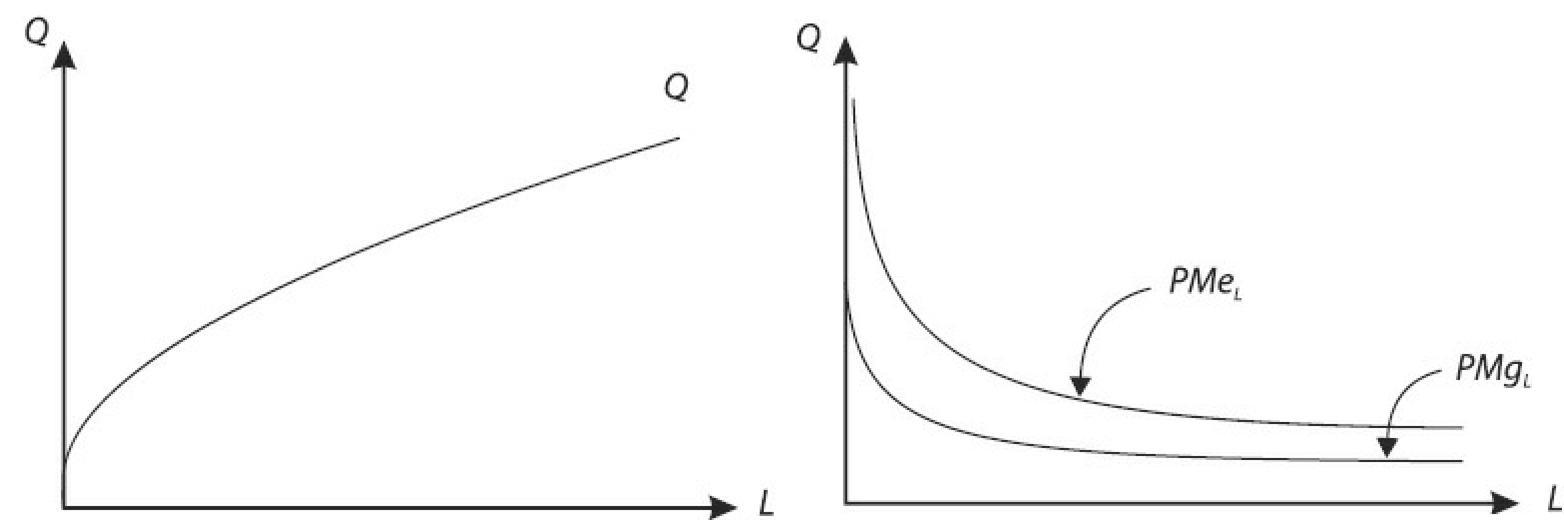
(2) Verdadeiro.

O problema dual da firma é: maximizar a função de produção $Q(x,y) = x^{0,2}\, y^{0,3}$ sujeita à $CT = 100$. Sabe-se que $p_x = 5$ e $p_y = 10$, logo, em equilíbrio, teremos:

$$\frac{PMg_x}{PMg_y} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow \frac{0,2x^{-0,8}y^{0,3}}{0,3x^{0,2}y^{-0,7}} = \frac{5}{10} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{4}{3}$$

(3) Falso.

A função de produção $Q(x,y) = x^{0,2}\, y^{0,3}$ tem rendimentos decrescentes de escala, pois 0,2 + 0,3 = 0,5 < 1. Logo, a função de produção é côncava, e por meio dela pode se observar PMe > PMg para um dado L.

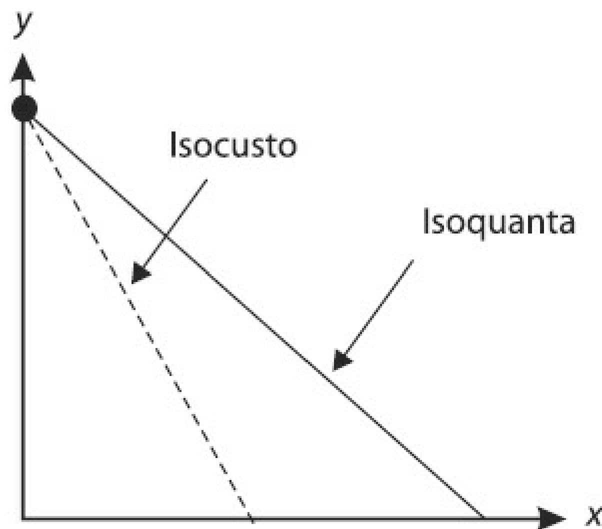


(4) Verdadeiro.

Na função de produção $Q(x,y) = x + 4y + 2$ os insumos são substitutos perfeitos, e podemos reescrevê-la como sendo $Q(x,y) - 2 = x + 4y \quad y = 25 - \frac{1}{4}x$

e notar que a TMgST = 1/4.

Por outro lado, notemos que a relação de preços é tal que: $\frac{P_X}{P_Y} > \frac{PMg_X}{PMg_Y}$. Assim, o empresário, para produzir 102 unidades de produto, escolherá: $x^* = 0 \quad y^* = 25$.



Questão 4

Com respeito à teoria dos custos, avalie as afirmativas:

⓪ O trecho decrescente da curva de custo marginal está associado à existência de rendimentos marginais crescentes do fator variável.

① No curto prazo, para o nível de produção q, a integral da função de custo marginal de 0 a q, de uma firma, indica o valor do custo variável total da produção de q unidades.

② A existência de uma curva de aprendizagem significa que a quantidade de fatores requeridos por unidade de produto declina em função do aumento de produção acumulada da empresa.

③ Dada a quantidade produzida, se a elasticidade do custo em relação à produção for maior que a unidade, na

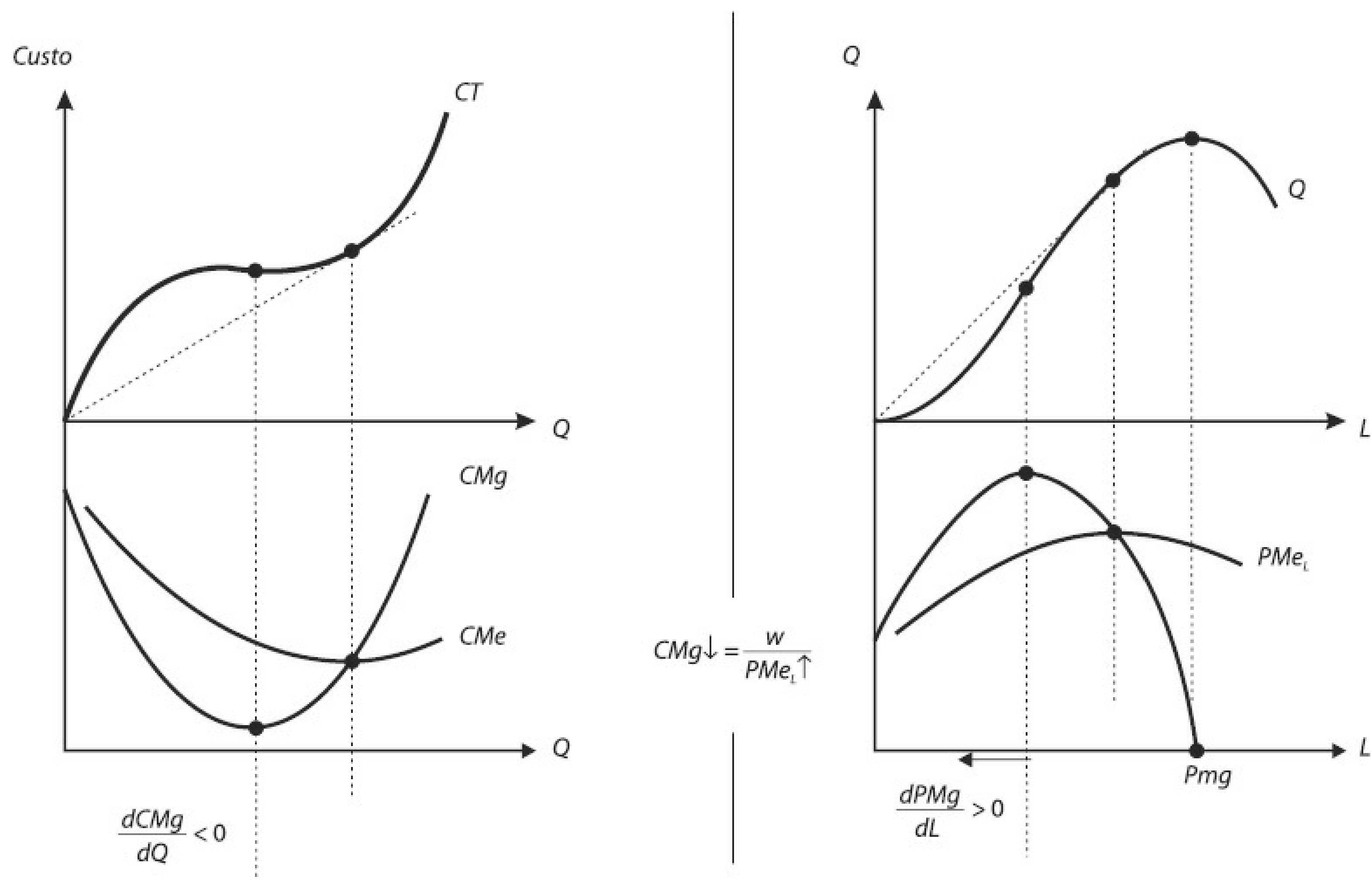
margem, um aumento de produção reduzirá o custo médio.

④ No monopólio natural, o custo marginal é superior ao custo médio e o custo médio é declinante em toda a amplitude relevante de produção.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Pela dualidade entre as duas curvas, $CMg = \frac{w}{PMg}$ podemos dizer que a resposta está correta.



(1) Verdadeiro.

O custo total da empresa pode ser escrito como a soma dos custos fixos e dos custos variáveis: $CT(Q) = CF + CV(Q)$.

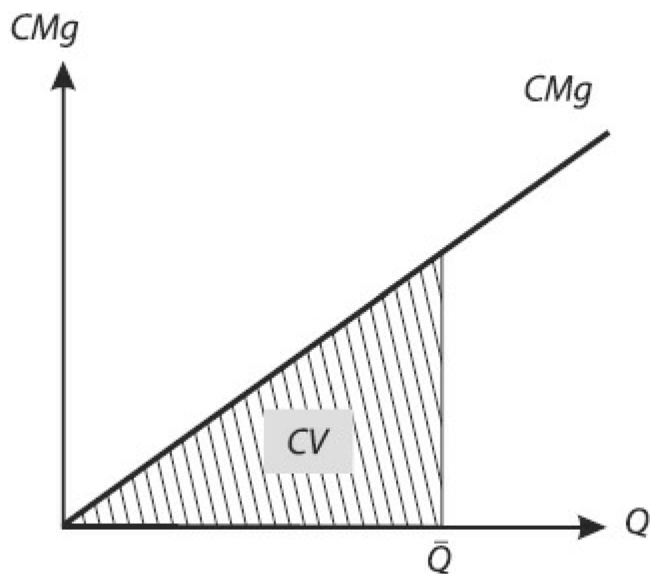
No curto prazo (CP), o capital é fixo ($\overline{K}$), logo a função de custo marginal de CP é dada pela derivada do custo total de CP em relação a Q: $CT_{CP}(\overline{K}) \Rightarrow \frac{dCT}{dQ} = CMg$.

Logo, a integral da parte de baixo da curva de custo marginal representa, justamente, os custos variáveis da firma, isto é:

$$\int_0^{\overline{Q}} CMg = CV$$

Exemplo: $CT_{CP}(\overline{K}) \Rightarrow \dfrac{dCT}{dQ} = CMg = 2Q$

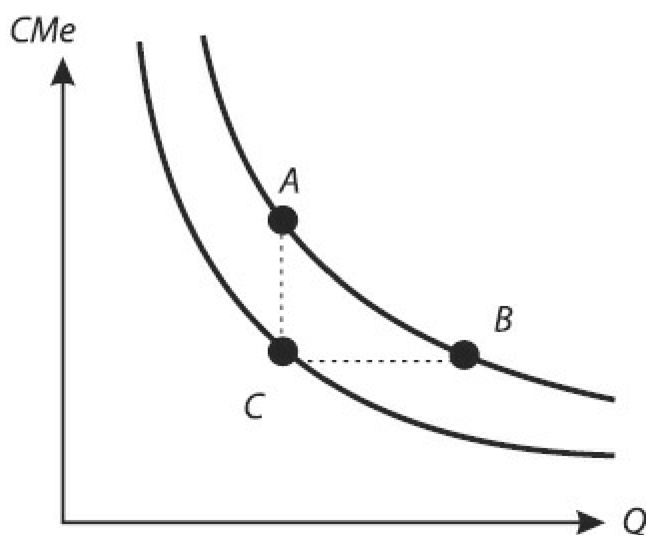
$$\int_0^{\overline{Q}} CMg = CV \Rightarrow \int_0^{\overline{Q}} \frac{2}{2} Q^2 \Big|_0^{\overline{Q}} = Q^2 - 0^2 = Q^2 = CV$$



(2) Verdadeiro.

De acordo com Pindyck & Rubinfeld, Capítulo 7, item 7.6, o custo médio de produção (CMe) pode apresentar uma redução no decorrer do tempo, caso os trabalhadores de uma empresa **aprendam** como produzir com mais eficiência (*learning by doing*). Portanto, o CMe é uma função decrescente da produção. Neste caso, observa-se uma queda nas horas trabalhadas destes funcionários para produzir uma unidade do produto (PMe aumenta) à medida que a produção acumulada aumenta.

No gráfico abaixo, o deslocamento de A para C indica **o aprendizado** dos funcionários da empresa. Já o deslocamento de A para B indica as economias de escala.



(3) Falso.

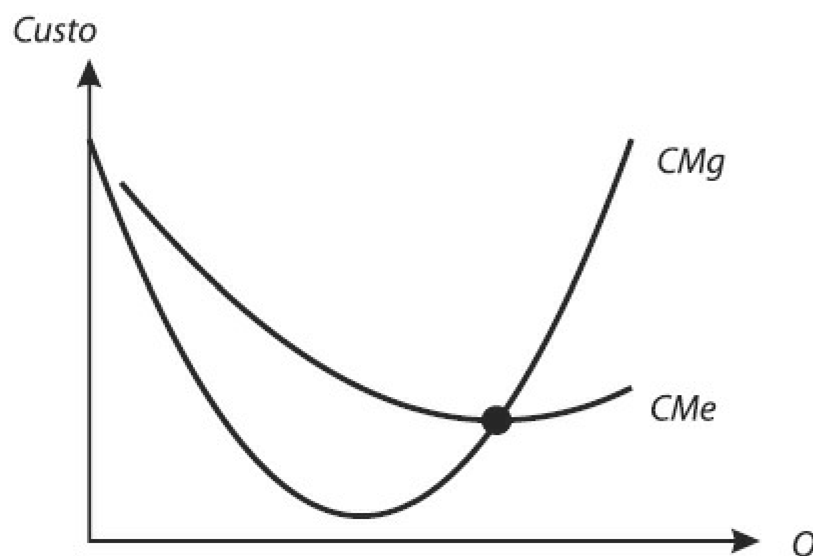
A elasticidade do custo em relação à produção é dada por $\theta = \dfrac{\Delta\%CT}{\Delta\%Q}$. Se $\theta > 1$ sempre que houver um aumento percentual de 10% na produção, o aumento percentual dos custos totais será maior. Isso posto, estamos diante de uma situação em que a curva de CT cresce a taxas crescentes. Assim, um aumento na produção, aumenta o CMe.

Repare que $\theta = \dfrac{dCT}{dQ}\dfrac{Q}{CT} = \dfrac{CMg}{CMe}$.

Se $\theta > 1$ CMg > CMe

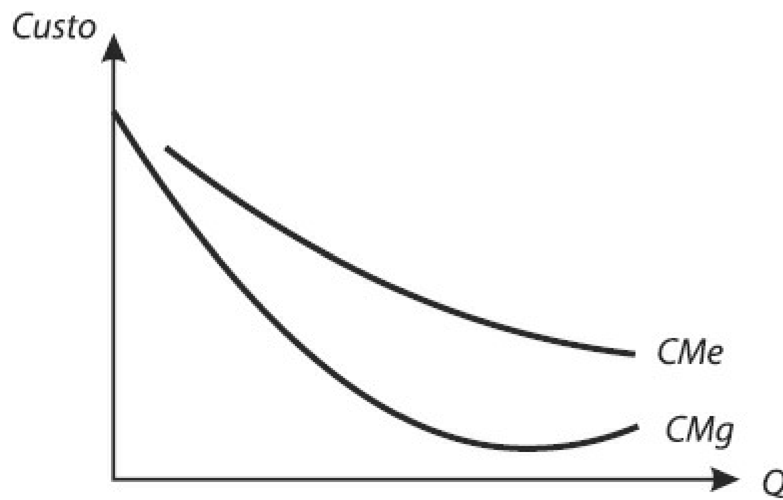
Se $\theta < 1$ CMg < CMe

Se $\theta = 1$ CMg = CMe



(4) Falso.

Uma firma em monopólio natural tem seu ponto de maximização de lucro na parte decrescente da sua curva de custo médio. Isso porque os custos fixos são tão elevados que a curva de custo demora a chegar ao nível de **escala mínima de eficiência** (ponto de mínimo da curva de CMe). Por isso, a demanda de mercado **corta** esta curva na parte que ela ainda é decrescente. Estas empresas têm economias de escala. Dessa forma, a curva de CMg é inferior à curva de CMe.



PROVA DE 2007

Questão 4

Com relação à teoria da produção, julgue as proposições:

⓪ Na função de produção $f(z_1, z_2) = z_1^2\sqrt{z_2}$ os retornos de escala são constantes.

① Na função de produção $f(z_1, z_2) = \ln(z_1) + \ln(z_2)$, sendo w_1 e w_2 os preços dos fatores e y a produção, a demanda condicional do fator z_1 é $\sqrt{w_1/w_2}\exp(y/2)$.

② A uma função de produção homogênea de grau a, tal que a > 1, corresponderá uma curva de custo médio decrescente.

③ Supondo uma função de produção Cobb-Douglas, pode-se afirmar que, no ponto de custo mínimo de produção, a curva de isocusto é tangente à isoquanta.

④ Dados os preços dos fatores $w_1 = 3$ e $w_2 = 1$ e a função de produção $f(z_1, z_2) = \sqrt[4]{z_1^3 z_2}$, no ponto de custo mínimo igual a 16, a produção será igual a 4.

Resolução:

(0) Falso.

Os rendimentos de escala descrevem o que acontece com o produto quando se aumenta todos os insumos na mesma proporção. Para analisar o grau de homogeneidade da função de produção, podemos multiplicar todos os insumos por *t*, para todo *t* > 0.

$f(tz_1, tz_2) = (t^2 z_1^2\sqrt{tz_2}) = t^2\sqrt{t}(z_1^2\sqrt{z_2}) = t^{5/2}(z_1^2\sqrt{z_2}) \Rightarrow$ Para *t>1*, como o grau de t é 5/2 > 1, então, esta função de produção apresenta retornos crescentes de escala.

(1) Falso.

A Taxa Marginal de Substituição Técnica (TMgST) da função de produção $f(z_1,z_2) = \ln(z_1) + \ln(z_2)$ é dada por: $TMgST = \frac{f_{Z_1}}{f_{Z_2}} = \frac{z_2}{z_1}$.

Em equilíbrio $\frac{z_2}{z_1} = \frac{w_1}{w_2} \Rightarrow z_2 = \frac{w_1}{w_2} z_1 \Rightarrow (1)$.

Substituindo (1) na função de produção, obtemos a demanda condicional do fator 1:

$$y = f(z_2(z_1), z_1) = \ln(z_1) + \ln\left(\frac{w_1}{w_2} z_1\right) \Rightarrow y = \ln\left(\frac{w_1}{w_2} z_1^2\right) \Rightarrow z_1^* = \sqrt{\frac{w_2}{w_1} e^{y/2}}$$

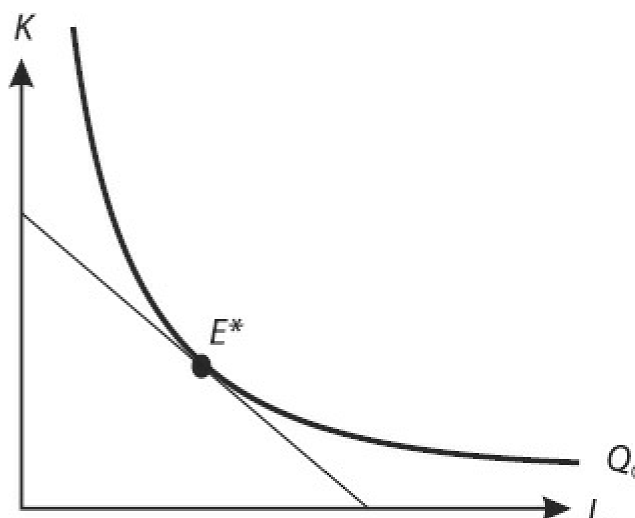
(2) Verdadeiro.

A função de produção Cobb-Douglas $Q = K^{\alpha}L^{\beta}$ é um exemplo de função de produção homogênea de grau $\alpha + \beta$.

Se $\alpha + \beta > 1$, a função apresenta rendimentos crescentes de escala. Por dualidade entre as funções de produção e de custo, à medida que a quantidade produzida aumenta, o custo médio cai, isto é, quando há rendimentos crescentes na função de produção, há economias de escala na função custo.

(3) Verdadeiro.

Para uma função estritamente convexa, como é o caso da Cobb-Douglas, no ponto de custo mínimo de produção, a curva de isocusto é tangente à isoquanta.



(4) Verdadeiro.

Sejam os dados do problema: $f(z_1, z_2) = \sqrt[4]{z_1^3 z_2}$ $w_1 = 3$ e $w_2 = 1$. Pela condição de primeira ordem, sabe-se que a razão das produtividades marginais entre Z_1 e Z_2 se igualam à relação de seus custos, W_1 e W_2, da seguinte forma:

$$TMgST_{z_2 \rightarrow z_1} = \frac{PMg_{z_1}}{PMg_{z_2}} = \frac{w_1}{w_2}$$

$$TMgST_{z_2\to z_1}=\frac{PMg_{z_1}}{PMg_{z_2}}=\frac{w_1}{w_2}\Rightarrow\frac{\frac{3}{4}z_1^{-1/4}z_2^{1/4}}{\frac{1}{4}z_1^{3/4}z_2^{-3/4}}=3\Rightarrow\frac{3z_2}{z_1}=3\Rightarrow z_1=z_2$$

Desta última relação, substitua Z_1 por Z_2 na função custo total da seguinte forma:

$CT = w_1z_2 + w_2z_2 \;\; 16 = 3 \;\; z_2 + 1z_2$

$z_2^* = 4$

$z_1^* = 4$

Uma vez de posse das quantidades ótimas de insumos, substitua estes valores na função de produção dada no problema e encontre o nível ótimo de produção:

$$f(z_1,z_2)=\sqrt[4]{z_1^3z_2}\Rightarrow Q=\left(4^{3/4}\right)\left(4^{1/4}\right)=4$$

Questão 5

Julgue as proposições:

⓪ A função de produção ESC (Elasticidade de Substituição Constante), definida como $Q = A[\delta\ K^{-\rho} + (1 - \rho)L^{-\rho}]^{-1/\rho}$ (com $A > 0$; $0 < \delta < 1$; $\rho > -1$), tende a uma Cobb-Douglas quando ρ tende a zero.

① Um caminho de expansão linear é característica da função de produção Cobb-Douglas apenas se a soma de seus expoentes for igual a 1.

② A função de produção ESC (Elasticidade de Substituição Constante), definida como $Q = A[\delta\ K^{-\rho} + (1 - \delta)L^{-\rho}]^{-V/\rho}$ (com $A > 0$; $0 < \delta < 1$; $\rho > -1$ e $V > 0$) apresenta retornos constantes de escala.

③ A função Cobb-Douglas tem as seguintes propriedades: é homogênea, sendo o grau de homogeneidade dado pela soma dos expoentes; e suas isoquantas são negativamente inclinadas e estritamente convexas para valores positivos dos fatores K (capital) e L (trabalho).

④ A função Cobb-Douglas satisfaz o Teorema de Euler, que afirma que $(K \times PMgK) + (L \times PMgL) = Q$, em que PMgK é a produtividade marginal do capital, PMgL é a produtividade marginal do trabalho, K é a quantidade de capital aplicada à produção, L é a quantidade de trabalho aplicada à produção e Q é a quantidade produzida.

Resolução:

Uma função de produção CES (Elasticidade de Substituição Constante), pode ser apresentada, de forma geral, no seguinte formato $Q=\left[a_1k^{\rho}+a_2L^{\rho}\right]^{\varepsilon/\rho}$.

Em equilíbrio, a Taxa Marginal de Substituição Técnica é igual à razão entre as produtividades marginais dos fatores, ou seja, $TMgST=\dfrac{PMg_L}{PMg_K}=\dfrac{a_1}{a_2}\left(\dfrac{K}{L}\right)^{1-\rho}$.

Para encontrar a elasticidade de substituição entre os fatores, σ, podemos tirar o Ln da equação acima e derivarmos da seguinte forma:

$$\ln TMgST = \ln\left(\frac{a_1}{a_2}\right) + (1-\rho)\ln\left(\frac{K}{L}\right)$$

$$\ln\left(\frac{K}{L}\right) = \frac{1}{(1-\rho)}\ln TMgST - \frac{1}{1-\rho}\ln\left(\frac{a_1}{a_2}\right)$$

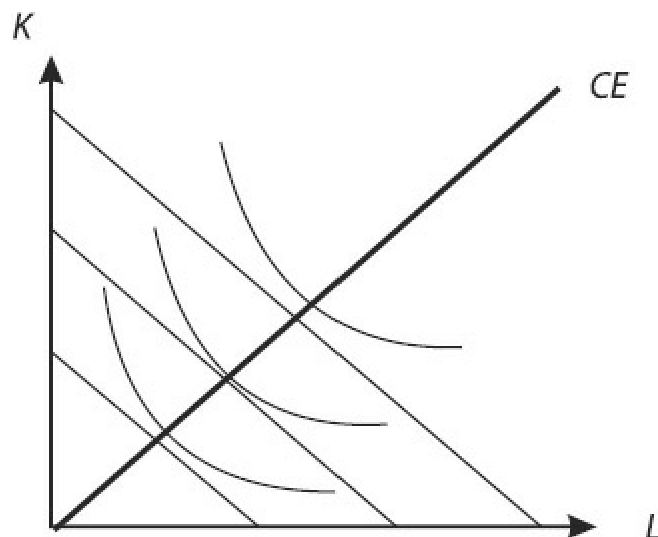
$$\sigma = \frac{d\,ln\left(\frac{K}{L}\right)}{d\,ln TMgST} = \frac{1}{1-\rho}$$

(0) Verdadeiro.

Pela fórmula $\sigma = \frac{1}{1-\rho}$, quando ρ = 0, σ = 1 e a função de produção CES têm o comportamento de uma função de produção Cobb-Douglas.

(1) Falso.

O caminho de expansão é o lócus de equilíbrio do problema de minimização de custo da firma, quando se amplia a produção. Ou seja, assumindo como fixos os preços dos insumos, a curva mostra como os insumos variam quando a produção aumenta. O caminho de expansão é uma reta para as funções homogêneas, como é o caso das funções de elasticidade de substituição constante (CES). Como a função Cobb-Douglas é um caso particular da função da CES, a curva de expansão será uma reta independentemente da soma de expoentes α e β ($Q = K^{\alpha}L^{\beta}$). Portanto, não é apenas quando α + β = 1, como questiona o item.



(2) Falso.

O formato geral da CES é $F(K,L) = A[aK^{\rho} + bL^{\rho}]^{\varepsilon/\rho}$, onde A > 0, ρ ≤ 1, ρ ≠ 0, ε > 0,

apresenta:

- Rendimentos constantes de escala quando ε = 1.
- Rendimentos crescentes de escala quando ε > 1.
- Rendimentos decrescentes de escala quando ε < 1.

A letra "V", expressa na equação CES dada no enunciado, é a variável que expressa os rendimentos de escala. Se V é maior que zero, a função pode apresentar qualquer tipo de rendimento. Portanto, nada pode ser afirmado.

(3) Verdadeiro.

$Q = K^{\alpha}L^{\beta}$ é uma função homogênea de grau (α + β). Além disso, é uma função bem comportada, que gera isoquantas negativamente inclinadas e estritamente convexas para valores positivos dos fatores K (capital) e L (trabalho), pois a TMgST é decrescente.

(4) Falso.

De acordo com o Teorema de Euler "se uma função $f(x_1, x_2 ..., x_n)$ é uma função homogênea de grau M, isto é, se $f(tx_1, tx_2 ..., tx_n) = t^M f(x_1, x_2 ..., x_n)$ $t > 0$, então pode-ser escrever $f_1x_1 + f_2x_2 ... + f_nx_n = Mf(x_1, x_2 ..., x_n)$".

Adaptando a questão, temos $x_1 = K, f_1 = \frac{df}{dx_1} = PMg_K$, $x_2 = L$, e $f_2 = \frac{df}{dx_1} = PMg_L$.

Assim: $KPMg_K + LPMg_L = (\alpha + \beta)f(K,L)$. A afirmação só estaria correta, portanto, no caso particular em que (α + β) = 1, que é o caso de haver retornos constantes de escala. Assim, a questão é falsa.

PROVA DE 2008

Questão 5

Considere a tecnologia representada pela função de produção f (K, L) = $(\frac{1}{2}K^{-\rho} + \frac{1}{2}L^{-\rho})^{-1/\rho}$, em que ρ ≥ −1 e K, L > 0. Julgue as afirmações:

⓪ Essa tecnologia é também representada pela função F(K, L) = log[f(k,l)] + 35.
① Essa tecnologia possui retornos constantes de escala.
② ρ denota a elasticidade de substituição.
③ Se ρ tende para infinito, então f (K, L) tende para uma função de produção Cobb-Douglas.
④ Se ρ tende para zero, então f (K, L) tende para uma função de produção Leontief, ou de proporções fixas.

Resolução:

(0) Falso.

A Teoria do Consumidor, embora tenha muitas semelhanças, difere da Teoria da Firma em alguns pontos. Um deles diz respeito ao valor da curva de indiferença e ao da isoquanta. Na Teoria do Consumidor, que tem como base a teoria ordinal, não importa o valor em si das curvas de indiferenças, mas a ordem com que elas estão dispostas e o fato desta ordem ser preservada por uma transformação monotônica crescente. Já na Teoria da Firma, que tem como base a teoria cardinal, a quantidade produzida é relevante. Cada isoquanta mede, portanto, uma determinada quantidade de produção. Assim, uma transformação monotônica crescente, como pergunta a questão em tela, não preserva o valor de quanto uma empresa está produzindo. Por isso, a questão é falsa.

Esta questão é para testar se o aluno compreendeu esta importante diferença entre as ditas teorias.

Ver item (2), Questão 5, da prova da ANPEC de 2005.

(1) Verdadeiro.

A função de produção de CES (elasticidade de substituição constante) pode ser apresentada no seguinte formato genérico: $F(K,L) = A[aK^{\rho} + bL^{\rho}]^{\varepsilon/\rho}$, onde $A > 0$, $\rho \leq 1$, $\rho \neq 0$, $\varepsilon > 0$. Às vezes, $\alpha = \beta$ e $b = (1 - \beta)$, que se refere a uma distribuição de pesos para indicar a significância relativa dos fatores de produção.

A função CES apresenta:

- Rendimentos constantes de escala, quando $\varepsilon = 1$.
- Rendimentos crescentes de escala, quando $\varepsilon > 1$.
- Rendimentos decrescentes de escala, quando $\varepsilon < 1$.

Como a função desta questão apresenta $\varepsilon = 1$, então a função apresenta rendimentos constantes de escala.

(2) Falso.

Em equilíbrio, a Taxa Marginal de Substituição Técnica é igual à razão entre as produtividades marginais dos fatores, ou seja, $TMgST = \frac{PMg_L}{PMg_K} = \frac{a}{b}\left(\frac{K}{L}\right)^{1-\rho}$.

Para encontrar a elasticidade de substituição entre os fatores, σ, pode-se fazer:

$$\ln A + \ln\left[\frac{K}{L}\right] = \left(\frac{1}{1-\rho}\right)\ln TMgST$$

$$\sigma = \frac{d \ln \frac{K}{L}}{d \ln TMgST} = \frac{1}{1-\rho}$$

A função CES apresenta:

- $\rho = 0$, $\sigma = 1$, a função CES converge para uma Cobb-Douglas.
- $\rho = 1$, $\sigma \to \infty$ a função CES converge para uma função substitutos perfeitos.
- $\rho \to -\infty$, $\sigma = 0$ a função CES converge para uma função complementares perfeitos.

Além disso:

$\sigma = \frac{1}{1-\rho} \Rightarrow \sigma$ denota a elasticidade de substituição, e não ρ.

(3) Falso.

Ver item (2) acima.

(4) Falso.

Ver item (2) acima.

Questão 6

De acordo com a teoria dos custos de produção, julgue as afirmações:

⓪ O custo de oportunidade do uso de um recurso econômico no longo prazo não precisa ser igual ao custo de oportunidade de seu uso no curto prazo.

① Custo de oportunidade é um conceito absoluto, e não relativo.

② Se a função de produção de uma firma é f (K, L) = K + L, em que K é capital e L trabalho e se r > 0 e w > 0 são, respectivamente, o custo de oportunidade do capital e do trabalho, então a função custo é c(r, w, q) = q min{r, w}.

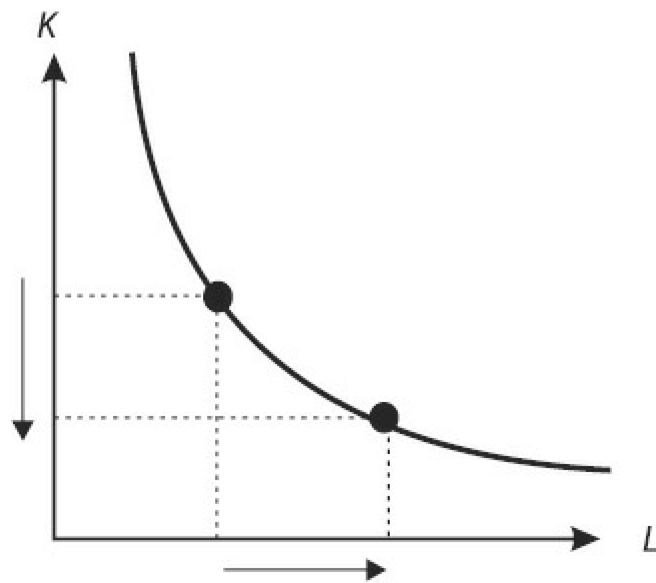
③ Se a função de produção de uma firma é f (K, L) = min{K, L}, em que K é capital e L trabalho e se o custo de oportunidade do capital é r > 0 e o do trabalho é w > 0, então o custo marginal de cada unidade de produto é r + w.

④ Se a função custo de uma empresa é $C(q_x , q_y)$, em que q_x é a quantidade produzida de x e q_y é a quantidade produzida de y e se C(10,100) = 220, C(0,100) = 160 e C(10,0) = 70, então a empresa não usufrui de economias de escopo ao produzir 10 unidades de x e 100 unidades de y.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

O custo de oportunidade da firma, no caso de Teoria da Firma, é medido pela Taxa Marginal de Substituição Técnica entre os insumos, $TMgST_{K \to L}$. Isto é, para o empresário aumentar a contratação de uma unidade adicional de L, quanto de K ele terá que abdicar?



No curto prazo (CP), como o capital é fixo $(\overline{K})$, o empresário não tem tanta mobilidade quanto no longo prazo (LP), quando todos os insumos podem variar. Assim, o custo de oportunidade de CP, além de não precisar ser igual ao de longo prazo (como afirma a questão), em geral é maior do que o custo de oportunidade no LP.

(1) Falso.

O custo de oportunidade, por definição, é um conceito relativo. Além disso, como visto no item anterior, tal custo depende do tempo em que nos referimos: se curto ou longo prazo.

(2) Verdadeiro.

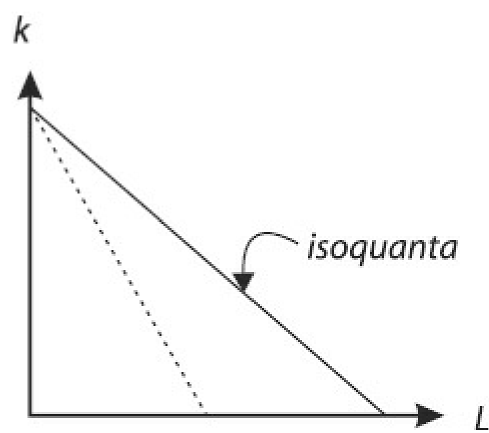
$f(K, L) = aK + bL$ substitutos perfeitos com retornos constantes de escala.[1] Logo, a isoquanta é dada por: $K = \frac{Q}{a} - \frac{b}{a}L$. Assim, a Taxa Marginal de Substituição Técnica é dada por: $TMgST = \frac{b}{a}$.

Em equilíbrio, $TMgST$ é igual à razão entre os preços dos insumos; logo, temos: $TMgST = \frac{w}{r}$.

Como no caso desta questão $\frac{b}{a} = 1 \Rightarrow TMgST = 1 \Rightarrow 1 = \frac{w}{r}$.

Se $w > r \Rightarrow L^* = 0 \Rightarrow K^* = \frac{Q}{a}$

Se $w < r \Rightarrow L^* = \frac{Q}{b} \Rightarrow K^* = 0$



A curva de custo total é obtida por meio da soma dos custos da empresa referentes ao capital, *rK*, e ao trabalho, w*L*, isto é: $CT = rK + wL$.

$$\text{Se } w > r \Rightarrow L^* = 0 \Rightarrow K^* = \frac{Q}{a} \Rightarrow CT_1 = r\frac{Q}{a} + w(0) \Rightarrow CT_1 = r\frac{Q}{a}$$

$$\text{Se } w < r \Rightarrow L^* = \frac{Q}{b} \Rightarrow K^* = 0 \Rightarrow CT_2 = r(0) + w\frac{Q}{b} \Rightarrow CT_2 = w\frac{Q}{b}$$

Como $a = b = 1$ $CT = Q.Min\{r, w\}$

(3) Verdadeiro.

$Q = \text{Min}\{aK, bL\}$ Solução: $aK = bL$

$$Q = aK$$

$$Q = bL$$

$$\Rightarrow CT^* = wL + rK \Rightarrow CT = w\frac{Q}{b} + r\frac{Q}{a} = Q\left(\frac{w}{a} + \frac{r}{b}\right)$$

Como a função de custo marginal é dada pela derivada da função custo total em relação a Q, então:

$$\frac{dCT}{dQ} = CMg = \left(\frac{w}{a} + \frac{r}{b}\right)$$

(4) Falso.

Economia de escopo ocorre quando o custo de produção de uma firma multiproduto é menor se ela produzir os bens em conjunto do que se ela produzi-los em separado. Em outras palavras, imagine o caso de dois bens. Há economia de escopo se a inequação abaixo ocorrer:

$CT(q_x, q_y) < CT(q_x) + CT(q_y)$

No caso dos valores desta questão, o custo total da produção conjunto é dado por: $CT(q_x, q_y) = 220$. Já os custos de produção de cada bem são de: $CT(q_x) = 160$ e $CT(q_y) = 70$.

Como 160 + 70 = 230 > 220, há economia de escopo na produção de x e y.

Para medir o grau da economia de escopo (GES), faça o seguinte cálculo:

$$GES = \frac{CT(q_x) + CT(q_y) - CT(q_x, q_y)}{CT(q_x, q_y)} = \frac{160 + 70 - 220}{220} = \frac{230 - 220}{220} = 0{,}045$$

Se GES > 0, há economia de escopo e, no caso, de grau 0,045.

Se GES < 0, não há economia de escopo.

PROVA DE 2009

Questão 4

Seja $Q = k^{\alpha} L^{1-\alpha}$ uma função de produção Cobb-Douglas. Julgue as afirmativas a seguir:

⓪ A demanda condicional pelo fator trabalho é $L^* = Q$.

① Supondo que a quantidade produzida seja de 3 unidades, a remuneração do trabalho igual a 1, a remuneração do capital igual a 1 e que $\alpha = 0{,}5$, temos que a quantidade de trabalho demandada é igual a 3.

② No longo prazo, a função custo associada a esta função de produção é do tipo ESC (Elasticidade de Substituição Constante), sendo que a elasticidade de substituição entre os fatores é 0,25.

③ Supondo os mesmos dados do item ①, temos que o custo total de produção é 6 (seis).

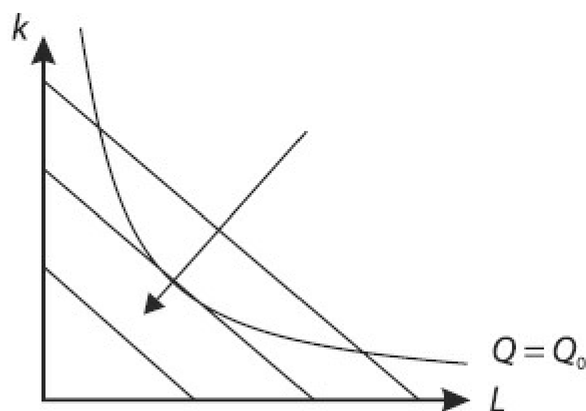
④ Esta função de produção, no curto prazo, supondo que o capital seja fixo, possui um custo marginal decrescente em relação à quantidade de capital.

Resolução:

(0) Falso.

Mesmo sem fazer conta alguma, já sabemos que a questão é falsa, pois uma função Cobb-Douglas não tem a demanda por L igual ao produto.

Para encontrar a demanda condicional do fator trabalho, L*, é necessário resolver o problema da firma, ou seja: minimizar o custo total dado por $CT = wL + rK$, sujeito a $\overline{Q} = K^{\alpha} L^{1-\alpha}$.



Seja, então, a função de Lagrange para este problema: $L = [wL + rK] + \lambda(\overline{Q} - K^{\alpha} L^{1-\alpha})$.

Condições de primeira ordem são:

$$(1)\frac{dL}{dL}=0 \Rightarrow w=\lambda(1-\alpha)\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}$$

$$(2)\frac{dL}{dK}=0 \Rightarrow r=\lambda\alpha\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha-1}$$

$$(3)\frac{dL}{d\lambda}=0 \Rightarrow Q=K^{\alpha}L^{\alpha-1}$$

Em equilíbrio, a Taxa Marginal de Substituição Técnica é igual à razão entre os preços dos insumos,[2] ou seja, $TMgST=\frac{w}{r}$. Assim: $\frac{w}{r}=\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\frac{K}{L}(4)$.

Logo, podemos explicitar K em (4) e tê-lo em função de L, da seguinte forma: $K=\frac{w}{r}\frac{\alpha}{(1-\alpha)}L$. Esta é a curva (reta, caminho) de expansão.

De (4) em (3):

$$Q=\left(\frac{w}{r}\frac{\alpha}{(1-\alpha)}L\right)^{\alpha}L^{1-\alpha}$$

$$Q=\left(\frac{w}{r}\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)^{\alpha}L$$

$$L^{*}=\left[\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\frac{r}{w}\right]^{\alpha}Q$$

(1) Verdadeiro.

Se Q = 3, w = 1, r = 1e $\alpha=\frac{1}{2}$, pela equação identificada no item (0) anterior, temos:

$$L^{*}=\left[\frac{(1-\frac{1}{2})}{\frac{1}{2}}\frac{1}{1}\right]^{1/2}3=3\cdot$$

(2) Falso.

De modo geral, a função de elasticidade de substituição constante (CES) pode ser apresentada no seguinte formato $\Rightarrow F(K,L)=A[aK^{\rho}+bL^{\rho}]^{\varepsilon/\rho}$, no qual A > 0, ρ ≤ 1, ρ ≠ 0, ε > 0, ε

representa o grau da homogeneidade da função. Se ε > 1, há rendimentos crescentes de escala. Se ε < 1, há rendimentos decrescentes de escala. Se ε = 1, há rendimentos constantes de escala.

Para mostrar que a função Cobb-Douglas é um caso particular da CES, verifiquemos, inicialmente, que, em equilíbrio, a Taxa Marginal de Substituição Técnica é igual à razão entre as produtividades marginais dos fatores, ou seja: $TMgT = \frac{PMg_L}{PMg_K}$.

$$TMgT = \frac{PMg_L}{PMg_K} = \frac{\frac{1}{\rho}}{\frac{1}{\rho}} \frac{(a_1 L^{\rho} + a_2 K^{\rho})}{(a_1 L^{\rho} + a_2 K^{\rho})} \frac{a_1 L^{\rho-1}}{a_2 K^{\sigma-1}} = \frac{a_1}{a_2}\left(\frac{K}{L}\right)^{1-\rho}.$$

Por definição, a elasticidade de substituição entre os fatores σ é:

$$\sigma = \frac{d\ln\left(\frac{K}{L}\right)}{d\ln TMgT} = \frac{1}{1-\rho}$$

Para encontrá-la, linearizemos a função da TMgST e coloquemos em função de $\ln\left(\frac{K}{L}\right)$, da seguinte forma:

$$\ln TMgT = \ln\left(\frac{a_1}{a_2}\right) + (1-\rho)\ln\left(\frac{K}{L}\right)$$

$$\ln\left(\frac{K}{L}\right) = \frac{1}{(1-\rho)}\ln TMgT - \frac{1}{1-\rho}\ln\left(\frac{a_1}{a_2}\right)$$

E, agora, basta fazermos a derivada do lado esquerdo da função anteriormente apresentada com relação ao Ln da TMgST.

Desse modo, teremos:

$$\sigma = \frac{d\ln\left(\frac{K}{L}\right)}{d\ln TMgT} = \frac{1}{1-\rho}$$

Quando ρ → 0 a elasticidade de substituição da função CES converge para 1, que é a mesma elasticidade de substituição de uma função Cobb-Douglas.

(3) Verdadeiro.

Já temos do item ①, L* = 3. Para encontrar o custo total, precisamos encontrar o K*, pois CT = wL* + rK*, onde CT* = (1)(3) + (1)(K*).

De 3 em 4:

$$Q = K^{\alpha}\left[\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\frac{r}{w}\right]^{1-\alpha} K^{1-\alpha} \Rightarrow Q = \left[\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\frac{r}{w}\right]^{1-\alpha} K \Rightarrow K^{*} = \left[\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\frac{r}{w}\right]^{1-\alpha} Q$$

$$K^{*} = \left[\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{1}\right)\right]^{1/2} 3 = 3$$

Assim, o custo total será dado por: $CT = wL + rK$ $[(1)(3)] + [(1)(3)] = 6$

(4) Verdadeiro.

$$CT_{CP}(\overline{K}) = wL^{*} + rK_1$$

Como:

$$Q = K_1^{\alpha} L^{1-\alpha} \Rightarrow L^{1-\alpha} = QK_1^{-\alpha} \Rightarrow L^{*} = (QK_1^{-\alpha})^{1/(1-\alpha)} \Rightarrow CT_{CP}(\overline{K}) = wL^{*} + r\left[\frac{Q}{K_1}\right]^{1/(1-\alpha)}$$

$$\frac{dCT_{CP}}{dK} = w\frac{1}{(1-\alpha)}Q^{\alpha/(1-\alpha)}\frac{1}{K^{\alpha}} < 0 \Rightarrow K \uparrow CMg_{CP} \downarrow$$

PROVA DE 2010

Questão 6

Uma empresa produzindo bolas de futebol possui função de produção $Q = 2\sqrt{KL}$. Suponha que no curto prazo a quantidade de capital é fixa em K = 100, e seja L a quantidade de trabalho. Responda V ou F às seguintes alternativas:

⓪ A função custo marginal de curto prazo é igual a $CMg_{CP} = \frac{wQ}{400}$, em que w é a remuneração do capital e L a quantidade de trabalho.

① A função custo médio de curto prazo é dada por $CMe_{CP} = \frac{100r}{Q} + \frac{wQ}{400}$.

② No curto prazo, a curva de custo fixo médio é decrescente.

③ Esta função de produção possui produto marginal decrescente para o trabalho.

④ Esta função de produção possui retornos constantes de escala.

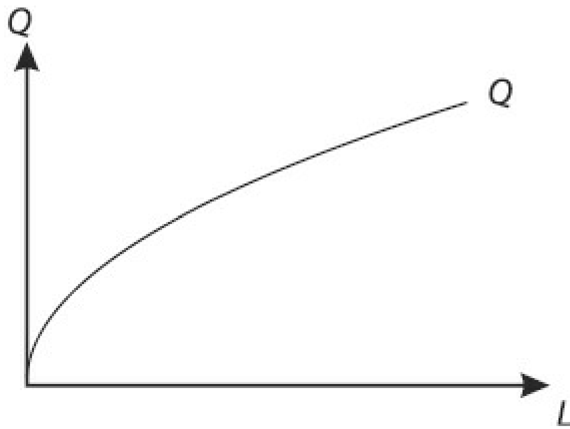
Resolução:

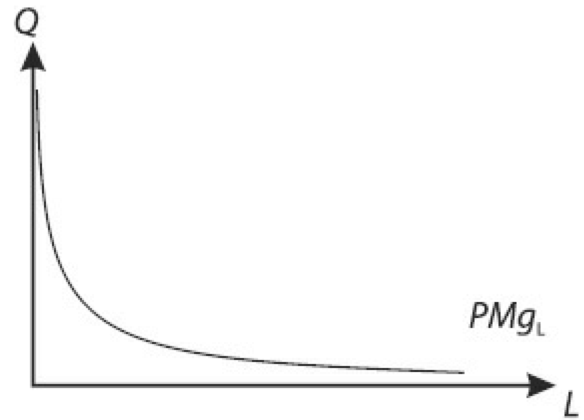
O valor do capital fixo de curto prazo (CP) é 100 $\overline{K} = 100$. Logo, substituindo $\overline{K}$ na função

de produção, temos: $Q = 2\sqrt{KL} \Rightarrow Q = 2\sqrt{100L} \Rightarrow Q = 20\sqrt{L}$. Assim: $L^* = \dfrac{Q^2}{400}$.

A curva de custo total de curto prazo, $CT_{CP}(\overline{K})$, é obtida por meio da soma dos custos da empresa referentes ao capital fixo, $\overline{K}r$, e ao trabalho, Lw, isto é: $CT_{CP}(\overline{K}) = \overline{K}r + Lw$. Esta equação representa as famílias de curvas de custos totais no curto prazo para $\overline{K}$.

Substituindo $\overline{K}$ = 100 e L, temos: $CT_{CP}(\overline{K} = 100) = r100 + w\dfrac{Q^2}{400}$.





(0) Falso.

A função de custo marginal de CP é dada pela derivada do custo total de CP em relação a Q, isto é:

$$CMg_{CP} = \frac{dCT_{CP}}{dQ} \quad CMg_{CP} = \frac{2wQ}{400} \Rightarrow CMg_{CP} = \frac{wQ}{200}.$$

(1) Verdadeiro.

A função de custo médio de CP é dada pelo quociente entre o custo total de CP e Q, isto é:

$$CMe_{CP} = \frac{CT_{CP}(\overline{K})}{Q} \quad CMe_{CP} = \frac{100r}{Q} + \frac{wQ}{400}$$

(2) Verdadeiro.

A curva de custo fixo médio, a curto prazo, é dada pelo quociente entre o custo fixo (CF) e Q, isto é: $CFM_{CP} = \dfrac{CF}{Q} = \dfrac{100r}{Q}$.

A curva de custo fixo média é decrescente se $\dfrac{dCFM_{CP}}{dQ} < 0$. De fato,

$$\Rightarrow \frac{dCFM_{CP}}{dQ} = -\frac{(100r)}{Q^2} < 0.$$

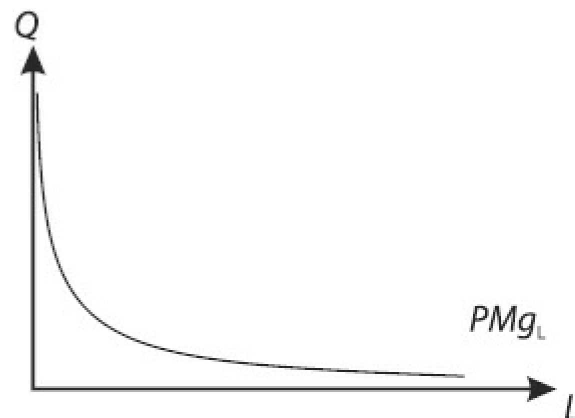
(3) Verdadeiro.

O produto marginal para o trabalho é dado pela derivada da função de produção em relação a L, isto é: $PMg_L = \frac{dQ}{dL}$.

Como $Q = 20\sqrt{L}$, temos $PMg_L = \frac{dQ}{dL} = 20\frac{1}{2}L^{-1/2} \Rightarrow PMg = \frac{10}{\sqrt{L}}$.

O produto marginal do trabalho é decrescente se $\frac{dPMg_L}{dL} < 0$. De fato,

$$\Rightarrow \frac{dPMg_L}{dL} = -\frac{10\frac{1}{2}L^{-1/2}}{\sqrt{L}} = -\frac{5}{L} < 0$$



(4) Verdadeiro.

De forma geral, dada a função de produção Cobb-Douglas $Q = K^{\alpha} L^{\beta}$, a soma dos parâmetros α e β determinará se a função de produção tem rendimentos constantes, decrescentes ou crescentes de escala.

Se $\alpha + \beta = 1$, como é o caso, a firma tem rendimentos constantes de escala. Assim, se, por exemplo, duplicarmos os fatores de produção *K* e *L*, a produção também será duplicada. Para verificarmos, notemos que a função de produção da questão, $Q = 2\sqrt{KL}$, pode ser reescrita da seguinte forma: $Q = 2K^{1/2}L^{1/2}$. Logo, ½+ ½=1.

Se $\alpha + \beta > 1$, a firma terá rendimentos crescentes de escala.

Se $\alpha + \beta < 1$, a firma terá rendimentos decrescentes de escala.

PROVA DE 2011

Questão 3

Sobre a Teoria da Produção analise as alternativas abaixo:

⓪ A função de produção que exibe retornos constantes de escala é uma função homogênea do grau 0.

① Suponha uma função de produção do tipo Cobb-Douglas, sendo os coeficientes técnicos a e b, tal que a+b>1. A elasticidade de substituição desta função também é superior à unidade.

② Suponha uma função de produção do tipo CES, definida da seguinte forma: $q = f(k,l) = \left[k^{\rho} + l^{\rho}\right]^{\gamma/\rho}$. A elasticidade de substituição referente a essa função é definida por: $\sigma = \dfrac{1}{1-\gamma}$.

③ Suponha que $\pi(.)$ é a função lucro do conjunto de produção Y e que y(.) é a correspondência de oferta associada. Suponha também que Y é fechado e satisfaz a propriedade do free disposal (livre descarte). Nesse contexto, segundo o Lema de Hotelling: se y(p) consiste de um único ponto, então $\pi(.)$ é diferenciável em p e $Dp\pi(p) = y(p)$.

④ A função lucro atende às propriedades de ser homogênea de grau 1 em preços e convexa nos preços.

Resolução:

(0) Falso.

Quando ocorrem retornos constantes de escala a função é homogênea de grau 1. Por exemplo: $Q = L^{0,5}K^{0,5} \rightarrow Q(\lambda L, \lambda K) = (\lambda L)^{0,5}(\lambda K)^{0,5} = \lambda^{1}(KL)^{0,5}$;

(1) Falso.

Uma função de produção do tipo Cobb-Douglas, com coeficientes técnicos *a* e *b*, tal que *a* + *b* > 1, pode ser escrita como $f(k,l) = k^{a}l^{b}$.

A elasticidade-substituição é definida por:

$$\sigma = \frac{\dfrac{\Delta\left(\frac{k}{l}\right)}{\left(\frac{k}{l}\right)}}{\dfrac{\Delta|TMgST|}{|TMgST|}} = \frac{\partial \ln \frac{k}{l}}{\partial \ln |TMgST|}$$

Sabemos que, no caso da Cobb-Douglas acima: $TMgST = -\dfrac{b}{a}\dfrac{k}{l}$

Que pode ser reescrito como: $\dfrac{k}{l} = -\dfrac{a}{b}TMgST$

Segue-se que: $\ln\frac{k}{l}=\ln\frac{a}{b}+\ln|TMgST|$

Logo, isto implica que:

$$\sigma=\frac{\partial\frac{k}{l}}{\partial|TMgST|}=1$$

Que, portanto, independente dos valores dos coeficientes técnicos.

(2) Falso.

Considerando a função de produção $f(k,l)=[k^p+l^p]^{y/p}$, sabemos que:

$$TMgST=\left[\frac{k}{l}\right]^{1-p}$$

Segue-se que: $\ln|TMgST|=(1-\rho)\ln\left(\frac{k}{l}\right)$

Logo, isto implica que: $\sigma=\frac{\partial\ln\frac{k}{l}}{\partial\ln|TMgST|}=\frac{1}{1-\rho}$.

Ver 2009, questão 04, item 2.

(3) Verdadeiro.

Se a função de produção possui rendimentos decrescentes de escala (conjunto fechado) e se satisfaz a proposição do livre descarte, segundo o Lema de Hotelling: $D_p\pi(p)=y(p)$, que é a função de oferta.

O conteúdo deste item não se encontra na bibliografia exigida para o exame ANPEC. Ele pode ser encontrado, no entanto, em livros utilizados nas pós-graduações. Um deles é o de Hal Varian, *Microeconomic Analysis*, Capítulo 3 (*Profit function*).

(4) Verdadeiro.

As propriedades da função lucro são:

i) Não decrescente nos preços dos produtos e não crescente nos preços dos insumos;

ii) Homogênea de grau 1 em p;

iii) Convexa em p;

iv) Contínua em p.

O conteúdo deste item não se encontra na bibliografia exigida para o exame ANPEC. Ele

pode ser encontrado, no entanto, em livros utilizados nas pós-graduações. Um deles é o de Hal Varian, *Microeconomic Analysis*, Capítulo 3 (*Profit function*).

Questão 15

Uma firma possui duas plantas com funções custos distintas. A planta 1 apresenta a seguinte função custo total: $C_1(Y_1) = \frac{Y_1^2}{2}$. A planta 2 apresenta a seguinte função custo total: $C_2(Y_2) = Y_2$. Calcule o custo total que o produtor proprietário dessas duas plantas irá incorrer se decidir produzir 1,5 unidade.

Resolução:

O problema do produtor será:

$$\begin{cases} \min \ y_1^2/2 + y_2 \\ s.a \ \ y_1 + y_2 = 1,5 \end{cases}$$

$$L = y_1^2/2 + y_2 - \lambda(y_1 + y_2 - 1,5)$$

$$\left.\begin{array}{l} \partial L/\partial y_1 = 0 \Rightarrow y_1 = \lambda \\ \partial L/\partial y_2 = 0 \Rightarrow 1 = \lambda \end{array}\right\} y_1 = 1 \ \ (1)$$

$$\partial L/\partial \lambda = 0 \Rightarrow y_1 + y_2 = 1,5 \ \ (2)$$

$$(1) \ em \ (2) \Rightarrow 1 + y_2 = 1,5 \Rightarrow y_2 = 0,5$$

Logo, o custo total dado por: $y_1^2/2 + y_2$ = ½ + ½ = 1

PROVA DE 2012

Questão 4

No que se refere à teoria da produção, avalie a validade das seguintes afirmações:

⓪ Se a função de produção de uma empresa é dada por F (L, K) = $L + \sqrt{LK}$, então a empresa opera com rendimentos de escala decrescentes.

① Se uma empresa opera com economias de escala, então seu custo médio e decrescente é maior que seu custo marginal.

② Se a função de produção de uma firma é dada por F (L, K) = $L\sqrt{K}$ e os mercados de fatores são competitivos, então a mesma opera com custos marginais decrescentes.

③ Uma função de produção Cobb-Douglas apresenta uma elasticidade-substituição de fatores decrescente.

④ Uma empresa cuja função custo total é dada por CT(Q) = 5Q + 7 opera com economias de escala.

Resolução:

(0) Falso.

Para verificar se há rendimentos decrescentes, constantes ou crescentes, basta multiplicar por um λ cada termo da função. Se λ for elevado a 1, é porque a função apresenta rendimentos constantes de escala. Tomando a função do enunciado e fazendo o procedimento ora exposto, nota-se que pode-se colocar o λ em evidência, o que mostra que esta não é uma função com rendimentos de escala decrescentes, mas constantes.

$$f(\lambda L, \lambda K) = \lambda L + \sqrt{\lambda L \lambda K}$$

$$f(\lambda L, \lambda K) = \lambda L + \lambda \sqrt{LK}$$

$$f(\lambda L, \lambda K) = \lambda \left(L + \sqrt{LK} \right)$$

$f(\lambda L, lK) = \lambda f(L, K)$

(1) Verdadeiro.

O enunciado diz respeito a uma propriedade da função custo. $\frac{dCme}{dQ} = \frac{1}{Q}\left[Cmg - Cme\right]$. Se $\frac{dCme}{dQ} < 0$ (parte decrescente da curva de Cme), tem-se que: Cme > Cmg.

(2) Verdadeiro.

A função de produção dada neste item apresenta retornos crescentes de escala, uma vez que, fazendo o procedimento apresentado no item (0) acima, tem-se

λ = 3/2 > 1. Pela dualidade entre as funções de produção e custo, sabe-se, portanto, que a empresa opera com economias de escala. Mas ainda, sabe-se que a função em questão é uma Cobb-Douglas. Portanto, a curva de custo médio é sempre decrescente e, consequentemente, a curva de custo marginal também será decrescente.

(3) Falso.

Por definição, a elasticidade de substituição de uma função de produção do tipo Cobb-Douglas é constante.

(4) Verdadeiro.

Uma vez que $Cme = 5 + \frac{7}{Q}$, o Cme é sempre decrescente com respeito a Q. Assim, a empresa opera com economias de escala.

Questão 6

Sobre a Teoria da Produção analise as afirmativas abaixo:

⓪ Se uma firma apresenta função de produção dada por $f(z) = z_1 + z_2$, em que z_1 e z_2 são, respectivamente, a quantidade utilizada do insumo 1 e 2, então a função custo será dada por $C(w, q) = \min\{w_1, w_2\}.q$, em que w_1 e w_2 são, respectivamente, os preços do insumo 1 e 2, e q é a quantidade produzida.

① A função de produção indica a menor quantidade de produto que pode ser obtida a partir de determinada quantidade de insumos.

② Se uma firma apresenta tecnologia de produção com rendimentos constantes de escala, então ela não poderá apresentar produto marginal decrescente para cada fator.

③ Se uma empresa apresenta tecnologia de produção representada por uma função Cobb-Douglas, $f(x_1, x_2) = x^a_1 x^b_2$, sendo a e b parâmetros, então ela apresentará rendimentos constantes de escala.

④ Na função de produção $f(z) = \min\{z_1, z_2\}$, a demanda condicional do fator z_1 será igual à demanda condicional do fator z_2.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Se a função de produção é do tipo substituto perfeito, a função custo é do tipo complementar perfeito. E vice-versa. Para ver isto, basta resolver o problema primário da firma (minimização da função custo, dada uma determinada produção) e, depois que encontrar as demandas ótimas pelos insumos, substituí-las na função custo.

(1) Falso.

A função de produção é a fronteira do conjunto de possibilidades de produção, logo, indica a <u>MAIOR</u> quantidade de produto que pode ser obtida a partir de determinada quantidade de insumo.

(2) Falso.

São dois conceitos diferentes e recorrentes nas provas da ANPEC. Um conceito (rendimentos de escala) diz respeito ao longo prazo, onde todos os insumos variam. O outro (produto marginal decrescente), concerne ao curto prazo.

Para observar que a resposta é falsa, basta tomar uma função Cobb-Douglas com parâmetros α e $(1-\alpha)$. Como a soma destes parâmetros é um, então há rendimentos constantes. Se fosse positiva, maior do que um, seria crescente, e se fosse positiva, menor do que um, seria decrescente. Encontre a Pmg e faça derivada da Pmg com relação à L. Note que

$\frac{dPmg}{dL} = \alpha(\alpha-1)K^{1-\alpha}L^{\alpha} < 0$, que é o conceito da produtividade marginal decrescente.

(3) Falso.

Como dito no item anterior, se a soma destes parâmetros é 1, então os rendimentos são constantes. Se fosse positiva, maior do que 1, seria crescente, e se fosse positiva, menor do que 1, seria decrescente. Assim, nada se pode afirmar com a frase deste item.

(4) Verdadeiro.

Sim, resolvendo o problema primário da firma (minimização da função custo, dada uma determinada produção) é possível observar esta simetria.

PROVA DE 2013

Questão 3

Suponha que a função de produção para um dado produto tem a seguinte forma funcional: $q = f(x_1) = 2x_1 - 0,03x_1^2$. Considere também que o preço de uma unidade do bem final é p(q) = R$ 10,00 e o preço unitário do insumo, praticado pelo mercado, é $p(x_1)$ = R$ 8,00.

Dadas essas informações, é correto afirmar que:

⓪ O nível de utilização do insumo que maximiza o nível de produção é x_1 = 33,33.

① O nível de utilização do insumo que maximiza o lucro da firma é x_1 = 19,5.

② O nível de produção economicamente ótimo é q = 28.

③ O lucro máximo (π) obtenível pela firma é π (q) = R$ 120.

④ A produtividade marginal do fator é crescente.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

O problema é maximizar o nível de produção. Com isso, o nível de utilização do insumo (ou a quantidade de insumo) que maximiza o nível
de produção é aquele que:

$$\max_{x_1} \left(2x_1 - 0,03x_1^{\ 2}\right)$$

Cuja condição de primeira ordem é dada por:

$$2 - 0,06x_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 33,33.$$

(1) Falso.

O problema, neste caso, é: maximizar o lucro da firma. O nível de utilização de insumo que maximiza o lucro da firma é aquele que:

$$\max_{x_1} 10\left(2x_1 - 0{,}03x_1^{\,2}\right) - 8x_1$$

Cuja condição de primeira ordem é dada por:

$$10\left(2 - 0{,}06x_1\right) - 8 = 0 \Rightarrow x_1 = 20.$$

(2) Verdadeiro.

Com base no item (1) sabe-se que o nível de insumo que maximiza o lucro é $x_1 = 20$. Substituindo na função de produção tem-se:

$q = 2(20) - 0{,}03 \,.\, (20)^2 \quad q = 28.$

(3) Verdadeiro.

Substituindo o nível de utilização do insumo que maximiza o lucro da firma, encontrado no item (1) e o nível de produto que maximiza o lucro
da firma, encontrado no item (2), na função lucro, tem-se:

$r = (10)(28) - (8)(20) = 120.$

(4) Falso.

O produto marginal do insumo x_1 é dado por: $PMg_{x_1} = \dfrac{dq}{dx_1} = 2 - 0{,}06x_1$. Note que a produtividade marginal do insumo x_1 é decrescente, pois:

$$\frac{dPMg_{x_1}}{dx_1} = -\,0{,}06 < 0.$$

Questão 6

Considere a teoria da produção e indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

⓪ Se a função de produção for $f(K,L) = \left[K^a + L^a\right]^{v/a}$, com a ≤ 1, a ≠ 0 e v > 1, ela apresenta retornos crescentes de escala.

① O coeficiente de elasticidade de substituição σ de uma função de produção como $f(K,L) = \left[K^a + L^a\right]^{v/a}$, com a < 1, a ≠ 0 e v > 1, é σ= 1/(1–a).

② Funções de produção com elasticidade de substituição σ = 0 possuem isoquantas em formato de L.

③ Se a tecnologia for monotônica, isso significa que não é possível produzir ao menos a mesma quantidade aumentando a quantidade de um dos insumos.

④ Funções de produção do tipo Cobb-Douglas possuem elasticidade de substituição σ = 1.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Seja a função $f(K,L)=\left[K^a+L^a\right]^{v/a}$, $a \leq 1$, $a \neq 0$ e $v > 1$. Se forem dados acréscimos proporcionais iguais nos insumos, tem-se a seguinte expressão:

$$f(\lambda K,\lambda L)=\left[(\lambda K)^a+(\lambda L)^a\right]^{v/a}=\lambda^v\left[K^a+L^a\right]^{v/a}=\lambda^v f(K,L)$$

Como $v > 1$, segue-se que a função de produção apresenta retornos crescentes de escala.

(1) Verdadeiro.

A elasticidade de substituição mede quão facilmente se pode substituir um insumo por outro, mantendo a mesma quantidade produzida, isto é, estando na mesma isoquanta. Ou seja, a elasticidade de substituição diz respeito ao formato da isoquanta.

$$\sigma=\frac{\Delta\%\left(\frac{K}{L}\right)}{\Delta\%(TmgST)}$$

- No caso da função ser do tipo Substituto Perfeito, $\sigma \to \infty$
- No caso da função ser do tipo Complementar Perfeito, $\sigma \to 0$
- No caso da função ser do tipo Cobb-Douglas, $\sigma = 1$
- No caso da função ser do tipo CES (problema em questão): $\sigma=\frac{1}{1-a}$, *quando* $Q=\left[K^a+L^a\right]^{v/a}$, onde v diz respeito aos rendimentos de escala.

Portanto, respondendo a questão: $\sigma=\frac{1}{1-a}$

(2) Verdadeiro.

Como dito no item (1), sim.

(3) Falso.

No caso de uma tecnologia monotônica, se multiplicar as quantidades de insumo K e L por uma constante λ, a TmgST permanecerá constante. No caso da função ser do tipo quase linear, isto não ocorre, por exemplo.

No caso da tecnologia do tipo Complementar Perfeito, que é do tipo monotônica, pode-se aumentar um dos insumos somente e a quantidade permanecer a mesma. Por este contraexemplo, a questão se torna falsa.

(4) Verdadeiro.

Como dito no item (1), sim.

Questão 8

Duas firmas do setor industrial possuem a seguinte função de produção: $q = K^{1/4}L^{3/4}$, em que K representa a quantidade de capital utilizado e L a quantidade de trabalho empregado. Considere que a firma (2) é mais mecanizada do que a outra, de tal forma que $K_1 = 16$ e $K_2 = 625$, temos então $q_1 = 2L_1^{3/4}$ e $q_2 = 5L_2^{3/4}$. Por fim, suponha ainda que a oferta de trabalho disponível para as duas firmas é igual a 100 unidades. Nesse cenário, podemos constatar:

⓪ A alocação do fator trabalho implicaria $L_2 = 97,4$ e apenas 2,6 unidades de L na firma 1.

① Dado que a firma 1 possui menor nível de capital, a alocação eficiente de recursos deveria alocar mais trabalho na firma 1.

② Dada a estrutura de capital das duas firmas, a alocação eficiente dos recursos levaria a um nível de produção q = 179.

③ Uma alocação igual de trabalho entre as duas firmas renderia um ganho de eficiência e produção.

④ Uma alocação de trabalho $L_1 = 50 = L_2$ levaria a uma produção total de q = 131,6 unidades.

Resolução:

(0) Falso.

O resultado final é muito parecido com o que está proposto na questão, mas não é o mesmo.

Este é um problema em que há um mercado para ser dividido entre duas firmas. Como a firma 2 é mais mecanizada, esta deve alocar menos trabalhadores. Além disso, o salário a ser pago pelas firmas é o mesmo, W.

No curto prazo, tem-se que: $q_1 = 2L_1^{3/4}$ e $q_2 = 5L_2^{3/4}$ e $L_1 + L_2 = 100$

$$Pmg_1 = \frac{6}{4}L_1^{-1/4}$$

$$Pmg_2 = \frac{15}{4}L_2^{-1/4}$$

Em Equilíbrio: $Pmg_1 = Pmg_2 = W$

$$\frac{6}{4}L_1^{-1/4} = \frac{15}{4}(100 - L_1)^{-1/4}$$

$$\left(\frac{6}{15}\right)^{-4} L_1 = 100 - L_1$$

$L_1 = 2{,}4961$ e $L_2 = 100 - L_1 = 97{,}5039$

(1) Falso.

Pelo contrário. Como colocado anteriormente, como a firma 1 possui menos nível de capital, esta deve alocar menos trabalho, conforme calculado no item (0).

(2) Falso.

Dadas as quantidades calculadas de L_1 e L_2, tem-se que:

$$q_1 = 2(97{,}5039)^{\frac{3}{4}} = 62{,}05782$$

$$q_2 = 5(2{,}4961)^{\frac{3}{4}} = 9{,}929251$$

$Q = q_1 + q_2 = 71{,}98707$

(3) Falso.

Se o mercado de trabalho for dividido entre as duas firmas, haverá um aumento na produção, mas não de ganho de eficiência.

$$q_1 = 2(50)^{\frac{3}{4}} = 37{,}60603$$

$$q_2 = 5(50)^{\frac{3}{4}} = 94{,}01508$$

$Q = q_1 + q_2 = 131{,}6211$

(4) Verdadeiro.

Conforme calculado anteriormente, sim.

PROVA DE 2014

Questão 5

Suponha que a tecnologia de produção do bem Y é dada por $f(K, L) = 600K^2L^2 - K^3L^3$, supondo que a quantidade disponível do insumo K é igual a 10 unidades. Nessas circunstâncias, podemos afirmar:

⓪ O ponto de produção máxima ocorre quando o nível de utilização do fator L é igual a 40 unidades.

① A produtividade marginal do L é decrescente.

② No ponto de produto médio máximo temos o ponto de produção máxima.

③ O nível de produção máxima do bem Y alcançável é $q^*_y = 32$.

④ O produto médio máximo ocorre quando empregamos L= 38 unidades.

Resolução

(0) Verdadeiro.

Seja a função de produção dada no problema, $f(K, L) = 600K^2L^2 - K^3L^3$ onde K = 10:

$$f(K=10,L)=600(10)^2L^2-(10)^3L^3=(10)^3L^2(60-L).$$

O problema de maximização passa a ser então: $\max(10)^3L^2(60 - L)$

E a CPO: $\dfrac{\partial f(K=10,L)}{\partial L}=0 \Rightarrow 2(10)^3L\ (60-L)-(10)^3L^2=0$

Assim, temos que: $(10)^3L[120-3L]=0 \Rightarrow L=0\ ou\ L=40.$

(1) Falso.

A produtividade marginal do L é dada por:

$$PMgL=\frac{\partial f(k=10,L)}{\partial L}=(10)^3L[120-3L]$$

Note que se $L < 40$ então $PMgL > 0$ e, portanto, a PMg_L é crescente.

(3) Falso.

$$PMeL=\frac{f(k=10,L)}{L}=\frac{(10)^3L^2(60-L)}{L}=(10)^3L(60-L).$$

Desse modo, para alcançarmos o PMe_L máximo, devemos resolver o seguinte problema:

$$\max(10)^3L(60-L)$$

CPO:

$$\frac{\partial PMeL}{\partial L}=0 \Rightarrow (10)^3(60-L)-(10)^3L=0$$

Assim:

$$(10)^3[60-2L]=0 \Rightarrow L=30.$$

Portanto o nível de produto médio máximo ocorre para um nível de utilização do L abaixo daquele que maximiza a produção.

Na verdade, esta questão não precisava fazer conta. Basta ter o gráfico de uma função de produção do tipo cúbica (qualquer que seja) na cabeça e saber fazer "qualitativamente" as suas

respectivas curvas de Pmg e Pme. O Pme é máximo quando esta curva cruza com a curva de Pmg, que já atingiu o seu máximo antes e é decrescente (isto é, já apresenta produtividade marginal decrescente).

(3) Falso.

No gabarito da ANPEC a afirmativa é V.

Do item (1) vimos que o nível do L que maximiza o produto é igual a 40. Além disso, a questão fixa K em 10 unidades. Assim:

$$f(K=10, L=40) = (10)^3 (40)^2 (60-40) > 32.$$

(4) Falso.

Vide a resposta do item (2).

PROVA DE 2015

Questão 6

Uma firma produz um bem Y, utilizando a função de produção Y (L, K) = L.K, sendo w = $2 e r = $1 os preços unitários dos insumos trabalho (L) e capital (K), respectivamente. Julgue as assertivas:

⓪ A função de produção apresenta, ao mesmo tempo, retornos crescentes de escala e produtos marginais decrescentes.

① Dados os preços dos insumos, as funções demanda pelos fatores em função da quantidade produzida são: $K(Y) = \sqrt{Y/2}$ e $L(Y) = \sqrt{2Y}$.

② A função custo total de longo prazo é dada por $CT(Y) = 2\sqrt{2Y}$.

③ Dado o retorno de escala desse caso, a curva de custo médio de longo prazo está acima da curva de custo marginal de longo prazo, sendo ambas decrescentes.

④ No curto prazo, se a firma possuir somente uma unidade de capital, o custo total de produzir oito unidades será $9 a mais do que o custo no longo prazo.

Resolução:

(0) Falso.

Para definir a natureza dos retornos de escala de uma função de produção, deve-se calcular o **grau de homogeneidade** desta:

$Y(K,L) = L.K \Rightarrow Y(\lambda K, \lambda L) = (\lambda L).(\lambda K) = \lambda^2 L.K \Rightarrow$ Função Homogênea de grau 2.

Como a função de produção em questão é homogênea de grau maior que 1, então, ela

apresenta retornos crescentes de escala.

Para que a função apresente **produtos marginais decrescentes** para seus fatores, é necessário que a segunda derivada da função de produção seja negativa. Testando para o fator trabalho, temos:

$$\frac{dY}{dL} = K$$

$$\frac{dY^2}{d^2L} = 0$$

Portanto, a firma não possui produtos marginais decrescentes.

(1) Falso.

Pela condição de primeira ordem da minimização de custos, a razão das produtividades marginais dos fatores (Taxa Marginal de Substituição Técnica) se iguala a razão entre o preço dos fatores (condição de tangência entre isoquanta e isocusto). Logo:

$$YmgST = \left|\frac{PMg_L}{PMg_K}\right| = \frac{w}{r} \Rightarrow \frac{dY/dL}{dY/dK} = \frac{w}{r} \Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{K}{L} = 2$$

Substituindo a relação K/L=2 na função de produção, encontramos as seguintes demandas por fatores:

$$Y = L.2L = 2L^2 \Rightarrow L(Y) = \sqrt{Y/2}$$

$$Y = \left(\frac{K}{2}\right)K = \frac{K^2}{2} \Rightarrow K(Y) = \sqrt{2Y}$$

Ou seja, é o inverso do que diz a questão (pegadinha!).

(2) Verdadeiro.

A função custo total é a soma dos gastos com insumos, ou seja:

$$CT = wL + rK = 2L + K$$

Utilizando as demandas por fatores encontradas no item anterior, temos:

$$CT_{LP} = 2L + K = 2\sqrt{Y/2} + \sqrt{2Y} = 2\sqrt{2Y}$$

(3) Verdadeiro.

Calculando as curvas de custo médio de longo prazo e de custo marginal de longo prazo:

$$CMe_{LP} = \frac{CT_{LP}}{Y} = \frac{2\sqrt{2Y}}{Y} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{Y}}$$

$$CMg_{LP} = \frac{dCT_{LP}}{dY} = (0,5)\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{Y}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{Y}}$$

Como o custo médio de longo prazo equivale ao dobro do custo marginal de longo prazo, é verdade que a primeira está acima da segunda. O próximo passo é verificar se ambas são funções decrescentes.

$$\frac{dCMe_{LP}}{dY} = (-0,5)\frac{2\sqrt{2}}{Y^{1,5}} = -\frac{\sqrt{2}}{Y^{1,5}} < 0$$

$$\frac{dCMg_{LP}}{dY} = (-0,5)\frac{\sqrt{2}}{Y^{1,5}} < 0$$

Como as derivadas são negativas, as funções são de fato decrescentes.

(4) Verdadeiro.

Podemos calcular o custo de produzir oito unidades no longo prazo a partir da função de custo total de longo prazo encontrada no item 2:

$$CT_{LP} = 2\sqrt{2Y} = 2\sqrt{16} = (2)(4) = 8 \cdot$$

No caso do curto prazo, o fator capital é fixo (K = 1), enquanto o fator trabalho varia. Sendo assim, devemos calcular a quantidade de trabalho necessária para produzir oito unidades (sabendo que o produtor tem uma unidade de capital disponível) para posteriormente calcular o custo de curto prazo:

$$Y(K,L) = L.K \Rightarrow 8 = L(1) \Rightarrow L = 8$$

$$CT_{CP} = wL + rK = (2)(8) + (1)(1) = 17$$

$$CT_{CP} - CT_{LP} = 17 - 8 = 9$$

Questão 7

Com relação à Teoria da Produção, indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras:

⓪ Se o produto médio do fator variável é crescente, o seu produto marginal é maior do que o seu produto médio.

① A produtividade da mão de obra pode aumentar se houver progresso técnico, mesmo que o processo produtivo apresente rendimentos marginais decrescentes.

② Quando o processo produtivo apresenta retornos constantes de escala, se a produção aumentar proporcionalmente, o espaço entre as isoquantas aumenta progressivamente.

③ Uma isoquanta nunca pode apresentar uma inclinação ascendente, se todos os insumos apresentam produtividades marginais positivas.

④ As isoquantas são convexas se a taxa marginal de substituição técnica for decrescente.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Enquanto o produto médio está crescendo, o produto marginal é maior que o produto médio. Quando o produto médio atinge seu máximo, seu valor é igual ao produto marginal. E, finalmente, quando o produto médio está decrescendo, o produto marginal fica abaixo deste. Matematicamente, note que:

$$Pme = \frac{Q}{L} \rightarrow \frac{\partial Pme}{\partial L} = \frac{L \, {}^{\partial Q}\!/_{\partial L} - Q \, {}^{\partial L}\!/_{\partial L}}{L^2} = \frac{1}{L}\left[Pmg - Pme\right]$$

$$Se \frac{\partial Pme}{\partial L} > 0 \rightarrow Pmg > Pme$$

$$Se \frac{\partial Pme}{\partial L} < 0 \rightarrow Pmg < Pme$$

$$Se \frac{\partial Pme}{\partial L} = 0 \rightarrow Pmg = Pme$$

(1) Verdadeiro.

Quando há um progresso técnico, a quantidade máxima possível de ser produzida por fator de produção aumenta. Da mesma forma, a produtividade por trabalhador aumenta. Tomando como exemplo uma função de produção Cobb-Douglas: $Q(L,K) = AL^{0,5}K^{0,5}$. Esta função possui rendimentos marginais decrescentes para ambos os fatores:

$${}^{\partial Q}\!/_{\partial L} = (0,5)AL^{-0,5}K^{0,5} \Rightarrow {}^{\partial^2 Q}\!/_{\partial L^2} = (0,5)(-0,5)AL^{-1,5}K^{0,5}$$

$${}^{\partial Q}\!/_{\partial K} = (0,5)AL^{0,5}K^{-0,5} \Rightarrow {}^{\partial^2 Q}\!/_{\partial K^2} = (0,5)(-0,5)AL^{0,5}K^{-1,5}$$

É possível verificar que em ambos os casos acima a primeira derivada é positiva e a segunda é negativa, caracterizando rendimentos marginais decrescentes para ambos os fatores. O produto médio por trabalhador é $PMeL = \frac{Q}{L} = \frac{AL^{0,5}K^{0,5}}{L} = AL^{-0,5}K^{0,5}$. Se houver progresso técnico de modo que a função passe de produção passe a ser $Q'(L,K) = BL^{0,5}K^{0,5}$ (onde $B > A)$, o produto médio passa a ser $PMeL' = BL^{-0,5}K^{0,5}$. Como B>A, PMeL'>PMeL.

(2) Falso.

Quando uma função de produção tem retornos constantes de escala (ou seja, é uma função homogênea de grau 1), um aumento dos insumos gerará um aumento proporcional da quantidade produzida. Se um produtor decide dobrar o uso de trabalho e capital, por exemplo, a quantidade produzida irá dobrar. Sendo assim, o espaço entre as isoquantas (cada uma representa um nível de produção) cresce de maneira proporcional, e não progressivamente.

(3) Verdadeiro.

A inclinação da isoquanta é a taxa marginal de substituição técnica (TMgST), que, por sua vez, é a razão dos produtos marginais dos fatores, com sinal invertido.

$$TMgST = \frac{PMgL}{PMgK} = -\frac{\partial Q / \partial L > 0}{\partial Q / \partial K > 0} \Rightarrow TMgST < 0$$

Se os dois fatores apresentarem produtividades marginais positivas, a inclinação da isoquanta não pode apresentar inclinação ascendente.

(4) Verdadeiro.

No caso em que os insumos são capital e trabalho (e a representação gráfica das isoquantas apresenta o capital no eixo das coordenadas e o trabalho no eixo das abcissas), se a taxa marginal de substituição técnica (TMgST) for decrescente, à medida que o capital é trocado por trabalho, o produto marginal do trabalho decresce (lembrando que a inclinação da isoquanta é a TMgST, que é igual à razão entre os produtos marginais do trabalho e do capital). Desta forma, a isoquanta é convexa. Como Ferguson (1989, p. 202) afirma: “O fato que a taxa marginal de substituição técnica cai quando o capital é substituído por trabalho significa que as isoquantas devem ser côncavas para cima...”.

4 Mercados

PROVA DE 2006

Questão 5

As funções de demanda e oferta do produto X, em um mercado competitivo, são dadas, respectivamente, por D(p) = 100.000 – 1.000p² e S(p) = 46.000 + 500p². A função de custo total da firma A neste mercado é $C_A(x) = \frac{1}{450}x^3 + 30$, em que x é o número de unidades produzidas de X.

Com base nesses dados, avalie as afirmativas:

⓪ O preço de equilíbrio será 6 unidades monetárias e a quantidade de equilíbrio será 64.000 unidades.

① Conhecendo-se a quantidade de produto que maximiza os lucros da firma, para calcular o valor de seu excedente, basta subtrair, da receita total, o custo total de produção.

② No ponto de equilíbrio, a elasticidade da demanda de mercado em relação ao preço é –1,125.

③ Em equilíbrio competitivo, o excedente do consumidor é 528.000.

④ Suponha que em vez da firma A tenha-se uma indústria monopolista com a mesma função demanda. Este monopolista quer saber quanto deve produzir em dois períodos consecutivos. No primeiro período, devido aos custos de instalação, o custo de produção é $C_A(x) = \frac{1}{450}x^3 + 30$, enquanto no segundo o custo é $C_A(x) = \frac{1}{450}x^3$. Mantendo-se a demanda inalterada, a produção do monopolista no segundo período será maior que no primeiro.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Para encontrarmos o preço que cada firma tomará como dado, temos que saber como a demanda e a oferta reagem no mercado de um determinado produto. Assim, nossa análise parte da igualdade de demanda e oferta no mercado (indústria): *S(p) = D(p).*

$100.000 - 1.000p^2 = 46.000 + 500p^2$

$1.500p^2 = 54.000$

$p^2 = 36 \quad p = 6$

Substituindo o preço na função de demanda de mercado ou oferta de mercado, chegamos à quantidade total de equilíbrio desta sociedade.

$D(p) = 100.000 - 1.000(6)^2 = 100.000 - 36.000 = 64.000$

$S(p) = 46.000 + 500(6)^2 = 46.000 + 18.000 = 64.000$

(1) Falso.

Esta afirmativa estaria correta se estivéssemos considerando tão somente o longo prazo, em que CF é zero e o excedente do produtor se confunde com o lucro. No curto prazo, no entanto, temos por definição que EP = Lucro + CF (veja demonstração a seguir). Como não houve nenhuma referência na questão sobre o curto ou o longo prazo, a afirmativa está incorreta.

EP = RT – CV

Lucro = RT – CT = RT – CV – CF

Logo, Lucro = EP – CF ou EP = Lucro + CF

Ou, de forma análoga, pode-se fazer:

$$\int_0^{q^*}(P - CMg)dq = Pq - CT(q)\Big|_0^{q^*} = [p \cdot q^* - CT(q^*)] - [p \cdot 0 - CT(0)] = \pi^* - CF$$

Ver item 4, Questão 6, da prova da ANPEC de 2005.

(2) Verdadeiro.

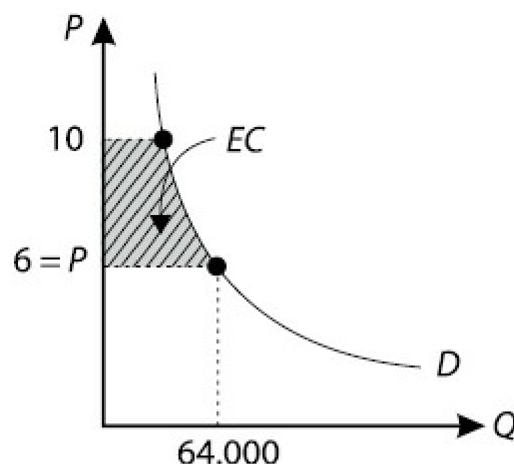
$$\varepsilon_p = \frac{\Delta\% Q^d}{\Delta\% p} = \left(\frac{dQ}{dp}\right)\left(\frac{p}{Q}\right) = -1.000(2p)\left(\frac{p}{Q}\right) \Rightarrow \varepsilon_p = -1.000(12)\left(\frac{6}{64.000}\right) = -\frac{72.000}{64.000} = -1{,}125$$

(3) Falso.

$$EC = \frac{4(64.000)}{2} = 128.000$$

$$p^2 = \frac{100.000 - Q^d}{1.000} \Rightarrow p = \left[\frac{100.000 - Q^d}{1.000}\right]^{1/2}$$

Se $Q^d = 0 \quad p = 10$



(4) Falso.

Não é necessário fazer conta. No processo de maximização, o que vale é RMg = CMg. O CMg não inclui o custo fixo (30 no primeiro período). Assim, CMg 1º período = CMg 2º período. Dado que a demanda é inalterada e os CMgs são iguais nos dois períodos, as quantidades em cada período serão iguais: $q_1 = q_2$.

Questão 6

A respeito de mercados de competição monopolística, são corretas as afirmativas:

⓪ Os produtos vendidos caracterizam-se por serem diferenciados e altamente complementares entre si.

① Há livre entrada e saída de firmas no mercado.

② No equilíbrio de longo prazo, haverá lucros econômicos maiores que zero, mesmo com a ausência de barreiras à entrada no mercado.

③ Em contraste com os mercados puramente competitivos, o preço de equilíbrio é maior que o custo marginal.

④ Uma fonte de ineficiência clássica desses mercados é a existência de capacidade ociosa na produção.

Resolução:

(0) Falso.

Em mercados de competição monopolística, os produtos são diferenciados, mas altamente substitutos entre si. Esta é a principal diferença entre esse modelo e a concorrência perfeita.

(1) Verdadeiro.

A concorrência monopolística é semelhante ao mercado competitivo em dois aspectos: há muitas empresas e a entrada de novas não é limitada. Portanto, a livre entrada é uma das características do modelo. É ela, inclusive, que levará o equilíbrio de longo prazo a apresentar lucro zero.

(2) Falso.

O lucro econômico é igual a zero e não há barreiras à entrada, de forma geral.

(3) Verdadeiro.

Em concorrência monopolística, o preço é superior ao de concorrência perfeita. Em concorrência perfeita, $P = CMe$ e CMe é mínimo. Em concorrência monopolística $P = CMe$, mas o CMe não é mínimo. Por isso, há perda de peso morto nesse mercado.

(4) Verdadeiro.

Esta é uma das características desse mercado, justamente porque a produção de longo prazo não é aquela em que CMe é mínimo.

Questão 13

As funções de custo médio e de receita marginal de um monopolista são, respectivamente, $CMe(q) = q + 10 + \frac{50}{q}$ e $RMg(q) = 70 - 8q$, em que custo e receita são expressos em unidades monetárias e q é a quantidade produzida. Encontre o valor, em unidades monetárias, da área conhecida como ônus devido ao monopólio (perda social ou ainda perda de peso morto).

Resolução:

A condição de maximização de lucros de uma empresa monopolista é no ponto que iguala a receita marginal ao custo marginal $RMg(q) = CMg(q)$. A partir do custo médio, podemos obter o custo total e o custo marginal:

$$CMe(q) = q + 10 + \frac{50}{q} \Rightarrow CT(q) = q^2 + 10q + 50 \Rightarrow CMg(q) = 2q + 10$$

A partir da receita marginal, podemos obter a receita total:

$RMg(q) = 70 - 8q \;\; RT(q) = 70q - 4q^2 \;\; p = (70 - 4q)$

Em equilíbrio de monopólio:

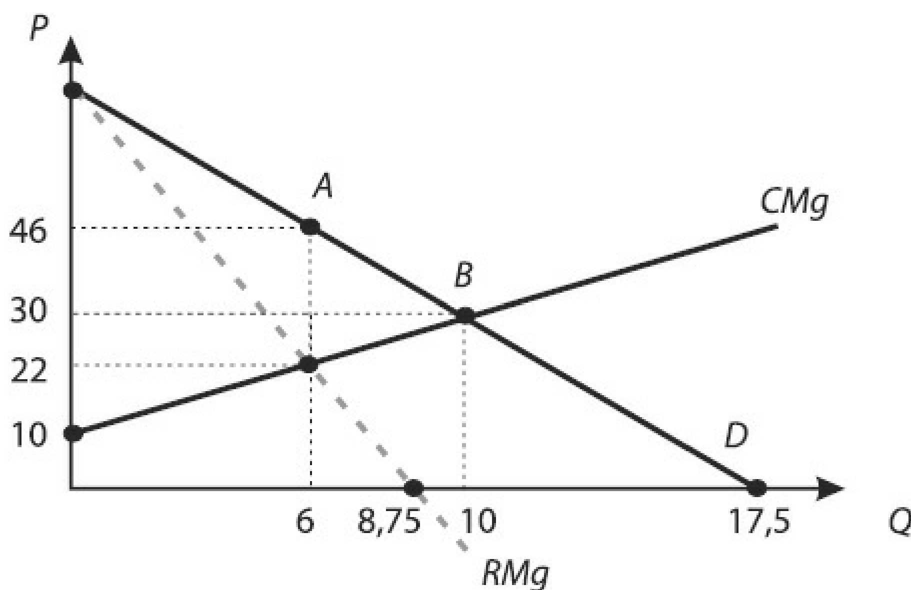
$RMg(q) = CMg(q) \;\; 70 - 8q \;\; 2q + 10 \;\; q^* = 6 \;\; p^* = 46$

Em equilíbrio de concorrência perfeita:

$p(q) = CMg(q) \;\; (70 - 4q) = 2q + 10 \;\; q^* = 10 \;\; p^* = 30$

O ônus devido ao monopólio (perda social ou ainda perda de peso morto) é calculado fazendo a diferença entre os equilíbrios de monopólio e concorrência perfeita, que corresponde exatamente à área do triângulo da figura a seguir, conhecida como triângulo de Harberger (DWL):

$$DWL = \frac{(46-30)(10-6)}{2} + \frac{(30-22)(10-6)}{2} = \frac{(16)(4)}{2} + \frac{(8)(4)}{2} = 32 + 16 = 48$$



Questão 14

Duopolistas, denominados A e B, concorrem em um mercado com produtos diferenciados por meio da escolha de preços. Os dois determinam seus preços simultaneamente, configurando um equilíbrio de Nash. São dadas as funções:

Demanda: $q_A = 21 - p_A + p_B$ e $q_B = 20 - 2p_B + p_A$

Custos: $C_A(q_A) = q_A + 175$ e $C_B(q_B) = 2q_B + 100$, em que q_A e q_B são as quantidades e p_A e p_B os preços dos produtos de A e B, respectivamente. Pede-se: o somatório dos lucros das duas empresas.

Resolução:

A questão trata de um duopólio de Bertrand com produtos diferenciados. O equilíbrio de Bertrand é dado via preços.

Empresa A

O lucro da empresa A é igual à receita total de A menos o custo total de A $\pi_A = RT_A - CT_A$

$\pi_A = (21 - p_A + p_B)p_A - (21 - p_A + p_B) - 175$

$\frac{d\pi_A}{dp_A} = 0 \;\; (21 - p_A - p_B)1 + p_A(-1) + 1 = 0 \;\; 22 - 2p_A + p_B = 0$

$p_A = \frac{22 - p_B}{2}$ Função de reação da empresa A.

Empresa B

O lucro da empresa B é igual à receita total de B menos o custo total de B $\pi_B = RT_B - CT_B$

$\pi_B = (20 - 2p_B + p_A)p_B - 2(20 - 2p_B + p_A) - 100$

$\frac{d\pi_B}{dp_B} =(20 - 2p_B + p_A)1 + p_B(-2) + 4 = 0 \;\; 24 - 4p_B + p_A = 0$

$p_B = \frac{24 - p_A}{4}$ Função de reação da empresa B.

Substituindo a função de reação de B na função de reação de A, temos:

$$p_A = \frac{22 + \left(\frac{24 + p_A}{4}\right)}{2} \Rightarrow 8p_A = 88 + 24 + p_A \Rightarrow 112 = 7p_A \Rightarrow p_A = 16 \Rightarrow p_B = 10$$

$\pi_A = (21 - 16 + 10)16 - (21 - 16 + 10) - 175 \;\; \pi_A = 240 - 15 - 175 = 50$

$\pi_B = (20 - 2(10) + 16)8 - 100 = 28$

Resposta: $\pi^T = \pi_A + \pi_B = \pi^T = 50 + 28 = 78$

PROVA DE 2007

Questão 6

Uma indústria competitiva opera com N firmas idênticas, cuja curva de custo médio é CMe(q) = q + 5 + 100/q, em que q é a quantidade produzida por cada firma. A demanda de mercado é dada por D(p) = 1000 – 2p, em que p é o preço. Avalie as afirmativas:

⓪ O preço de equilíbrio de longo prazo é igual a 25.

① O número de firmas de equilíbrio de longo prazo é igual a 950.
② Se a quantidade demandada aumenta em 50%, o preço de equilíbrio de longo prazo aumenta 37,5%.
③ Se a quantidade demandada dobrar, o número de firmas no equilíbrio de longo prazo aumenta em 95 unidades.
④ O lucro de cada firma no equilíbrio de longo prazo aumenta na mesma proporção do aumento da demanda.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

A condição de equilíbrio de longo prazo para uma empresa de concorrência perfeita é custo marginal igual ao custo médio $CMg = CMe$. A partir do custo médio (dado na questão), podemos obter o custo total e o custo marginal:

$CMe(q) = q + 5 + \frac{100}{q}$ $CT(q) = q^2 + 5q + 100$ $CMg(q) = 2q + 5$

Em equilíbrio $CMg = CMe$ $2q + 5 + \frac{100}{q}$ $q = 10$.

Quando $q = 10$ $CMe = 10 + 5 + \frac{100}{10} = 25$ e $CMg = 2(10) + 5 = 25$.

Logo, como no equilíbrio de longo prazo de uma firma em concorrência perfeita observa-se $p = CMg = CMe$, temos que $P = 25$.

(1) Falso.

Com $p = 25$ $Q^d(p) = 1000 - 2(25)$ $Q^d(p) = 950$

O número ótimo de firmas é: $N^* = \frac{Q^d}{q_i} = \frac{950}{10} = 95$

(2) Falso.

$Q^d = 1000 - 2p$

$p^0 = 500 - \frac{1}{2} Q^d$

Usando a informação do item 1, sabe-se que a quantidade demandada do mercado é de $Q_M = 950$.

Como houve um aumento de 50% na quantidade demandada do mercado, a nova demanda será de:

$Q_M' = 950\ (1+50\%) = 950\ (1 + 0{,}5)$.

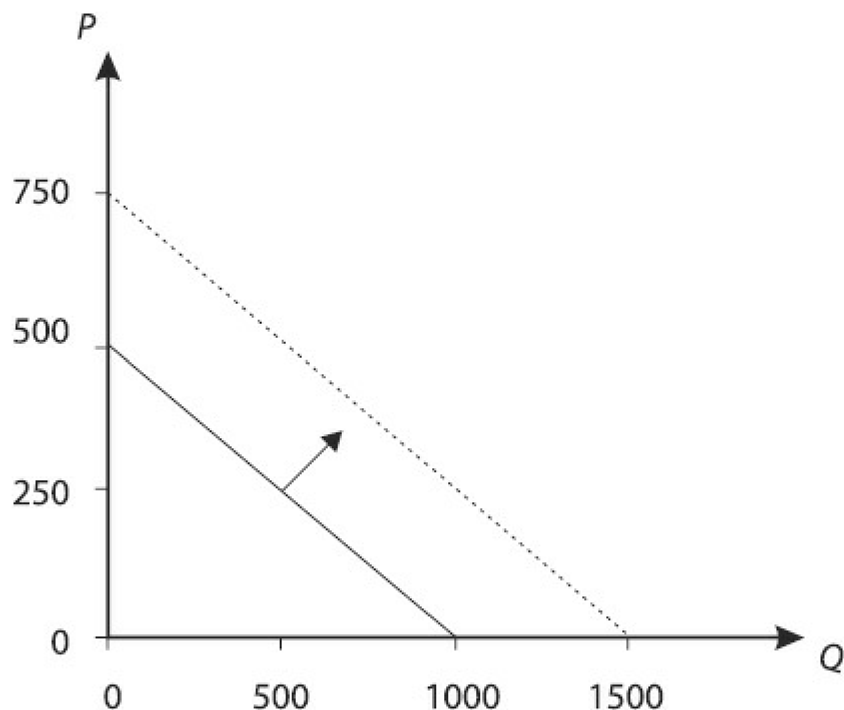
Assim, o novo preço terá o coeficiente linear também aumentado em 50%, saindo de 500 para 750, da seguinte forma:

$$p^1 = 750 - \frac{1}{2}[950(1,5)] \Rightarrow p^1 = 37,50$$

Assim, a variação percentual dos preços (25 para 37,5) será de:

Portanto, $\frac{p^1 - p^0}{p^0} = \frac{37,50 - 25}{25} = \frac{12,5}{25} = \frac{1}{2}$

Ou seja, houve um aumento de preço de 50% no curto prazo.



(3) Verdadeiro.

Se $N^* = \frac{Q_0^d}{q_i}$ e se $Q_0^d = (950)(2) = 1900 \Rightarrow N^{**} = \frac{1900}{10} = 190$

$N^{**} - N = 190 - 95 = 95$

(4) Falso.

No longo prazo, o lucro é igual a zero, pois o preço iguala-se ao custo médio.

Questão 9

Julgue as proposições:

⓪ Tudo o mais constante, se a elasticidade-preço da demanda em um mercado aumentar de 2,5 para 4 em valor absoluto, o mark-up do monopolista se reduzirá em 20%.

① Um restaurante universitário cobra três preços diferentes: um para professores, um para funcionários e outro para alunos. Aquele restaurante é um monopolista discriminador de 3º grau.

② Mesmo sem conhecer o preço de reserva de cada agente, um monopolista conseguirá praticar discriminação de preços de 1º grau se implementar um mecanismo de autosseleção baseado nas características qualitativas do bem.

③ Mantendo a demanda constante, uma redução exógena no custo marginal irá reduzir tanto o preço quanto a perda de peso morto do monopólio.

④ Em um equilíbrio de concorrência monopolística com lucro zero, não haverá ineficiência, dado que o preço é igual ao custo médio e, consequentemente, ao custo marginal.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Usamos a fórmula que segue para calcular a elasticidade nos dois mercados

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{1-\frac{1}{\varepsilon}} \right)$$

Mercado 1: $\left(\frac{1}{1-\frac{1}{2,5}} \right) = \frac{1}{0,6} = 1,66$ Mercado 2: $\left(\frac{1}{1-\frac{1}{4}} \right) = \frac{1}{0,75} = 1,33$

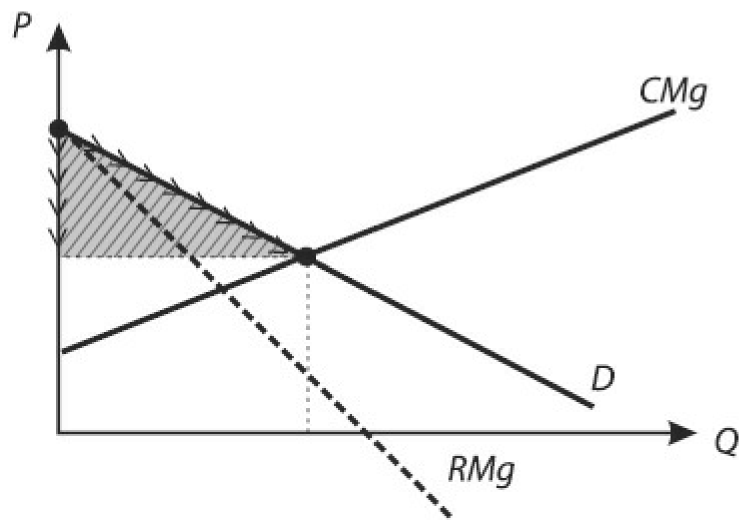
A variação percentual é: $\frac{1,33-1,66}{1,66} \cong -20\%$

(1) Verdadeiro.

A discriminação de preços de 3º grau é uma prática monopolista que divide os consumidores em dois ou mais grupos e cobra preços diferentes para cada um, uma vez que há elasticidade-preço diferente para cada grupo.

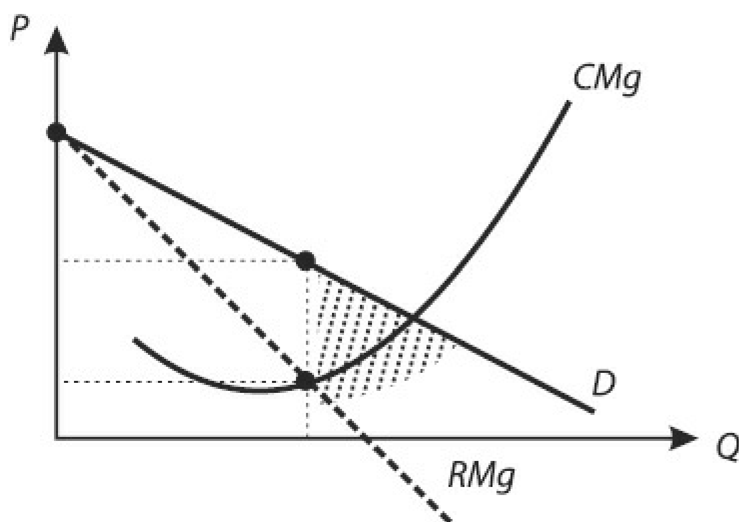
(2) Falso.

A discriminação de preços do 1º grau ocorrerá quando o monopolista puder cobrar de cada consumidor o seu preço de reserva (que corresponde à quantia máxima que uma pessoa está disposta a pagar por algum bem) para um bem homogêneo, que independe de “características qualitativas do bem”. Assim, quando o monopolista conhece o preço de reserva de cada consumidor, pode extrair para si todo o excedente do consumidor. Quando não conhece, para tentar inferir, o mecanismo de seleção tem que ser de acordo com o consumidor e não com relação ao produto.



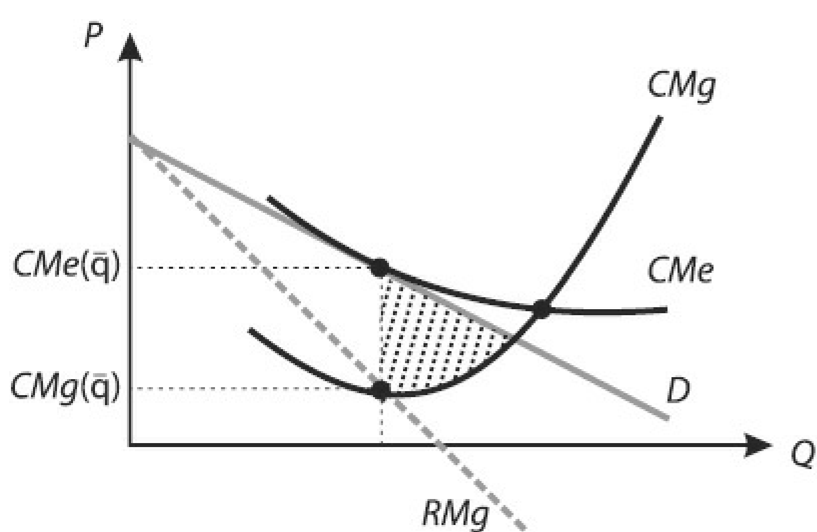
(3) Falso.

O *CMg* em monopólio não é a curva de oferta da empresa, como ocorre em concorrência perfeita. Assim, nada se pode afirmar. Tudo depende do formato das curvas.



(4) Falso.

Em concorrência monopolística, o excedente total não é máximo, ainda que se observe preço igual ao custo médio $p = CMe$ (lucro igual a zero) > CMg. Portanto, há ineficiência.



Questão 12

A função de produção de uma firma é dada por y = f(L) = 11L, em que L é a quantidade de trabalho. O bem y é vendido em um mercado competitivo ao preço de 5. A firma, por sua vez, tem poder de monopsônio no mercado de fatores e se depara com uma curva de oferta inversa de trabalho igual a w(L) = 1+2L², sendo w o salário. Encontre o custo total da firma, no equilíbrio.

Resolução:

Ver Questão 15 da prova da ANPEC de 2003.

O equilíbrio no mercado de fatores requer que se tenha: $RMg \, . \, PMg_i = DMg_i$, onde:

- $RMg = \dfrac{dRT}{dQ}$ *é a receita marginal da firma*
- $PMg_i = \dfrac{dQ}{di}$ *é o produto marginal do insumo i (L ou K)*
- $DMg_i = \dfrac{dDT}{di}$ *é o dispêndio marginal do insumo i*
- $RMg \, . \, PMg_i = RPMg_i =$ *Receita do Produto Marginal do insumo i*

Assim, temos que: $RPMg_L = DMg_L$. Mas, como há concorrência perfeita no mercado de bens, temos que $RMg = P$ e $RPMg_i$ passa a chamar-se Valor do Produto Marginal do insumo i. Então, teremos: $VPMg_L = DMg_L$, onde
$VPMgi = P \, . \, PMgi$.

Por outro lado, $PMg_L = \dfrac{\partial q}{\partial L} = 11$.

Assim, substituindo pelos valores da questão, temos que: $5 \, . \, 11 = VPMg_L$. Para calcular a quantidade de trabalho (L*), teremos que calcular o dispêndio marginal do trabalho. Para isso, temos primeiro que ter a equação do dispêndio total, qual seja: $DT_L(w) = \text{w}(L) \, . \, \text{L}$

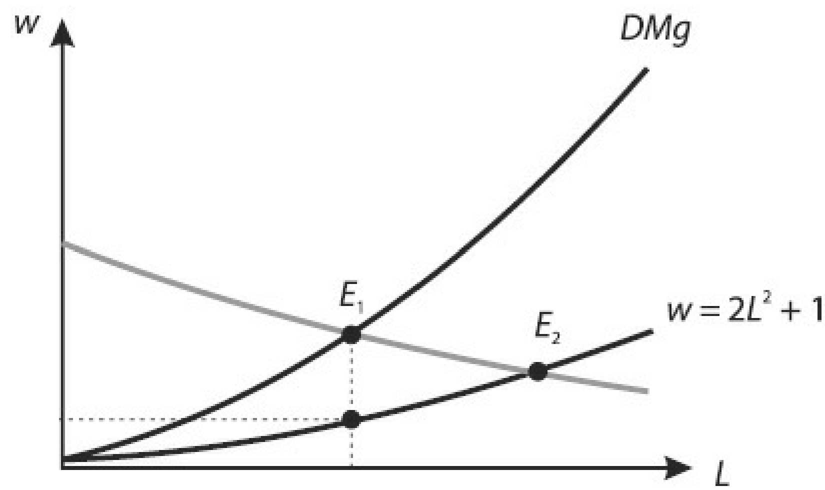
$DT_L(w) = w(L) \, . \, \text{L} = (1 + 2L^2) \, . \, L = L + 2L^3$

Assim, o dispêndio marginal é: $DMg_L\,(w) = \dfrac{\partial DT_L(w)}{\partial L} = 1 + 6L^2$

Substituindo o DMg na equação, teremos: $55 = 1 + 6L^2 \quad L^* = 3$

$w^* = 1+2\text{L}^2 = 1 + 2(3)^2 = 19.$

Resposta: logo, substituindo em $DT_L(w) = L + 2L^3 = 3 + 2 \, . \, 27 = 57.$



Questão 13

Seja um setor com duas empresas: 1 e 2, ambas produzindo um bem homogêneo. O custo total da empresa 1 é $c_1 = 5q_1$ e o da empresa 2 é $c_2 = 0,5q_2^2$. A demanda é dada por Q = 200 – 2p. Se as duas empresas resolverem formar um cartel, quanto a empresa 1 produzirá a mais que a empresa 2?

Resolução:

Cartel é um acordo feito entre empresas que concordam explicitamente em determinação de preços e níveis de produção. O objetivo é maximizar o lucro total do setor, simulando uma situação de monopólio.

$\pi = RT - CT_1 - CT_2$

$$\pi = \left(100 - \frac{q_1}{2} - \frac{q_2}{2}\right)(q_1 + q_2) - 5q_1 - 0,5q_2^2$$

$$\frac{d\pi}{dq_1} = 0 \Rightarrow \left(100 - \frac{q_1}{2} - \frac{q_2}{2}\right)1 + (q_1 + q_2)*\left(-\frac{1}{2}\right) - 5 = 0$$

$100 - q_1 - q_2 - 5 = 0 \quad q_1 = 95 - q_2$

$$\frac{d\pi}{dq_2} = 0 \Rightarrow \left(100 - \frac{q_1}{2} - \frac{q_2}{2}\right)1 + (q_1 + q_2)*\left(-\frac{1}{2}\right) - q_2 = 0$$

$100 - q_1 - q_2 - q_2 = 0 \quad q_1 = 100 - 2q_2$

Em equilíbrio:

$95 - q_2 = 100 - 2q_2 \quad q_2 = 5 \quad q_1 = 90$

Observe que se uma empresa tiver uma vantagem de custos, de modo que sua curva de custo marginal sempre se situe abaixo da curva da outra empresa, ela então produzirá necessariamente mais em equilíbrio na solução de cartel.

Resposta: a empresa 1 produzirá 85 unidades a mais que a empresa 2.

Questão 14

Seja um duopólio diferenciado em que a demanda enfrentada pela empresa 1 é dada por $q_1 = 12 - 2p_1 + p_2$ e a demanda enfrentada pela empresa 2 é dada por $q_2 = 12 - 2p_2 + p_1$, sendo p1 o preço cobrado pela empresa 1 e p_2 o preço cobrado pela empresa 2. Os custos totais da empresa 1 são dados por $c_1 = q_1$ e os custos totais da empresa 2 são dados por $c_2 = 2q_2$. Encontre a soma das quantidades produzidas pelas duas empresas.

Resolução:

Demanda: $q_1 = 12 - 2p_1 + p_2$ e $q_2 = 12 - 2p_2 + p_1$ Os produtos são diferenciados. Observe que quando p_1 aumenta, q_1 diminui e q_2 aumenta, ou seja, os bens são substitutos.

Assim, o problema trata de um duopólio de Bertrand com produtos diferenciados. O equilíbrio de Bertrand é dado via preços.

Empresa 1:

O lucro da empresa 1 é igual à receita total de 1 menos o custo total de 1 $\pi_1 = RT_1 - CT_1$

$$\pi_1 = (12 - 2p_1 + p_2)p_1 - (12 - p_1 + p_2)$$

$$\frac{d\pi_1}{dp_1} = 0 \quad (12 - 2p_1 - p_2)1 + p_1(-2) + 2 = 0 \quad 14 - 4p_1 + p_2 = 0$$

$p_1 = \dfrac{14 + p_2}{4}$ Função de reação da empresa 1.

Empresa 2:

O lucro da empresa 2 é igual à receita total de 2 menos o custo total de 2 $\pi_2 = RT_2 - CT_2$

$$\pi_2 = (12 - 2p_2 + p_1)p_2 - 2(12 - 2p_2 + p_1)$$

$$\frac{d\pi_2}{dp_2} = 0 \quad (12 - 2p_2 - p_1)1 + p_2(-2) + 4 = 0 \quad 16 - 4p_2 - p_1 = 0$$

$p_2 = \dfrac{16 - p_1}{4}$ Função de reação da empresa 2.

Substituindo a função de reação da empresa 2 na função de reação da empresa 1, temos:

$$p_1 = \frac{14 + \left(\dfrac{16 + p_1}{4}\right)}{4} \Rightarrow 16p_1 = 56 + 16 + p_1 \Rightarrow 72 = 15p_1 \Rightarrow p_1 = 4{,}8 \Rightarrow p_2 = 5{,}2$$

Resposta:

$q_1 = 12 - 2(4{,}8) + 5{,}2 = 7{,}6$

$q_2 = 12 - 2(5{,}2) + 4{,}8 = 6{,}4$

$q_1 + q_2 = 7{,}6 + 6{,}4 = 14$

PROVA DE 2008

Questão 8

Com relação à teoria de monopólio, julgue as afirmações:

⓪ O monopolista que determina o preço pela regra de mark-up sempre opera numa faixa de preços para os quais a demanda de mercado é inelástica.

① Descontos a estudantes ou a idosos podem ser interpretados como discriminação de preços de 3º grau.

② Monopólios que praticam discriminação de preços de 1º grau extraem todo o excedente do consumidor.

③ Considere um monopólio com custos médios estritamente decrescentes. Ao determinar que a firma cobre o preço em que o custo médio iguale a demanda inversa de mercado, o regulador pode fazer com que a firma produza uma quantidade intermediária entre a quantidade de monopólio determinada pela regra de mark-up e a quantidade socialmente eficiente.

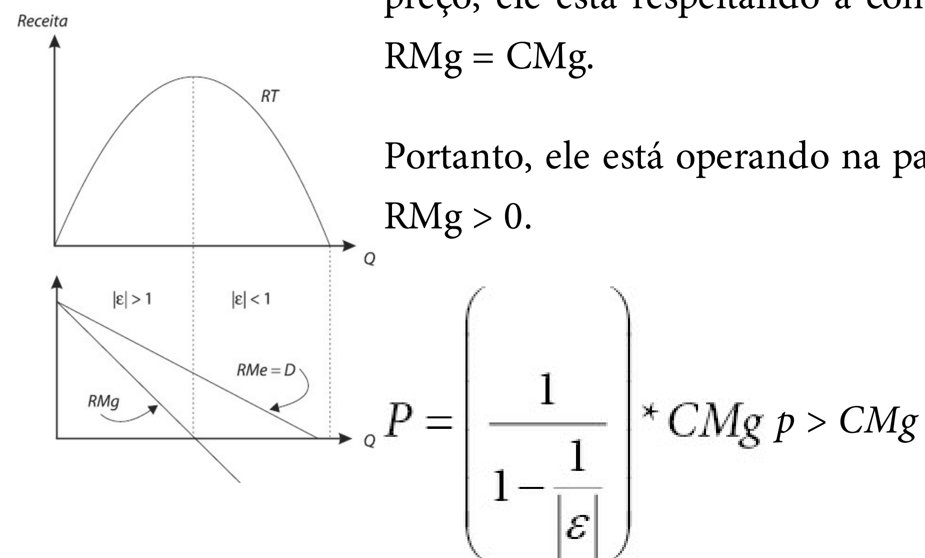
④ Um monopolista tem custo marginal constante, todos os consumidores são idênticos e têm curvas de demanda estritamente decrescentes, com efeito-renda nulo. Então, uma tarifa bipartida, com uma parcela dada pelo custo marginal e outra dada pelo excedente médio dos consumidores no ponto em que o custo marginal iguala a demanda, permite que o monopolista extraia todo o excedente das trocas.

Resolução:

(0) Falso.

Quando o monopolista segue a regra de *mark-up* para determinar o seu preço, ele está respeitando a condição de primeira ordem (CPO), que é RMg = CMg.

Portanto, ele está operando na parte elástica da curva de demanda, onde RMg > 0.



$$P = \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{|\varepsilon|}} \right) * CMg \quad p > CMg$$

(1) Verdadeiro.

A discriminação de preços de 3º grau é uma prática monopolista que divide os consumidores em dois ou mais grupos, dependendo da sua elasticidade, ou seja, dependendo da sua sensibilidade ao preço do produto em questão. Assim, o preço será mais elevado para aquele grupo de consumidores que for mais inelástico e mais baixo para o grupo mais inelástico.

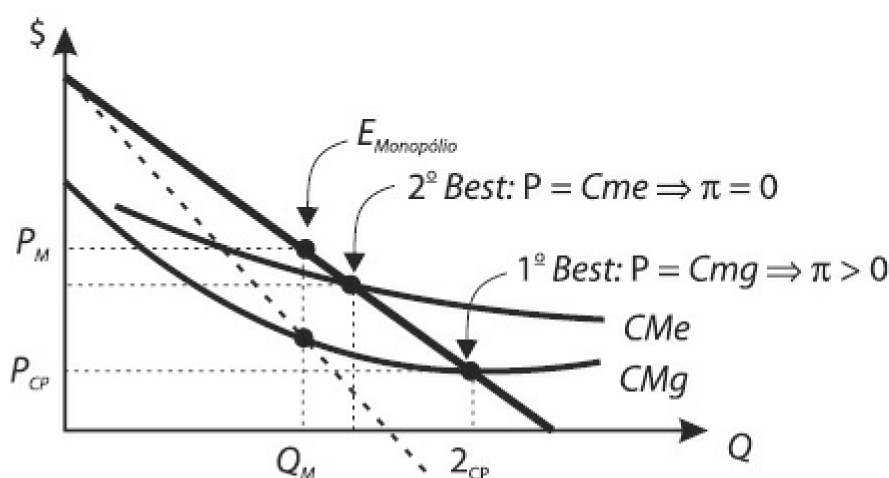
$$p_1 > p_2 \Leftrightarrow |\varepsilon_1| < |\varepsilon_2| \Rightarrow P_1\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_{p1}}\right) = P_2\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_{p2}}\right)$$

Na questão em tela, o grupo 1 seria constituído de não idosos ou estudantes, e o grupo 2, de idosos ou estudantes.

(2) Verdadeiro.

Por definição, monopólios que praticam discriminação de preços de 1º grau extraem todo o excedente do consumidor.

(3) Verdadeiro.



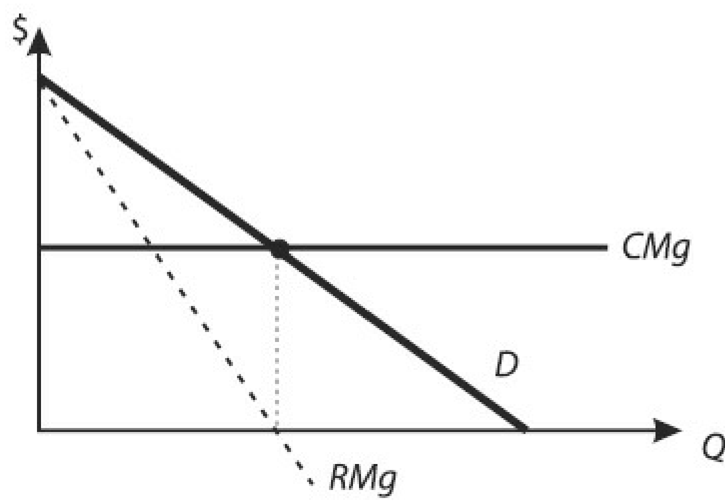
Um monopólio com CMe decrescente é um monopólio natural. Se o regulador determinar que o preço deve ser o chamado *first best*, onde P = CMg, o monopolista terá prejuízo, dado que a sua curva de CMg está debaixo da curva de CMe. Neste caso, o regulador pode criar incentivos para que a firma produza neste equilíbrio, mas terá que dar algum subsídio para que ela "mantenha suas portas abertas".

Uma alternativa é o regulador cobrar o que chamamos situação *second best*, onde P = CMe, situação em que a produção é maior do que a de monopólio (RMg = CMg). A quantidade produzida será inferior à da solução *first best* e o preço, maior, mas é quando a empresa tem lucro econômico igual a zero e o regulador não necessitará mais dar qualquer tipo de subsídio.

(4) Verdadeiro.

O monopolista quer fazer uma discriminação de 2º grau via tarifa bipartite (*two-part tariff*) e seu objetivo é aumentar o lucro. Se o monopolista cobrar dos N consumidores $T = EC + CMg\ Q$ ou T média = $\frac{EC}{N} + CMg$, ele terá para si todo o EC, além de estar operando na quantidade social eficiente.

Ver item 2, Questão 10, da prova da ANPEC de 2009.



Questão 14

Considere um modelo de determinação simultânea de preços com duas empresas: a empresa 1 e a empresa 2, com diferenciação de produtos e sem restrição de capacidade. A demanda de qualquer uma das duas empresas é dada por $q_i = 200 - 4p_i + 2\,p_j$, em que i, j = 1,2 e i ≠ j. O custo de qualquer uma das empresas é dado por $C_i(q_i) = q_i$. No equilíbrio de Nash, os preços cobrados por qualquer uma dessas empresas serão idênticos. Calcule esse preço.

Resolução:

A questão trata de um duopólio de Bertrand com produtos diferenciados. O equilíbrio de Bertrand é dado via preços.

Empresa 1

O lucro da empresa 1 é igual à receita total de 1 menos o custo total de 1 $\pi_1 = RT_1 - CT_1$

$\pi_1 = (200 - 4p_1 + 2p_2)p_1 - (200 - 4p_1 + 2p_2)$

$\pi_1 = 200p_1 - 4p_1^2 + 2p_2p_1 - 200 + 4p_1 - 2p_2$

$\frac{d\pi_1}{dp_1} = 0 \quad 200 - 8p_1 + 2p_2 + 4 = 0 \quad 204 - 8p_1 + 2p_2 = 0$

$p_1 = \frac{204 + 2p_2}{8}$ Função de reação da empresa 1

$p_2 = \frac{204 + 2p_1}{8}$ Função de reação da empresa 2.

Substituindo a função de reação da empresa 2 na função de reação da empresa 1, temos:

$$p_1 = \frac{204 - \left(\frac{408 + 4p_1}{8}\right)}{8} \Rightarrow 64p_1 = 1632 + 408 + 4p_1 \Rightarrow 2040 = 60p_1 \Rightarrow p_1 = 34 \Rightarrow p_2 = 34$$

Outra forma de responder:

Como $p_1 = p_2 = p^*$, da curva de reação da empresa 1 temos:

$8p^* = 204 + 2p^* \;\; 6p^* = 204 \;\; p^* = 34$

Resposta: P = 34.

PROVA DE 2009

Questão 10

Um monopolista produz certo bem, de acordo com uma tecnologia para a qual o custo marginal de produção é constante e igual a 4. Existem N consumidores idênticos e de tal sorte que a demanda inversa agregada por esse bem é dada por P = 10 – Q, em que P é o preço e Q a quantidade total demandada. Julgue as seguintes afirmativas:

⓪ Se o monopolista aplica a regra de mark-up como regra de preço, então o preço de monopólio é Pm = 7 e a quantidade produzida é Qm = 3.

① A perda de bem-estar (ou deadweight loss) decorrente do uso da regra de mark-up pelo monopolista é DWL = 9.

② Suponha que em vez da regra de mark-up, o monopolista adote uma tarifa bipartite (two-part tariff), segundo a qual ele cobra, de cada consumidor, uma tarifa de entrada igual a t = 18/N e depois cobra o custo marginal por cada unidade ofertada. Então, o monopolista produzirá a quantidade socialmente eficiente.

③ Adotando uma tarifa bipartite, o monopolista jamais poderá obter um lucro maior do que aquele obtido mediante a regra de mark-up.

④ Se o monopolista pratica discriminação perfeita de preços, então seu lucro privado coincidirá com o excedente social.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

O equilíbrio de monopólio é dado pela igualdade entre receita marginal e custo marginal $RMg = CMg$. Pela condição de primeira ordem (CPO), podemos encontrar a receita marginal, e reescrevendo em termos de elasticidade:

$$\frac{dRT}{dq} = Q\frac{dP}{dQ} + P\frac{dQ}{dQ} = P\left(\frac{Q}{P}\frac{dP}{dQ} + 1\right) = P\left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right).$$

Em equilíbrio, quando RMg = CMg, teremos:

$$P\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right) = CMg \quad \Rightarrow \quad P = \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{|\varepsilon|}}\right) CMg.$$

Dado no problema: CMg = 4. Pela curva de demanda de mercado, temos que: P = 10 – Q.

Logo $RT = 10Q - Q^2 \;\; RMg = 10 - 2Q$

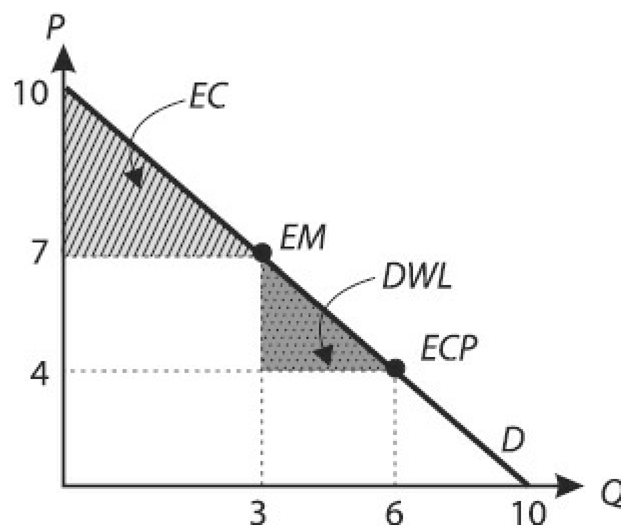
Como $CMg = RMg$ $4 = 10 - 2Q$ $Q^* = 3$ $P^* = 7$

Note que $|\varepsilon| = -\frac{\partial Q}{\partial P}\frac{P}{Q} = -(-1)\frac{7}{3} = \frac{7}{3}$. Assim, podemos corroborar que o preço é igual a 7, aplicando a regra de *mark-up*: $P = \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{|\varepsilon|}}\right) Cmg = \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{7}{3}}}\right) 4 = 7$

(1) Falso.

Se houver competição perfeita, o equilíbrio será $P = CMg$ $P^*_{CP} = 4$ $Q_{CP} = 10 - 4$ $Q_{CP} = 6$

$$DWL = \frac{(6-3)(7-4)}{2} = \frac{(3)(3)}{2} = 4{,}5$$



(2) Verdadeiro.

O monopolista quer fazer uma discriminação de 2º grau via tarifa bipartite (*two-part tariff*). O objetivo é aumentar o lucro. Se o monopolista cobrar dos N consumidores $T = EC + CMg\ Q$, onde T é a tarifa, EC o excedente do consumidor e CMg o custo marginal – ou T média = $\frac{EC}{N} + CMg$, ele conseguirá produzir Q = 6 e terá para si todo o EC. Como o EC é $EC = \frac{(10-4)(6-0)}{2} = 18$, se ele cobrar $Tarifa\ Média = \frac{18}{N} + CMg$, de fato estará operando na quantidade social eficiente. Ver item 4, Questão 8, da prova da ANPEC de 2008.

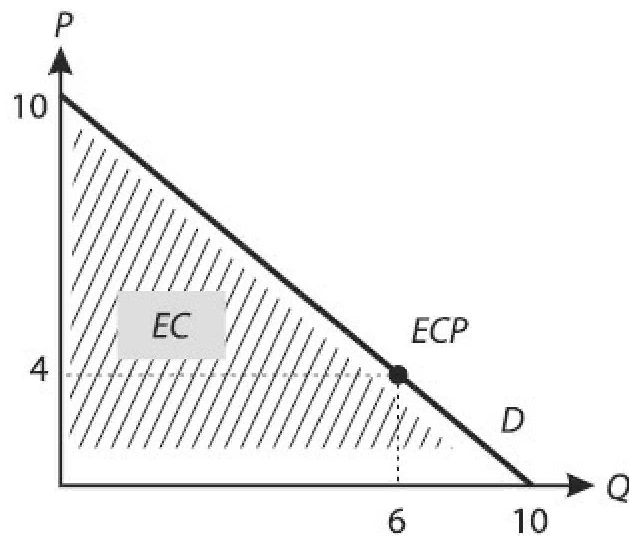
(3) Falso.

Quando o monopolista discrimina, a sua intenção é tirar o excedente do consumidor para ele, além da perda do peso morto (DWL), com intuito de elevar ainda mais o seu lucro. Se não fosse

assim, ele não discriminaria.

(4) Verdadeiro.

A discriminação perfeita ocorre quando o monopolista cobra de cada consumidor exatamente o seu preço de reserva. Portanto, ele consegue extrair todo o excedente do consumidor e o DWL.



Questão 13

Considere uma indústria com 35 firmas, todas com a mesma função de custo dada por $c(q_i) = 2q_i$, em que q_i é a produção da firma i (i=1,...,35). Defina $Q = \sum_{i=1}^{35} q_i$. A demanda de mercado é dada por p(Q) = 362 – 2Q. Supondo que as firmas se comportam como no modelo de Cournot e dado que elas são idênticas, cada firma produzirá a mesma quantidade q*. Determine q*.

Resolução:

Cada firma *i* maximiza o lucro escolhendo a sua quantidade, dada a quantidade das demais firmas, sendo esta escolha de forma simultânea.

Firma 1:

$$Max\pi_1 \;\; \pi_1 = P(Q)q_1 - CT(q_1)$$

$$\pi_1 = [362 - 2(q_1 + q_2 + ... + q_{35}]q_1 - CT(q_1)$$

$$\pi_1 = [362q_1 - 2q_1^{\,2} + 2q_1q_2 + ... + 2\, q_1q_{35} - 2q_1$$

$$\frac{d\pi_1}{dp_1} = 0 \;\; 362 - 4q_1 - 2(q_2 + q_3 + ... + q_{35}) - 2 = 0$$

$$q_1 = 90 - \frac{1}{2}(q_2 + q_3 + ... + q_{35})$$ Função de reação da firma 1.

Como todas as firmas produzem $q^* = q_1 = q_2 = q_3 = ... + q_{35}$, temos que:

$$q^* = 90 - \frac{1}{2}(q^* + q^* + ... + q^*) \text{ onde } q^* + q^* + ... + q^* = 34q^*$$

Assim, $q^* = 90 - \frac{34}{2}q^* \Rightarrow q^* = 90 - 17q^* \Rightarrow 18q^* = 90 \Rightarrow q^* = 5$

Resposta: q = 5.

Observação: se houver um exercício em que haja um duopólio, esta é uma maneira conveniente para resolvê-lo. Faça $q^* = 90 - \frac{1}{2}q^* \Rightarrow q^* = 120$. Mas podemos usar a fórmula: $q_1^* = q_2^* = \frac{a-c}{3} = 120$, que chegaremos ao mesmo resultado.

PROVA DE 2010

Questão 7

Todas as empresas em um determinado mercado – em concorrência perfeita – possuem uma função de custo total CT = $q^3 - 10q^2 + 36q$, em que q representa a quantidade produzida pela empresa. A demanda de mercado é Q = 111 – p, em que Q é a quantidade de mercado e p o preço. Julgue os itens a seguir:

⓪ No longo prazo, com livre entrada e saída de empresas, o preço de mercado será $p_0 = 5$.

① Supondo a livre entrada e saída de empresas, a curva de oferta de mercado de longo prazo será igual a $p = 3Q^3 - 20Q + 36$.

② Ao preço de equilíbrio de longo prazo, com livre entrada e saída, existirão 10 empresas no mercado.

③ Se em uma determinada situação existirem 3 empresas, elas estarão operando com preços superiores ao custo variável médio, mas inferiores ao custo médio.

④ O custo marginal de uma empresa é decrescente para quantidades inferiores a 5 unidades.

Resolução:

(0) Falso.

A condição de equilíbrio de curto prazo para uma empresa de concorrência perfeita é custo marginal igual ao custo médio $CMg = CMe$. A partir do custo total (dado na questão), podemos obter tanto o custo médio quanto o custo marginal:

$$CT = q^3 - 10q^2 + 36q$$

$$CMg = \frac{dCT}{dq} = 3q^2 - 20q + 36$$

$$CMe = \frac{CT}{q} = q^2 - 10q + 36$$

No equilíbrio de longo prazo $CMg = CMe$, de modo que:

$3q^2 - 20q + 36 = q^2 - 10q + 36 \;\; 2q^2 = 10q \;\; q^* = 5$

Quando $q_i = 5$ $CMe = (5)^2 - 10(5) + 36 = 11$ e $CMg = 3(5)^2 - 20(5) + 36 = 11$

Logo, como as firmas operam quando $P = CMg$, temos que $\boldsymbol{p^*=11}$.

Há outra forma de encontrar a quantidade de equilíbrio: como a curva de *CMg* cruza com a curva de *CMe* em seu ponto mínimo, podemos calcular o ponto mínimo de *CMe:* $\frac{dCMe}{dq} = 0 \Rightarrow 2q - 10 = 0 \Rightarrow q_{MIN} = 5.$

(1) Falso.

A curva de oferta de longo prazo de cada **firma** é dada pela curva de custo marginal: $p = 3q^2 - 20q + 36$, para valores maiores do que q = 5 e P = 11, que é a quantidade de mínimo da curva de CMe.

A curva de curto prazo do **mercado** será: $S^M = \sum q_i$, também para valores acima de P = 11.

Já a **curva de oferta de longo prazo do mercado não** é dada pela curva de custo marginal. O formato dessa curva depende se a indústria tem custos constantes (daí a curva de oferta será infinitamente elástica), crescentes (daí a curva de oferta será positivamente inclinada) ou decrescentes (daí a curva de oferta será negativamente inclinada). Então, não há informações para dizer como é o formato da curva de oferta de longo prazo da indústria (mercado).

(2) Falso.

Com $p^* = 11$, encontramos a demanda de mercado, que é igual a: $Q^D = 111 - 1 \;\; Q^D = 100$. Assim, o número ótimo de firmas é: $N^* = \frac{Q^D}{q_i} = \frac{100}{5} = 20.$

(3) Falso.

Antes de fazer qualquer conta, cabe observar que, se o número ótimo em concorrência perfeita é de 20 empresas, se houver menos empresa do que este valor, cada empresa terá lucro > 0. Assim, já é possível afirmar que cada empresa terá: P > CTM, o que torna a questão falsa. Mas vamos aos cálculos, para confirmar essa *rationale econômica*:

Se $N = 3$, e se cada firma continuar produzindo $q = 5$ (imagine a curva de oferta de mercado se contraindo), teremos: $Q^D = (q_i)(N) \;\; Q^D = (5)(3) = (15)$. Dada a demanda de mercado, podemos encontrar o novo preço de equilíbrio, qual seja: $Q^D = 111 - p \;\; 15 = 111 - p \;\; p = 96$.

Quando $q_i = 5$ $CMe = (5)^2 - 10(5) + 36 = 11$ e $CMg = 3(5)^2 - 20(5) + 36 = 11$. Assim, $p >$

CMe, o que invalida a questão.

Observe que quando $N < N^*$, o lucro será maior que zero para cada firma. De fato, veja que, se as empresas aumentam o preço de venda e mantêm a quantidade vendida, o lucro de cada empresário será de: Lucro = P*Q – CT = 96*5 – $[(5)^3-10(5)^2+36(5)]$ = 480 – 55 = 425. Logo, *p>CMg.*

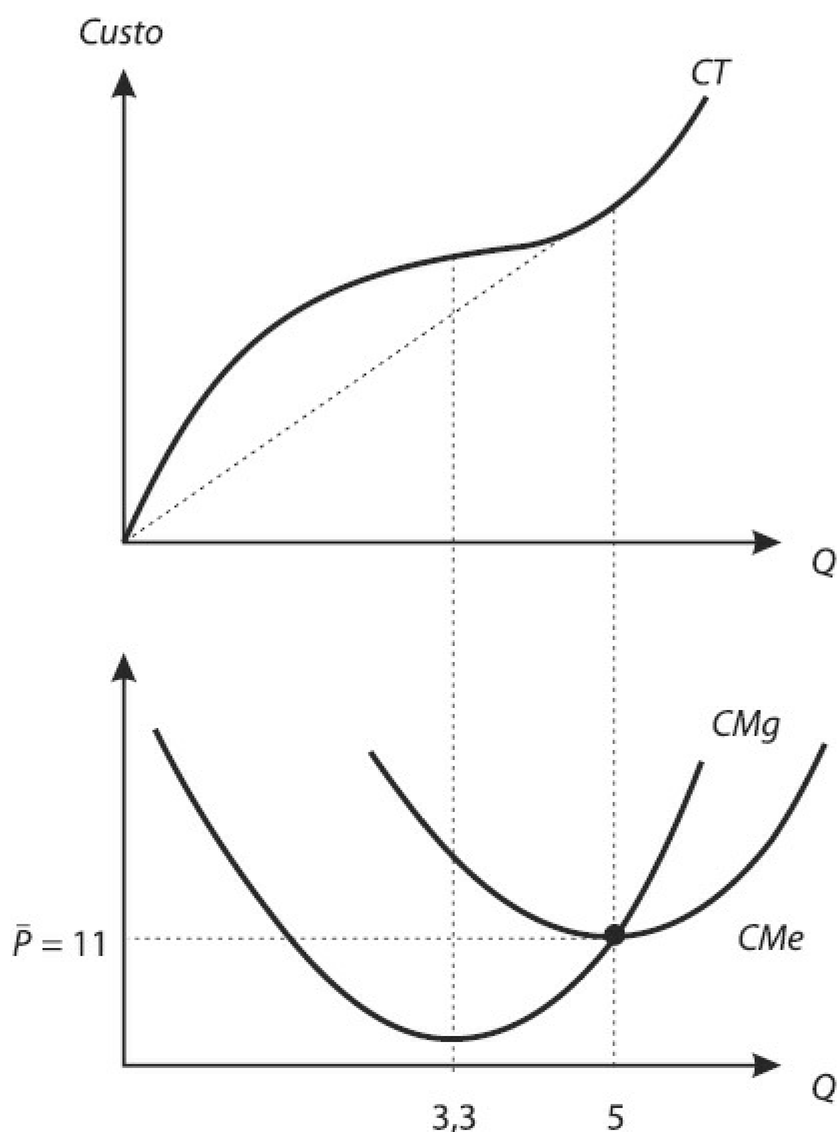
(4) Falso.

Derivando as funções *CMg* e o *CMe*, e as igualando a zero, encontramos a quantidade mínima de cada uma das curvas, isto é:

$$\frac{dCMg}{dq} = 0 \Rightarrow 6q - 20 = 0 \Rightarrow q_{MIN} = 3,3$$

$$\frac{dCMe}{dq} = 0 \Rightarrow 2q - 10 = 0 \Rightarrow q_{MIN} = 5$$

A curva de CMg é decrescente até a quantidade q = 3,3, quando passa a ser crescente. Portanto, a questão está incorreta.



Questão 9

Com relação às práticas monopolistas de preços, julgue as alternativas a seguir:

⓪ Um monopolista pratica discriminação de preço de 2º grau se o preço cobrado varia conforme o número de unidades compradas, independentemente de quem seja o consumidor.

① Considere um monopolista que produz um único bem. Se esse monopolista adota a regra de mark-up para a determinação de preço, então ele sempre operará em escalas de produção para as quais a demanda é preço-elástico.

② Um monopolista biproduto tem função custo $c(q_1,q_2) = 60\,q_1 + 30\,q_2 - 5q_1q_2$ em que q_1 e q_2 são as quantidades dos produtos 1 e 2, respectivamente. Então existe economia de escopo.

③ Suponha que um monopolista produz dois bens complementares, A e B, e que o custo marginal de cada um é $50. Suponha que há dois consumidores, I e II, e que seus preços de reserva são como os descritos na tabela abaixo:

	Produto A	Produto B
Consumidor I	$300	$100
Consumidor II	$200	$150

Se esse monopolista praticar bundling, ele terá um aumento de $250 em seu lucro, relativamente à ausência de bundling;

④ Considere a situação descrita no item (3). Então a prática de bundling permite que o monopolista se aproprie de parte dos excedentes privados dos consumidores, mas o excedente total não varia.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Por definição, a questão é verdadeira. Isto é, discriminação de preço de 2º grau é uma prática monopolista de cobrar preços diferentes para quantidades diferentes da mesma mercadoria ou do mesmo serviço, independentemente do consumidor. Venda por volume (atacado e varejo) é um exemplo de discriminação de preço de 2º grau. Neste caso, haverá um preço unitário para quem comprar quantidades entre 0 e 100, por exemplo, e outro preço unitário, menor que o preço anterior, para quem comprar acima de 100 quantidades.

(1) Verdadeiro.

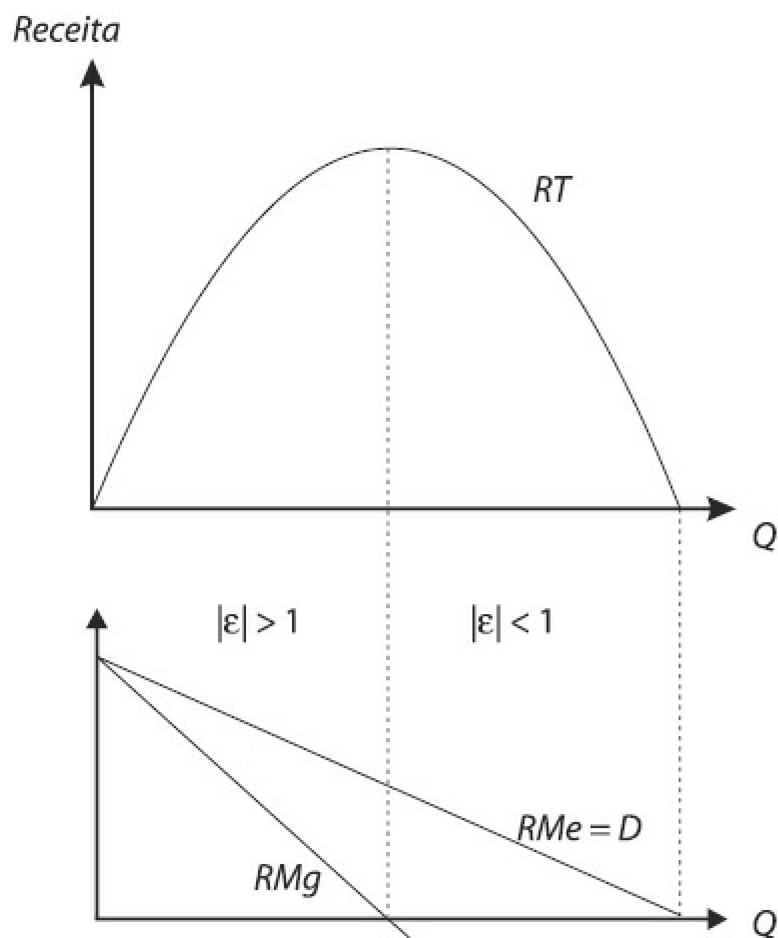
O equilíbrio de monopólio é dado pela igualdade entre receita marginal e custo marginal $RMg = CMg$. Pela condição de primeira ordem (CPO), podemos encontrar a receita marginal expressa em termos da elasticidade:

$$RMg = \frac{dRT}{dq} = Q\frac{dP}{dQ} + P\frac{dQ}{dQ} = P\left(\frac{Q}{P}\frac{dP}{dQ} + 1\right) = P\left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right)$$

Em equilíbrio, quando RMg = CMg, teremos:

$$P\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right) = CMg \quad \Rightarrow \quad P = \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{|\varepsilon|}}\right) CMg$$

O resultado acima indica que o preço de mercado é um *mark-up* sobre o *CMg*, ou seja, o monopolista cobra um preço superior ao *CMg*, mas o valor superior depende do inverso da elasticidade da demanda. Se a demanda for demasiadamente elástica, $\varepsilon \rightarrow -\infty$, o preço resultante estará muito próximo do custo marginal, isto é, $P \rightarrow CMg$. Se a demanda for inelástica ($|\varepsilon| < 1$), a $RMg < 0$. Assim, o monopolista sempre opera na parte em que $RMg > 0$ ou que $|\varepsilon| > 1$.



(2) Verdadeiro.

Economia de escopo ocorre quando o custo de produção conjunto de dois bens é menor do que o custo de produção em separado. Em outras palavras, isso ocorre quando:

$$CT(q_x, q_y) < CT(q_x) + CT(q_y)$$

Pelo problema, $CT(q_1, q_2) = 60q_1 + 30q_2 - 5q_1q_2$, $CT(q_1) = 60q_1$ e $CT(q_2) = 30q_2$. Logo, observamos que $CT(q_1, q_2) < CT(q_1) + CT(q_2)$, já que $CT(q_1, q_2)$ inclui o termo negativo $-5q_1q_2$.

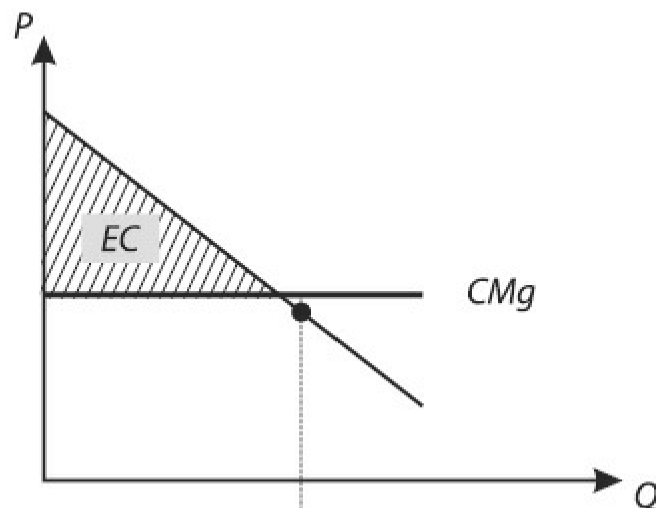
(3) Falso.

Quando não se pode fazer discriminação de preços de 1º, 2º ou 3º grau, pois não é permitido cobrar preços diferentes de diferentes consumidores (1º e 3º) ou não é permitido cobrar preços diferentes por diferentes quantidades vendidas (2º), pode-se oferecer pacotes aos consumidores, também chamados *bundling*.

Essas são técnicas usadas por uma firma multiproduto como forma de extrair um excedente

do consumidor adicional. Em português, podíamos traduzir como "vendas em pacotes" ou "vendas em cesta". Um exemplo bem comum é quando uma empresa de cosméticos coloca à venda um "único produto" que contém mais de um bem, como: "1 shampoo, 2 sabonetes e 1 perfume." Ou o consumidor compra o pacote por um determinado preço ou compra os itens separadamente, normalmente com um somatório de preços maior.

A diferença do *bundling* para o *tie-in-sales* é que no primeiro caso nem sempre a venda ocorre em proporções fixas. Já, no segundo, a venda é feita em proporções fixas. Exemplos no caso de proporções fixas: 1 – carro mais rádio; 2 – jornais de domingo mais revista; 3 – *Office packages da Microsoft;* 4 – o exemplo dado no parágrafo anterior.



Solução:

Primeiro passo: escrever a equação de lucro de um monopolista multiproduto (X_A e X_B) e a utilidade de cada consumidor.

Monopolista: $\pi_{Total} = P_A(X_{IA} + X_{IIA}) + P_B(X_{IB} + X_{IIB}) - CT_A(X_{IA} + X_{IIA}) - CT_B(X_{IB} + X_{IIB})$

Consumidor I: $U_I = (300 - P_A) + (100 - P_B)$

Consumidor II: $U_{II} = (200 - P_A) + (150 - P_B)$

Para cada consumidor, a quantidade consumida será:

$$\begin{cases} X_{IA} = \begin{cases} 1 \; se \; 300 - P_A \geq 0 \\ 0 \; se \; 300 - P_A < 0 \end{cases} \\ X_{IB} = \begin{cases} 1 \; se \; 100 - P_B \geq 0 \\ 0 \; se \; 100 - P_B < 0 \end{cases} \end{cases} \qquad \begin{cases} X_{IIA} = \begin{cases} 1 \; se \; 200 - P_A \geq 0 \\ 0 \; se \; 200 - P_A < 0 \end{cases} \\ X_{IIB} = \begin{cases} 1 \; se \; 150 - P_B \geq 0 \\ 0 \; se \; 150 - P_B < 0 \end{cases} \end{cases}$$

Segundo passo: resolver o problema sem que tenha ocorrido discriminação, isto é, sem que tenha ocorrido *bundling*. Assim, o monopolista venderia o produto A e o produto B separadamente.

Primeiro, faremos a maximização com relação ao **produto A**:

$$Se\ P_A = 300 \Rightarrow \begin{cases} X_{IA} = 1 \\ X_{IIA} = 0 \Rightarrow \pi_A(300) = 300(1+0) - 50(1+0) = 250 \end{cases}$$

$$Se\ P_A = 200 \Rightarrow \begin{cases} X_{IA} = 1 \\ X_{IIA} = 1 \Rightarrow \pi_A(200) = 200(1+1) - 50(1+1) = 300 \end{cases} \Bigg\} \pi_A(200)\ \pi_A(300)$$

Depois, faremos a maximização com relação ao **produto B:**

$$Se\ P_B = 150 \Rightarrow \begin{cases} X_{IB} = 1 \\ X_{IIB} = 0 \Rightarrow \pi_A(150) = 150(1+0) - 50(1+0) = 100 \end{cases}$$

$$Se\ P_B = 100 \Rightarrow \begin{cases} X_{IB} = 1 \\ X_{IIB} = 1 \Rightarrow \pi_B(100) = 100(1+1) - 50(1+1) = 100 \end{cases} \Bigg\} \pi_B(150)\ \pi_B(100)$$

Portanto, $\pi_{Total} = \pi_A + \pi_B = 300 + 100 = 400$

Repare que o preço usado para o produto B será o segundo, $P_B = 100$. Não só porque o excedente do consumidor é maior, para um mesmo excedente do produtor, havendo, portanto uma melhora no sentido de Pareto, mas porque no enunciado há uma informação importante: os bens são complementares. Portanto, se os consumidores I e II compram ao preço de P = 200 o produto A, eles compraram também o produto B, ao preço de 100.

Terceiro passo: resolver o problema com discriminação do tipo *bundling*. Assim, o monopolista venderia os produtos A e B conjuntamente, a um determinado preço único.

Some os preços de reserva de cada consumidor:

Para o consumidor I: $P_{I(A+B)} = 300 + 100 = 400 \quad U_I = 400 - P$

Para o consumidor II: $P_{II(A+B)} = 200 + 150 = 350$

E o lucro do monopolista será:

$$Se\ P = 400 \Rightarrow \begin{cases} X_{IA} = X_{IB} = 1 \\ X_{IA} = X_{IB} = 0 \Rightarrow \pi_1(400) = (400 \cdot 1) - (50+50)(1) = 300 \end{cases}$$

$$Se\ P = 350 \Rightarrow \begin{cases} X_{IA} = X_{IB} = 1 \\ X_{IIA} = X_{IIB} = 1 \Rightarrow \pi_2(350) = (350 \cdot 2) - (50+50)(2) = 500 \end{cases} \Bigg\} \pi_1 < \pi_2$$

A solução deste problema é:

Sem *bundling*, o monopolista terá $\pi_{Total} = 400$. Se $P^* = (P_A^*, P_B^*)$, $P^* = (200, 100)$

Com *bundling*, o monopolista terá $\pi_{Total} = 500$. Se $P^* = 350$

Assim, a diferença de lucro entre discriminar e não discriminar é \$100 (isto é, 500 – 400) e não \$250.

(4) Verdadeiro.

A ideia geral da venda de pacote é essa que menciona o enunciado. O monopolista se apropria de parte do excedente do consumidor, sem que o excedente total seja alterado. Isto é, não há incorporação de peso morto.

Quando há complementariedade entre os produtos, é natural que o consumidor queira comprá-los em conjunto, com ou sem oferta da venda casada. Assim, se houver uma oferta com preços interessantes, caso a venda seja feita conjunta e haja a possibilidade do consumidor consumir em conjunto ou em separado, pode até ser que a demanda pelos produtos aumente. Mas é de se esperar que quem não comprava esses produtos antes, também não os compre agora.

Portanto, imagine que temos um grupo fixo de consumidores que comprava os produtos separadamente (consumidores I e II). Assim, quem não comprava os produtos (A e B) em separado também não deve se interessar em comprá-los em conjunto, mesmo se a oferta dos produtos em conjunto for feita por um preço menor do que em separado. Portanto, o excedente total será dado pela soma dos excedentes desses agentes: 2 consumidores e 1 produtor.

Do ponto de vista do monopolista multiproduto, que quer aumentar ainda mais o seu lucro de monopólio, ele só conseguirá fazê-lo (excedente do produtor) se retirar parte do excedente dos consumidores que compram esses produtos, fazendo uma venda casada, não dando a opção da venda em separado e colocando um preço de *bundling* pelo menos igual ao preço anterior.

De fato, pelos números acima, antes, sem *bundling*, cada consumidor paga PA = 200 e Pb = 100, logo, a soma desses preços é 300. Com *bundling*, ele vende a P = 350. Preço *bundling* ≥ Pa + Pb.

Portanto, a questão está correta. A prática de *bundling* permite que o monopolista se aproprie de parte dos excedentes privados dos consumidores, mas o excedente total não varia.

Vamos às contas:

$$\begin{cases} \text{Excedente Total} = \text{Excedente do Consumidor} + \text{Excedente do Produtor.} \\ \text{Excedente do Produtor} = \text{Lucro} \\ \text{Excedente do Consumidor} = \sum Utilidades \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Excedente do Produtor } \textbf{sem } \textit{Bundling} = \$400 \\ \text{Excedente do Produtor } \textbf{com } \textit{Bundling} = \$500 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Excedente do Consumidor } \textbf{sem } \textit{Bundling} \, (1) = U_I + U_{II} \\ EC(200, 100) = [(300 - 200) + (100 - 100)] + [0 + (150 - 100)] = 150 \\ \text{Excedente do Consumidor } \textbf{com } \textit{Bundling} = U_I + U_{II} \\ EC(350) = [(400 - 350)] + [(350 - 350)] = 50 \end{cases}$$

Pelas contas, nota-se que a discriminação fez com que o EC diminuísse em 100, exatamente o valor de quanto o monopolista ganhou.

O **Excedente** Total = Excedente do Consumidor + Excedente do Produtor.

ET sem *Bundling* = 400 + 150 = 550

ET com *Bundling* = 500 + 50 = 550

Assim, o ET, de fato, não foi alterado. A perda do excedente do consumidor (ΔEC = – 100) é exatamente igual ao ganho do produtor (ΔEP = 100).

Questão 11

Considere o modelo de Cournot, em que 49 empresas produzem um produto homogêneo. A empresa i produz de acordo com a função de custo $C(q_i) = 2q_i$, em que q_i é a quantidade produzida pela empresa i, com i=1,...,49. Suponha uma demanda de mercado dada por p = 402 – 2Q, em que p é o preço e Q = $\sum_{i=1}^{49} q_i$ é a quantidade total produzida pelas 49 empresas. Calcule a quantidade que cada empresa irá produzir no equilíbrio de Cournot.

Resolução:

Cada firma *i* maximiza o lucro escolhendo a sua quantidade, dada a quantidade das demais firmas, sendo esta escolha de forma simultânea.

Firma 1:

$$Max\pi_1 \quad \pi_1 = P(Q)q_1 - CT(q_1)$$

$$\pi_1 = [402q_1 - 2q_1(q_1 + q_2 + ... + q_{49})] - 2q_1$$

$$\frac{d\pi_1}{dp_1} = 0 \quad 402 - 4q_1 - 2(q_2 + q_3 + ... + q_{49})] - 2 = 0 \quad 4q_1 = 400 - 2(q_2 + q_3 + ... + q_{49})$$

$$q_1 = 100 - \frac{1}{2}(q_2 + q_3 + ... + q_{49}) \text{ Função de reação da firma 1.}$$

Como todas as firmas produzem $q^* = q_1 = q_2 = q_3 = ... + q_{49}$, temos que:

$$q^* = 90 - \frac{1}{2}(q^* + q^* + ... + q^*), \text{ onde } q^* + q^* + ... + q^* = 48q^*$$

Assim, $q^* = 100 - \frac{48}{2}q^* \quad q^* = 100 - 24q^* \quad 25q^* = 100 \quad q^* = 4$

Resposta: q = 4.

PROVA DE 2011

Questão 8

No que se refere ao processo de precificação em condições de concorrência imperfeita, é possível afirmar que:

⓪ No equilíbrio de longo prazo em condições de Concorrência Monopolista o lucro supranormal é eliminado e o preço se iguala ao custo marginal.

① Um Monopólio perfeitamente discriminador é eficiente de Pareto.

② Em uma situação de Monopólio, o mark-up da firma (medido pelo Índice de Lerner) será inversamente proporcional ao valor da elasticidade preço da demanda da firma.

③ Um monopolista que discrimina preços em dois mercados, fixa preço maior no mercado que apresenta elasticidade preço mais elevada.

④ Se um monopolista vende determinado produto atrelado a serviço pós-venda (caracterizando "vendas casadas") para quatro tipos de consumidores, cujos preços de reserva são apresentados no quadro abaixo, então a melhor opção para maximizar seus lucros é vender o produto a $8 e o serviço a $3, auferindo um lucro total de $25.

Consumidor	Produto	Serviço
1	$8	$3
2	$8	$4
3	$4	$6
4	$3	$2

Solução:

(0) Falso.

Em concorrência monopolista no equilíbrio de longo prazo tem-se que
P = CMe > CMg.

(1) Verdadeiro.

Quando o monopolista faz discriminação de preços de primeiro grau, isto é, quando ele discrimina perfeitamente, a alocação final é ótima no sentido de Pareto.

(2)Verdadeiro.

O índice de *mark-up* é: $\frac{P - CMg}{P} = \frac{1}{|\varepsilon_d|}$, assim quanto maior o índice de *mark-up*, menor $|\varepsilon_d|$.

(3) Falso.

Ao contrário. A relação entre preço e elasticidade-preço da demanda é a seguinte: $P_2 > P_1$ $|\varepsilon_{d2}| < |\varepsilon_{d1}|$, isto é, o monopolista fixa um preço maior quando os indivíduos forem menos elásticos (discriminação de preço de terceiro grau).

(4) Falso.

Supondo que a venda casada pudesse ser feita separadamente e não casada, os preços que maximizariam o lucro seriam os dados no enunciado, isto é: preço do produto igual a \$8 e preço do serviço igual a \$3, gerando um lucro de: 16 + 9 = 25.

Veja neste esquema a seguir: a primeira coluna refere-se ao preço do produto e a sua respectiva quantidade vendida, enquanto a segunda coluna refere-se ao preço do serviço e a sua respectiva quantidade vendida. O número que está fora do parêntese é o preço. O número dentro do parêntese é a quantidade vendida, que vai depender do valor de reserva de cada um, dado na tabela do problema. Exemplo: ao preço igual a R\$8, somente os indivíduos 1 e 2 compraram este produto, logo Q = 2, resultando em receita igual a \$16.

P_P $P \cdot Q$	P_S $P \cdot Q$
3(4) = 12	2(4) = 8
4(3) = 12	3(3) = 9
8(2) = 16	4(2) = 8
	6(1) = 6

Mas, há um problema. Como é venda casada, o produto e serviço precisam ser vendidos juntos. Não só o número de consumidores tem que coincidir como os consumidores em si. Assim, se $P_P = 8$, os consumidores 1 e 2 precisam poder comprar o serviço. Assim, o preço seria $P_S = 4$. Neste caso, o lucro total seria: 16 + 8 = \$24.

Haveria uma forma de maximizar ainda mais o lucro? Sim. Na matriz dada no problema, adicione uma terceira, somando os valores de reserva de cada tipo de consumidor, como mostra a tabela a seguir:

Consumidor	Produto	Serviço	Total

1	\$8	\$3	\$11
2	\$8	\$4	\$12
3	\$4	\$6	\$10
4	\$3	\$2	\$6

De todas as quatro possibilidades, note que $\pi = 10(3) = 30$ (só compram os indivíduos 1, 2 e 3) é a que maximiza o lucro. Assim $P_P = 4$ e $P_S = 6$ maximizam o lucro do monopolista.

Questão 10

No que se refere à intervenção pública nos mercados, observa-se que:

⓪ Supondo que a demanda em dois mercados (A e B) é dada por D(X) = 8 – P, com a oferta da indústria no mercado A sendo dada por $S(X_A) = P_A$ e no mercado B por $S(X_B) = 2P_B - 4$, então o "peso morto" resultante da imposição de um imposto específico é maior no mercado B.

① A imposição de preço máximo ("teto") necessariamente conduz à perda de bem-estar e ao desabastecimento, independente da estrutura de mercado prevalecente.

② Em condições de monopólio, a imposição de um imposto sobre os lucros irá acarretar aumento do preço e queda da quantidade produzida pela firma monopolista.

③ A eliminação de tarifas de importação conduz à redução do excedente apropriado pelos produtores locais, acompanhada por elevação do nível de bem-estar medido pelo excedente total.

④ Supondo uma demanda inversa dada pela equação P = 210 – 2Q, bem como um custo marginal privado (refletido na oferta de mercado) dado por CMg = 150 + 2Q, e admitindo que o processo de produção gera resíduos tóxicos cujo custo marginal para a sociedade é dado por CMgS = 2Q, então, neste caso, a taxa de imposto específico que deve incidir sobre os produtores para atingir um ótimo social equivale a \$10 por unidade produzida.

Solução:

(0) Verdadeiro.

$Q_d = 8 - P$

$Q_S^A = P_A$

$Q_S^B = 2P_B - 4$

Imposto Específico $\rightarrow P^d = P^S + t$

$D(P^\alpha) = S(P^s) \rightarrow D(P^\alpha) = S(P^d - t)$

$a - bP^d = c + \alpha(P^d - t)$

$$P^{*\alpha} = \frac{a - c + td}{(d + b)}$$

$$P^{*S} = \frac{a - c + td}{(d + b)}$$

$$\frac{dP^\alpha}{td} = -\frac{b}{\alpha + b}$$

$$\frac{dP^s}{td} = -\frac{\alpha}{\alpha + b}$$

$$DWL = \frac{(P^\alpha - P^*)(Q' - Q^\alpha)}{2} + \frac{(P^* - P^s)(Q' - Q^*)}{2}$$

$$Q^\alpha = a - bP^\alpha$$

$$Q^s = c + \alpha P^s$$

Situação 1 $\Rightarrow \begin{cases} Q^\alpha = 8 - P \\ Q_A^s = P \end{cases}$

$$P^{*\alpha} = \frac{8 - 0 + 1t}{2} = \frac{8 + t}{2}$$

$$P^{*s} = \frac{8 - t}{2}$$

Se $t = 4 \Rightarrow \begin{cases} P^{*\alpha} = \frac{8+4}{2} = 6 \\ P^{*s} = \frac{8-4}{2} = 2 \end{cases}$ $\quad DWL^A = \frac{(6-4)2}{2} + \frac{(4-2)2}{2} = 4$

Situação 2 $\Rightarrow \begin{cases} Q^\alpha = 8 - P \\ Q_B^s = 2P - 4 \end{cases}$

$$P^{*\alpha} = \frac{(8+4) + 2t}{3} = \frac{12 + 2t}{3}$$

$$P^{*s} = \frac{(8+4) - 2t}{3} = \frac{12 - 2t}{3}$$

Se $t = 4 \Rightarrow \begin{cases} P^{*\alpha} = \frac{20}{3} \\ P^{*s} = \frac{4}{3} \end{cases}$ $\quad DWL^B = \frac{\left(20/3 - 12/3\right)2}{2} + \frac{\left(12/3 - 4/3\right)2}{2} = \frac{8}{3} + \frac{8}{3} = \frac{16}{3} = 5{,}33$

Note que $DWL^B > DWL^A$, confirmando a afirmativa da questão.

(1) Falso.

Se o mercado for competitivo, a imposição de um preço máximo resultará em

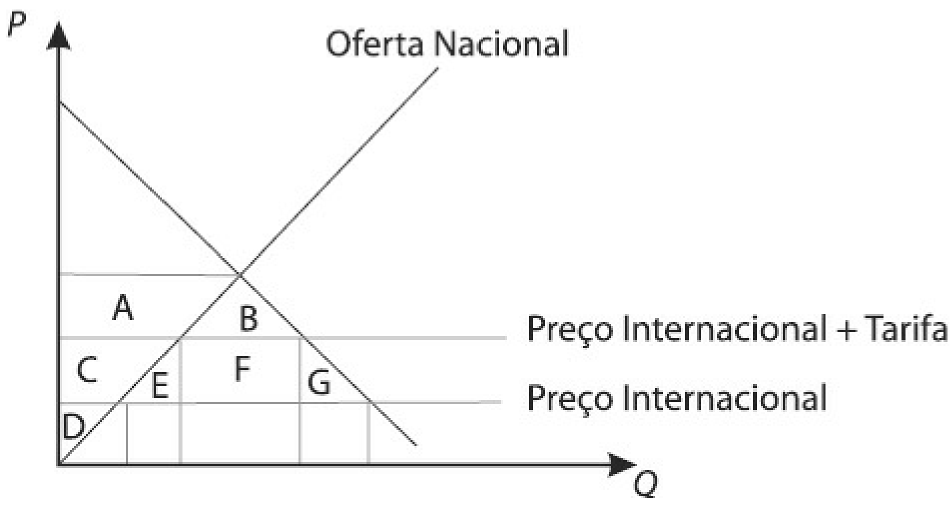
desabastecimento. Mas se a estrutura for de monopólio, por exemplo, poderá aumentar as quantidades e reduzir o peso morto.

(2) Falso.

A imposição de um imposto sobre o lucro não afeta a condição de primeira ordem (RMg = CMg), logo não ocorrerá variação de preços ou quantidades.

(3) Verdadeiro.

	S/ TARIFA	*COM TARIFA*
EC	A+B+C+E+F+G	A+B
EP	D	C+D
GOV	-	F
ET	A+B+C+D+E+F+G	A+B+C+D+F
PESO MORTO	-	E+G



Houve aumento do bem-estar social.

(4) Falso.

$$\begin{cases} P = 210 - 2Q \\ CMg^{p} = 150 + 2Q \end{cases}$$

$$210 - 2Q = 150 + 2Q$$

$$4Q = 60 \Rightarrow Q = 15 \Rightarrow P = 180$$

$$CMg^{s} = \underbrace{150 + 2Q}_{CMgP} + \underbrace{2Q}_{CMgE} \Rightarrow CMg^{s} = 150 + 4Q$$

$$Eq \Rightarrow 210 - 2Q = 150 + 4Q \Rightarrow 6Q = 60 \Rightarrow Q = 10 \Rightarrow P = 190$$

Assim, o imposto deve ser de:

$t = 190 - P^0$

$P^0 = 150 + 2(10) = 170$

$t = 20$

Questão 14

Suponha que uma firma opere em dois submercados cujas demandas são dadas, respectivamente, pelas equações $D_A(P) = 3 - \frac{P}{2}$ para p < 6 (e zero em outras situações) e $D_B(P) = 4 - \frac{P}{2}$ para p < 8 (e zero em outras situações). Sabendo que a firma opera com uma função custo total dada por CT(X) = X, diga qual a relação (Lucro1 / Lucro2) estabelecida entre o montante de lucros gerados em duas situações distintas: (1) quando a firma pratica uma discriminação perfeita por meio do estabelecimento de uma "tarifa de duas partes"; (2) quando a firma estabelece preços diferentes para os dois submercados, segundo o princípio da "discriminação de 3º grau".

Solução:

Sejam as seguintes funções inversas da demanda:

$$\begin{cases} Q_A = 3 - \dfrac{P_A}{2} \Rightarrow P_A = 6 - 2Q_A \\ Q_B = 4 - \dfrac{P_B}{2} \Rightarrow P_B = 8 - 2Q_B \end{cases}$$

O lucro do monopolista quando se faz **discriminação de preços do terceiro grau** será:

$$RMg_A = RMg_B = CMg$$

$$RMg_A = 6 - 4q_A \Rightarrow 6 - 4q_A = 1 \Rightarrow 4q_A = 5 \Rightarrow q_A = 5/4$$

$$P_A = 6 - 2(5/4) = 3{,}5$$

$$RMg_B = 8 - 4q_B \Rightarrow 8 - 4q_B = 1 \Rightarrow 4q_B = 7 \Rightarrow q_B = 7/4$$

$$P_B = 8 - 2(7/4) = 4{,}5$$

$$\pi^{3°G} = P_A Q_A + P_B Q_B - CT$$

$$\pi^{3°G} = (3{,}5 \times 1{,}25) + (4{,}5 \times 1{,}75) - 3$$

$$\pi^{3°G} = 4{,}375 + 7{,}875 - 3 = 9{,}25 = 37/4 \Rightarrow Lucro\ 2$$

O lucro do monopolista quando se faz **discriminação PERFEITA de preços de segundo grau** (do tipo tarifa em duas partes) será:

De forma genérica, ele cobrará o preço da seguinte forma: $T = P_A + P_U * Q$, onde P_A é o preço do acesso, que neste caso será o excedente do consumidor (**EC**) em cada mercado; e P_U é o preço do uso, que será o CMg, pois o monopolista discrimina perfeitamente. Assim, o lucro do monopolista em cada mercado será: $\pi_i = EC_i + (Pu - CMg) * Q$. Mas como P_U = CMg, $\pi_i = EC_i$. Assim, o lucro total será a soma dos ECs.

$$\left.\begin{aligned} P_A &= EC_A \\ P_u &= CMg \end{aligned}\right\} T = P_A + P_u Q$$

$$q_A = 3 - \frac{1}{2} = 2{,}5 = \frac{5}{2}$$

$$q_B = 4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$EC_A = \frac{(6 - CMg)\frac{5}{2}}{2} = \frac{(6-1)\frac{5}{2}}{2} = \frac{25}{4}$$

$$\pi_1 = EC_A + (P - CMg)q_A = EC_A + (P - 0)q_A = \frac{25}{4}$$

$$EC_B = \frac{(8 - CMg)\frac{7}{2}}{2} = \frac{(8-1)\frac{7}{2}}{2} = \frac{49}{4}$$

$$\pi_2 = EC_B + (P - CMg)q_B = EC_B + (P - 0)q_B = \frac{49}{4}$$

$$\pi_{TOTAL} = \frac{49 + 15}{4} = \frac{74}{4} = \frac{37}{2} \Rightarrow Lucro\ 1$$

Assim, a resposta será: $\frac{Lucro\ 1}{Lucro\ 2} = 2$

Observação: se o problema não tivesse mencionado discriminação perfeita através da tarifa de duas partes, o monopolista poderia cobrar esta tarifa da seguinte forma: cobrar o excedente do consumidor A para os dois submercados e cobrar P_U > CMg. Mas este não é o caso. Maiores

detalhes sobre esta observação, ver Pindyck e Rubinfeld, capítulo de monopólio, discriminação de preços em duas partes.

PROVA DE 2012

Questão 7

No que se refere ao equilíbrio de mercados competitivos:

⓪ Em um mercado competitivo que opera com "custos crescentes" no longo prazo e livre entrada/saída, o preço de equilíbrio é independente da demanda do mercado.

① Na existência de custos fixos positivos, o "excedente do produtor" é sempre superior ao lucro total da firma.

② Se os Custos Totais de uma firma competitiva são dados por $C(Q) = 2Q^3 - 12Q^2 + 38Q$ e o preço de equilíbrio do mercado é dado por $P = 20$, então a empresa deve produzir $Q = 1$.

③ Se a função de produção da firma é dada por $Q = f(L, K) = (L(K\text{-}2))^{1/3}$, então a oferta agregada da indústria, supondo que a mesma opere com 10 empresas, é dada por $S(p) = (1/36)p^2$, sendo p o preço do produto.

④ Se o produtor apresenta as seguintes escolhas (Y, L e K), em termos de preços do bem (Py) e dos fatores (P1 e Pk), em dois momentos no tempo (t e s), então as escolhas apresentadas na tabela abaixo não satisfazem o Axioma Fraco da Rentabilidade Revelada.

Momento	Y	L	K	Py	P1	Pk
T	5	4	4	10	2	3
S	4	2	2	8	4	5

Resolução:

(0) Falso ou Verdadeiro.

Pelo gabarito da ANPEC, esta questão é verdadeira.

O problema desta questão é que o enunciado não esclarece se o "preço de equilíbrio" diz respeito ao mercado ou à firma. Com isso a questão acabou se tornando incompleta, podendo ser F ou V, dependendo da interpretação do aluno. Veja o argumento:

Quando os *insumos adicionais*, para a obtenção de um nível mais elevado de produção, são adquiridos *com aumento no preço* deste insumo, diz-se que o mercado competitivo opera com custos crescentes. Neste caso, como a estrutura de custos da empresa aumenta, a curva de oferta da indústria de LP é ascendente. Logo, no final do processo de ajuste, mais firmas produzirão uma quantidade total maior (ainda que menos do que se os custos fossem constantes) a um preço maior. Um exemplo seria o caso de quando se trata de mão de obra especializada ou de alguns tipos de insumo mineral, onde a escassez é grande.

Assim, independentemente do quanto que a demanda do mercado tenha aumentado, digamos 10%, quando a oferta de curto prazo responde contratando mais insumos a um preço maior, a estrutura de custos aumenta e a curva de oferta de longo prazo fica positivamente inclinada. Por isso, o preço de equilíbrio do mercado final acaba sendo maior do que o anterior:

por causa do tipo da curva de oferta.

Como o preço de equilíbrio é sempre, em qualquer mercado ou ocasião, uma interação entre demanda e oferta, se o "preço de equilíbrio" tiver se referindo "**do mercado**", o preço de equilíbrio final dependerá não só da curva de demanda de mercado, como também da de oferta de longo prazo de mercado. Neste caso, a questão seria falsa.

Mas, se o "preço de equilíbrio" tiver se referindo "**da firma**", então, a questão é verdadeira, pois a demanda da firma é totalmente elástica.

(1) Verdadeiro.

Uma das definições sobre o excedente do produtor é a seguinte: EP = Lucro + CF. Assim, se CF > 0, então Lucro > EP.

(2) Falso.

Em equilíbrio, em um mercado em concorrência perfeita, o custo marginal iguala ao preço de mercado. Logo: Cmg = P.

$Cmg = 6Q^2 - 24Q + 18 = 20 \quad 6Q^2 - 24Q - 2 = 0 \quad Q_1 = 1$ ou $Q_2 = 3$.

Sabe-se, no entanto, que na primeira opção ($Q_1 = 1$), a firma está maximizando o prejuízo e na segunda opção ($Q_1 = 3$), ela está maximizando o lucro. Portanto, a empresa deve produzir em Q = 3 e não em Q = 1, como diz o enunciado.

(3) Falso.

Começe resolvendo o problema secundário da firma: Max Q, sujeito ao CT e encontre a condição de primeira ordem:

CPO: $$\frac{Pmg_L}{Pmg_K} = \frac{w}{r}$$

Sabemos que:

$$Pmg_L = \frac{1}{3} L^{-2/3} (K-2)^{1/3}$$

$$Pmg_K = \frac{1}{3} L^{1/3} (K-2)^{-2/3}$$

Portanto:

$$\frac{\frac{1}{3}L^{-2/3}(K-2)^{1/3}}{\frac{1}{3}L^{1/3}(K-2)^{-2/3}} = \frac{w}{r}$$

$$\frac{(K-2)}{L} = \frac{w}{r} \quad L = \frac{r}{w}(K-2) \text{ (A)}$$

$$CT = w\left[\frac{r}{w}(K-2)\right] + rK \quad CT = 2r\,(K-1) \quad K^* = \frac{CT+2r}{2r} \text{ (B)}$$

(B) em (A) $L^* = \frac{CT-2r}{2r}$ (C)

(B) e (C) na função objetivo, para encontrar seu nível máximo:

$$Q^* = \left[\frac{CT-2r}{w}\right]^{1/3}\left[\frac{CT-2r}{2r}\right]^{1/3}$$

$$CT = Q^{3/2}\left[2wr\right]^{1/2} + 2r$$

Com a função CT = f(Q), encontre a curva de Cmg da firma i e iguale ao preço do mercado, no caso P $Cmg_i = P$ inverta e coloque a expressão Qi = f(P). Como são firmas idênticas, a **<u>oferta do mercado</u>** S(p) será $Q = \sum_{i=1}^{10} Q_i$ = $10Q_i$.

Assim: $Cmg = \frac{3}{2}Q_i^{1/2}\left[2wr\right]^{1/2}$ = P $S(p) = Q = 10\left(\frac{2P}{3\left[2wr\right]^{1/2}}\right)^2$

(4) Falso.

Este problema deve ser resolvido como se fosse o axioma fraco da preferência revelada, no caso da teoria do consumidor. O autor da questão fez uma analogia para o caso da firma. Por isso ele trocou "preferência" por "rentabilidade". Mas a forma de raciocinar é exatamente igual, como pode ser visto abaixo:

No tempo t: o valor da venda do bem será (Y.Py) = 5 x 10 = 50

No tempo t: o custo dos fatores será ($LP_L + KP_K$) = (4x**2**) + (4x**3**) = 20

No tempo s: o valor da venda do bem será (Y.Py) = 4 x 08 = 32

No tempo s: o custo dos fatores será ($LP_L + KP_K$) = (2x**4**) + (2x**5**) = 18

No tempo t: a restrição da firma será 20 = 2L + 3K

No tempo s: a restrição da firma será 18 = 4L + 5K

Repare que no espaço K x L, a restrição no tempo t é toda ela maior (sem cruzar) a restrição no tempo s. Isto quer dizer que qualquer cesta escolhida em s pode ser comprada em t, sem ambiguidade. Assim, as escolhas da tabela não violam o axioma fraco da *rentabilidade* revelada.

Questão 12

Num mercado com uma função de demanda x = 8 − 2p, sendo x a quantidade demandada e p o preço de mercado, existem 10 empresas idênticas que formam um cartel e que têm custos médios e marginais constantes e iguais a 3. Se um dos agentes abandona o cartel sem ser detectado, consegue elevar seus lucros no curto prazo. Suponha que o agente que rompe o acordo enfrente o seguinte problema: se ele abandona o cartel, só obterá lucro durante um período (t = 0), porque será detectado e expulso do mercado. Para que taxa de juros o agente preferirá agir desta forma em lugar de permanecer durante toda sua vida fiel ao cartel? (OBS.: em sua resposta multiplique o resultado obtido por 10).

Esta questão também pode ser encontrada no Capítulo 5 – Teoria dos Jogos – Prova de 2008, Questão 15, e Prova de 2009, Questão 12.

Resolução:

Inicialmente, considere a demanda na sua forma inversa: $P(Q)=\left(\frac{8-Q}{2}\right)$.

O lucro da firma, caso participe do cartel, corresponderá a $\frac{1}{10}$ do que seria o lucro de uma firma monopolista (pois em um cartel as firmas agem de modo conjunto como se fossem uma firma monopolista), isto é:

$$\max_{Q}\left(\frac{8-Q}{2}\right)Q-3Q$$

Cuja CPO é dada por:

$$\frac{(8-Q-Q)}{2}-3=0$$

Ou Q = 1, o que implica $\pi=\frac{1}{2}$ e, portanto, o lucro de uma firma seria igual a $\frac{1}{20}$.

Assim, caso a firma permaneça no cartel para sempre, seu lucro será:

$$\frac{1}{20}+\frac{1}{20}\frac{1}{(1+r)}+\frac{1}{20}\frac{1}{(1+r)^2}+\cdots=\frac{1}{20}\frac{(1+r)}{r}$$

Se, por outro lado, a firma tomar como dado que todas as outras continuarão participando do cartel (e, portanto, a produção total das demais firmas conjuntamente será igual a $\frac{9}{10}$) e decidir se desviar unilateralmente, então escolherá produzir *x*, tal que:

$$\max_{x}\left(\frac{8-\frac{9}{10}-x}{2}\right)x-3x$$

Cuja CPO é dada por:

$$\left(\frac{8-\frac{9}{10}-x-x}{2}\right)-3=0$$

Ou $x=\frac{11}{20}$, o que implica que seu lucro será igual a $\pi=\frac{121}{800}$.

Portanto, a taxa de juros que deixaria a firma indiferente entre se desviar ou não do cartel é aquela que satisfaz:

$$\frac{121}{800}=\frac{1}{20}\frac{(1+r)}{r}$$

Ou $r=\frac{40}{81}$. Assim, multiplicando por 10 chega-se a aproximadamente 5, que é a resposta.

Questão 15

Uma empresa é a única distribuidora de produtos alimentícios num mercado cuja demanda é dada pela função P = 41 – Q, sendo P o preço e Q a quantidade demandada. Os custos da empresa 1 seguem a função C_1 = Q_1^2 + $2Q_1$ + 6. Se o governo fixa neste mercado um preço máximo de 30 unidades monetárias, identifique o valor da perda irrecuperável de eficiência.

Resolução:

Considerando a solução competitiva, teremos:

$P = CMg \;\; 41 - Q = 2Q + 2 \;\; Q = 13$

Neste caso, assim, o preço competitivo será: $P = 28$.

Considerando a condição de primeira ordem da solução de monopólio, deve-se ter:

$$RMg = CMg \Rightarrow 41 - 2Q = 2Q + 2 \Rightarrow Q = \frac{39}{4}$$

Desse modo, o preço associado à solução de monopólio será maior que 30 (pm = 31,25) e, portanto, o governo fixará o preço máximo a ser cobrado do monopolista em pm = 30. A esse preço, o monopolista ofertará Q = 11.

Vale a pena notar que o custo marginal do monopolista, quando produz 11 unidades, será igual a 24 (CMg = 24).

Assim, teremos que o valor da perda irrecuperável de eficiência corresponderá à região localizada acima da curva de custo marginal e abaixo da curva de demanda, compreendida entre as quantidades 11 e 13:

((30-28) (13-11))/2 + ((28-24)(13-11))/2 = 2 + 4 = 6.

PROVA DE 2013

Questão 4

Uma firma monopolista atua num mercado no qual a demanda pelo produto pode ser dividida em dois mercados com características distintas, que podem ser resumidas pelo comportamento das respectivas demandas: $q_1^d = 24 - p_1$ e $q_2^d = 24 - 2p_2$. A tecnologia disponível para o monopolista apresenta custo marginal constante e igual a 6.

É possível afirmar que:

⓪ O monopolista cobrará o preço mais alto no mercado com a demanda mais elástica.

① Se realizar discriminação de preços, o monopolista obterá um lucro aproximadamente 24,2% maior do que se praticar um preço único para os dois mercados.

② Com a discriminação de preços, a perda de eficiência no mercado 1, cuja demanda é caracterizada pela função $q^d_1 = 24 - p_1$, será de 40,5.

③ Se o monopolista preferir praticar um preço único nos dois mercados, isso representará uma perda líquida de bem-estar menor.

④ A produção total do monopolista ao realizar discriminação de preços seria de: q_{total} = 15, bem maior do que a produção total sem discriminação.

Resolução:

(0) Falso.

Sem fazer qualquer conta, é possível afirmar que um monopolista discriminador jamais cobrará mais caro no mercado com demanda mais elástica. Pelo contrário. Usando a intuição econômica, em mercados em que a demanda varia pouco, i.e., aqueles onde a demanda dos consumidores é mais inelástica – seja porque não há substitutos no mercado do produto ou porque o valor do produto representa pouco da sua renda ou porque o bem é do tipo necessário – se a firma aumentar o preço em certo percentual, ela sabe que a redução na demanda dos

consumidores se dará em um percentual menor.

Se o aluno não estiver convencido pela explicação intuitiva, veja o próximo item, que tem um exercício matemático.

(1) Anulada.

No primeiro gabarito, a questão estava como verdadeira. No gabarito final, ela foi anulada.

O problema do monopolista discriminador de terceiro grau é determinar quanto ele irá produzir em cada mercado, que parte da seguinte igualdade:

$Rmg(q_1) = Rmg(q_2) = Cmg(Q)$, *onde* $Q = q_1 + q_2$

$24 - 2q_1 = 12 - q_2 = 6$

$24 - 2q_1 = 6 \quad q_1 = 9$

$12 - q_2 = 6 \quad q_2 = 6$

Substituindo as quantidades ótimas nas respectivas demandas, tem-se:

$p_1 = 15$ e $p_2 = 9$.

De fato, como observado no item (0), o monopolista discriminador cobrará um preço maior no mercado 1. Para ver que a elasticidade-preço da demanda do mercado 1 é menor do que a do mercado 2, veja o cálculo a seguir:

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial q_1}{\partial x_1}\frac{x_1}{q_1} = -1\frac{15}{9} = -\frac{5}{3}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\partial q_2}{\partial x_2}\frac{x_2}{q_2} = -2\frac{9}{6} = -3$$

Como esperado, a demanda do mercado 1 é menos elástica ao preço do que a demanda do mercado 2. Desse modo, o monopolista discriminador de preços cobrará um preço mais alto no mercado que apresenta a demanda menos elástica.

Mas a resposta ainda não foi respondida. Para tanto, há que comparar o lucro do monopolista discriminador com o não discriminador.

<u>Lucro do monopolista discriminador</u>:

As receitas totais são:

$RT(q_1) = 15 * 9 = 135$

$RT\ (q_2) = 9 * 6 = 54$

$RT(Q) = 189$

$CT(Q) = 6 * 15 = 90$

Lucro = 189 – 90 = 99.

Lucro do monopolista não discriminador de preços:

$Q = 48 - 3P$

$$P = 16 - \frac{1}{3}Q$$

$$Rmg(Q) = 16 - \frac{2}{3}Q$$

Em equilíbrio: $Rmg(Q) = Cmg(Q)$ $16 - \frac{2}{3}Q = 6$ $Q = 15$ $P = 11$

Lucro = 165 – 90 = 75

Resposta: A diferença de lucro entre as duas situações é de:

[(99/75)–1] * 100 = **32%**

(2) Verdadeiro.

Para verificar a perda de bem-estar, há que calcular o DWL no mercado 1. Para isso, há que comparar a situação de monopólio com a de concorrência perfeita. No caso do mercado 1:

$P_1 = Cmg_1$ $24 - q_1 = 6$ $q_1 = 18$ e $P_1 = 6$

$DWL_1 = ½ (P_1 - Cmg)*(Q_{CP1} - Q_M) = ½(15 - 6)(18-9) = 40,5$

(3) Verdadeiro.

O monopolista, quando discrimina, visa aumentar o seu lucro. Se isso é correto e como não existe "almoço grátis", alguém sai perdendo. No caso é o consumidor. Isto, no entanto, não quer dizer que a sociedade sairá perdendo como um todo. Assim, para saber se – em termos sociais – haverá perda, há que calcular o excedente do produtor em ambas as situações e o excedente do consumidor. Outra forma é calcular diretamente o DWL. Daí, haveria que comparar cada equilíbrio com o equilíbrio em concorrência perfeita.

No caso deste exercício, a perda líquida menor diz respeito ao equilíbrio com preço único, ou o modelo de monopólio puro. Veja os cálculos abaixo:

Monopólio Puro:

Em concorrência perfeita: P = Cmg, logo, $16 - \frac{1}{3}Q = 6$ Q = 30

$DWL = ½ (P - Cmg)*(Q_{CP} - Q_M) = ½(11 - 6)(30-15) = 37,5$

Discriminação de Preços:

$DWL_1 = ½ (P_1 - Cmg)*(Q_{CP1} - Q_M) = ½(15 - 6)(18-9) = 40,5$

$DWL_2 = ½ (P_2 - Cmg)*(Q_{CP2} - Q_M) = ½(9 - 6)(12-6) = 9$

$DWL_T = 49,5$

Resposta: compare as situações: 37,5 < 49,5

(4) Falso.

Como visto no item (1), as quantidades totais são iguais.

Questão 5

Numa indústria competitiva, todas as empresas usam a mesma tecnologia dada pela função de produção $q = K^{1/6} \quad L^{1/3}$. O insumo L é comercializado também num mercado competitivo ao preço de P_L = R$ 1,00. Já o insumo K é mantido fixo no curto prazo e é comercializado ao preço de P_k = 1/2. A demanda de mercado para o produto final é q^d = 400 – 100p. Analise as afirmações abaixo:

⓪ O nível de K que minimiza o custo total de curto prazo é K = q^2.

① Supondo-se que as firmas incorrem num custo fixo igual a 1/6, a produção eficiente para as firmas nesse mercado é igual a q = 1/4.

② O preço de equilíbrio de longo prazo da firma p = R$ 1,00.

③ O nível de produção ótimo das firmas é q = 400.

④ Dadas às características desse mercado, o número de firmas ótimo que ele comporta é n = 900.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

O custo de se produzir *q* unidades no curto prazo é obtido pelo seguinte problema de otimização:

$$c\left(L,\overline{K}\right) = \min_{L}\left(1L + \frac{1}{2}\overline{K}\right)$$

$$s.a. \quad q = \overline{K}^{1/6} \quad L^{1/3} \Rightarrow L = \frac{q^3}{\overline{K}^{1/2}}$$

Ou seja:

$$c(L,\overline{K}) = \frac{q^3}{\overline{K}^{1/2}} + \frac{1}{2}\overline{K}.$$

Desse modo, o nível de $\overline{K}$ que minimiza o custo total de curto prazo é aquele que:

$$\min_{\overline{K}} \frac{q^3}{\overline{K}^{1/2}} + \frac{1}{2}\overline{K}$$

Cuja condição de primeira ordem é:

$$-\frac{1}{2}q^3\overline{K}^{-\frac{3}{2}}+\frac{1}{2}=0 \Rightarrow \overline{K}=q^2$$

(1) Falso.

O custo de se produzir q unidades no curto prazo é obtido pelo seguinte problema de otimização:

$$c\left(L,\overline{K}\right)=\min_L\left(1L+\frac{1}{2}\overline{K}\right)$$

$$s.a.\ \ q=\overline{K}^{1/6}\ \ L^{1/3}$$

Sendo o custo fixo igual a $\frac{1}{6}$, isto implica $\frac{1}{2}\overline{K}=\frac{1}{6}\Rightarrow\overline{K}=\frac{1}{3}$. Desse modo, podemos reescrever o problema da seguinte forma:

$$c\left(L,\overline{K}=\frac{1}{3}\right)=\min_L\left(L+\frac{1}{6}\right)$$

$$s.a.\ \ q=\left(\frac{1}{3}\right)^{1/6}\ \ L^{1/3}$$

O que implica:

$$c(q)=3^{1/2}q^3+\frac{1}{6}$$

O custo marginal de curto prazo é dado por:

$$\frac{dc(q)}{dq}=3^{3/2}q^2$$

Desse modo, a curva de oferta de uma firma competitiva no curto prazo será dada por:

$$p=\frac{dc(q)}{dq}\Rightarrow p=3^{3/2}q^2\Rightarrow q_i^s\left(p\right)=\frac{p^{1/2}}{3^{3/4}}$$

Assim, como o preço dos fatores é dado, a curva de oferta de mercado no curto prazo será a soma horizontal das curvas de oferta das firmas competitivas no curto prazo:

$$q^s(p)=\sum_{i=1}^{n} q_i^s(p)=\sum_{i=1}^{n}\frac{p^{1/2}}{3^{3/4}}=n\frac{p^{1/2}}{3^{3/4}}=n\frac{p^{1/2}}{3^{3/4}}$$

Portanto, no equilíbrio de curto prazo, teremos:

$$q^d(p)=q^s(p)\Rightarrow 400-100p=n\frac{p^{1/2}}{3^{3/4}}$$

Cuja solução determinará o preço de equilíbrio, que depende do número de firmas, n, não especificado no enunciado. Portanto não podemos determinar o preço de equilíbrio de curto prazo, que cada firma tomará como dado para decidir sobre quanto irá produzir.

(2) Falso.

De acordo com o gabarito da ANPEC, a questão é verdadeira.

O custo de se produzir q unidades no longo prazo é obtido pelo seguinte problema de otimização:

$$c(L,K)=\min_{L}\left(1L+\frac{1}{2}K\right)$$

$$s.a.\ \ q=K^{1/6}L^{1/3}$$

Sabe-se que em equilíbrio tem-se:

$$\frac{P_L}{P_K}=\frac{Pmg_L}{Pmg_k}\Rightarrow\frac{1}{1/2}=\frac{1/3\,K^{1/6}L^{-2/3}}{1/6\,K^{-5/6}L^{1/3}}\Rightarrow 1=\frac{K}{L}\Rightarrow \mathrm{L}\ =\ \mathrm{K}$$

Substituindo na função de produção tem-se:

$$q=L^{1/6}L^{1/3}=L^{1/2}\Rightarrow L=q^2$$

Portanto:

$$c(q)=\frac{3}{2}q^2$$

O custo médio de longo prazo será igual a:

$$\frac{c(q)}{q}=\frac{3}{2}q$$

E o custo marginal de longo prazo será igual a:

$$\frac{dc(q)}{dq} = 3q$$

A condição de equilíbrio de longo prazo de uma firma em concorrência perfeita requer que o lucro da firma seja igual a zero, o que, por sua vez, exige que se tenha que o preço seja igual ao custo médio e igual ao custo marginal: $p = \frac{c(q)}{q} = \frac{dc(q)}{dq}$. Mas sabemos que o custo médio e o custo marginal são iguais para o nível de produção em que o custo médio é mínimo, o que ocorre quando $q = 0$. Portanto, segue-se que $p = 0$.

(3) Falso.

No item (2) viu-se que o equilíbrio de longo prazo é tal que o nível de produção ótimo das firmas é $q = 0$ e o preço de equilíbrio de longo prazo é $p = 0$.

Vale ressaltar que a quantidade-demanda de todas as firmas será igual a $q^d(p = 0) = 400 - 100 \times 0 = 400$. Assim, em equilíbrio de longo prazo, o nível de produção **total** ótima de todas as firmas será igual a $q^s(p = 0) = 400$.

(4) Falso.

De acordo com o gabarito da ANPEC, a questão é verdadeira.

No item (2) viu-se que o nível de produção ótimo das firmas é $q = 0$ e no item (3) vimos que o nível de produção **total** ótima de todas as firmas será igual a $q^s = 400$.

Se, adicionalmente, interpreta-se que cada firma irá produzir uma quantidade infinitamente próxima de zero, obtendo um lucro infinitamente próximo de zero, então é razoável supor que um número próximo do infinito de firmas produzindo de acordo com estas características alcançaria o nível de produção total ótima de todas as firmas igual a $q^s = 400$.

Questão 10

Com relação ao mercado de fatores, indique quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

⓪ A demanda de um setor por determinado insumo é a soma horizontal das demandas desse insumo por todas as empresas do setor.

① A curva de oferta de trabalho pode apresentar um trecho com inclinação negativa se o efeito-renda associado a uma remuneração mais elevada for maior que o efeito-substituição.

② Quando o comprador de um insumo tem poder de monopsônio, a curva de despesa marginal se situa abaixo da curva de despesa média.

③ Para um monopolista o produto da receita marginal será sempre menor do que o valor do produto marginal.

④ Se um monopolista upstream vender um fator de produção para um monopolista downstream, o preço final do produto será afetado por um mark-up duplo.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Por definição, a demanda de um setor por determinado insumo é a soma horizontal das demandas desse insumo por todas as empresas do setor. De qualquer forma, vale lembrar que a condição geral na ótica do mercado de fatores (ex: trabalho, expresso por L) é:

$$Rmg * Pmg_L = Dmg_L$$

A demanda por mão de obra (gráfico salário *x* mão de obra) pode ser dada de forma competitiva, quando $Rmg = P$ (chamada de Valor da Produtividade marginal) ou não (Receita do produto marginal).

(1) Verdadeiro.

A oferta de trabalho, por outro lado, é derivada do problema de otimização do consumidor que aloca o seu tempo entre consumo e lazer. Neste caso, dependendo dos efeitos substituição e renda, sua curva de oferta pode ser positivamente inclinada (quando o efeito-substituição é maior do que o efeito-renda) ou negativamente inclinada (quando o efeito-substituição é menor do que o efeito-renda).

(2) Falso.

Por construção matemática, a curva de dispêndio médio é sempre inferior à de dispêndio marginal.

(3) Verdadeiro.

Por construção matemática, sim, pois $P \geq Rmg$.

(4) Verdadeiro.

Sim. Cada monopolista terá o seu *mark-up*. Em antitruste, esta é uma situação onde a verticalização é benéfica para a sociedade, pois um dos *mark-ups* é eliminado.

Questão 13

Seja um modelo de Cournot com 44 empresas, em que a função demanda do mercado seja dada por: Q = 400 – 2qi (sendo qi a produção de cada uma das 44 empresas). Seja o custo total de cada empresa expresso pela função $C_i = 40q_i$. Quanto cada empresa produzirá em equilíbrio?

Resolução:

Esta questão deveria ser anulada, pois a demanda de mercado não foi bem especificada. Tomando-se por base o gabarito da ANPEC, pode-se deduzir que a intenção era de que a

equação no enunciado fosse a seguinte demanda inversa:

$P = 400 - Q$.

Neste caso, a função lucro de cada firma a ser maximizada seria:

$$\max_{q_i}\left(400 - 2q_i - 2\sum_{j\neq i} q_j\right)q_j - 40q_i$$

Cuja condição de primeira ordem é dada por:

$$400 - 2q_i - 2\sum_{j\neq i} q_j - 2q_i - 40 = 0$$

Como todas as firmas são idênticas, podemos considerar a solução simétrica:

$400 - 2q_i - 2(43q_i) - 2q_i - 40 = 0 \quad q_i = 4$

Resposta: 4.

Questão 14

Considere um cartel entre duas empresas. Diz-se que uma empresa coopera com o cartel quando restringe sua produção para aumentar os lucros do cartel, e diz-se que uma empresa não coopera quando ela mantém sua produção ao nível determinado pela solução de Cournot, ainda que a outra empresa coopere e restrinja a sua produção. Suponha que o lucro de uma delas quando não coopera e a outra empresa coopera é de $ 1.600, que o lucro da empresa quando ambas cooperam com o cartel é de $ 1.400, e que o lucro de cada uma das empresas se ambas não cooperam é de $ 1.200. Expresse em percentual o valor mínimo do fator de desconto para promover o sucesso do cartel, se ambas as empresas adotarem a estratégia gatilho.

Resolução:

Se a empresa cooperar com o cartel sempre, então seu lucro será:

$$1400 + 1400\delta + 1400\delta^2 + \cdots = 1400\left(\frac{1}{1-\delta}\right)$$

Caso a empresa não coopere com o cartel e seja acionada a estratégia gatilho, na qual ambas as empresas não irão cooperar (solução de Cournot), então seu lucro será:

$$1600 + 1200\delta + 1200\delta^2 + \cdots = 400 + 1200\left(\frac{1}{1-\delta}\right)$$

Desse modo, para que haja sucesso no cartel, deve-se ter que:

$$1400\left(\frac{1}{1-\delta}\right) \geq 400 + 1200\left(\frac{1}{1-\delta}\right) \Rightarrow \delta \geq \frac{1}{2}$$

Portanto, o valor mínimo do fator de desconto (expresso em percentual) para promover o sucesso do cartel é igual a 50.

Resposta: 50.

PROVA DE 2014

Questão 6

A curva de demanda de mercado para o bem X é dada por $q^d = 200p^{-1,2}$. A curva de oferta para esse mesmo bem X assume a forma $q^0 = 1,3p$. Suponha ainda que o governo resolve intervir nesse mercado, por razões ambientais, e define uma cota de produção máxima de q =11 unidades de X no mercado. Podemos afirmar:

⓪ O preço de equilíbrio de X no mercado sem intervenção é p* = 9,87.

① A intervenção do governo provoca um ganho de bem-estar para todos no mercado.

② Apenas os produtores do bem X sofrem perdas de bem-estar decorrentes da intervenção do governo.

③ Uma curva de demanda por X mais preço elástica induziria uma perda de bem-estar menor para os consumidores do bem X.

④ A perda líquida de excedente dos consumidores é maior do que a perda líquida de excedente dos produtores e isso ocorre porque a elasticidade-preço da demanda é menor do que a elasticidade-preço da oferta.

Resolução

(0) Verdadeiro.

No gabarito o item foi anulado, A.

Assim, como na Questão 3, item 2, que também teve o item anulado, daremos a nossa interpretação para a questão.

Se as funções de demanda e oferta são, respectivamente $q^d = 200P^{-1,2}$

e $q^o = 1,3$P, em equilíbrio temos que $200P^{-1,2} = 1,3P \Rightarrow P^{2,2} = \frac{200}{1,3} \Rightarrow P =$

$= \left(\frac{200}{1,3}\right)^{1/2,2} = 9,87.$ Desse modo, o preço de equilíbrio de X no mercado sem intervenção é $P^* = 9,87$.

A questão deve ter sido anulada, portanto, não pelo conteúdo, mas porque o cálculo proposto pelo autor é complicado para ser fazer sem calculadora.

(1) Falso.

Independente das funções de demanda e oferta propostas, qualquer intervenção governamental no preço ou quantidade em mercados competitivos, em princípio, causam perda do peso morto social, isto quer dizer, para a sociedade. Sendo assim, a intervenção do governo não provoca ganhos, mas perdas.

(2) Falso.

Vale notar, que nenhum cálculo precisa ser feito para responder este item. Basta identificar que, como nenhuma das duas curvas é perfeitamente inelástica, então, haverá perda para ambos: tanto para os produtores quanto para os consumidores. Formalmente, porém, haveria que calcular os excedentes do consumidor e do produtor antes e depois da restrição. A perda para o consumidor é medida pela perda em seu excedente e a perda para o produtor será medida pela perda de seu excedente.

Há algumas formas de calcular as variações dos excedentes (em particular, o DWL, que são as áreas B+C no gráfico a seguir). Vamos calcular as variações dos excedentes da seguinte forma: ao preço $P^* = 9{,}87$, a quantidade ótima de equilíbrio seria $Q^* = 12{,}83$. A restrição é $Q' = 11$ unidades $< Q^*$. Assim: $\Delta Q = 1{,}83$.

Na função de demanda, temos: $P^d = \left(\frac{200}{11}\right)^{(1/1,2)} = 11{,}21$. E na de oferta, temos: $P^o = 11/1{,}3 = 8{,}46$. Assim, $\Delta P^d = 11{,}21 - 9{,}87 = 1{,}34$ E $\Delta P^0 = 9{,}87 - 8{,}46 = 1{,}41$.

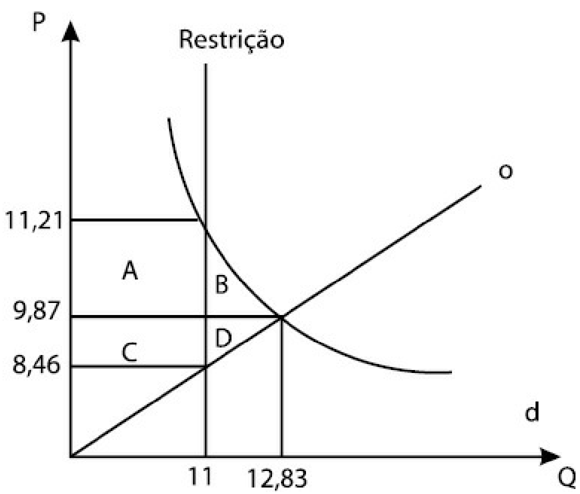
A perda do consumidor são as áreas: A + B = 16,53

A perda do produtor são as áreas C + D = 16,80

*Área C: 1,41*11 = 15,51*

*Área D: (1,41*1,83)/2=1,29*

*Área A:1,34*11 = 14,74*



Área B: $\int_{11}^{12,83} \left(\frac{200}{q}\right)^{\frac{1}{1,2}} dq - (1{,}83 * 9{,}87)$

$$= 6 * 200^{\frac{1}{1,2}} \left[q^{\frac{1}{6}} \right]_{11}^{12,83} - 18{,}06 =$$

$$= 6 * 200^{\frac{1}{1,2}} \left[1{,}53 - 1{,}49\right] - 18{,}06 =$$

$$= 6 * 200^{\frac{1}{1,2}} \left[0{,}04\right] - 18{,}06 = 1{,}79$$

(3) Verdadeiro.

Novamente não é necessário fazer cálculo para responder a questão, pois trata-se de um conceito: quanto maior for a elasticidade-preço da curva de demanda por X, menor será a perda de bem-estar para os consumidores do bem X.

(4) Falso.

A frase deste item é um conceito correto, a saber: "a perda líquida de excedente dos consumidores é maior do que a perda líquida de excedente dos produtores e isso ocorre porque a elasticidade-preço da demanda é menor do que a elasticidade-preço da oferta".

Basta saber se, de fato, a perda líquida é maior no caso dos consumidores, o que seria o equivalente a verificar se a elasticidade da demanda é menor.

Pelas contas realizadas acima, já é possível identificar que a questão é falsa, pois a perda líquida do excedente do produtor (16,80) é maior do que a do consumidor (16,53). Mas, para verificar totalmente a questão, vamos recorrer, também, a fórmula da elasticidade-preço, qual seja: a elasticidade preço (da demanda ou da oferta) é dada pela seguinte fórmula: $\varepsilon = \frac{\Delta\%Q}{\Delta\%P} = \frac{\partial Q / Q}{\partial P / P} = \frac{LnQ}{LnP}$. No caso da demanda, temos: $|\varepsilon^d| = 1{,}2$. No caso da oferta: $\varepsilon^0 = 1$. Ou seja, de fato, a afirmação é falsa.

Questão 7

Com relação à competição monopolística, indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

⓪ Uma das hipóteses do modelo de competição monopolística é a existência de barreiras à entrada e à saída significativas.

① No modelo convencional de competição monopolística a empresa apresenta lucros extraordinários no curto prazo.

② No longo prazo a empresa continua com poder de monopólio.

③ No longo prazo o preço de equilíbrio é maior do que o custo marginal.

④ No longo prazo as empresas não operam com excesso de capacidade.

Resolução

(0) Falso.

A concorrência monopolística é um híbrido entre os modelos de monopólio e concorrência perfeita. É um dos modelos que mais se verifica nas organizações industriais em todo o mundo. Não por menos vemos comerciais de xampus, sabão para lavar roupa, fraldas descartáveis etc. É um dos modelos que, de fato, as empresas mais "jogam".

É um modelo em que a empresa tem um monopólio de alguma característica, como a marca,

a localização, o canal de distribuição etc., mas sofre uma competição ferrenha de seus competidores, que vendem produtos similares. Por isso, as empresas precisam "lutar" para abocanhar o mesmo grupo de demandantes.

As hipóteses deste modelo são: (1) a existência de muitos jogadores disputando ferrenhamente por preço; (2) livre entrada, devido à inexistência de barreiras à entrada; (3) a possibilidade de lucro no curto prazo, assim como ocorre até com o modelo de competição perfeita, mas no longo prazo, o P = Cme>Cmg, de forma que: o lucro no longo prazo é zero; (4) como P >Cmg, há perda do peso morto (DWL), ainda que se entenda que este, por ser pequeno, poderia ser interpretado como o "custo que a sociedade está pagando pela diversificação dos bens e serviços"; (5) que, por isso, há excesso de capacidade, isto é, há mais firmas neste mercado que seria o nível ótimo. Isto quer dizer que, se em algum momento as firmas perdessem o seu "monopólio" (da marca, por exemplo), o modelo migraria para um de competição perfeita e o número de firmas seria reduzido.

Portanto, respondendo à pergunta diretamente: como uma das hipóteses do modelo de competição monopolística é a ausência de barreiras à entrada, a questão é falsa.

(1) Verdadeiro.

Sim, mesmo que estivesse em qualquer outro mercado, que inclui o de concorrência perfeita.

(2) Verdadeiro.

Sim, sempre. Ela não deixa de ter o monopólio de sua marca, por exemplo.

(3) Verdadeiro.

Sim, veja a resposta do item (0).

(4) Falso.

Não, veja a resposta do item (0).

Questão 14

Considere um modelo de Bertrand com diferenciação de produtos e duas empresas. A demanda da empresa 1 é dada por $q_1 = 100 - 2p_1 + p_2$ e a demanda da empresa 2 é dada por $q_2 = 100 - 2p_2 + p_1$, sendo p_1 o preço do produto da empresa 1 e p_2 o preço do produto da empresa 2. Suponha que o custo total da empresa 1 seja $C_1 = q_1$ e o custo total da empresa 2 seja $C_2 = q_2$. Determine o preço ao qual a empresa 1 irá vender o seu produto.

Resolução

Resposta: 34

Os lucros das empresas 1 e 2 são, respectivamente, dados por:

$$\pi_1\left(p_1,\overline{p_2}\right)=p_1.q_1\left(p_1,\overline{p_2}\right)-q_1\left(p_1,\overline{p_2}\right)=\left(p_1-1\right)(100-2p_1+\overline{p_2}$$

$$\pi_2\left(\overline{p_1},p_2\right)=p_2.q_2\left(\overline{p_1},p_2\right)-q_2\left(\overline{p_1},p_2\right)=\left(p_2-1\right)(100-2p_2+\overline{p_1}$$

As condições de primeira ordem são, respectivamente, dadas por:

$$\frac{\partial\eth_1\left(p_1,\overline{p_2}\right)}{\partial p_1}=0\Rightarrow 100-2p_1+\overline{p_2}-2\left(p_1-1\right)=0$$

$$\frac{\partial\eth_2\left(\overline{p_1},p_2\right)}{\partial p_2}=0\Rightarrow 100-2p_2+\overline{p_1}-\left(p_2-1\right)=0$$

O que dá os respectivos melhores preços de cada empresa dado o preço que espera ser praticado pela outra:

$$p_1=\frac{102+\overline{p_2}}{4}$$

$$p_2=\frac{102+\overline{p_1}}{4}$$

Resolvendo, encontraremos o equilíbrio deste modelo de Bertrand com diferenciação de produtos e duas empresas: $(p_1, p_2) = (34, 34)$. Logo, a empresa 1 irá vender o seu produto ao preço igual a 34.

Questão 15

Suponha que em uma região de florestas com madeiras nobres foi concedido livre acesso à extração da madeira. Suponha que o preço do metro cúbico de madeira é $ 1, e que a produção de madeira em metros cúbicos pode ser expressa como f(n) = 40n – 2n², em que n é o número de madeireiros que se dedicam à extração. Suponha que o custo da serra e demais ferramentas de cada madeireiro seja de $ 4. Calcule a diferença entre o número efetivo de madeireiros e o número ótimo.

Resolução

Resposta: 9.

Como foi concedido livre acesso à extração da madeira, o <u>número efetivo de madeireiros</u>, será determinado pela condição de que o lucro da extração de madeira seja igual a zero:

$\Pi\,(n) = 1\,.\,f(n) - 4\,.\,n =$

$= 1\,.\,(40n - 2n^2) - 4n =$

$= 36n - 2n^2.$

$\Pi\,(n_e) = 0 \quad n_e(36 - 2n_e) = 0.$

Assim, $n_e = 0$ ou $n_e = 18$. Logo o número efetivo de madeireiros será igual a 18. Para determinarmos o número ótimo de madeireiros, temos que verificar as condições de primeira ordem do problema de maximização de lucros:

$\Pi(n) = 36n - 2n^2$

$$CPO: \frac{d\pi(n_o)}{dn_o} = 0 \Rightarrow 36 - 4n_o = 0$$

Assim, $n_o = 9$, isto é, o número ótimo de madeireiros será igual a 9. Portanto, a diferença entre o número efetivo de madeireiros ($n_e = 18$) e o número ótimo de madeireiros ($n_o = 9$) será igual a 9.

PROVA DE 2015

Questão 8

Em um mercado competitivo do bem x, cem consumidores têm funções utilidade definidas por U(x, y) = lnx + y; sendo que y, cujo preço é unitário (p_y = $1), representa a quantidade consumida dos demais bens. Nesse mercado existem cem firmas, cada qual com função custo total dada por CT(x) = 50x². Avalie as proposições:

⓪ A curva de demanda de mercado de x tem elasticidade-preço constante e igual a -1.

① A curva de oferta de mercado de x tem elasticidade-preço constante e igual a +2.

② Cada firma produz 10 unidades do bem x.

③ O excedente dos produtores é igual a 100.

④ O equilíbrio não se sustentaria no longo prazo, pois existe lucro extraordinário que convidaria à entrada no mercado.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Iniciamos a resolução da questão maximizando a função de utilidade (quase-linear): $U(x,y) = lnx + y$

$$\frac{TMgx}{TMgy} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow \frac{\partial U / \partial x}{\partial U / \partial y} = \frac{1/x}{1} = \frac{1}{x} = \frac{Px}{Py}$$

Como o Py =1 (x_d é a quantidade demandada de x): $\frac{1}{x} = Px \Rightarrow x_d = \frac{1}{Px}$

O próximo passo é calcular a elasticidade-preço da demanda de x:

$$\varepsilon = \frac{\partial x}{\partial Px}\frac{Px}{x} = -\frac{1}{Px^2}.\frac{Px}{1/Px} = -\frac{Px^2}{Px^2} = -1$$

(1) Falso.

Em um mercado perfeitamente competitivo, a partir das condições de primeira ordem de maximização de lucro chega-se a P=CMg (x_o é a quantidade ofertada de *x*):

$$CMg = \frac{\partial CT}{\partial x} = 100x \rightarrow Px = 100x \Rightarrow x_o = \frac{Px}{100} \rightarrow \varepsilon = \frac{\partial x}{\partial Px}\frac{Px}{x} = \frac{1}{100}\frac{Px}{Px/100} = 1$$

(2) Falso.

$$S = D \Rightarrow n_o x_o = n_d x_d \Rightarrow 100\frac{Px}{100} = 100\frac{1}{Px} \Rightarrow Px^2 = 100 \Rightarrow Px = 10$$

$x_o = \frac{Px}{100} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$. Cada firma produz 1/10 unidades de *x*.

(3) Falso.

O excedente do produtor é igual ao lucro menos o custo fixo. Como neste caso não há custo fixo (a função custo está toda em função de x), logo, o excedente do produtor é igual ao lucro:

$$EP = \pi - CF = \pi \cdot$$

$$\pi = RT - CT = Px.x - 50x^2 = 10\frac{1}{10} - 50\left(\frac{1}{10}\right)^2 = 1 - \frac{50}{100} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

O excedente dos produtores é igual ao somatório do excedente de cada produtor individual, como há 100 produtores, o excedente será 50.

(4) Verdadeiro.

Como os mercados de concorrência perfeita têm como características a livre entrada e a informação perfeita, a presença de lucro extraordinário atrai mais produtores. Como neste mercado cada firma está recebendo $0,5 de lucro, haverá entrada no mercado no longo prazo.

Questão 9

Julgue as afirmações relativas à Teoria do Monopólio:

⓪ Uma firma monopolista, que opera com várias fábricas, aloca sua produção entre elas de forma a igualar o custo médio em cada uma das fábricas.

① Uma firma capaz de discriminação de preços de terceiro grau obtém lucro maior ou igual, em comparação com

a situação na qual ela não fosse capaz de discriminar.

② Uma firma monopolista, que se depara com curva de demanda com elasticidade constante, é indiferente sobre a quantidade produzida.

③ Para obter eficiência econômica, o regulador de um monopólio natural deve escolher a alocação que minimiza o custo médio unitário da firma.

④ Se o monopolista for capaz de realizar discriminação de preços de primeiro grau, a alocação de recursos será eficiente em termos paretianos.

Resolução:

(0) Falso.

Uma firma monopolista que possui mais de uma fábrica opera de modo a igualar o **custo marginal** em cada fábrica e não o custo médio. Se, por exemplo, o custo marginal de se produzir em uma fábrica fosse maior do que nas demais, o produtor poderia realocar a produção de modo a igualar os custos marginais.

(1) Verdadeiro.

Discriminação de preços (qualquer que seja) ocorre em situações nas quais o monopolista pode cobrar preços distintos para um mesmo bem, com o objetivo de aumentar o seu lucro. Ou seja, ele assim o fará se lhe for vantajoso. Tal é o caso de discriminação de preços do terceiro grau, onde preços distintos são cobrados de diferentes grupos de consumidores devido à sensibilidade de cada grupo com relação à variação no preço (elasticidade-preço da demanda). Neste caso, cobra-se mais caro do grupo de indivíduos mais inelásticos e mais barato, dos mais elásticos.

(2) Falso.

Supondo a função elasticidade constante $Q = aP^e$ aonde é a elasticidade preço – demanda a inversa $P = (\frac{Q}{a})^{\frac{1}{e}}$. Conforme o enunciado, a elasticidade é constante, assim, a receita marginal será: $\left(\frac{1+e}{e}\right)(\frac{1}{a})^{\frac{1}{e}} Q^{\frac{1}{e}}$. Supondo custo marginal constante, teremos na determinação da quantia ótima a seguinte igualdade Rmg = Cmg, ou seja:

$$\left(\frac{1+e}{e}\right)(\frac{1}{a})^{\frac{1}{e}} Q^{\frac{1}{e}} = c.$$

Portanto, o monopolista não é indiferente à quantidade produzida.

(3) Falso.

O monopólio natural surge em situações onde os custos fixos são elevados e os custos marginais são baixos. Neste contexto se o regulador fixar o preço igual ao custo marginal (situação chamada “primeiro melhor”), a firma monopolista terá prejuízo. A solução consiste em o regulador fixar o preço no nível onde a curva de custo médio tangencia a curva de demanda (situação chamada “segundo melhor”), induzindo a firma a operar com lucro zero. Uma alternativa é a firma operar na situação primeiro melhor (onde há eficiência econômica), ter prejuízo e este ser coberto por subsídios até alcançar lucro zero.

(4) Verdadeiro.

Discriminação de preços de primeiro grau é uma prática segundo a qual o monopolista é capaz de cobrar, para um mesmo bem, diferentes preços de diferentes consumidores. De cada consumidor o monopolista cobra o preço que ele (consumidor) estaria disposto a pagar pelo bem. Assim sendo, tal alocação de recursos gera uma alocação eficiente de Pareto, onde o excedente total se iguala ao excedente do produtor.

É uma alocação Eficiente de Pareto, uma vez que só é possível que algum consumidor melhore (pagando preços menores do que o máximo que estaria disposto a pagar, se o monopolista piorar (no sentido de ter a sua receita oriunda da venda do bem sendo reduzida).

Questão 15

Calcule a quantidade que a empresa seguidora produz em um equilíbrio de Stackelberg, em que a função de demanda do mercado é dada por $p = 122 - 0{,}5(q_1 + q_2)$, sendo p o preço de mercado, q_1 a quantidade produzida pela líder e q_2 a quantidade produzida pela seguidora, e as curvas de custo de líder e seguidora são, respectivamente,
$C_1 = 2q_1$ e $C_2 = 2q_2$.

Resolução:

A resposta é 60.

A solução do modelo de *Stackelberg* emprega o procedimento de indução retroativa. O passo inicial consiste em determinar a função de reação da empresa seguidora (empresa 2) e então substituí-la no lucro da empresa líder (empresa 1), para se determinar a melhor escolha desta empresa dada essa função de reação.

Considerando-se os dados da questão, o lucro da empresa seguidora (empresa 2) é:

$$\pi_2\left(\overline{q_1}, q_2\left(\overline{q_1}\right)\right) = \left(122 - \frac{1}{2}\left(\overline{q_1} + q_2\left(\overline{q_1}\right)\right)\right) q_2\left(\overline{q_1}\right) - 2q_2\left(\overline{q_1}\right).$$

As condições de primeira ordem do problema acima, obtidas quando derivamos o lucro da empresa 2 (apresentada anteriormente) em relação à quantidade produzida pela empresa 2 (tomando-se a quantidade produzida pela empresa 1) e igualamos a zero, permite encontrar a

função de reação da empresa seguidora (empresa 2):[1]

$$\frac{\partial \pi_2\left(\overline{q_1}, q_2\left(\overline{q_1}\right)\right)}{\partial q_2\left(\overline{q_1}\right)} = 0 \Rightarrow \left(122 - \frac{1}{2}\left(\overline{q_1} + q_2\left(\overline{q_1}\right)\right)\right) - \frac{1}{2} q_2\left(\overline{q_1}\right) - 2 = 0$$

$$\Rightarrow q_2\left(\overline{q_1}\right) = 120 - \frac{1}{2}\overline{q_1}.$$

O lucro da empresa líder (empresa 1) é:

$$\pi_1\left(q_1, q_2\left(q_1\right)\right) = \left(122 - \frac{1}{2}\left(q_1 + q_2\left(q_1\right)\right)\right) q_1 - 2q_1.$$

Substituindo a função de reação da empresa seguidora (empresa 2) no lucro da empresa líder (empresa 1):

$$\pi_1\left(q_1, q_2\left(q_1\right)\right) = \left(122 - \frac{1}{2}\left(q_1 + 120 - \frac{1}{2}q_1\right)\right) q_1 - 2q_1.$$

As condições de primeira ordem do problema acima, obtidas quando derivamos o lucro da empresa 1 (acima) em relação à quantidade produzida pela empresa 1 e igualamos a zero, permitem encontrar a quantidade produzida ótima da empresa líder (empresa 1):

$$\frac{\partial \pi_1\left(q_1, q_2\left(q_1\right)\right)}{\partial q_1} = 0 \Rightarrow \left(122 - \frac{1}{2}\left(q_1 + 120 - \frac{1}{2}q_1\right)\right) - \frac{1}{2}q_1 + \frac{1}{4}q_1 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow q_1 = 120.$$

Substituindo a quantidade ótima da empresa líder (empresa 1) na função de reação da empresa seguidora (empresa 2), encontraremos a quantidade ótima da empresa seguidora (empresa 2):

$$q_2\left(120\right) = 120 - \frac{1}{2}120 \Rightarrow q_2 = 60.$$

5 Teoria dos Jogos

PROVA DE 2006

Questão 10

Suponha que a matriz de payoff abaixo represente um jogo entre dois times do campeonato brasileiro. Há três estratégias possíveis para cada time: realizar um esforço alto (A), médio (M) ou baixo (B) durante toda a partida de futebol. Com base na teoria dos jogos, é correto afirmar:

			TIME B	
		A	M	B
	A	(1,1)	(3,0)	(3,0)
TIME A	M	(0,3)	(1,1)	(3,0)
	B	(0,3)	(0,3)	(1,1)

⓪ A estratégia "A" é dominante para o time A.
① A estratégia "B", do time B, é estritamente dominada pela estratégia "A".
② Esse jogo possui três equilíbrios de Nash em estratégias puras, i.e., (A,A); (M,M) e (B,B).
③ Esse jogo não possui equilíbrio de Nash em estratégias mistas.
④ Suponha que esse jogo possa ser jogado sequencialmente, com o time A sendo o primeiro a escolher sua estratégia. Neste caso, não haverá solução para o jogo em estratégias puras.

Resolução:

(0) Anulada.

Para o time A, a escolha da estratégia A será tal que:

1 > 0 (M)	3 > 1 (M)	**3 = 3 (M)**
1 > 0 (B)	3 > 0 (B)	3 > 1 (B)
coluna A	coluna M	coluna B

A questão é <u>verdadeira</u>, pois a estratégia M domina estritamente a estratégia B. Logo, a estratégia "A" é dominante para o time A.

Por definição, uma estratégia é dominante se ela domina fracamente todas as outras estratégias (segundo Eric Rasmusen). Assim, a estratégia "A" domina fracamente a estratégia "M" e domina estritamente a estratégia "B" (que, por sua vez, implica que a estratégia A também domina fracamente a estratégia "B"). Assim, como a estratégia "A" domina fracamente todas as estratégias, segue que a estratégia "A" é dominante para o time A.

Referência: Rasmusen, Eric. 2007. *Games and Information. An Introduction to Game Theory.* 4th ed. Blackwell, p. 20.

"The strategy si* is a dominant strategy if it is a player's strictly best response to any strategies the other player might pick, in the sense that whatever strategies they pick his payoff is highest with si*. Mathematically, Πi(si*, s-i) ≥ Πi(si', s-i), for all s-i, for all si' ≠ si*".

(1) Verdadeiro.

"A" é sempre melhor que "B", para o time B:

	A		B
linha A	1	>	0
linha M	3	>	0
linha B	3	>	1

(2) Falso.

Esse jogo possui um único equilíbrio de Nash em estratégias puras, que é dado pela combinação de estratégias (A, A).

(3) Falso.

O jogo só possui uma única combinação de estratégias que resiste ao processo de eliminação iterada de estratégias estritamente dominadas (EIEED): (A,A), que, **portanto**, será o único equilíbrio do jogo e que é uma estratégia pura para cada jogador.

Entendemos que a questão é falsa, pois um equilíbrio de Nash em estratégias puras pode ser interpretado como "mistas degeneradas".

(4) Falso.

Note que, para responder o item precisamente, deveríamos construir uma matriz 3 x 27. No entanto, sabe-se, pelo Teorema de Zermelo, que haverá pelo menos um ENPS e que, como este é um refinamento do equilíbrio de Nash, haverá necessariamente pelo menos um equilíbrio de Nash. Daí a resposta é falsa.

No caso desse jogo, há dois equilíbrios de Nash Perfeitos em Subjogos:

(A (A, se time A escolher A; A, se time A escolher M; **A**, se time A escolher B)); e

(A (A, se time A escolher A; A, se time A escolher M; **M**, se time A escolher B)).

Note que porque o time B é indiferente a A, ou M, se time A joga B, então existem dois equilíbrios de Nash Perfeitos em Subjogos. Veja a representação na forma extensiva do jogo abaixo. Assim, haverá pelo menos dois equilíbrios de Nash:

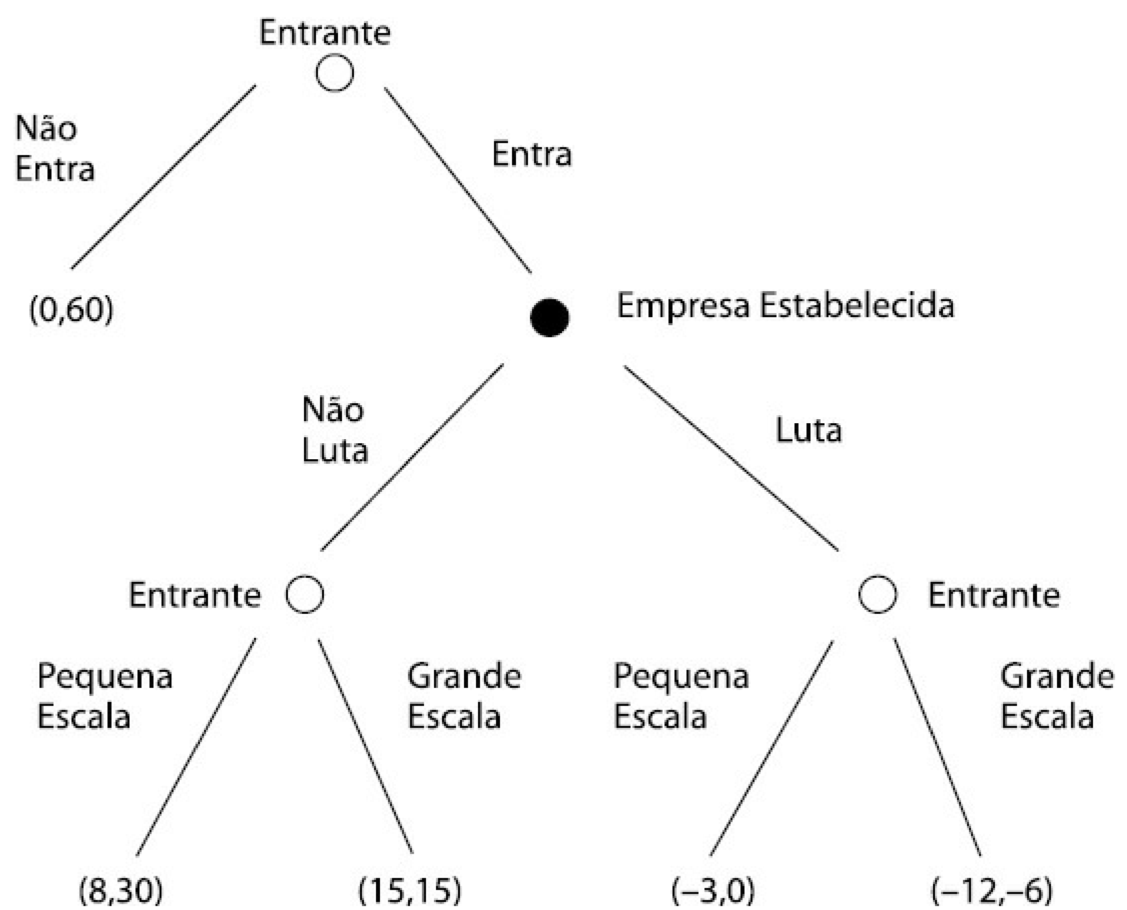
A

A M B

B B B

A M B A M B A M B

1,1 3,0 3,0 0,3 1,1 3,0 0,3 0,3 1,1



Questão 11

Considere o jogo na forma extensiva apresentado acima. Avalie as afirmativas abaixo, com base em

seus conhecimentos de teoria dos jogos:

⓪ Este jogo comporta mais de um equilíbrio de Nash.

① Um equilíbrio perfeito em subjogos sempre implica que a combinação de estratégias selecionadas é ótima de Pareto.

② O perfil de estratégias (Entra; Grande Escala, quando a empresa estabelecida não luta; Pequena Escala, quando a empresa estabelecida luta; Não luta) corresponde a um equilíbrio perfeito em subjogos.

③ Se, antes do jogo ter início, a empresa estabelecida anunciasse sua disposição de adotar a estratégia de luta, a empresa entrante decidiria pela estratégia "não entrar".

④ A Empresa Estabelecida possui uma estratégia dominante no subjogo que tem início quando a Entrante decide entrar.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Para responder quantos equilíbrios de Nash em estratégias puras existem, há que considerar a representação na forma normal associada ao jogo apresentado na forma extensiva.

	NL	L
E,P,P	8,30	-3,0
E,P,G	8,30	-12,-6
E,G,P	**15,15**	-3,0
E,G,G	**15,15**	-12,-6
NE,P,P	0,60	**0,60**
NE,P,G	0,60	**0,60**
NE,G,P	0,60	**0,60**
NE,G,G	0,60	**0,60**

Pela matriz 8 x 2 acima, podemos verificar que existem seis equilíbrios de Nash em estratégias puras, quais sejam:

1. ((Entra, Grande Escala se Estabelecida Não Luta, Pequena Escala se Estabelecida Luta) Não Luta);
2. ((Entra, Grande Escala se Estabelecida Não Luta, Grande Escala se Estabelecida Luta) Não Luta);
3. ((Não Entra, Pequena Escala se Estabelecida Não Luta, Pequena Escala se Estabelecida Luta) Luta);
4. ((Não Entra, Pequena Escala se Estabelecida Não Luta, Grande Escala se Estabelecida Luta) Luta);
5. ((Não Entra, Grande Escala se Estabelecida Não Luta, Pequena Escala se Estabelecida Luta) Luta);
6. ((Não Entra, Grande Escala se Estabelecida Não Luta, Grande Escala se Estabelecida Luta)

Luta).

(1) Falso.

Não existe relação entre otimalidade no sentido de Pareto e equilíbrio de Nash. Como equilíbrios de Nash Perfeito em Subjogos refinam equilíbrios de Nash, podemos concluir que tal relação também não existe em relação a esse conceito.

(2) Verdadeiro.

O único equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos do jogo do enunciado é dado pela seguinte combinação de estratégias: {(Entra, Grande Escala se Estabelecida Não Luta, Pequena Escala se Estabelecida Luta), Não Luta} ou {(E, G/NL, P/L), NL} ou {(E, GP), NL}.

(3) Falso.

A Empresa Estabelecida pode anunciar que irá escolher a estratégia Lutar caso haja Entrada, mas não irá jogar esta estratégia, pois ela não é crível.

(4) Verdadeiro.

Para confirmar, notemos que os *payoffs* da Empresa Estabelecida serão sempre maiores quando escolher a estratégia Não Luta do que quando escolher a estratégia Luta, pois 30 > 0 e 15 > – 6.

PROVA DE 2007

Questão 11

Considere o jogo simultâneo representado pela matriz de payoffs, com os jogadores J1 e J2. Julgue as afirmações:

		J2	
		Esquerda	Direita
J1	Alto	4, 2	–1, 0
	Baixo	0, –1	**1, 3**

⓪ Jogar Alto é estratégia dominante para J1.

① O jogo possui pelo menos um equilíbrio de Nash em estratégias puras.

② Jogar Alto com probabilidade 2/3 e jogar Esquerda com probabilidade 1/3 é equilíbrio de Nash em estratégias mistas.

③ Em caso de jogo sequencial, se J_1 iniciar o jogo, o equilíbrio perfeito de subjogo em estratégia pura será {Alto, (Esquerda se J1 joga Alto, Direita se J1 joga Baixo)}.

④ Se o jogo for transformado em sequencial com J_2 jogando primeiro, haverá um único equilíbrio de Nash em estratégia pura, mas não haverá equilíbrio perfeito de subjogo em estratégia pura.

Resolução:

(0) Falso.

Se **J2** joga *Esquerda*, a melhor escolha de **J1** é jogar *Alto*. E se **J2** joga *Direita*, a melhor escolha de **J1 é** jogar *Baixo*. Logo, não há estratégia dominante para o jogador **J1**.

(1) Verdadeiro.

O jogo possui dois equilíbrios de Nash em estratégias puras: (*Alto, Esquerda*) e (*Baixo, Direita*)**.**

(2) Verdadeiro.

		J2	
		Esquerda	Direita
J1	Alto	4, 2	–1, 0
	Baixo	0, –1	1, 3

Para o jogador J1:

$$EU_I(p,\bar{q}) = 4p\bar{q} - p(1-\bar{q}) + (1-p)(1-\bar{q})$$

$$EU_I(p,\bar{q}) = 4p\bar{q} - p + p\bar{q} + 1 - p - \bar{q} + p\bar{q}$$

$$EU_I(p,\bar{q}) = p(6\bar{q}-2) - \bar{q} + 1$$

$$\frac{dEU_I(p,\bar{q})}{dp} = 6\bar{q} - 2$$

Se $6\bar{q} - 2 > 0 \Leftrightarrow \bar{q} > \frac{1}{3}$ então p = 1.

Se $6\bar{q} - 2 = 0 \Leftrightarrow \bar{q} = \frac{1}{3}$ então p[0,1].

Se $6\bar{q} - 2 < 0 \Leftrightarrow \bar{q} < \frac{1}{3}$ então p = 0.

Analogamente, para o jogador J2:

$$EU_{II}(\bar{p},q) = 2\bar{p}q - q(1-\bar{p}) + 3(1-\bar{p})(1-q)$$

$$EU_{II}(\bar{p},q) = 2\bar{p}q - q + \bar{p}q + 3 - 3q - 3\bar{p} + 3\bar{p}q$$

$$EU_{II}(\bar{p},q) = q(6\bar{p}-4) - 3\bar{p} + 3$$

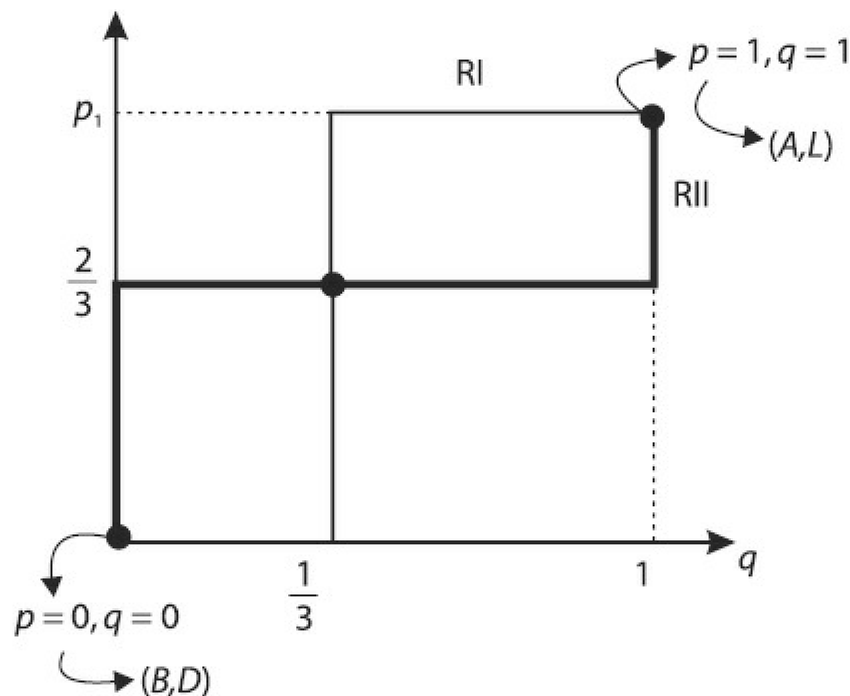
$$\frac{dEU_{II}(\overline{p},q)}{dq}=6\overline{p}-4$$

Se $6\overline{p}-4>0 \Leftrightarrow \overline{p}>\frac{2}{3}$ então q = 1.

Se $6\overline{p}-4=0 \Leftrightarrow \overline{p}=\frac{2}{3}$ então q[0,1].

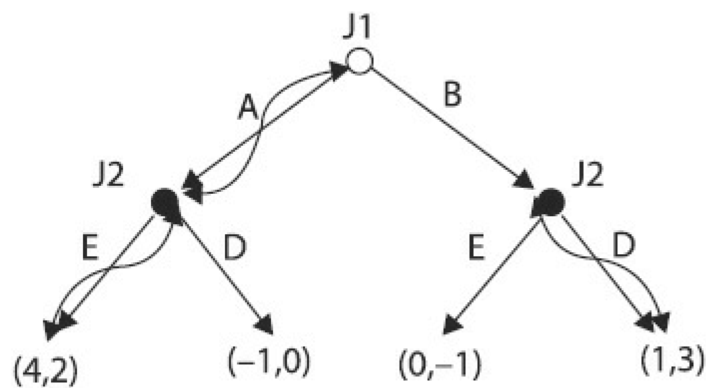
Se $6\overline{p}-4<0 \Leftrightarrow \overline{p}<\frac{2}{3}$ então q = 0.

Desse modo, teremos que o equilíbrio de Nash em estratégias mistas será dado por $(p,q)=\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)$. Assim, no equilíbrio em estratégias mistas o jogador **J1** irá escolher Alto com probabilidade igual a 2/3, e o jogador **J2** irá escolher Esquerda com probabilidade igual a 1/3.



(3) Verdadeiro.

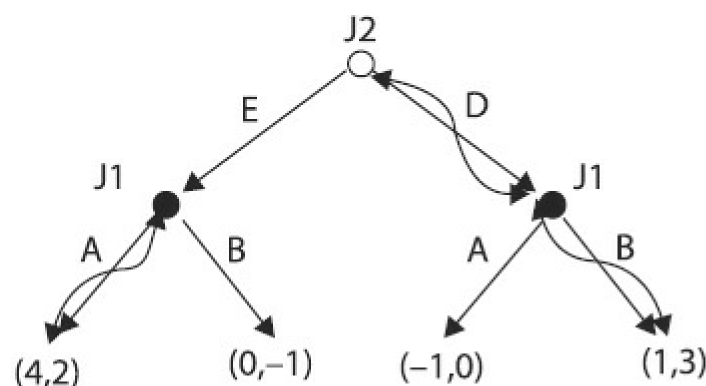
Notemos, inicialmente, que 2 subjogos próprios são definidos a seguir: o primeiro é aquele que se inicia quando o jogador J2 escolhe uma de suas estratégias, dado que o jogador J1 jogou A, e o outro é aquele em que o jogador J2 escolhe uma de suas estratégias, dado que o jogador J1 jogou B. No caso em que J1 joga A, a melhor escolha de J2 é jogar E. Já se J1 joga B, a melhor escolha de J2 é jogar D. Assim, os equilíbrios de Nash em cada um desses subjogos seriam, respectivamente: (Jogador J2 joga E, se jogador J1 joga A) e (Jogador J2 joga D, se jogador J1 joga B). Considerando essas escolhas do jogador J2, em cada subjogo próprio, e substituindo os *payoffs* resultantes nos nós de decisão, temos que o jogador J1 joga A, como ilustrado na forma extensiva abaixo.



Em resumo, utilizando o procedimento da indução retroativa encontraremos um único equilíbrio de Nash perfeito em subjogos (ENPS), qual seja: **(A (E, se J1 escolher A; D, se J1 escolher B)).**

(4) Falso.

Neste caso, teremos:



Utilizando o procedimento da indução retroativa encontraremos um único equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos (ENPS): **((A, se J2 escolher E; B, se J2 escolher D) D).** Pelo Teorema de Zermelo, nesse tipo de jogo, grosso modo, sempre há pelo menos um ENPS.

PROVA DE 2008

Questão 9

Jogador 1	Jogador 2	
	I	II
A	-1, 1	1, -1
B	2, -2	0, 0

Com base no jogo acima, julgue as afirmações:

⓪ Trata-se de um jogo do tipo Dilema dos Prisioneiros.

① O jogador 1 tem uma estratégia estritamente dominante.

② O jogo tem um equilíbrio em estratégias mistas em que os participantes jogam cada uma de suas estratégias com 50% de probabilidade.

③ O jogo somente pode ser analisado na forma extensiva.

④ O jogador 2 não tem estratégia estritamente dominante.

Resolução:

(0) Falso.

Não. O jogo descrito nesta questão não é do tipo Dilema dos Prisioneiros.

O jogo a seguir é um exemplo de jogo do tipo Dilema dos Prisioneiros, onde é possível notar que cada jogador possui uma estratégia estritamente dominante, que é a estratégia "confessa". O equilíbrio em estratégias estritamente dominantes (confessa, confessa), que também é o equilíbrio de Nash do jogo, não é um equilíbrio eficiente no sentido de Pareto.

		Prisioneiro 2	
		confessa	*não confessa*
Prisioneiro 1	*confessa*	*1 , 1*	*5 , 0*
	não confessa	*0 , 5*	*4 , 4*

(1) Falso.

O **jogador 1** não possui uma estratégia estritamente dominante, pois 2 > -1, mas 0 < 1.

(2) Falso.

Não há equilíbrio de Nash em estratégias puras, só em mistas. Mas esse não é o que a questão sugere, mas $(p,q)=\left(\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$. Vejamos a resolução abaixo:

Quando o **Jogador *1*** joga A, o melhor que o **Jogador *2*** tem a fazer é jogar *I*. Quando o **Jogador *2*** jogar *I*, o melhor que o **Jogador *1*** tem a fazer é jogar B. Quando o **Jogador *1*** joga B, o melhor que o **Jogador 2** tem a fazer é jogar *II*. Quando o **Jogador *2*** jogar *II*, o melhor que o **Jogador *2*** tem a fazer é jogar A. E recomeça o ciclo. Portanto, não há equilíbrio em estratégias puras.

Assim, de acordo com o Teorema de Nash (1951), sabe-se que o jogo terá apenas um equilíbrio em estratégias mistas. Basta agora conferir qual é. Sejam "p" e "q", respectivamente, as probabilidades do Jogador *1* jogar A e do Jogador 2 jogar I:

Jogador *1*	Jogador *2*	
	I **(q)**	*II* **(1-q)**
A **(p)**	-1, 1	1, -1
B **(1-p)**	2, -2	0, 0

Para o Jogador *1*:

$$EU_I(p,\bar{q}) = -p\bar{q} + p(1-\bar{q}) + 2\bar{q}(1-p)$$

$$EU_I(p,\bar{q}) = -p\bar{q} + p - p\bar{q} + 2\bar{q} - 2p\bar{q}$$

$$EU_I(p,\bar{q}) = p(1-4\bar{q}) + 2\bar{q}$$

$$\frac{dEU_I(p,\bar{q})}{dp} = 1-4\bar{q}$$

Se $1-4\bar{q} > 0 \Leftrightarrow \bar{q} > \frac{1}{4}$ então p = 1.

Se $1-4\bar{q} = 0 \Leftrightarrow \bar{q} = \frac{1}{4}$ então p[0,1].

Se $1-4\bar{q} < 0 \Leftrightarrow \bar{q} < \frac{1}{4}$ então p = 0.

De forma análoga, para o Jogador *2*:

$$EU_{II}(\bar{p},q) = \bar{p}q - \bar{p}(1-q) - 2q(1-\bar{p})$$

$$U_{II} = \bar{p}q - \bar{p} + \bar{p}q - 2q + 2\bar{p}q$$

$$EU_{II}(\bar{p},q) = q(4\bar{p}-2) - \bar{p}$$

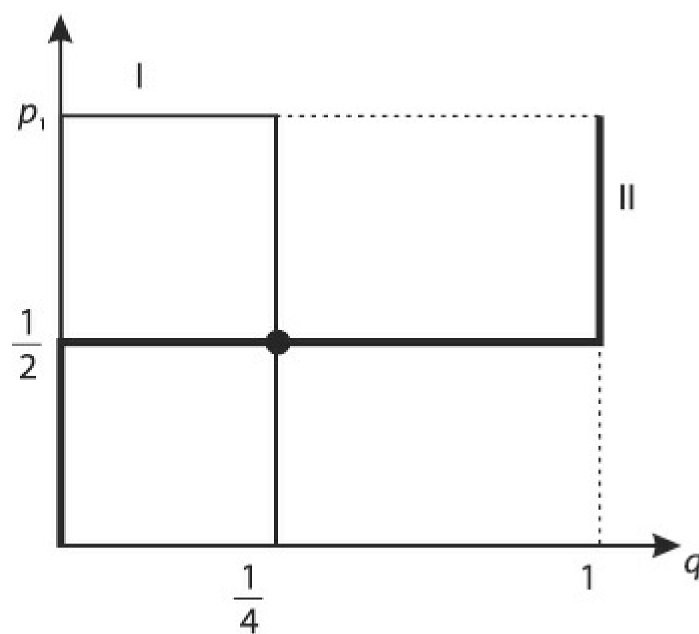
$$\frac{dEU_{II}(\bar{p},q)}{dq} = 4\bar{p}-2$$

Se $4\bar{p}-2 > 0 \Leftrightarrow \bar{p} > \frac{1}{2}$ então q = 1.

Se $4\bar{p}-2 = 0 \Leftrightarrow \bar{p} = \frac{1}{2}$ então p[0,1].

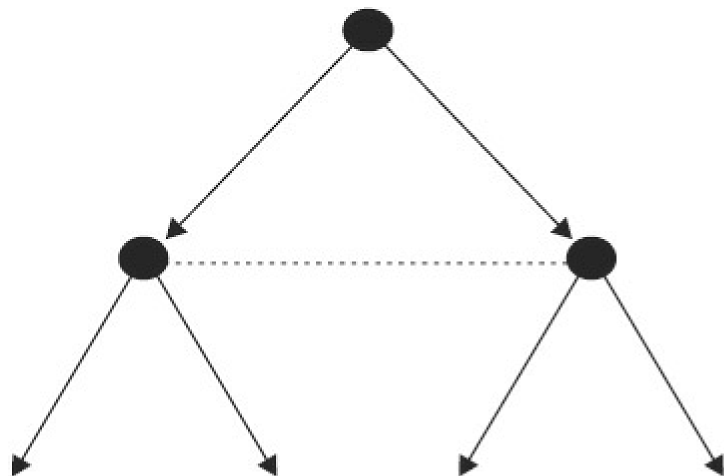
Se $4\bar{p}-2 < 0 \Leftrightarrow \bar{p} < \frac{1}{2}$ então p = 0.

Desse modo, teremos que o equilíbrio de Nash em estratégias mistas será dado por $(p,q) = \left(\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$. Assim, no equilíbrio em estratégias mistas o Jogador *2* irá escolher *I* com probabilidade igual a 1/4 (ou 25%) e irá escolher *II* com probabilidade igual a 3/4 (ou 75%).



(3) Falso.

A forma extensiva é representada por meio de uma "árvore", o que, normalmente, requer uma dinâmica. Quem começa primeiro? Este é um jogo simultâneo e, tal como foi feito no item (2), o jogo também pode ser analisado na forma normal (ou matricial), como está descrito no enunciado.



(4) Verdadeiro.

Nenhum dos dois jogadores possui estratégia estritamente dominante.

Questão 15

Jogador 1	Jogador 2	
	L	R
U	2, 2	6, 1
D	1, 6	5, 5

O jogo acima é repetido infinitas vezes. Seja d* o menor fator de desconto intertemporal que permite implementar a lista de estratégias Pareto-eficientes, como equilíbrio perfeito de subjogo, em que a

estratégia de punição é do tipo gatilho (trigger strategy), isto é, se um jogador desvia-se do acordo, ele é punido com o equilíbrio de Nash Pareto-dominado do jogo-estágio para sempre.
Calcule 100 ×d* (ou seja, cem vezes d*).

Resolução:

A combinação de estratégias *(U, L)* representa o equilíbrio de Nash do jogo estático acima. Porém, se o jogo fosse repetido infinitas vezes, seria possível que os jogadores chegassem a um acordo no qual combinariam jogar *(D, R)*, o que daria o maior ganho para ambos. Caso ocorresse desvio por parte de algum jogador, a partir desse desvio, então, em resposta, os jogadores voltariam a escolher o equilíbrio de Nash *(U, L)*.

Então, vamos calcular o ganho do jogador *i* ao desviar em um dos períodos e o ganho de tal jogador ao cooperar infinitas vezes:

Se o jogador *i* não desviar, ele ganhará 5 para sempre.

Ganho de não desviar:

$$VP^{ND} = 5 + \delta 5 + \delta^2 5 + \ldots = 5 + 5\left(\frac{\delta}{1-\delta}\right) = \frac{5}{1-\delta}$$

Se tal jogador desviar no período *t*, ele terá um ganho de 6 nesse período e receberá 2 daí em diante.

Ganho de se desviar:

$$VP^{D} = 6 + \delta 2 + \delta^2 2 + \ldots = 6 + 2\left(\frac{\delta}{1-\delta}\right) = \frac{6-6\delta+2\delta}{1-\delta} = \frac{6-4\delta}{1-\delta}$$

$$VP^{ND} \geq VP^{D} \Leftrightarrow \frac{5}{1-\delta} \geq \frac{6-4\delta}{1-\delta} \Rightarrow 4\delta \geq 1 \Rightarrow \delta \geq \frac{1}{4}$$

Portanto, o menor δ* = 25%

PROVA DE 2009

Questão 11

Considere o jogo simultâneo na forma estratégica abaixo e julgue as afirmativas a seguir:

		Jogador 2	
		Estratégia A	*Estratégia B*
Jogador 1	*Estratégia A*	2 , 1	0 , 0
	Estratégia B	0 , 0	1 , 2

⓪ Trata-se de um jogo sequencial.
① Há apenas um equilíbrio de Nash, formado pelo par de estratégias (A, A).
② A estratégia A é estritamente dominante para o jogador 2.
③ O jogo acima é do tipo Dilema dos Prisioneiros.
④ O jogo acima é do tipo Batalha dos Sexos.

Resolução:

(0) Falso.

É um jogo simultâneo. Vide o enunciado!

(1) Falso.

Este jogo é chamado Batalha dos Sexos. Há dois equilíbrios de Nash em estratégias puras: (A, A) e (B, B), e um terceiro em estratégias mistas, qual seja: o jogador 1 prefere A com 2/3 de probabilidade, e escolhe B com 1/3 de probabilidade. O jogador 2 prefere A com 1/3 de probabilidade, e escolhe B com 2/3 de probabilidade. O *payoff* esperado de cada jogador é 2/3.

(2) Falso.

Observando a matriz de *payoffs* no enunciado, comparando os *payoffs* de cada jogador, dada uma estratégia de seu oponente, é fácil notar que nenhum dos jogadores possui uma estratégia nem estritamente dominante nem apenas dominante.

(3) Falso.

O jogo abaixo é um exemplo de jogo do tipo Dilema dos Prisioneiros, em que é possível notar que cada jogador possui uma estratégia estritamente dominante, que é a estratégia "confessa". O equilíbrio em estratégias estritamente dominantes (confessa, confessa), que também é o equilíbrio de Nash do jogo, não é um equilíbrio eficiente no sentido de Pareto.

		Prisioneiro 2	
		confessa	*não confessa*
Prisioneiro 1	*confessa*	*1 , 1*	*5 , 0*
	não confessa	*0 , 5*	*4 , 4*

(4) Verdadeiro.

Este é um jogo do tipo "Batalha dos Sexos", conforme observado no item 1.

Questão 12

Jogador 2

		coopera	não coopera
Jogador 1	coopera	1 , 1	-1 , 2
	não coopera	2 , -1	0 , 0

O jogo acima é repetido infinitas vezes. Seja δ^* o menor fator de desconto intertemporal que permite implementar a lista de estratégias Pareto-eficientes como equilíbrio perfeito de subjogo, em que a não cooperação é punida com o equilíbrio de Nash Pareto-dominado para sempre. Calcule 100 $\cdot\ \delta^*$ (isto é, cem vezes δ^*).

Resolução:

Quando o **Jogador *1*** escolhe **coopera**, o melhor que o **Jogador *2*** tem a fazer é escolher **não coopera**. Quando o **Jogador *1*** escolhe **não coopera**, o melhor que o **Jogador *2*** tem a fazer é escolher **não coopera**. De forma análoga, quando o **Jogador *2*** escolhe **coopera**, o melhor que o **Jogador *1*** tem a fazer é escolher **não coopera**. E quando o **Jogador *2*** escolhe **não coopera**, o melhor que o **Jogador *1*** tem a fazer é escolher **não coopera**. Assim (**não coopera, não coopera**) é um equilíbrio de Nash quando o jogo é jogado uma só vez ou quando é jogado um número finito de vezes.

Se o jogo, no entanto, for **repetido infinitas vezes**, será possível que os jogadores cheguem a um acordo no qual eles joguem (**cooperar, cooperar**), o que resulta maior ganho para ambos. Assim, eles começam o jogo escolhendo a dita estratégia. Se ocorrer desvio por parte de algum jogador, então os jogadores voltariam a escolher o equilíbrio de Nash. Esta estratégia de punição é do tipo gatilho (*trigger strategy*), isto é, se um jogador desvia do acordo, ele é punido com o equilíbrio de Nash Pareto-dominado do jogo-estágio para sempre.

Então, há que calcular o ganho do Jogador *i* ao desviar em um dos períodos e o ganho de tal jogador se não desviar:

Se o Jogador *i* não desviar, ele ganhará 1 para sempre. Assim, seu *payoff* em um jogo infinito será:

Ganho de não desviar:

$$VP^{ND} = 1 + \delta 1 + \delta^2 1 + \ldots = 1 + 1\left(\frac{\delta}{1-\delta}\right) = \frac{1-\delta+\delta}{1-\delta} = \frac{1}{1-\delta}$$

Se tal jogador desviar no período *t*, ele terá um ganho de *2* neste período, e receberá 0 daí por diante. Assim, seu *payoff* em um jogo infinito será:

Ganho de desviar:

$$VP^{D} = 2 + \delta 0 + \delta^2 0 + \ldots = 2 + 0\left(\frac{\delta}{1-\delta}\right) = 2$$

$$VP^{ND} \geq VP^{D} \Leftrightarrow \frac{1}{1-\delta} \geq 2 \Rightarrow 1 \geq (1-\delta)2 \Rightarrow 1 \geq 2-\delta 2 \Rightarrow 2\delta \geq 1 \Rightarrow \delta \geq \frac{1}{2}$$

Logo, a menor falta de desconto intertemporal será $\delta^{\star} = \frac{1}{2}$, e, desse modo, $100\delta^{\star} = 100\frac{1}{2} = 50$.

PROVA DE 2010

Questão 10

Considere o jogo conhecido como Caça ao Cervo a seguir:

		Caçador 2	
		Cervo	**Lebre**
Caçador 1	**Cervo**	3 , 3	*x* , 1
	Lebre	1 , *x*	1 , 1

Em que 0 ≤ x < 1 constante. Com base nesse jogo, avalie as afirmações abaixo:

⓪ Trata-se de um jogo de informação imperfeita.

① Há dois equilíbrios de Nash.

② Os dois caçadores possuem estratégias fracamente dominantes.

③ Suponha que x = 0. Então, o equilíbrio em estratégias mistas prescreve que cada caçador cace Cervo com probabilidade 1/3 e cace Lebre com probabilidade 2/3.

④ Suponha que 0 ≤ x ≤ 1. Se x converge para 1, então o equilíbrio em estratégias mistas converge para o equilíbrio de Nash Pareto-dominado em estratégias puras.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Todo jogo simultâneo é um jogo de informação imperfeita.

(1) Falso.

São três equilíbrios de Nash: dois em estratégias puras e um em estratégia mista.

Analisando o jogo em sua forma normal, é possível identificar que o jogo em questão possui dois equilíbrios de Nash em estratégias puras, ou, equivalentemente, em estratégias mistas degeneradas, quais sejam: $(p, q) = (1, 1)$ e $(p, q) = (0, 0)$, onde p é a probabilidade do Jogador *1* jogar Cervo e q a probabilidade do Jogador *2* jogar Cervo.

Além dos dois equilíbrios de Nash em estratégias puras, é preciso analisar se, para todo x[0,1), há um equilíbrio de Nash em estratégias mistas (ou estratégias não degeneradas). Assim, cada

jogador terá que analisar qual a sua melhor estratégia, dada a sua expectativa sobre a estratégia de seu oponente, da seguinte forma:

		Caçador 2	
		Cervo (q)	**Lebre (1-q)**
Caçador 1	**Cervo (p)**	3 , 3	*x* , 1
	Lebre (1-p)	1 , *x*	1 , 1

Para o Caçador 1:

$$EU_I(p,\bar{q}) = 3p\bar{q} + xp(1-\bar{q}) + \bar{q}(1-p) + (1-p)(1-\bar{q})$$

$$EU_I(p,\bar{q}) = 3p\bar{q} + xp - xp\bar{q} + \bar{q} - p\bar{q} + 1 - p - \bar{q} + p\bar{q}$$

$$EU_I(p,\bar{q}) = p[(x-1) + (3-x)\bar{q}] + 1$$

$$\frac{dEU_I(p,\bar{q})}{dp} = (x-1) + (3-x)\bar{q}$$

Se $(x-1) + (3-x)\bar{q} > 0 \Leftrightarrow \bar{q} > \dfrac{1-x}{3-x}$ então p = 1.

Se $(x-1) + (3-x)\bar{q} = 0 \Leftrightarrow \bar{q} = \dfrac{1-x}{3-x}$ então p[0,1].

Se $(x-1) + (3-x)\bar{q} < 0 \Leftrightarrow \bar{q} < \dfrac{1-x}{3-x}$ então p = 0.

Analogamente, para o Caçador 2:

$$EU_{II}(\bar{p},q) = 3\bar{p}q + \bar{p}(1-q) + xq(1-\bar{p}) + (1-\bar{p})(1-q)$$

$$EU_{II}(\bar{p},q) = 3\bar{p}q + \bar{p} - \bar{p}q + xq - x\bar{p}q + 1 - q - \bar{p} - \bar{p}q$$

$$EU_{II}(\bar{p},q) = q[(x-1) + (3-x)\bar{p}] + 1$$

$$\frac{dEU_{II}(\bar{p},q)}{dq} = (x-1) + (3-x)\bar{p}$$

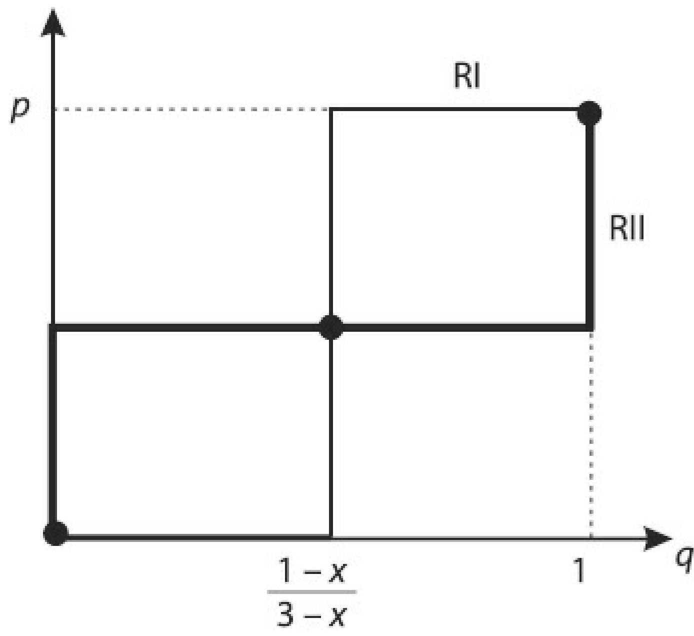
Se $(x-1) + (3-x)\bar{p} > 0 \Leftrightarrow \bar{p} > \dfrac{1-x}{3-x}$, então q = 1.

Se $(x-1) + (3-x)\bar{p} = 0 \Leftrightarrow \bar{p} = \dfrac{1-x}{3-x}$, então q[0,1].

Se $(x-1) + (3-x)\bar{p} < 0 \Leftrightarrow \bar{p} < \dfrac{1-x}{3-x}$, então q = 0.

Desse modo, para todo x[0,1), teremos um equilíbrio de Nash em estratégias mistas, que será dado por:

$$(p,q)=\left(\frac{1-x}{3-x},\frac{1-x}{3-x}\right),x\in[0,1).$$



Portanto, a resposta é falsa, pois há três equilíbrios de Nash e não dois.

Vale observar que, de acordo com a "interpretação da língua portuguesa" feita pela Banca da ANPEC com relação ao item (0), Questão 13 da prova de 2002, essa pergunta (Questão 1 da prova de 2010) poderia ter sido considerada como "verdadeira" e não como "falsa". Isso porque o verbo "haver" comporta duas possibilidades: existir ou ter. Se o aluno considerasse a primeira alternativa, a resposta seguiria a lógica da questão mencionada de 2002, sendo, então, verdadeira. Já se o aluno considerasse a segunda alternativa, seria falsa.

(2) Falso.

Se x[0,1), então nenhum dos jogadores possui estratégia fracamente dominante, o que ocorreria somente quando x = 1.

(3) Verdadeiro.

Do item (1) temos que se x = 0 o equilíbrio em estratégia mista será $(p,q)=\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$. Desse modo, cada caçador irá caçar Cervo com probabilidade igual a 1/3 e irá caçar Lebre com probabilidade igual a 2/3.

(4) Verdadeiro.

Sabe-se que o equilíbrio Pareto-dominante é (*p*, *q*) = (1, 1), cujo *payoff* é (3,3). Vamos

mostrar que, se x converge para 1, do item (1), teremos que o resultado não convergirá para (p, q) = (1, 1), mas sim para o equilíbrio de Nash Pareto-dominado (p, q) = (0, 0), cujo *payoff* é (1,1).

De fato, conforme formos aumentando o valor de "x", de zero, para 0,2, para 0,5, para 0,9, e formos substituindo estes valores de "x" na equação do item (1), poderemos observar que "q" e "p" vão se aproximando da probabilidade zero (p,q) = (0,0).

Assim, resumidamente, se x converge para 1, do item ①, teremos que:

Se $\bar{q} > 0$ então p = 0.

Se $\bar{q} = 0$ então p[0,1].

Por analogia:

Se $\bar{p} > 0$ então q = 0.

Se $\bar{p} = 0$ então q[0,1].

Desse modo, se x converge para 1, então o equilíbrio de Nash em estratégias mistas converge para o equilíbrio de Nash Pareto-dominado em estratégias puras, em que a estratégia de ambos os caçadores será caçar Lebre.

PROVA DE 2011

Questão 7

Avalie as seguintes situações representadas por meio do instrumental da Teoria dos Jogos:

⓪ No jogo com payoffs apresentados no Quadro 1 (a seguir), identifica-se uma solução de equilíbrio de Nash (A1, B3) e duas estratégias que podem ser eliminadas por não serem racionais (A3 e B2).

① Em um jogo com um número finito de jogadores, cada um dos quais com um número definido de estratégias, se não existir um equilíbrio de Nash baseado em estratégias puras, existirá pelo menos um equilíbrio baseado na adoção de estratégias mistas.

② Uma situação de equilíbrio de Nash equivale necessariamente a um ótimo de Pareto.

③ Num jogo do tipo "Batalha dos Sexos", com payoffs apresentados no Quadro 2 (a seguir), existe um equilíbrio baseado em "estratégias mistas" quando as probabilidades de Maria e João irem ao cinema são de, respectivamente, 2/3 e 1/3.

④ Suponha que as empresas A e B vendam produtos concorrentes e estejam decidindo se irão ou não empreender campanhas de propaganda. Cada empresa, contudo, será afetada pela decisão de sua concorrente. Se ambas as empresas decidirem fazer propaganda, a Empresa A terá lucro de 10 e a Empresa B terá lucro de 5. Se a Empresa A fizer propaganda e a Empresa B não fizer, a Empresa A lucrará 15 e a Empresa B terá lucro zero. Se ambas as empresas não fizerem propaganda, a Empresa A terá lucro 20 e a Empresa B terá lucro 2. Se apenas a empresa B fizer propaganda, a empresa A terá lucro de 6 e a Empresa B terá lucro de 8. Nestas condições, existe um equilíbrio de Nash com estratégias puras, que, no entanto, pode ser alterado quando o jogo se estrutura na forma sequencial.

Quadro 1

A/B	B1	B2	B3

A1	0,2	3,1	4,3
A2	2,4	0,3	3,2
A3	1,1	2,0	2,1

Quadro 2

	***Payoff* João**	***Payoff* João**
***Payoff* Maria**	Cinema	Futebol
Cinema	2,1	0,0
Futebol	0,0	1,2

Legenda: (*Payoff* Maria, *Payoff* João)

Resolução:

(0) Falso.

(A1,B3) e (A2,B1) são os dois equilíbrios de Nash em estratégia pura do jogo, porém A3 não pode ser eliminada, ainda que B2 possa ser eliminada por B1.

(1) Verdadeiro.

Este é o teorema de Nash (1951). Grosso modo, este postula que sempre haverá pelo menos um equilíbrio de Nash para um jogo com número de jogadores e estratégias finitas.

(2) Falso.

Um conceito não se mistura com o outro. Basta tomar como contraexemplo o dilema dos prisioneiros, escrito a seguir. Neste o equilíbrio de Nash (1,1) não é Pareto eficiente (5,5).

	NC	C
NC	**(1,1)**	(6,0)
C	(0,6)	(5,5)

(3) Verdadeiro.

Ver solução na prova de 2009, Questão 11.

(4) Falso.

O jogo descrito neste item pode ser colocado na forma matricial da seguinte forma:

	B	
	NC	C

A	NC	(10,5)	(15,0)
	C	(6,8)	(20,2)

Se duas árvores forem montadas, cada uma começando com um jogador, o ENPS de ambos os jogos será (P, P se P). Se montarmos as matrizes relacionadas a cada um dos jogos para sabermos os equilíbrios de Nash em estratégias puras de cada jogo, teremos:

				B	
		PP	PÑ	ÑP	ÑÑ
A	Ñ	(6,8)	(20,2)	(6,8)	(20,2)
	P	(10,5)	(10,5)	(15,0)	(15,0)

				A	
		PP	PÑ	ÑP	ÑÑ
B	Ñ	(0,15)	(2,20)	(0,15)	(2,20)
	P	(5,10)	(5,10)	(8,6)	(8,6)

Note que os *payoffs* finais, em que B fica com 5 e A com 10, não são alterados em nenhum dos casos, muito embora na segunda matriz haja dois equilíbrios de Nash e não 1. Portanto, este é um item que gera dúvidas em relação a que o autor se referia realmente.

Questão 11

Considere um jogo simultâneo, G, representado em forma matricial, com dois jogadores. O jogo de compromisso derivado do jogo simultâneo consiste em permitir que um dos jogadores se mova antes, escolhendo sua estratégia pura, que é anunciada ao outro jogador. O segundo jogador pode, então, escolher alguma de suas ações como resposta à estratégia do primeiro jogador.

Pergunta-se:

⓪ Um equilíbrio de Nash em G sempre é um equilíbrio de Nash perfeito em subjogo no jogo de compromisso derivado de G.

① Se G pode ser representado por uma matriz m por n, em que m representa o número de ações para o jogador 1 e n, o número de ações para o segundo jogador, o primeiro jogador possui m x n estratégias no jogo de compromisso derivado de G.

② No equilíbrio de Nash perfeito em subjogo do jogo de compromisso derivado de G, o primeiro jogador nunca escolhe uma estratégia que seria estritamente dominada no jogo original, G.

③ No equilíbrio de Nash perfeito em subjogo do jogo de compromisso derivado de G, o segundo jogador nunca escolhe uma ação que seria estritamente dominada no jogo original, G.

④ Se a melhor resposta do segundo jogador a qualquer estratégia x do primeiro jogador sempre for única, o primeiro jogador sempre terá um ganho no equilíbrio de Nash perfeito em subjogo no jogo de compromisso maior ou igual ao ganho que teria em qualquer um dos equilíbrios de Nash no jogo original, G.

Resolução:

(0) Falso.

Um jogo de compromisso é aquele que gera um jogo sequencial com informação perfeita a partir de um jogo simultâneo. Um equilíbrio de Nash em um jogo simultâneo não será de forma geral um ENPS (Equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos) em um jogo sequencial, ainda que o inverso seja verdadeiro, isto é, todo ENPS é um equilíbrio de Nash.

(1) Falso.

Não. O primeiro jogador possui **m** estratégias puras. O segundo jogador é que possui **m x n** estratégias puras. Para ver isso, basta desenhar a árvore deste jogo, onde quem começa é o jogador 1.

(2) Falso.

Esta afirmação estaria correta se o jogo fosse jogado de forma simultânea. No caso quando o jogo é jogado na forma sequencial, nada se pode afirmar.

Imagine um jogo sequencial com informação perfeita que pode, portanto, ser resolvido por indução retroativa. O jogador 1 irá escolher a sua melhor resposta dado que está naquele nó, o que não significa que em outros nós não haja *payoffs* estritamente maiores.

(3) Falso.

Assim como o item (2), esta afirmação estaria correta se o jogo fosse jogado de forma simultânea. No caso quando o jogo é jogado na forma sequencial, nada se pode afirmar.

Quando o jogo deixa de ser simultâneo e passa a ser sequencial, o segundo jogador sabe em que nó está. Imagine que ele está em um nó com *payoffs* estritamente menores que aqueles do outro nó. Ele fará a sua melhor resposta, dado que está naquele nó, mesmo tendo *payoffs* menores do que o outro nó.

(4) Verdadeiro.

Suponha que a estratégia A do jogador 2 seja estritamente dominante (podendo eliminar qualquer outra estratégia). Daí o jogador 1 escolhe o maior *payoff* entre as ***m*** estratégias. Tanto no jogo simultâneo como no jogo sequencial, o resultado será o mesmo.

PROVA DE 2012

Questão 8

Avalie as seguintes situações representadas por meio do instrumental da Teoria dos Jogos:

⓪ Em um jogo sequencial que representa uma situação genérica de duopólio, a seleção da estratégia ótima pela firma que comanda o jogo necessariamente conduz a um equilíbrio semelhante ao de Cournot.

① Maria perdeu uma carteira com $ 500 em dinheiro e $ 500 em outros valores pessoais (fotos, cartas etc). Para

tentar reaver sua carteira, Maria tem duas alternativas: (1a) oferecer uma recompensa de $ 600; (2a) aguardar a devolução sem oferecer qualquer recompensa. Por outro lado, Joana, que achou a carteira perdida, também se defronta com duas alternativas: (1b) manter a carteira com ela; (2b) devolver a carteira para a sua dona. Dadas estas circunstâncias, observa-se que o equilíbrio perfeito em sub-jogos não é eficiente.

② Suponha que as empresas A e B vendam produtos concorrentes e estejam avaliando o retorno oferecido por diferentes canais alternativos para divulgação de seus produtos. O Quadro 1 abaixo representa estas alternativas na matriz de um jogo, em que os payoffs representam os percentuais de participação de mercado ganhos (valores positivos) ou perdidos (valores negativos) pela firma A. Considere o tamanho do mercado constante e que apenas estas empresas operem neste mercado. Neste caso, observa-se que o jogo não tem uma solução de equilíbrio baseada em "estratégias puras".

③ Um jogo simultâneo que apresenta múltiplos equilíbrios não apresenta uma solução de equilíbrio em sua forma sequencial.

④ Uma firma avalia a possibilidade de entrada em determinado mercado a partir da expectativa de reação da firma estabelecida, conforme ilustrado pelo Quadro 2 a seguir. Nestas condições, há evidências de que a possibilidade de retaliação (ou "luta") constitui uma ameaça crível.

Quadro 1

A\B	B1	B2	B3	B4
A1	7	–3	8	–4
A2	5	4	5	7
A3	–3	3	–10	4

Quadro 2

Entrante \ Estabelecida	Luta	Não Luta
Entra	0,4	4,2
Não Entra	2,8	2,10

Resolução:

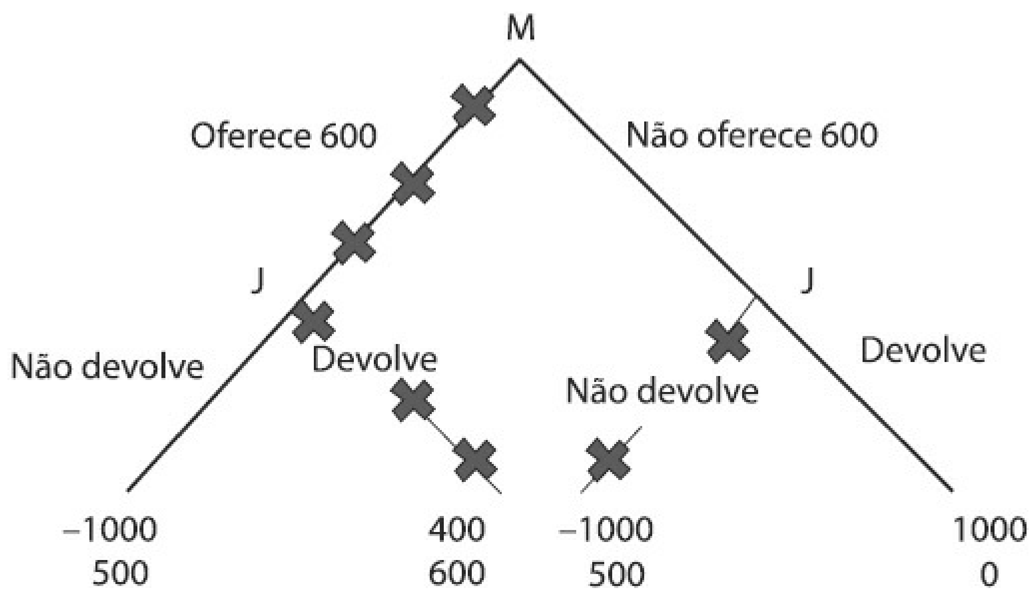
(0) Falso.

O jogo de Cournot é simultâneo.

(1) Falso.

Pelo gabarito da ANPEC, esta questão é verdadeira.

Monte o jogo em formato de árvore para facilitar sua compreensão.



O equilíbrio de Nash perfeito em subjogos é o *payoff* (400, 600). Para analisar se ele é o equilíbrio eficiente de Pareto, há que fazer duas perguntas: (1) há como Maria ganhar mais sem Joana perder ou ficar como está? Não, pois para Maria ganhar 1000, Joana perderia 600; (2) há como Joana ganhar mais sem Maria perder ou ficar igual? Não, pois ela já ganha o máximo. Então, o ENPS é o equilíbrio EP.

(2) Falso.

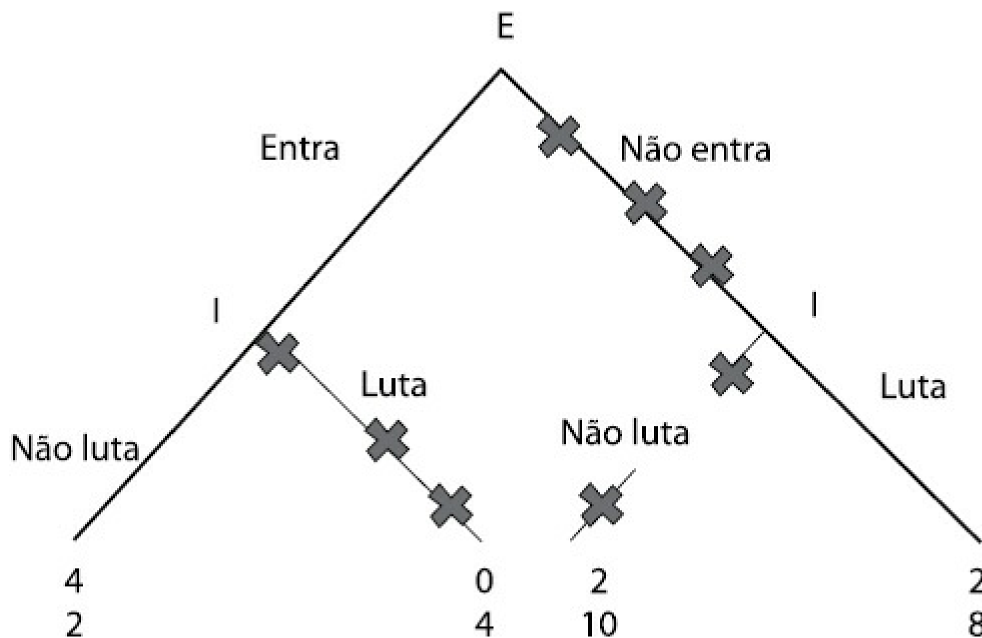
O equilíbrio em estratégias puras é: (A2, B2).

(3) Falso.

O jogo "Batalha dos Sexos" é um contraexemplo: há 3 equilíbrios de Nash, dois em puras e um em mista. Quando este é jogado de forma sequencial, no entanto, o que inicia o jogo obtém o maior *payoff*.

(4) Verdadeiro.

O jogo desta questão, apesar de não apresentar equilíbrio de Nash em estratégia pura, há quando é jogado de forma sequencial. E, neste caso, a ameaça de lutar é tão crível, que a entrante resolve não entrar. E, portanto, não há luta.



Questão 9

Duas empresas operam no mercado de iogurtes, podendo optar entre produzir um iogurte de alta qualidade (A) ou um iogurte de baixa qualidade (B). As escolhas das firmas são simultâneas. Os lucros resultantes de cada estratégia encontram-se apresentados na matriz de payoff a seguir:

		Empresa 2	
		Baixa	**Alta**
Empresa 1	**Baixa**	**−10, −25**	**600, 300**
	Alta	**90, 500**	**40, 40**

É correto afirmar que:

⓪ Existe apenas um equilíbrio de Nash possível nesse jogo.

① Se ambas as empresas optassem por uma estratégia maxmin, o equilíbrio seria (Alta, Alta).

② Num equilíbrio de conluio, a Empresa 1 produzirá iogurte de baixa qualidade e a Empresa 2 produzirá iogurte de alta qualidade.

③ O jogo acima é do tipo Dilema dos Prisioneiros.

④ Trata-se de um jogo de informação imperfeita.

Resolução:

(0) Falso.

Existem pelo menos dois equilíbrios de Nash em estratégias puras, o que invalida a questão.

(1) Verdadeiro.

<u>**Estratégia MaxMin**</u>: A estratégia maxmin para o jogador i é aquela que maximiza o *worst-case payoff* dele mesmo, na situação em que todos os demais jogadores resolvem escolher estratégias para causar o maior dano ao jogador i ou se estes jogadores são "apenas irracionais". É uma estratégia que i <u>***maximiza o ganho mínimo que i***</u> pode obter. Formalmente, a estratégia MaxMin para o jogador i é:

$$s_i^{MaxMin} = \arg\ Max_{s_i} Min_{s_{-i}} u_i(s_i, s_{-i}).$$

Se o jogador i age **cautelosamente** – seja porque i tem a paranoia de que todos querem vê-lo na pior situação possível ou seja porque i tem dúvidas sobre a racionalidade dos demais jogadores – i joga a estratégia MaxMin. MaxMin é uma estratégia, portanto, **conservadora – não maximizadora da função *payoff* (lucro, utilidade etc.)**.

Assim, resolvendo o jogo e respondendo objetivamente a questão, temos que:

Do ponto de vista da empresa A, ela min o *payoff* dela mesma entre as estratégias Baixa e Alta da empresa 2, se a empresa 1 joga Baixa, resultando em -10. O mesmo A faz com relação à sua estratégia Alta, escolhendo 40. Depois 1 escolhe o Max entre (-10, 40) = 40.

Do ponto de vista da empresa B, ela min o *payoff* dela mesma entre as estratégias Baixa e Alta da empresa 1, se a empresa 2 joga Baixa, resultando em -25. O mesmo B faz com relação à sua estratégia Alta, escolhendo 40. Depois 2 escolhe o Max entre (-25, 40) = 40.

Portanto, o equilíbrio maxmin = (40, 40).

(2) Verdadeiro.

No conluio a estratégia é obter a maior soma dos *payoffs* possível. Neste caso é a estratégia (baixa, alta) = (600, 300).

(3) Falso.

O dilema dos prisioneiros apresenta estratégias estritamente dominantes para cada jogador, além do equilíbrio de Nash resultar em *payoffs* menores do que o referente ao conluio (ou equilíbrio de Pareto). Portanto, este não é o caso.

(4) Verdadeiro.

Todo jogo simultâneo é um jogo de informação imperfeita.

PROVA DE 2013

Questão 11

Considere o jogo abaixo e responda se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas:

Jogador 1	Jogador 2	
	x	y
a	30,0	30,2
b	–20,0	100,2

⓪ As estratégias a e y são estritamente dominantes para os jogadores 1 e 2, respectivamente.
① A combinação de estratégias (b, y) é um equilíbrio de Nash.
② Há múltiplos equilíbrios de Nash.
③ Todo equilíbrio de Nash é um ótimo de Pareto.
④ A combinação de estratégias (a, x) é um equilíbrio de Nash não estrito.

Resolução:

(0) Falso.

A estratégia *a* não é uma estratégia estritamente dominante, pois se o jogador 2 escolhe y, o jogador 1 preferirá escolher b. Já no caso do jogador 2, é verdade, escolher y é sempre melhor do que escolher x, independentemente da escolha do jogador 1.

(1) Verdadeiro.

Em um equilíbrio de Nash nenhum dos jogadores tem incentivo a se desviar unilateralmente. De fato, na combinação de estratégias (b,y), nenhum dos jogadores tem incentivos para se desviar unilateralmente:

$u_1(b,y) = 100 > 30 = u_1(a,y)$

$u_2(b,y) = 2 > 0 = u_2(b,x)$

(2) Falso.

Só existe uma única combinação que represente um equilíbrio de Nash, que é: (b, y).

(3) Verdadeiro.

Esta não pode ser considerada uma afirmação genérica. Mas, de acordo com o jogo proposto no enunciado, o único equilíbrio de Nash é também um ótimo de Pareto, lembrando que um ponto ótimo de Pareto é aquela situação em que, ao sair do equilíbrio, um dos jogadores irá ficar melhor sem que o outro necessariamente fique pior. Ao sair de (b,y), ambos pioram.

(4) Falso.

A combinação (a, x) não representa um equilíbrio de Nash.

Questão 12

Considere o jogo bimatriz abaixo:

	C	NC
C	(3,3)	(0,6)
NC	(6,0)	(1,1)

⓪ O equilíbrio de Nash único é cada jogador escolher (NC, NC) e obter um ganho de 1.

① Se o jogo for repetido infinitamente, há um equilíbrio de Nash perfeito em subjogos que levaria cada jogador a obter o seu maior payoff médio.

② Se o jogo for repetido um número finito de vezes, o resultado cooperativo pode ser alcançado e todos ganhariam um payoff de 3 em cada repetição.

③ A estratégia NC é estratégia dominante para os dois jogadores.

④ Suponha que os jogadores não saibam quando o jogo vai acabar e que os dois tenham uma crença comum de que a cada repetição do jogo a probabilidade de que ele vai continuar até N (N igual ao número de repetições) é de p = 2/3. Nesse caso, o ganho de jogar sempre C é menor do que o ganho de desviar em N + 1.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

De fato, o único equilíbrio de Nash no jogo descrito no enunciado é (NC, NC).

(1) Verdadeiro.

De acordo com o gabarito da ANPEC, a questão é falsa.

Se o jogo for repetido <u>infinitamente</u>, vários equilíbrios podem ocorrer, um dos quais envolvendo os jogadores escolhendo sempre a combinação de estratégias associada à cooperação (C,C), alcançando o maior *payoff* médio.

(2) Falso.

Como o jogo estático só possui um único equilíbrio de Nash, se o jogo for repetido um número <u>finito</u> de vezes, resolvendo o jogo por *indução retroativa*, o resultado sempre será ambos escolherem este equilíbrio não cooperativo (NC, NC) e ambos ganhariam um *payoff* de 1 em cada repetição.

(3) Verdadeiro.

De fato NC é uma estratégia estritamente dominante para cada jogador, logo é uma estratégia dominante.

(4) Falso.

Se os jogadores não sabem quando o jogo vai acabar e se cada um acha que a probabilidade do jogo seguir é maior do que acabar, se eles tiverem uma taxa de desconto baixa (isto é, se eles pensam no futuro), eles vão jogar C, pois o ganho no longo prazo é maior do que desviar.

PROVA DE 2014

Questão 13

Duas empresas estão decidindo se adotam campanhas publicitárias agressivas, em que buscam roubar clientes da concorrente, ou moderadas, em que apenas divulgam seus produtos. Suas recompensas se encontram descritas no jogo abaixo:

Empresa A	**Empresa B**	
	Campanha Agressiva	**Campanha Moderada**
Campanha Agressiva	**-100, -100**	**10, - 10**
Campanha Moderada	**-10, 10**	**0, 0**

Com relação ao jogo acima, indique quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

⓪ Trata-se de um jogo estritamente competitivo.

① No equilíbrio em estratégias mistas, a empresa B faz campanha agressiva com 10% de probabilidade.

② Há dois equilíbrios em estratégias puras.

③ Não há nenhum equilíbrio em estratégias mistas.

④ A recompensa esperada da empresa B é -1.

Resolução

(1) Falso.

Jogos de competição tem as seguintes características: são jogados simultaneamente, onde qualquer aumento no *payoff* de um jogador é exatamente uma diminuição do *payoff* do seu oponente. É o caso dos "*constant (payoff) sum games*" ou o "*matchingpenny*".

Este é um jogo de coexistência, que tenta modelar conflito entre os jogadores: o resultado é um *non-coordination move*. É o exemplo dos jogos "*chicken*" ou do "*hawk-dove*".

(2) Verdadeiro.

Sejam p e q, respectivamente, as probabilidades associadas às escolhas das firmas A e B escolherem uma campanha agressiva. Então as recompensas das empresas A e B são, respectivamente, dadas por:

$$p_A\left(p,\bar{q}\right) = p\bar{q}(-100) + p\left(1-\bar{q}\right)(10) + (1-p)\bar{q}(-10) + (1-p)\left(1-\bar{q}\right)(0) =$$
$$= p\left(-100\bar{q}+10\right) - 10\bar{q}$$

$$p_B\left(\bar{p},q\right)=\bar{p}q\left(-100\right)+\bar{p}\left(1-q\right)\left(-10\right)+\left(1-\bar{p}\right)q\left(10\right)+\left(1-\bar{p}\right)\left(1-q\right)\left(0\right)=$$

$$=q\left(-100\bar{p}+10\right)-10\bar{p}$$

Para a empresa A:

se $-100\bar{q}+10>0 \Leftrightarrow \bar{q}<\dfrac{1}{10}$ então p = 1;

se $-100\bar{q}+10=0 \Leftrightarrow \bar{q}=\dfrac{1}{10}$ então p [0,1];

se $-100\bar{q}+10<0 \Leftrightarrow \bar{q}>\dfrac{1}{10}$ então p = 0.

Para a empresa A:

se $-100\bar{p}+10>0 \Leftrightarrow \bar{p}<\dfrac{1}{10}$ então q = 1;

se $-100\bar{p}+10=0 \Leftrightarrow \bar{p}=\dfrac{1}{10}$ então q [0,1];

se $-100\bar{p}+10<0 \Leftrightarrow \bar{p}>\dfrac{1}{10}$ então q = 0.

Assim, teremos que o equilíbrio de Nash em estratégias mistas será dado por: (p, q) = . $\left(\dfrac{1}{10},\dfrac{1}{10}\right)$. Logo, no equilíbrio de Nash em estratégias mistas a empresa B faz campanha agressiva com 10% de probabilidade.

(3) Verdadeiro.

No desenvolvimento do item anterior, pode-se observar que o jogo possui dois equilíbrios em estratégias mistas degeneradas (ou equilíbrios em estratégias puras):

- que equivale às escolhas das estratégias puras:
(Campanha Agressiva, Campanha Moderada);
- que equivale às escolhas das estratégias puras:
(Campanha Moderada, Campanha Agressiva).

(4) Falso.

Vide a resposta do item (1).

(5) Verdadeiro.

Conforme vimos no item (1), o equilíbrio de Nash em estratégias mistas será dado por: $(p, q) = .\left(\frac{1}{10}, \frac{1}{10}\right)$. Deste modo, temos que:

$$\pi_B\left(\frac{1}{10}, \frac{1}{10}\right) = \frac{1}{10}\left(-100\frac{1}{10} + 10\right) - 10\frac{1}{10} = -1 \cdot$$

PROVA DE 2015

Questão 3

Um Professor Pobre (PP) encontra em um restaurante seu colega de mestrado, o Banqueiro Bem de Vida (BB). Eles pretendem honrar a tradição de repartir a conta ao meio, embora PP priorize a economia de gastos e BB a sofisticação da comida. Cada um pode pedir um prato barato (b) ou caro (c). Os pay-offs da tabela representam a utilidade ordinal dos resultados para ambos. O garçom anota o pedido de BB em primeiro lugar.

		PP	
		c	b
BB	c	2,0	3,1
	b	0,2	1,3

Julgue as proposições abaixo:

⓪ A representação estratégica do jogo sequencial, admitindo que uma estratégia seja definida por uma lista completa de escolhas, nos mostra três equilíbrios de Nash.

① O equilíbrio de Nash perfeito em sub-jogos é definido como {c; bb}={caro; barato caso BB escolha caro, barato caso BB escolha barato}.

② Não surtiria efeito se PP desviasse de seus interesses, em uma ameaça para induzir BB a escolher b.

③ Caso o garçom anote primeiro o pedido de PP, o equilíbrio de Nash perfeito em sub-jogos será definido como {b; bc}.

④ Caso o jogo fosse simultâneo, teríamos um equilíbrio de Nash em estratégias mistas, com PP escolhendo b com probabilidade dois terços.

Resolução:

(0) Falso.

Ao resolver o jogo simultaneamente, é possível observar que a estratégia “b” para o jogador BB é estritamente dominada pela “c” (ou “c” é estritamente dominante) e a estratégia “c” do jogador PP é estritamente dominada pela “b” (ou “b” é estritamente dominante). Portanto, o equilibro de Nash em estratégias puras desse jogo será (c,b), cujo *payoff* é (3,1).

(1) Verdadeira

Neste caso, há que colocar o jogo no formato sequencial (de árvore). Mas quem começa o jogo? Como na questão a pergunta tem como a segunda estratégia "barato caso BB escolha XX", isto quer dizer que o primeiro jogador é o BB. Desta forma, resolvendo o jogo de trás para frente (*backward induction*), PP escolherá barato, tanto se BB escolher "caro" quanto se BB escolher "barato". Antecipando-se a estas respostas do jogador PP, o jogador a BB joga e escolhe "caro". Desta forma, o enunciado está correto e {c; bb} é Equilíbrio de Nash Perfeito de Subjogos.

(2) Verdadeiro.

O interesse de PP será jogar sempre "b", portanto podemos falar que "c" é uma estratégia estritamente dominada para PP. Dessa maneira, qualquer outro conjunto de estratégias que não fosse {bb} não seria crível, portanto, não surtiria efeito.

(3) Falso.

Pela pergunta, observa-se dois fatos: (1) como fala-se em sub-jogo, é, assim, um jogo sequencial; (2) se o garçom anota primeiro o pedido de PP, então é PP que começa o jogo. Resolvendo por *backward induction*, temos que: BB escolhe c, tanto se PP escolher c ou b. E dada a escolha de BB, o melhor que PP pode fazer é jogar b. Portanto {b; cc} o Equilíbrio de Nash Perfeito de Subjogos.

(4) Falso.

Como já observamos anteriormente (item(0)), cada um dos jogadores possui uma estratégia estritamente dominante. No caso de BB é "c" e no caso de PP é "b". Se o jogo fosse simultâneo cada jogador escolheria a sua estratégia estritamente dominante. Esta seria a estratégia mista, que é chamada de degenerada.

Se p é a probabilidade de BB jogar c e q a probabilidade de PP jogar c, então Equilíbrio de Nash Mista é igual ao em estratégia Pura, onde p = 1 e q = 0.

Questão 13

Seja um jogo estritamente competitivo em um mercado com apenas duas empresas, em que a empresa 1 pode adotar uma entre quatro estratégias de vendas possíveis: A, B, C e D; e a empresa 2 também pode adotar uma entre quatro estratégias de vendas possíveis: R, S, T e U. A parcela de mercado da empresa 1 se encontra descrita na tabela abaixo, de acordo com a estratégia de venda que ela e a empresa 2 escolherem. Responda qual será a parcela de mercado da empresa 2 no ponto de sela, expressando o valor em percentagem.

Empresa 1	**Empresa 2**			
	R	**S**	**T**	**U**

A	**10**	**20**	**15**	**30**
B	**40**	**30**	**50**	**55**
C	**35**	**25**	**20**	**40**
D	**25**	**15**	**35**	**60**

Resolução:

A resposta é 70.

Em Teoria dos Jogos, um **ponto de sela** corresponde a uma situação onde se tem uma combinação de estratégias puras que represente o equilíbrio de Nash do jogo.

"Market share" (participação de mercado) diz que, somando a participação de cada firma, o total corresponde a 100%. Assim, se há duas firmas e se a tabela acima apresenta as participações da firma A, o complemento corresponde a B. Desta forma, escrevendo a representação bi-matricial do jogo do enunciado, tem-se os seguintes *payoffs*:

Empresa 1	Empresa 2			
	R	S	T	U
A	10 , 90	20, 80	15 , 85	30 , 70
B	40, 60	30 , 70	50 , 50	55 , 45
C	35 , 65	25 , 75	20 , 80	40 , 60
D	25 , 75	15 , 85	35 , 65	60 , 40

Note que o ponto de sela está associado à combinação de estratégias (B,S), que resulta em um *payoff* igual a 30 para a empresa 1 e em um *payoff* igual a 70 para a empresa 2.

PROVA DE 2006

Questão 7

Considere uma economia de troca pura, com dois bens, x e y, e dois indivíduos, A e B, com preferências bem comportadas. Avalie as afirmativas:

⓪ Para os dois indivíduos, qualquer ponto na curva de contrato é preferível a uma dotação original não eficiente.

① A Lei de Walras afirma que o valor da demanda agregada excedente é idêntico a zero para qualquer vetor de preços possível e não apenas para o vetor de preços relativos que configura o equilíbrio geral.

② Sendo $U_A(x,y) = xy$ e $U_B(x,y) = \sqrt{xy}$ as funções de utilidade, respectivamente, de A e B, a curva de contrato será uma linha reta.

③ Em uma alocação Eficiente de Pareto, é possível que A e B estejam pior do que em outra alocação não eficiente.

④ A Fronteira de Possibilidades de Utilidade apresenta, no espaço "consumo de A – consumo de B", todas as informações contidas na curva de contrato.

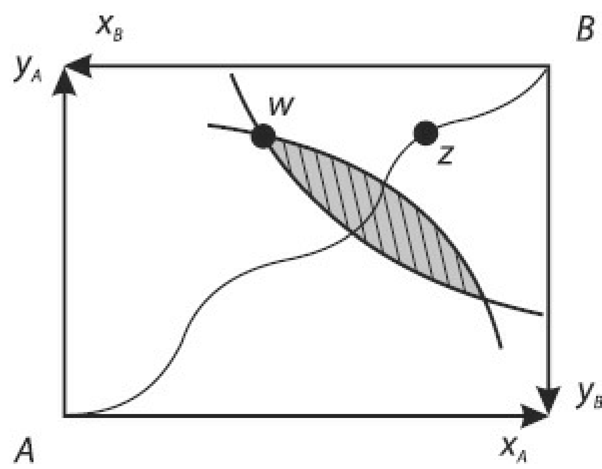
Resolução:

(0) Falso.

Não necessariamente. Imagine uma dotação original não eficiente (fora da curva de contrato), como o ponto w. Imagine também que, associada a esta dotação não eficiente, tenha um subconjunto da curva de contrato em que valha a pena haver troca. Este é chamado de núcleo da curva de contrato.

Imagine agora uma alocação que esteja sob a curva de contrato, porém fora deste núcleo, como o ponto z. Nesta alocação, embora faça parte do conjunto de pontos eficientes de Pareto desde a dotação original não eficiente, um agente certamente melhorará de situação, mas não o outro.

Dessa forma, é possível que, para um dos agentes (no caso para o indivíduo A), uma alocação associada à dotação original não eficiente seja preferível, mas não seria verdade fazer esta afirmativa para todos.



(1) Verdadeiro.

A função excesso de demanda de um agente j por uma mercadoria i (e_j^i) é a diferença entre o que ele deseja consumir do bem i ($x_j^i(p)$) e o que ele inicialmente possui (w_j^i): $e_j^i = x_j^i(p) - w_j^i$, onde: p é um vetor de preços.

Assim, a função da mercadoria excedente agregada para a mercadoria i é definida como sendo a soma das funções excesso de demanda de todos os agentes em uma economia, isto é , ela é dada por: $Z_i(p) = \sum_j e_j^i(p)$.

A Lei de Walras estabelece que: $\sum_i p_i Z_i(p) \equiv 0, p$. Ou seja, a Lei de Walras afirma que o valor da demanda excedente agregada é zero para todos os preços.

Suponha que tivéssemos duas alocações (tais que x_i demanda e w_i dotação). A demanda excedente seria: $e_i = (x_i - w_i)$. Logo, para cada bem j, observamos que: $\sum_{i=1}^{N} x_j^i = \sum_{i=1}^{N} w_j^i$, onde i é igual ao número de indivíduos. É o *market clearing* para cada bem. De outra forma: $\sum_{i=1}^{N} e_j^i = 0 \Rightarrow$ que é o excesso de demanda excedente agregada.

A Lei de Walras diz que: O valor do excesso de demanda excedente agregada é ≡ 0, isto é, $\sum_{i=1}^{N} p_j e_j \equiv 0\ p_j$.

(2) Verdadeiro.

Dadas $U_A(x,y) = xy \ e \ U_B(x,y) = \sqrt{xy}$, a utilidade de B é uma transformação monotônica da utilidade de A. A curva de contrato tem que respeitar a seguinte "restrição": $TMgS_A = TMgS_B = \frac{p_x}{p_y}$. Neste caso particular, em que cada bem, para cada indivíduo, tem o mesmo peso, a forma da TMgS de cada indivíduo coincide: $TMgS_A = \frac{y^A}{x^A}$ para o indivíduo A e

$TMgS_B = \frac{y^B}{x^B}$ para o indivíduo B. Assim, a curva de contrato será uma reta definida por $\frac{y}{x} = \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow y = \frac{p_x}{p_y}x.$

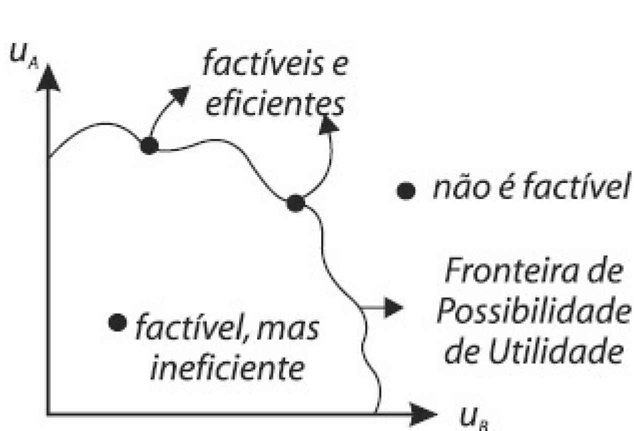
(3) Falso.

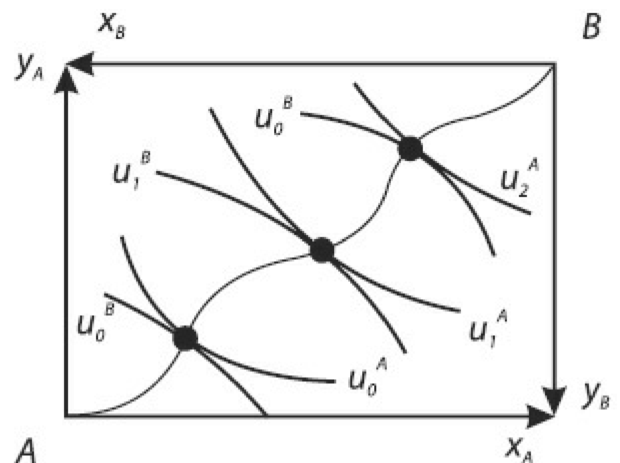
Por definição, isso não pode ocorrer. Ou seja, em uma alocação eficiente de Pareto não é possível que A e B estejam pior do que em outra alocação não eficiente.

(4) Falso.

De fato, a Fronteira de Possibilidades de Utilidade apresenta todas as informações contidas na curva de contrato, pois reúne os pontos eficientes de Pareto. Contudo, o espaço em que ela é desenhada é "utilidade de A – utilidade de B".

Os pontos dentro desta fronteira indicam os pontos factíveis, porém ineficientes, pois através das trocas pelo menos um indivíduo melhora o seu bem-estar sem piorar o do outro. Já os pontos fora desta fronteira indicam pontos não factíveis dadas as dotações iniciais.





Questão 15

Considere um modelo de equilíbrio geral de troca pura com dois indivíduos: A e B, e dois bens: x e y. São dotações iniciais de A: x = 10 e y = 2,5; e dotações iniciais de B: x = 10 e y = 20. As funções de utilidade de A e B são: $U_A(x, y) = 2x^{0,2} y^{0,3}$ e $U_B(x, y) = 3x^{0,5} y^{4,5}$, respectivamente. Se fixarmos o preço do bem x em 1 unidade monetária, qual será o preço do bem y no equilíbrio competitivo?

Resolução:

1º passo A: encontrar as demandas ótimas:

$$\begin{cases} x_A^* = \dfrac{0,2M_A}{0,5p_x} = \dfrac{2M_A}{5p_x} \\ y_A^* = \dfrac{0,3M_A}{0,5p_y} = \dfrac{3M_A}{5p_y} \end{cases} \qquad \begin{cases} x_B^* = \dfrac{0,5M_B}{5p_x} = \dfrac{0,1M_B}{p_x} \\ y_B^* = \dfrac{4,5M_B}{5p_y} = \dfrac{0,9M_B}{p_y} \end{cases}$$

***1º passo B**:* encontrar o valor das dotações:

$$M_A = p_x w_x^A + p_y w_y^A = p_x 10 + p_y 2,5$$
$$M_B = p_x w_x^B + p_y w_y^B = p_x 10 + p_y 20$$

***1º passo C**:* substituir M_A e M_B nas demandas ótimas:

$$\begin{cases} x_A^* = \dfrac{2(p_x 10 + p_y 2,5)}{5p_x} = 4 + \dfrac{p_y}{p_x} \\ y_A^* = \dfrac{3(p_x 10 + p_y 2,5)}{5p_x} = 6\dfrac{p_x}{p_y} + 1,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_B^* = \dfrac{0,1(p_x 10 + p_y 20)}{p_x} = 1 + 2\dfrac{p_y}{p_x} \\ y_B^* = \dfrac{0,9(p_x 10 + p_y 20)}{p_y} = 9\dfrac{p_x}{p_y} + 18 \end{cases}$$

***2º passo**:* equilíbrio walrasiano em ambos os mercados:

(1) $x_A + x_B = w_x{}^A + w_x{}^B$

(2) $y_A + y_B = w_y{}^A + w_y{}^B$

(1) $\left[4 + \dfrac{p_y}{p_x}\right] + \left[1 + 2\dfrac{p_y}{p_x}\right] = 10 + 10$

$$3\frac{p_y}{p_x} = 15 \Rightarrow \frac{p_y}{p_x} = 5$$

(2) $\left[6\dfrac{p_x}{p_y} + 1,5\right] + \left[9\dfrac{p_x}{p_y} + 18\right] = 2,5 + 20$

$$15\frac{p_x}{p_y} = 3 \Rightarrow \frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{5}$$

3º passo: substituir o preço relativo nas demandas ótimas:

$$x_A^* = 09 \text{ e } x_B^* = 11 \quad x_A^* + x_B^* = 20 = \sum w_x$$

$$y_A^* = 2{,}7 \text{ e } y_B^* = 19{,}8 \quad y_A^* + y_B^* = 22{,}5 = \sum w_y$$

Resposta: como $p_x = 1$ $p_y = 5$.

PROVA DE 2007

Questão 7

Os pais de João e Maria viajaram, deixando várias fatias de pizza e latas de refrigerante, com instruções acerca de como João e Maria terão de alocar as fatias de pizza e latas de refrigerante entre si, a partir de uma caixa de Edgeworth. Dada essa situação, julgue as proposições:

⓪ Se os pais decidirem alocar todas as fatias e latas para Maria e nada para João, sendo que tanto João como Maria preferem sempre mais a menos quando se trata de pizza e refrigerante, a alocação terá sido Pareto-ineficiente.

① Se os pais alocarem as fatias e as latas de tal forma que as taxas marginais de substituição sejam diferentes, sobrarão latas e fatias e, assim, haverá desperdício.

② Os pais alocaram todas as fatias de pizza e latas de refrigerante de tal forma que tanto João como Maria ganharam fatias de pizza e latas de refrigerante, mas Maria tem mais latas de refrigerante do que gostaria, dadas as fatias de pizza que recebeu, e João tem mais fatias de pizza do que gostaria, dada a quantidade de refrigerante que seus pais lhe deixaram. Ainda assim, pode ocorrer que a alocação inicial tenha sido Pareto-eficiente.

③ Ao negociarem, a partir de uma alocação inicial que não foi eficiente, mesmo os dois sendo racionais e preferindo mais a menos, pode ocorrer que João ou Maria acabem com um nível de satisfação inferior ao da alocação inicial.

④ João e Maria reuniram-se com grande número de colegas, que podem trocar seus estoques de fatias de pizza e latas de refrigerante em um mercado competitivo, no qual o preço é anunciado por um leiloeiro que não participa das trocas. O equilíbrio walrasiano que será assim alcançado dependerá das dotações iniciais de cada criança.

Resolução:

(0) Falso.

Tal alocação será Pareto-eficiente, pois só é possível melhorar João piorando Maria. Por definição, este é um ponto (tudo, zero) que está sob a curva de contrato (curva que reúne todos os pontos eficientes de Pareto).

(1) Falso.

Como as TMgS são diferentes entre os indivíduos, há espaço para as trocas, o que não quer dizer que haverá desperdício. De forma geral, se as preferências forem estritamente convexas, não haverá desperdício quando todas as trocas tiverem finalizado, de modo que a soma das demandas se iguale à soma das dotações (oferta).

(2) Falso.

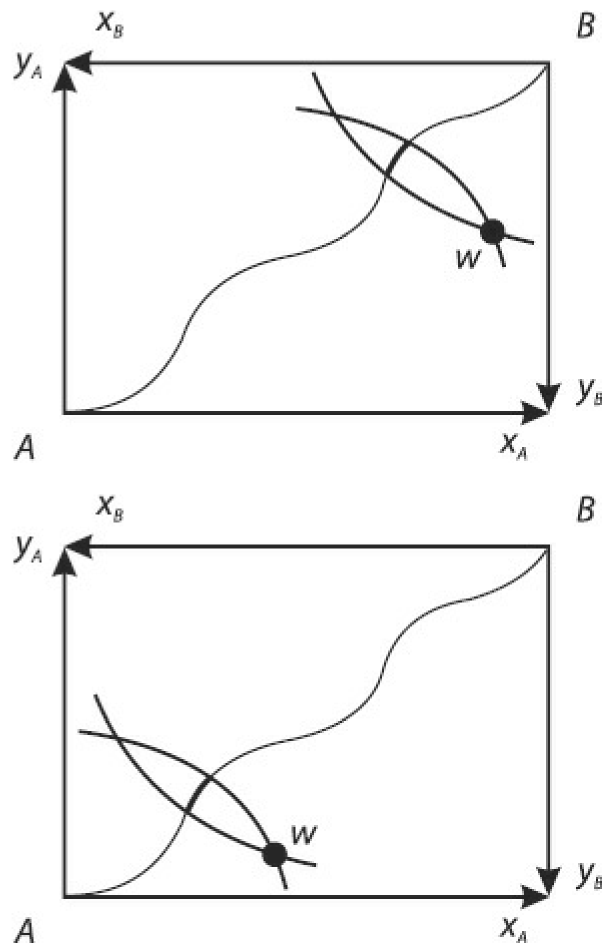
Não. Se $TMgS_M \neq TMgS_J$ é possível que pelo menos um deles melhore a sua situação, sem piorar a situação do outro indivíduo. Logo, a alocação inicial não era Pareto-eficiente. Em particular, haveria melhora se Maria trocasse latas por pizzas com João.

(3) Falso.

Não. Neste caso não haveria incentivo a trocas. Pela definição de "melhora no sentido de Pareto", um indivíduo não pode melhorar piorando o outro. Se isso ocorrer é porque a situação inicial era de fato Pareto-eficiente.

(4) Verdadeiro.

Por definição, a alocação final em um equilíbrio competitivo, juntamente com o sistema de preços, dependerá das dotações iniciais de cada criança. Em outras palavras, o núcleo da curva de contrato (local sujeito a trocas) é definido a partir das dotações iniciais.



Questão 8

Considere uma economia com dois agentes, A e B, e dois bens, 1 e 2. Os agentes têm a mesma função de utilidade, $u_A(x_1, x_2) = u_B(x_1, x_2) = \ln(x_1) + x_2$, mas diferem em suas dotações iniciais: o agente A tem dotação inicial $e_{eA} = (2,1)$ e o agente B, $e_{eB} = (3,4)$. Os preços dos bens 1 e 2 são dados por p_1 e p_2, respectivamente. Com base nesses dados, julgue as afirmativas:

⓪ O conjunto factível é [2,4] × [2,4].

① As dotações iniciais constituem uma alocação Pareto-eficiente.

② A alocação $\{(x_1^A, x_2^A),(x_1^B, x_2^B)\} = \left\{\left(\frac{5}{2},0\right),\left(\frac{5}{2},5\right)\right\}$ é Pareto-eficiente.

③ A alocação $\{(x_1^A, x_2^A),(x_1^B, x_2^B)\} = \left\{\left(\frac{5}{2},\frac{4}{5}\right),\left(\frac{5}{2},\frac{21}{5}\right)\right\}$ e o vetor de preços $(p_1,p_2) = \left(\frac{2}{5},1\right)$ constituem um equilíbrio walrasiano.

④ O ganho social proveniente das trocas entre os agentes nessa economia é igual a $\ln\left(\frac{25}{24}\right)$.

Resolução:

(0) Falso.

O conjunto factível é o plano cartesiano [0,5] × [0,5].

(1) Falso.

1º passo A: encontrar as demandas ótimas das preferências quase lineares:

$$\begin{cases} x_1^{A^*} = \dfrac{p_2}{p_1} \\ x_2^{A^*} = \dfrac{M_A}{p_2} - 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1^{B^*} = \dfrac{p_2}{p_1} \\ x_2^{B^*} = \dfrac{M_B}{p_2} - 1 \end{cases}$$

1º passo B: encontrar o valor das dotações:

$M^A = 2p_1 + p_2$

$M^B = 3p_1 + 4p_2$

1º passo C: substituir, M_A e M_B nas demandas ótimas:

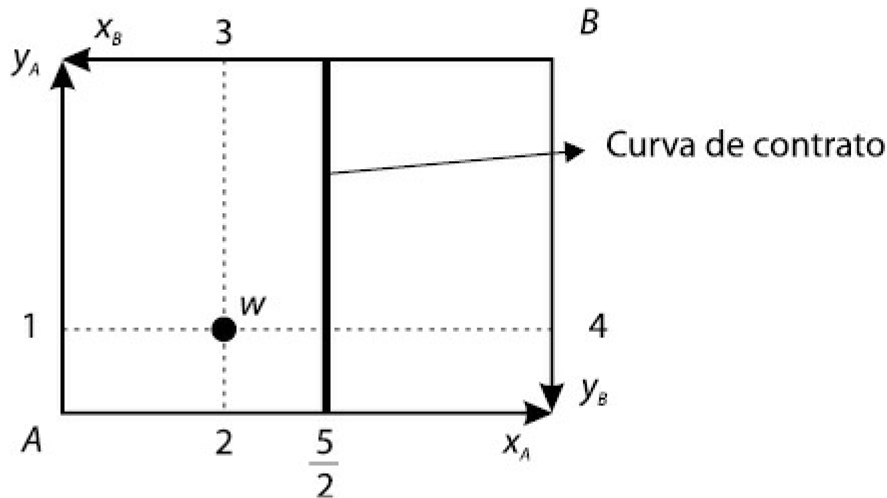
$$x_1^A = x_1^B = \frac{p_2}{p_1}$$

$$\begin{cases} x_2^A = \dfrac{2p_1 + p_2}{p_2} - 1 = \dfrac{2p_1 + p_2 - p_2}{p_2} = \dfrac{2p_1}{p_2} \\ x_2^B = \dfrac{3p_1 + 4p_2}{p_2} - 1 = \dfrac{3p_1 + 4p_2 - p_2}{p_2} = \dfrac{3p_1 + 3p_2}{p_2} = \dfrac{3p_1}{p_2} + 3 \end{cases}$$

Como $x_1^A + x_1^B = w_x^A + w_x^B \Rightarrow \dfrac{2p_2}{p_1} = 5 \Rightarrow \dfrac{p_2}{p_1} = \dfrac{5}{2}$

$$\begin{cases} x_1^A = x_1^B = \dfrac{5}{2} \\ x_2^A = \dfrac{4}{5} \\ x_2^B = \dfrac{6}{5} + 3 = \dfrac{21}{5} \end{cases}$$

Assim, as dotações iniciais não constituem uma alocação Pareto-eficiente, pois o ponto (w^A, w^B) não faz parte da curva de contrato.



(2) Verdadeiro.

A alocação dada é uma solução eficiente de Pareto especial, pois é uma solução de canto. Mas esta alocação está sob a curva de contrato.

(3) Verdadeiro.

Pelo desenvolvimento realizado anteriormente é possível verificarmos que a alocação $\left\{\left(x_1^A, x_2^A\right), \left(x_1^B, x_2^B\right)\right\} = \left\{\left(\frac{5}{2}, \frac{4}{5}\right), \left(\frac{5}{2}, \frac{21}{5}\right)\right\}$ e o vetor de preços $(p_1, p_2) = \left(\frac{2}{5}, 1\right)$ constituem um equilíbrio walrasiano.

(4) Verdadeiro.

Ganho = $(U_A^* - U_A^w) + (U_B^* - U_B^w)$

Usando $\left\{\left(x_1^A, x_2^A\right), \left(x_1^B, x_2^B\right)\right\} = \left\{\left(\frac{5}{2}, \frac{4}{5}\right), \left(\frac{5}{2}, \frac{21}{5}\right)\right\}$ temos que:

$$\text{Ganho} = \left\{\left[\ln\left(\frac{5}{2}\right) + \frac{4}{5}\right] - [\ln(2) + 1]\right\} + \left\{\left[\ln\left(\frac{5}{2}\right) + \frac{21}{5}\right] - [\ln(3) + 4]\right\} = \ln\left(\frac{25}{24}\right).$$

PROVA DE 2008

Questão 7

Considere uma economia de troca pura em que todas as preferências são contínuas e monotônicas. Julgue as afirmações:

⓪ Uma alocação factível é Pareto-eficiente se não existir outra realocação possível que melhore o bem-estar de um agente sem piorar o dos demais.

① O Segundo Teorema do Bem-Estar diz que todo equilíbrio de Walras é Pareto-eficiente.

② Se a alocação A é Pareto-eficiente e a alocação B não é, então não existe agente que esteja melhor na alocação B que na alocação A.

③ Considere dois bens e dois agentes, A e B, com utilidades $U_A (x_A, y_A) = 3x_A + y_A$ e $U_B (x_B, y_B) = x_B + 3y_B$, respectivamente, e dotações iniciais $e_A = e_B = (3, 3)$. Os subíndices A e B indicam a que agentes a cesta se refere. Se $\{(x_A, y_A), (x_B, y_B)\}$ é uma alocação Pareto-eficiente, então as taxas marginais de substituição são iguais.

④ O Segundo Teorema do Bem-Estar implica que os problemas de distribuição e de eficiência podem ser separados.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Por definição, uma dotação é eficiente de Pareto quando não é possível melhorar a situação (utilidade) de um indivíduo sem piorar pelo menos a de outro.

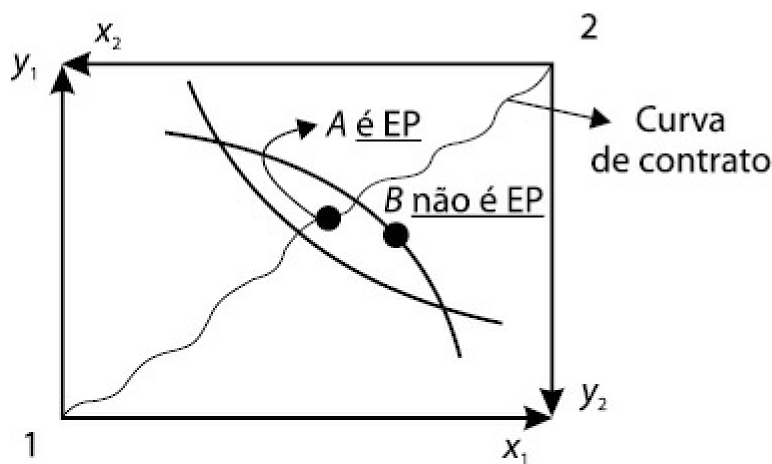
(1) Falso.

Este é o Primeiro Teorema do Bem-Estar Social.

De acordo com o Segundo Teorema do Bem-Estar é possível que uma alocação Pareto-eficiente possa vir a ser alcançada por meio de um equilíbrio competitivo (ou walrasiano), desde que as preferências dos agentes sejam convexas e que seja possível fazer realocações das dotações individuais.

(2) Falso.

É possível que um agente esteja melhor em uma alocação não eficiente do que em uma alocação que é eficiente. O que não é possível é que todos os agentes estejam melhores em uma alocação que não é eficiente comparativamente a uma alocação que seja eficiente.



(3) Falso.

Embora, em geral, seja correto afirmar que "se $\{(x_A, y_A), (x_B, y_B)\}$ for uma alocação Pareto-eficiente, então as taxas marginais de substituição são iguais", para as utilidades tipo substitutos perfeitas, dadas na questão, as taxas marginais de substituição são diferentes. Isto é, $TMgS_A = \frac{UMg_x}{UMg_y} = \frac{3}{1} \neq TMgS_B = \frac{UMg_x}{UMg_y} = \frac{1}{3}$.

(4) Verdadeiro.

Pelo Segundo Teorema do Bem-Estar, um equilíbrio eficiente pode também ser **justo** se as preferências forem convexas e se o governo puder distribuir as dotações. Em outras palavras, o Segundo Teorema do Bem-Estar implica que os problemas de distribuição e de eficiência podem ser separados.

Uma alocação justa é quando ela é ao mesmo tempo Eficiente de Pareto e equitativa (quando um indivíduo não inveja a cesta do outro).

PROVA DE 2009

Questão 6

Considere uma economia de troca pura com dois bens e dois agentes, A e B. Os agentes A e B possuem a mesma utilidade $u(x, y) = \sqrt{xy}$. Julgue as afirmativas abaixo:

⓪ Se a dotação inicial de A é e_A = (4,1) e a de B é e_B = (16,4), então a alocação formada pelas cestas f_A = (4,1) (para o agente A) e f_B = (16,3) (para o agente B) é Pareto-eficiente.

① Se a dotação inicial de A é e_A = (4,1) e a de B é e_B = (16,4), então a curva de contrato no plano x – y é dada pela função $y = \sqrt{x} - 1$.

② Se a dotação inicial de A é e_A = (4,2) e a de B é e_B = (2,4), então, no equilíbrio walrasiano, os preços relativos são iguais à unidade.

③ Se a dotação inicial de A é e_A = (4,2) e a de B é e_B = (2,4), então a alocação de equilíbrio walrasiano é dada pelas cestas g_A = (3,3) (para o agente A) e g_B = (3,3) (para o agente B).

④ Se a dotação inicial de A é e_A = (2,2) e a de B é e_B = (6,6), então a alocação de equilíbrio walrasiano é dada

pelas cestas $h_A = (4,4)$ (para o agente A) e $h_B = (4,4)$ (para o agente B).

Resolução:

(0) Falso.

Em se tratando de preferências que podem ser representadas por meio de funções de utilidade do tipo Cobb-Douglas (em que os bens têm o mesmo peso), teremos que as alocações Pareto-eficientes requeiram que: $TMgS_A = TMgS_B = \frac{y}{x}$.

No entanto, se considerarmos as alocações dadas no enunciado, teremos que:

$$TMgS_A = \frac{1}{4} \neq \frac{3}{16} = TMgS_B.$$

Então, a alocação formada pelas cestas $f_A = (4,1)$ (para o agente A) e $f_B = (16,3)$ (para o agente B) não é Pareto-eficiente.

Se as preferências não fossem do tipo Cobb-Douglas (com o mesmo peso para os bens), teríamos que resolver o problema de forma a encontrar as cestas ótimas, tal como foi feito no item (2) desta mesma questão.

(1) Falso.

Como as preferências dos agentes são do tipo Cobb-Douglas, temos que a curva de contrato será uma linha reta. Dado que a soma das dotações das mercadorias é tal que para cada quatro unidades da mercadoria y temos uma unidade da mercadoria x, temos $y = \frac{1}{4}x$

(2) Verdadeiro.

Sabendo-se que os agentes A e B possuem a mesma utilidade $u(x,y) = \sqrt{xy}$ e a dotação inicial de A é $e_A = (4,2)$ e a de B é $e_B = (2,4)$.

1º passo A: encontrar as demandas ótimas:

$$\begin{cases} x_A^* = \dfrac{0,5M_A}{p_x} \\ y_A^* = \dfrac{0,5M_A}{p_y} \end{cases} \qquad \begin{cases} x_B^* = \dfrac{0,5M_B}{p_x} \\ y_B^* = \dfrac{0,5M_B}{p_y} \end{cases}$$

1º passo B: encontrar o valor das dotações:

$M_A = 4p_x + 2p_y$

$M_B = 2p_x + 4p_y$

1° passo C: substituindo M_A e M_B nas demandas ótimas, teremos:

$$\begin{cases} x_A^* = \dfrac{0,5(4p_x + 2p_y)}{p_x} = 2 + \dfrac{p_y}{p_x} \\ y_A^* = \dfrac{0,5(4p_x + 2p_y)}{p_y} = 2\dfrac{p_x}{p_y} + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_B^* = \dfrac{0,5(2p_x + 4p_y)}{p_x} = 1 + 2\dfrac{p_y}{p_x} \\ y_B^* = \dfrac{0,5(2p_x + 4p_y)}{p_y} = 2 + \dfrac{p_x}{p_y} \end{cases}$$

Desse modo, equilibrando o mercado do bem x (*market clearing*) obtemos:

$$x_A + x_B = w_x^A + w_x^B \Rightarrow \left(2 + \frac{p_y}{p_x}\right) + \left(1 + 2\frac{p_y}{p_x}\right) = 6 \Rightarrow \frac{p_y}{p_x} = 1$$

(3) Verdadeiro.

Com os dados da questão anterior (item 2), obtemos as seguintes demandas ótimas:

$x_A^* = 3$ e $x_B^* = 3$

$y_A^* = 3$ e $y_B^* = 3$

(4) Falso.

Repete o exercício dos itens anteriores, considerando as novas dotações.

Sabendo-se que os agentes *A* e *B* possuem a mesma utilidade $u(x, y) = \sqrt{xy}$ e a dotação inicial de *A* é $e_A = (2,2)$ e a de *B* é $e_B = (6,6)$, as demandas ótimas serão obtidas por:

$$\begin{cases} x_A^* = \dfrac{0,5(2p_x + 2p_y)}{p_x} = 1 + \dfrac{p_y}{p_x} \\ y_A^* = \dfrac{0,5(2p_x + 2p_y)}{p_y} = 1 + \dfrac{p_x}{p_y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_B^* = \dfrac{0,5(6p_x + 6p_y)}{p_x} = 3 + 3\dfrac{p_y}{p_x} \\ y_B^* = \dfrac{0,5(6p_x + 6p_y)}{p_y} = 3 + 3\dfrac{p_x}{p_y} \end{cases}$$

Desse modo, equilibrando o mercado do bem x:

$$x_A + x_B = w_x^A + w_x^B \Rightarrow \left(1 + \frac{p_y}{p_x}\right) + \left(3 + 3\frac{p_y}{p_x}\right) = 8 \Rightarrow \frac{p_y}{p_x} = 1$$

Assim, obtemos as demandas ótimas (que são as dotações iniciais!).

$x_A^* = 2$ e $y_B^* = 2$

$x_B^* = 6$ e $y_B^* = 6$

Questão 7

Considere dois sujeitos, X e Y, cuja satisfação com o consumo de um bem depende não apenas do quanto o próprio indivíduo consome, mas o quanto o outro indivíduo consome também. A utilidade do indivíduo X é dada por $U_X = Q_X - Q_Y^2$. Da mesma forma, a utilidade do indivíduo Y é dada por $U_Y = Q_Y - Q_X^2$, em que Q_X e Q_Y são as quantidades consumidas do bem pelos consumidores X e Y, respectivamente. Suponha que existam quatro unidades do produto, para serem distribuídas entre o indivíduo X e o indivíduo Y. Julgue as seguintes afirmações:

⓪ Se os dois indivíduos consumirem metade da quantidade disponível, teremos um ótimo de Pareto.

① Se, por acidente, três unidades do produto se perdem e o restante é dividido igualmente, então há um melhoramento de Pareto.

② Para que a soma das utilidades fosse maximizada com uma distribuição igual dos bens, o montante do produto que deveria ser descartado é zero.

③ Se fosse possível descartar um pouco do produto, e dividir o restante, eles deveriam descartar uma unidade para maximizar as suas utilidades.

④ Esta é uma situação em que existem externalidades positivas no consumo.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Segundo o enunciado, suponha que existam quatro unidades do produto, para serem distribuídas entre o indivíduo *X* e o indivíduo *Y*. Assim, notemos que a utilidade de cada um pode ser expressa da seguinte forma:

$$Q_X = \left(\frac{1}{2}\right)4 = 2$$

$$Q_Y = \left(\frac{1}{2}\right)4 = 2$$

$U_X = 2 - 2^2 = -2$

$U_Y = 2 - 2^2 = -2$

Em uma alocação ótima de Pareto, um indivíduo não pode melhorar sem piorar pelo menos outra pessoa. É fácil notar que, para que alguém melhore ($U_X\uparrow$), o outro terá que piorar ($U_Y\downarrow$). Desta forma, a alocação é ótima de Pareto.

(1) Verdadeiro.

Se, por acidente, três unidades do produto se perdem, só haverá uma unidade para ser repartida entre os dois. Neste caso, a utilidade de cada um será:

$$Q_X = \left(\frac{1}{2}\right)1 = \frac{1}{2}$$

$$Q_Y = \left(\frac{1}{2}\right)1 = \frac{1}{2}$$

$U_X = 0{,}5 - 0{,}25 = 0{,}25$

$U_Y = 0{,}5 - 0{,}25 = 0{,}25$

Comparativamente à situação anterior, houve um melhoramento da alocação ótima de Pareto, pois ambos os agentes melhoraram a sua utilidade, sem piorar a do outro.

(2) Falso.

Para que a soma das utilidades seja maximizada, temos que resolver o seguinte problema:

$$Max \sum_{i=X,Y} U_i \Leftrightarrow Max(Q_X - Q_Y^2 + Q_Y - Q_X^2)$$

Pelas Condições de Primeira Ordem (CPO), encontramos as quantidades de X e Y a serem consumidas:

$$1 - 2Q_X = 0 \Rightarrow Q_X = \frac{1}{2}$$

$$1 - 2Q_Y = 0 \Rightarrow Q_Y = \frac{1}{2}.$$

Assim, o montante do produto que deveria ser descartado é o quanto há de produto menos a demanda ótima de cada indivíduo. Logo, o montante do produto que deveria ser descartado é três: $4 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 3.$

(3) Falso.

Este item é relacionado ao anterior, em que eles deveriam descartar três unidades.

(4) Falso.

Se houvesse externalidade positiva, teríamos que o consumo de um agente afetaria de forma positiva a demanda de utilidade do outro, isto é: $\frac{dU_X}{dQ_Y} > 0$ e $\frac{dU_y}{dQ_x} > 0$. Mas o que ocorre é justamente o oposto. Portanto o que há é externalidade negativa no consumo de cada um.

PROVA DE 2010

Questão 8

Julgue as afirmações abaixo de acordo com o modelo de equilíbrio geral com trocas simples:

⓪ A Lei de Walras afirma que o valor da demanda excedente agregada é zero para todos os preços.

① Em um sistema de equilíbrio geral de trocas simples, são determinados os preços relativos e absolutos.

② Considere uma economia de troca pura com dois agentes e dois bens, em que o agente A tem utilidade $u_A(x, y) = x^{2/3}y^{1/3}$ e dotação inicial $\omega_A = (4,8)$, o agente B tem utilidade $u_B(x, y) = x^{1/3}y^{2/3}$ e dotação inicial $\omega_B = (8,4)$ e em que x e y denotam quantidades dos bens. Então, é justa a alocação que dá ao agente A a cesta $f_A = (6,6)$ e ao agente B a cesta $f_B = (6,6)$.

③ O pressuposto de demanda excedente agregada contínua não depende da condição de que os consumidores sejam pequenos em relação ao tamanho do mercado.

④ Considere a mesma economia do item (2). Então, a alocação que dá ao agente A a cesta $\phi_A = (12,12)$ e ao agente B a cesta $\phi_B = (0,0)$ é Pareto-eficiente.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

A função excesso de demanda de um agente j por uma mercadoria i (e_j^i) é a diferença entre o que ele deseja consumir do bem i ($x_j^i(p)$) e o que ele inicialmente possui (w_j^i): $e_j^i = x_j^i(p) - w_j^i$, onde: p é um vetor de preços.

Assim, a função da mercadoria excedente agregada para a mercadoria i é definida como sendo a soma das funções excesso de demanda de todos os agentes em uma economia, isto é, ela é dada por: $Z_i(p) = \sum_j e_j^i(p)$.

A Lei de Walras estabelece que: $\sum_i p_i Z_i(p) \equiv 0, p$. Ou seja, a Lei de Walras afirma que o valor da demanda excedente agregada é zero para todos os preços.

(1) Falso.

Em um sistema de equilíbrio geral, seja com trocas simples ou com a inclusão do lado da oferta (a produção), somente os preços relativos são determinados.

(2) Falso.

Sabendo-se que:

- o agente A tem utilidade $u_A(x, y) = x^{2/3}y^{1/3}$ e dotação inicial $\omega_A = (4,8)$; e
- o agente B tem utilidade $u_B(x, y) = x^{1/3}y^{2/3}$ e dotação inicial $\omega_B = (8,4)$;

onde: x e y denotam quantidades dos bens.

Teremos que as demandas ótimas serão dadas por:

$$\begin{cases} x_A^* = \dfrac{(2/3)M_A}{p_x} = \dfrac{(2/3)(4p_x + 8p_y)}{p_x} = \dfrac{8}{3} + \dfrac{16}{3}\dfrac{p_y}{p_x} \\ y_A^* = \dfrac{(1/3)M_A}{p_y} = \dfrac{(1/3)(4p_x + 8p_y)}{p_y} = \dfrac{4}{3}\dfrac{p_x}{p_y} + \dfrac{8}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_B^* = \dfrac{(1/3)M_B}{p_x} = \dfrac{(1/3)(8p_x + 4p_y)}{p_x} = \dfrac{8}{3} + \dfrac{4}{3}\dfrac{p_y}{p_x} \\ y_B^* = \dfrac{(2/3)M_B}{p_y} = \dfrac{(2/3)(8p_x + 4p)}{p_y} = \dfrac{16}{3}\dfrac{p_x}{p_y} + \dfrac{8}{3} \end{cases}$$

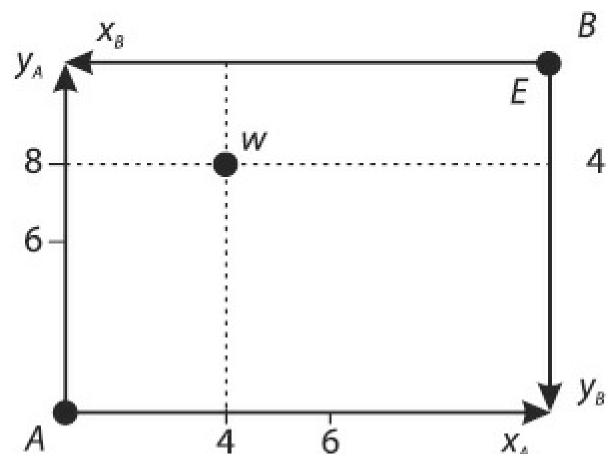
Desse modo, equilibrando o mercado do bem x (isto é, fazendo o *market clearing*), teremos:

$$\sum x = \sum w^x \Rightarrow \left(\frac{8}{3} + \frac{4}{3}\frac{p_y}{p_x}\right) = 12 \Rightarrow \frac{p_y}{p_x} = 1$$

Assim:

$x_A^* = 8$ e $y_A^* = 4$

$x_B^* = 4$ e $y_B^* = 8$



Note que cada agente estaria melhor se estivesse com a dotação do outro. Além disso, uma

alocação para ser **justa** não precisa ser simétrica (f_A = (6,6) e f_B = (6,6)), como sugere o enunciado. Uma alocação justa é quando ela é equitativa e eficiente de Pareto (EP). A cesta simétrica dada não é EP e não é equitativa (quando nenhum agente prefere a cesta de bens do outro à sua própria), uma vez que f_A = (8,4) e f_B = (4,8) são as cestas ótimas e EP.

(3) Anulada.

Uma das hipóteses do Teorema do Ponto Fixo de Brouwer – usado para demonstrar a existência de um equilíbrio competitivo – é que as funções de demanda excedente agregada sejam contínuas. No entanto, como estamos em um mercado competitivo, em que cada consumidor é muito pequeno com relação ao mercado, a função demanda excedente agregada é não descontínua. Portanto, esta questão deveria ser verdadeira.

(4) Verdadeiro.

As preferências do tipo Cobb-Douglas não são definidas nos eixos. No entanto, de forma geral, a alocação que dá ao agente A a cesta φ_A = (12,12) e ao agente B a cesta φ_B = (0,0) é Pareto-eficiente, pois só é possível melhorar o agente B piorando o agente A.

PROVA DE 2011

Questão 4

Sobre a teoria do bem-estar em condições de Equilíbrio Geral, é correto afirmar que:

⓪ A localização dos agentes na fronteira de possibilidade de utilidade encontra-se condicionada pelos pesos atribuídos aos mesmos na função de bem-estar social.

① O Teorema da Impossibilidade de Arrow postula que as preferências sociais não são transitivas.

② Se os ingressos para uma competição são disponibilizados de graça para alunos da rede pública, mas estes alunos estão impedidos de revendê-los, então a alocação de recursos gerada é Pareto-eficiente.

③ Qualquer distribuição desejada de bem-estar entre indivíduos em uma economia pode ser alcançada de forma eficiente por meio do mecanismo de preço, se as dotações iniciais estiverem sobre a curva de contrato e forem ajustadas adequadamente.

④ Suponha que 200 atacadistas operam como price-takers num mercado em que existem três bens (A, B e C), com as seguintes dotações: 1) 100 atacadistas possuem 10 unidades do bem A cada; 2) 50 atacadistas possuem 5 unidades do bem B cada; 3) 50 atacadistas possuem 3 unidades do bem C cada. Se a função de utilidade dos atacadistas é dada por $U = X_A^{1/2} X_B^{1/4} X_C^{1/4}$ então no equilíbrio $P_B = 2P_A$ e $P_C = \frac{P_A}{4}$.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Se a função de bem-estar for do tipo: $W(u_1, u_2, \ldots, u_n) = \sum^{n}_{i=1} \alpha_i u_i$ a localização de cada agente na fronteira de possibilidade de utilidade será dada pelos pesos a_i. Se, por exemplo, $a_A > a_B$, a

função de isobem-estar estará tangenciando a fronteira de possibilidade de utilidade em um ponto que U_A provavelmente será maior do que U_B. Já se $a_A < a_B$, a função de isobem-estar estará tangenciando a fronteira de possibilidade de utilidade em um ponto que U_B provavelmente será maior do que U_A.

(1) Falso.

Este gabarito não confere com o da ANPEC.

De acordo com o capítulo de Bem-Estar Social do Varian (*Microeconomia: princípios básicos*), o Teorema da Impossibilidade de Arrow postula que se um mecanismo de decisão social satisfaz às propriedades a seguir:

i) dado o conjunto de preferências individuais reflexivo completo e transitivo, o mecanismo de alocação de decisão social deveria resultar em preferências sociais que satisfaçam a mesma propriedade;

ii) se todos preferem x a y, as preferências sociais devem ordenar x > y;

iii) as preferências entre x e y devem depender apenas de como as pessoas ordenam x em relação a y e não de como ordenam as outras alternativas.

Então, todas as ordenações são feitas por um único indivíduo: um ditador, de forma que todas as ordenações sociais são ordenações de um indivíduo.

Portanto, o Teorema da Impossibilidade de Arrow não postula que as preferências sócias sejam intransitivas.

O que pode ser intransitivo, por exemplo, é agregar as preferências sociais pelo voto da maioria. Mas esta não foi a pergunta deste item.

(2) Falso.

Se os alunos forem impedidos de revender os bilhetes, mesmo que estes tenham sido dados de graça, uns poderiam não querer ir à competição e preferir vendê-los. Assim, se pudesse haver revenda, seria possível que alguns melhorassem de situação. Logo, a situação poderia não ser eficiente de Pareto, o que invalida este item.

(3) Falso.

Esse item refere-se ao Segundo Teorema do Bem-Estar Social.

Grosso modo, o Primeiro Teorema do Bem-Estar Social afirma que todo equilíbrio walrasiano (ou competitivo) é eficiente de Pareto. Este equilíbrio eficiente de Pareto, no entanto, não necessariamente maximiza o bem-estar social. Já o Segundo Teorema do Bem-Estar Social afirma que a maximização do bem-estar social é sempre uma situação eficiente de Pareto. Este equilíbrio eficiente de Pareto, no entanto, não necessariamente implicará que foi obtido de

forma competitiva, isto é, que é um equilíbrio walrasiano.

Neste último caso, há algumas condições que garantem que sempre seja. A principal é que possa haver uma redistribuição das dotações. As outras, que os conjuntos (tanto de utilidade quanto de produção) sejam convexos. De qualquer forma, nenhuma condição implica que as dotações iniciais precisem estar sobre a curva de contrato, o que invalida a questão.

(4) Falso.

Sejam as seguintes dotações dadas no problema de cada um dos três grupos de atacadistas mencionados na questão:

$e_1 = (10,0, 0) \rightarrow$ 100 atacadistas

$e_2 = (0,5, 0) \rightarrow$ 50 atacadistas

$e_3 = (0,0, 3) \rightarrow$ 50 atacadistas

Dotação total na economia: $e_T = (100, 250, 150)$

1º passo é encontrar as demandas marshallianas de cada grupo.

Para 100 atacadistas, temos as seguintes demandas marshallianas:

$$X_A^1 = \frac{\frac{1}{2} R_1}{P_A} = \frac{10P_A + 0P_B + 0P_C}{2P_A} = 5$$

$$X_B^1 = \frac{\frac{1}{4} R_1}{P_B} = \frac{10P_A}{4P_B} = \frac{5P_A}{2P_B}$$

$$X_C^1 = \frac{\frac{1}{4} R_1}{P_C} = \frac{10P_A}{4P_C} = \frac{5P_A}{2P_C}$$

Para 50 atacadistas, temos as seguintes demandas marshallianas:

$$X_A^2 = \frac{\frac{1}{2} R_2}{P_A} = \frac{0P_A + 5P_B + 0P_C}{2P_A} = \frac{5P_B}{2P_A}$$

$$X_B^2 = \frac{\frac{1}{4} R_2}{P_B} = \frac{5P_B}{4P_B} = \frac{5}{4}$$

$$X_C^2 = \frac{\frac{1}{4} R_2}{P_C} = \frac{5P_B}{4P_C} = \frac{5P_B}{4P_C}$$

Para 50 atacadistas, temos as seguintes demandas marshallianas:

$$X_A^2 = \frac{3P_C}{2P_A}$$

$$X_B^2 = \frac{3P_C}{4P_B}$$

$$X_C^2 = \frac{3}{4}$$

2º passo é fazer o *market clearing.*

Lembrando: se há 3 mercados, se 2 estiverem em equilíbrio, o 3º estará também.

***Market clearing*:**

$$(1)\sum X_A^i = \sum W_A^i$$

$$(100 \times 5) + \left(50 \times \frac{5P_B}{2P_A}\right) + \left(50 \times \frac{3P_C}{2P_A}\right) = 1000$$

$$125\, {P_B}/{P_A} + 75\, {P_C}/{P_A} = 500$$

$$25\, {P_B}/{P_A} + 15\, {P_C}/{P_A} = 100$$

$$5\, {P_B}/{P_A} + 3\, {P_C}/{P_A} = 20$$

Testando a relação de preços dada no enunciado da questão, temos que:

$$P_B = 2P_A \Rightarrow \frac{P_B}{P_A} = 2$$

$$P_C = \frac{P_A}{4} \Rightarrow \frac{P_C}{P_A} = \frac{1}{4}$$

$$5(2) + 3\left({1}/{4}\right) = 20$$

$$10 + \left({3}/{4}\right) = 20$$

$${43}/{4} = 20?\ \text{NÃO}$$

Como 43/4 não dá 20, a questão é falsa.

PROVA DE 2013

Questão 9

Um pai deseja realizar uma divisão justa de uma pizza em 8 pedaços idênticos entre seus dois filhos. O filho mais novo (1) tem uma função utilidade por pizza definida por $U_1 = 2\sqrt{x_1}$, e o outro filho (2) tem uma função preferência por pizza levemente diferente, dada por $U_2 = \sqrt{x_2}$, em que x_i (i = 1,2) representa quantidade de pedaços de pizza para o filho 1 e 2, respectivamente. Podemos sustentar que:

⓪ Um pai utilitarista escolheria dividir a pizza da seguinte forma: $x_1 = 1{,}6$ e $x_2 = 6{,}4$.

① Um pai que segue os critérios de justiça de John Rawls usaria uma espécie de "véu da ignorância", no qual os filhos optariam por uma escolha de pedaços de pizza que maximizasse o valor esperado de suas utilidades.

② Um pai igualitário e benevolente distribuiria os pedaços de pizza de tal forma que cada filho obtivesse $x_1 = x_2$.

③ Uma alocação eficiente dos pedaços de pizza seria aquela que iguala a taxa marginal de substituição dos dois filhos.

④ Os dois filhos são avessos ao risco.

Resolução:

(0) Falso.

O pai utilitarista teria o seguinte problema de otimização:

$$\max_{x_1, x_2}\left(2\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}\right),\ s.a.\ x_1 + x_2 = 8$$

$$Umg_1 = x_1^{-1/2}$$

$$Umg_2 = \frac{1}{2}x_2^{-1/2}$$

$$\frac{Umg_1}{Umg_2} = 1 \Rightarrow 4x_2 = \left(8 - x_2\right)$$

$x_2 = 1{,}6$ e $x_1 = 6{,}4$

(1) Verdadeiro.

Retirado da Wikipédia:

Teoria do contrato social de John Rawls (filósofo norte-americano): a virtude das instituições sociais consiste no fato de serem justas. Para ele, uma sociedade bem ordenada compartilha de uma concepção pública de justiça que regula a estrutura básica da sociedade. Com base nesta preocupação, Rawls formulou a teoria da justiça como equidade.

Para chegar a tal resultado, ele imaginou uma situação hipotética e histórica similar ao estado de natureza (chamada de posição original) na qual determinados indivíduos escolheriam princípios de justiça. Tais indivíduos racionais estariam ainda submetidos a um "véu de ignorância", ou seja, desconheceriam todas aquelas situações que lhe trariam vantagens ou

desvantagens na vida social (classe social e *status*, educação, concepções de bem, características psicológicas etc.). Desta forma, na posição original, todos compartilham de uma situação equitativa: são considerados livres e iguais. A ideia do contrato é introduzida como recurso para fundamentar um processo de eleição de princípios de justiça, que são assim descritos por ele:

Princípio da liberdade: cada pessoa deve ter um direito igual ao mais abrangente sistema de liberdades básicas iguais que sejam compatíveis com um sistema de liberdade para as outras.

Princípio da igualdade: as desigualdades sociais e econômicas devem ser ordenadas de tal modo que sejam ao mesmo tempo: a) consideradas como vantajosas para todos dentro dos limites do razoável (princípio da diferença); b) vinculadas a posições e cargos acessíveis a todos (princípio da igualdade de oportunidades).

Fiel à tradição liberal, Rawls considera o princípio da liberdade anterior e superior ao princípio da igualdade. Também o princípio da igualdade de oportunidades é superior ao princípio da diferença. Em ambos os casos, existe uma ordem lexical. No entanto, ao unir estas duas concepções sob a ideia da justiça, sua teoria pode ser designada como "liberalismo igualitário", incorporando tanto as contribuições do liberalismo clássico quanto dos ideais igualitários da esquerda.

Tais princípios exercem o papel de critérios de julgamento sobre a justiça das instituições básicas da sociedade, que regulam a distribuição de direitos, deveres e demais bens sociais. Eles podem ser aplicados (em diferentes estágios) para o julgamento da constituição política, das leis ordinárias e das decisões dos tribunais. Rawls também esclareceu que as duas formas clássicas de capitalismo (de livre mercado ou de bem-estar social), bem como o socialismo estatal seriam "injustos". Apenas um "socialismo liberal" (com propriedade coletiva dos meios de produção)" ou mesmo uma "democracia de proprietários" poderia satisfazer, concretamente, seus ideais de justiça.

(2) Falso.

Um pai igualitário e não benevolente não importa para as funções utilidades de cada filho (seus anseios e desejos), mas requer igualdade material entre eles. Assim, ele divide a pizza de forma igual entre os dois.

Já o pai igualitário e benevolente agirá de forma a maximizar a felicidade dos seus filhos de forma igual. É o conceito de John Rawls.

(3) Verdadeiro.

De fato. Observando o cálculo do item (0), quando o pai é utilitarista, a condição de otimização é aquela em que ele iguala a *TmgS* dos filhos.

(4) Verdadeiro.

Como ambas as utilidades são côncavas, ambos os filhos são avessos ao risco.

PROVA DE 2014

Questão 8

Com relação à análise do equilíbrio geral e eficiência econômica, indique verdadeiro ou falso para as afirmações a seguir:

⓪ Poder de mercado não é uma razão para falhas em mercados competitivos.

① A eficiência na produção exige que todas as alocações estejam situadas na curva de contrato.

② Se as preferências dos indivíduos são convexas, então cada alocação eficiente é um equilíbrio competitivo para alguma alocação inicial de recursos.

③ Em uma Caixa de Edgeworth com dois insumos e duas mercadorias, o uso eficiente dos insumos ocorre quando as isoquantas para as duas mercadorias são tangentes.

④ A fronteira de possibilidades de produção é côncava porque a produtividade dos insumos diminui no bem cuja quantidade produzida aumentou e aumenta no bem cuja quantidade produzida diminuiu.

Resolução

(1) Falso.

Mercados competitivos pressupõem ausência de falhas de mercado. Entende-se como falhas de mercados os seguintes pontos: (1) existência de poder de mercado; (2) assimetria de informação; (3) mercados incompletos; (4) existência de externalidades. Sendo assim, pelo ponto (1), a questão é falsa.

(2) Verdadeiro.

A eficiência na produção exige que a alocação esteja situada na curva de contrato. Isto porque a curva de contrato é constituída por todas as alocações que são eficientes no sentido de Pareto. No contexto de economias com produção, estar na curva de contrato quer dizer que a taxa marginal de substituição entre os indivíduos sejam iguais entre si e também iguais às taxas marginais de transformação dos insumos nos produtos.

(3) Verdadeiro.

O 1º Teorema do Bem Estar Social (TBES) diz que “todo equilíbrio competitivo é eficiente de Pareto”. O 2º TBES diz o contrário, mas coloca uma restrição, ou seja, este diz que: “todo equilíbrio eficiente de Pareto será também competitivo, se as preferências forem convexas e se puder haver redistribuição dos recursos”. A frase desta Questão tem a ver com o este 2º TBES, onde, para uma dada alocação dos recursos, se as preferências forem convexas, cada alocação eficiente é um equilíbrio competitivo.

De fato, consideremos uma alocação eficiente de Pareto dentro da Caixa de Edgeworth. Nesta alocação,imagine uma reta que tangencie as curvas de indiferença dos indivíduos, para um dado ponto inicial. Em um equilíbrio competitivo, esta reta tangente às curvas de indiferença, chamada*TmgS*, coincidirá com a razão dos preços relativos. Qualquer alocação inicial de recursos que se situe sobre esta reta será tal que conduzirá os agentes à alocação eficiente de Pareto. Portanto a afirmativa é verdadeira, pois cada alocação inicial de recursos se localizará sobre uma dada reta que será tangente às curvas de indiferença, passando por uma alocação eficiente de Pareto.

(4) Verdadeiro.

Por definição, a linha de contrato (onde se encontram as alocações eficientes de Pareto) é formada pelas várias tangentes das várias isoquantas referentes às duas mercadorias.

(5) Verdadeiro.

O formato da fronteira de possibilidades de produção reflete como o custo marginal de um bem (que é o custo de se produzir uma unidade a mais deste bem, em unidades do bem que deixa de ser produzido) se altera na medida em que o outro bem está sendo produzido.Assim, a fronteira de possibilidades de produção é côncava porque a produtividade dos insumos diminui no bem cuja quantidade produzida aumentou e aumenta no bem cuja quantidade produzida diminuiu.

Questão 9

Suponha uma fronteira de possibilidade de produção para os bens X e Y que é representada pela equação $X^2 + 4Y^2 = 100$. Considere ainda que é possível definir uma função utilidade da coletividade dada por $U(X,Y) = \sqrt{XY}$. Nessas condições é adequado afirmar:

⓪ Em mercados competitivos o ponto de lucro máximo ocorre quando as firmas igualam os custos marginais relativos aos preços relativos (P_X/P_Y).

① Nessa economia a quantidade de X no equilíbrio será $X^2 + 4Y^2$.

② A razão de preços de equilíbrio será de $\frac{P_X}{P_y} = \frac{1}{3}$.

③ Os níveis de produção de equilíbrio dos dois bens é dado por X* = 7,07 e Y* = 3,54.

④ Se uma mudança repentina muda o formato da função utilidade da comunidade para $U(X,Y) = X^{3/4}Y^{1/4}$, induziria um aumento no preço do bem Y.

Resolução

(0) Verdadeiro.

Esta é a condição de equilíbrio em mercados competitivos, ou seja, a CPO de um problema de

otimização é que: $\frac{Cmg_x}{Cmg_y} = \frac{P_x}{P_y}$.

(1) Verdadeiro.

O equilíbrio nessa economia é determinado de modo a resolver o seguinte problema:

$$\max_{(X,Y)} U(X,Y)$$

s.a $X^2 + 4Y^2 = 100$

$$L = (XY)^{1/2} + \lambda(100 - X^2 - 4Y^2)$$

CPO's:

$$\frac{\partial L}{\partial X} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{Y}{X}\right)^{\frac{1}{2}} - 2X\lambda = 0 \Rightarrow \left(\frac{Y}{X}\right) = (4X\lambda)^2 \Rightarrow \lambda^2 = \frac{Y}{16X^3}$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{X}{Y}\right)^{\frac{1}{2}} - 8Y\lambda = 0 \Rightarrow \left(\frac{Y}{X}\right) = (4X\lambda)^2 \Rightarrow \lambda^2 = \frac{X}{16^2 Y^3}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow 100 - X^2 - 4Y^2 = 0$$

Resolvendo para as duas primeiras equações, temos que: $16Y^2 = X^2$. Logo, teremos que $X^2 + 4Y^2$.

(2) Falso.

A razão de preços de equilíbrio deverá se igualar à taxa marginal de substituição, dada por:

Por definição, temos que: $TMgS = \frac{P_X}{P_Y}$

Mas, por outro lado, sabe-se que: $TMgS = \frac{UmgX}{UMgY} = \frac{Y}{X} = \frac{1}{2}$.

Logo, $\frac{P_X}{P_Y} = \frac{1}{2}$.

(3) Verdadeiro.

Substituindo na última equação das condições de primeira ordem do problema, obtida no item (1), nos dá:

$100 - 4Y^2 - 4Y^2 = 0$ $X^* = 7{,}07$ e $Y^* = 3{,}54$

(4) Falso.

Mesmo sem fazer qualquer tipo de cálculo, daria para responder esta pergunta, pois em economia o importante são os preços relativos, não os absolutos! Por aí já poderia ser dito que a questão é falsa.

De qualquer forma, pensemos que a pergunta fizesse referência ao preço relativo P_X/P_Y, afirmando que, dada a nova função utilidade, esta relação diminuiria, *vis-à-vis* a situação anterior (da outra função utilidade). A resposta, neste caso, seria verdadeira. Mesmo sem fazer conta alguma, basta observar que a *TmgS* calculada no item (2) depende da proporção (Y/X). Como, nesta função de utilidade ele dá mais peso a X, ele deve passar a consumir mais deste bem, *vis-à-vis* ao bem Y. Sendo assim, a TmgS $=P_X/P_Y$ deve diminuir. De fato, veja o cálculo a seguir.

O equilíbrio nessa economia é determinado de modo a resolver o seguinte problema:

$$\max_{(X,Y)} U(X,Y)$$

s.a $X^2 + 4Y^2 = 100$.

$$L = X^{3/4}Y^{1/4} + \lambda(100 - X^2 - 4Y^2)$$

CPO's:

$$\frac{\partial L}{\partial X} = 0 \Rightarrow \frac{3}{4}\left(\frac{Y}{X}\right)^{\frac{1}{4}} - 2X\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}\left(\frac{X}{Y}\right)^{\frac{3}{4}} - 8Y\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow 100 - X^2 - 4Y^2 = 0$$

Resolvendo para as duas primeiras equações (exatamente como foi feito no item 1), a relação entre as variáveis é a seguinte: $X^2 = 12Y^2$.

A razão de preços de equilíbrio deverá se igualar à taxa marginal de substituição, dada por:

$$TMgS = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{UmgX}{UMgY} = \frac{Y}{X} = \frac{1}{2(3)^2}.$$

Portanto, o que se pode afirmar é que ocorrerá uma <u>queda nos preços relativos</u>.

PROVA DE 2015

Questão 11

Com relação à Teoria do Equilíbrio Geral, indique as afirmativas corretas:

⓪ A Lei de Walras afirma que o valor da demanda agregada é zero para todas as escolhas de preços possíveis, e não apenas para os preços de equilíbrio.

① O pressuposto de que a função de demanda excedente agregada seja uma função contínua não é indispensável à demonstração da existência do equilíbrio nos modelos de equilíbrio geral.

② Mesmo que as demandas individuais sejam descontínuas, desde que os consumidores sejam pequenos, a função de demanda agregada será contínua.

③ Pelo primeiro teorema do bem-estar, todos os equilíbrios em mercados competitivos serão Pareto-eficientes.

④ Se as preferências não forem convexas, algumas alocações Pareto-eficientes não serão alcançadas por mercados competitivos.

Resolução:

(0) Falso

De acordo com o gabarito da ANPEC a resposta é Verdadeira.

Sem perda de generalidade, consideremos uma economia de trocas com dois consumidores e dois bens. Dada uma dotação inicial $[(w_A^1, w_A^2), (w_B^1, w_B^2)]$,

as soluções dos problemas dos dois consumidores resultam em funções de demanda:[1]

$$[(x_A^1(p_1, p_2), x_A^2(p_1, p_2)), (x_B^1(p_1, p_2), x_B^2(p_1, p_2))]$$

Podemos escrever as restrições orçamentárias dos problemas dos dois consumidores:[2]

$$p_1 x_A^1(p_1, p_2) + p_2 x_A^2(p_1, p_2) = p_1 w_A^1 + p_2 w_A^2$$

e

$$p_1 x_B^1(p_1, p_2) + p_2 x_B^2(p_1, p_2) = p_1 w_B^1 + p_2 w_B^2$$

Somando-se as duas restrições orçamentárias acima, teremos:

$$p_1[x_A^1(p_1, p_2) + x_B^1(p_1, p_2)] + p_2[x_A^2(p_1, p_2) + x_B^2(p_1, p_2)] = p_1(w_A^1 + w_B^1) + p_2(w_A^2 + w_B^2)$$

Rearranjando-se os termos, teremos:

$$p_1[(x_A^1(p_1, p_2) + x_B^1(p_1, p_2)) - (w_A^1 + w_B^1)] +$$
$$+ p_2[(x_A^2(p_1, p_2) + x_B^2(p_1, p_2)) - (w_A^2 + w_B^2)] = 0$$

A equação descreve a conhecida Lei de Walras, que diz que, dado qualquer vetor de preços estritamente positivo, o **valor da demanda agregada da economia é igual ao valor da dotação inicial agregada da economia**.

A questão estaria correta se no enunciado estivesse: a **demanda agregada líquida**. Esta sim

iguala-se à zero, pois, por definição ela é a demanda agregada da economia menos a dotação inicial agregada da economia (X-W=0 ou X=W, onde X é a demanda agregada da economia e W a oferta agregada da economia).

A Lei de Walras nos diz que, para encontrarmos um ponto de equilíbrio de uma economia com *n* bens, só é necessário verificar se *n-1* dos bens estão em equilíbrio.

(1) Falso.

Vale o comentário inicial de que a pergunta foi elaborada de forma confusa ou para fazer uma "pegadinha". "Não é indispensável" quer dizer que a hipótese de continuidade pode ser desconsiderada.

Vejamos. O teorema diz que: se as preferências dos consumidores forem contínuas, estritamente convexas e estritamente crescentes, então a função de demanda excedente agregada é uma função contínua. De forma geral, ela é indispensável. A hipótese da continuidade só pode ser desconsiderada, se houver um grande número de consumidores. Como nada foi dito na questão sobre isso, conclui-se que a questão é falsa, pois trata-se do caso genérico.

(2) Verdadeiro.

Mesmo que as demandas individuais sejam descontínuas, desde que os consumidores sejam pequenos, a função de demanda agregada será contínua. Isto porque a hipótese de que os consumidores sejam pequenos está diretamente relacionada à existência de um grande número de consumidores. E, neste caso, dispensa-se a hipótese da continuidade.

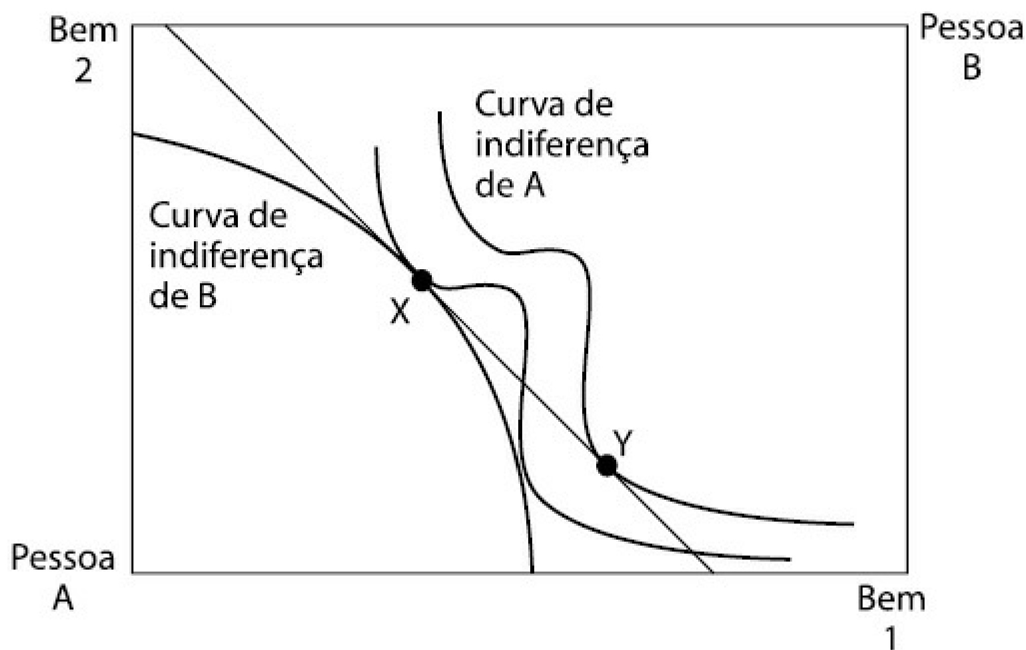
(3) Verdadeiro.

Este é o Primeiro Teorema do Bem-Estar Social. De forma geral, quando se fala deste teorema, está implícito que se garanta as hipóteses de que trata-se de uma economia competitiva, com ausência de externalidades, ausência de assimetria de informação, etc.

(4) Verdadeiro

O Segundo Teorema do Bem-Estar estabelece que qualquer alocação Pareto-eficiente pode ser obtida por meio de um equilíbrio competitivo, mas as preferências precisam ser convexas.

A alocação representada no gráfico abaixo pelo ponto *x* é eficiente no sentido de Pareto. No entanto, a Taxa Marginal de Substituição comum para os dois consumidores neste ponto não pode ser suportada como sendo um vetor de preços em um equilíbrio competitivo, pois o consumidor A escolheria a cesta de bens representada pelo ponto *y*.



Questão 12

Robinson Crusoé (A) e Sexta-feira (B) têm preferências idênticas sobre cocos (X) e peixes (Y), representadas pela função utilidade U(X,Y) = lnX+Y. A dotação de bens de Crusoé é (W_X^A , W_Y^A) = (5,10) e a de Sexta-feira é (W_X^B , W_Y^B) = (15,5). Fixando o preço do coco em uma unidade (p_x=$1), avalie as afirmações:

⓪ Como a utilidade é quase linear, a quantidade de cocos demandada é fixa, não dependendo dos preços relativos.

① O preço de equilíbrio do peixe é p_y=$10.

② No equilíbrio, a quantidade demandada líquida de Robinson por cocos é igual a cinco unidades.

③ Se o leiloeiro walrasiano anunciar p_y=$5, haverá excesso de oferta de 15 peixes.

④ Com o preço de desequilíbrio p_y=$5 a Lei de Walras é verificada, pois Robinson não oferta nem demanda e Sexta-feira pretende vender e comprar $10, de modo que a soma do valor dos excessos de demanda por cada bem se anula.

Resolução:

(0) Falso.

Para encontrar a quantidade de cocos demandada de uma função de utilidade tem-se que:

$$\frac{TMgSx}{TMgSy} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow \frac{\partial U / \partial x}{\partial U / \partial y} = \frac{1/x}{1} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow x = \frac{Py}{Px}$$

Portanto, a quantidade demandada de x (cocos) depende dos preços relativos.

(1) Verdadeiro

1º passo: encontrar as demandas ótimas de Robinson Crusoé (A) e Sexta-feira (B), referente aos bens X e Y, considerando que as restrições orçamentárias são os valores das dotações:

$$M^A = 5 + 10Py$$

$$M^B = 15 + 5Py$$

Robinson Crusoé escolherá cocos (X_A) e peixes (Y_A) de modo a resolver o seguinte problema:

$$\max_{(X_A, Y_A)} \quad lnX_A + Y_A + \lambda\left(5 + 10p_y - X_A - p_y Y_A\right)$$

As condições de primeira ordem do problema de Robinson Crusoé requerem que:

$$\frac{1}{X_A} - \lambda = 0;$$

$$1 - \lambda p_y = 0;$$

$$5 + 10p_y - X_A - p_y Y_A = 0.$$

Isolando o λ da primeira equação, substituindo na segunda equação e resolvendo, vem que:

$$1 - \frac{1}{X_A} p_y = 0 \Rightarrow X_A = p_y.$$

Substituindo na terceira equação (que representa a restrição orçamentária):

$$5 + 10p_y - p_y - p_y Y_A = 0 \Rightarrow Y_A = \frac{5 + 9p_y}{p_y}.$$

De maneira análoga, Sexta-feira escolherá cocos (X_B) e peixes (Y_B) de modo a resolver o seguinte problema:

$$\max_{(X_B, Y_B)} \quad lnX_B + Y_B + \lambda\left(15 + 5p_y - X_B - p_y Y_B\right)$$

As condições de primeira ordem do problema de Robinson Crusoé requerem que:

$$\frac{1}{X_B} - \lambda = 0;$$

$$1 - \lambda p_y = 0;$$

$$15 + 5p_y - X_B - p_y Y_B = 0.$$

Isolando o λ da primeira equação, substituindo na segunda equação e resolvendo, temos que:

$$1 - \frac{1}{X_B} p_y = 0 \Rightarrow X_B = p_y.$$

Substituindo na terceira equação (que representa a restrição orçamentária):

$$15+5p_y-p_y-p_yY_B=0 \Rightarrow Y_B=\frac{15+4p_y}{p_y}.$$

***1º passo*:** Resumo:

$$\begin{cases} x^A=\dfrac{Py}{Px}=Py \\ y^A=\dfrac{M_A}{Py}-1=\dfrac{5+9P_y}{P_y} \end{cases} \qquad \begin{cases} x^B=\dfrac{Py}{Px}=Py \\ y^B=\dfrac{M_B}{Py}-1=\dfrac{15+4P_y}{P_y} \end{cases}$$

Uma vez que as restrições orçamentárias de A e B são:

$$M^A=5+10Py$$

$$M^B=15+5Py$$

***2º passo*:** igualar as demandas ótimas dos agentes A e B de cada bem (no caso faremos somente para o bem *X*) às dotações dos bens (no caso, de *X*):

$$x^A+x^B=w_x^A+w_x^B \Rightarrow Py+Py=5+15 \Rightarrow 2Py=20 \Rightarrow Py=10$$

Ou seja, o preço do bem Y (peixe) é igual a $10.

(2) Verdadeiro

A demanda líquida de cocos (bem X) de Robinson Crusoé é definida por: $e_X^A=X_A-w_X^A$, portanto, substituindo encontrado no item anterior na demanda de Robinson Crusoé por coco, isto é: $x^A-w_x^A=Py-5=10-5=5$.

(3) Falso.

Se o leiloeiro walrasiano anunciar $p_y=5$ então haverá excesso de demanda de peixe (Y), pois:

Iniciamos encontrando as demandas ótimas de peixes dos dois consumidores, substituindo o valor das dotações encontrados no item (1) nelas:

$$y^A=\frac{M_A}{Py}-1=\frac{5+10Py}{Py}-1$$

$$y^B = \frac{M_B}{Py} - 1 = \frac{15 + 5Py}{Py} - 1$$

Se $Py = 5$, teremos:

$$y^A = \frac{5 + 10Py}{Py} - 1 = \frac{55}{5} - 1 = 10$$

$$y^B = \frac{15 + 5Py}{Py} - 1 = \frac{40}{5} - 1 = 7$$

$$Z(Py) = y^A + y^B - w_y^A - w_y^B = 10 + 7 - 10 - 5 = 2$$

A demanda total por peixe com o preço a $5 seria 17 peixes, como a dotação corresponde a 15 peixes, o excesso de oferta seria de 2 peixes.

(4) Verdadeiro.

Vimos no item anterior que o excesso de oferta de peixes é de 15 unidades, quando o preço do peixe é $5. Para verificar se vale a Lei de Walras, é preciso calcular a demanda liquida de cocos:

$$x^A = Py = 5$$

$$x^B = Py = 5$$

$$Z(x) = x^A + x^B - w_x^A - w_x^B = 5 + 5 - 5 - 15 = -10$$

$$Lei\,de\,Walras \Rightarrow Px.Z(Px) + Py.Z(Py) = 0$$

$$Px.Z(Px) + Py.Z(Py) = (1)(-10) + (5)(2) = 0$$

7 Externalidade e Bens Públicos

PROVA DE 2006

Questão 8

Em relação ao tratamento das falhas de mercado, avalie as afirmativas:

⓪ O imposto Pigouviano sobre a poluição tem por objetivo induzir o poluidor a internalizar os custos que este impõe aos demais agentes, e assim reproduzir as condições que caracterizam o nível de poluição eficiente de Pareto.

① A atribuição de direitos de propriedade não é a única instituição social capaz de incentivar o uso eficiente de recursos comuns. Outros exemplos são a criação de regras sobre a intensidade de utilização da terra comunitária e a definição de taxas de contribuição para seu uso.

② O teorema de Coase afirma que, quando as partes puderem negociar livremente visando ao benefício mútuo, o resultado será eficiente, independentemente da presença de custos de transação e de como estejam alocados os direitos de propriedade.

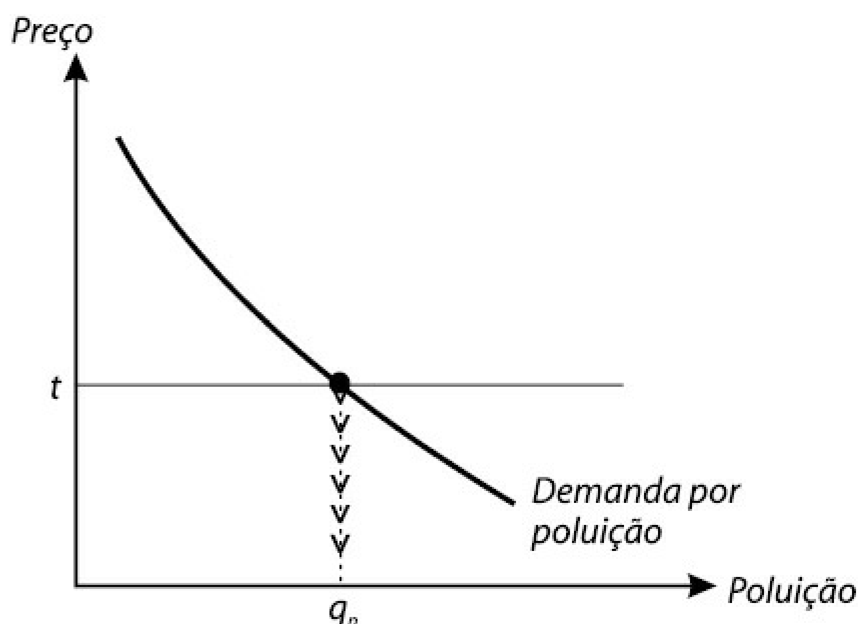
③ A regulação dos preços pelo método da taxa de retorno é dificultada quando há assimetrias de informação entre regulador e regulado quanto ao real valor da base de ativos da firma regulada.

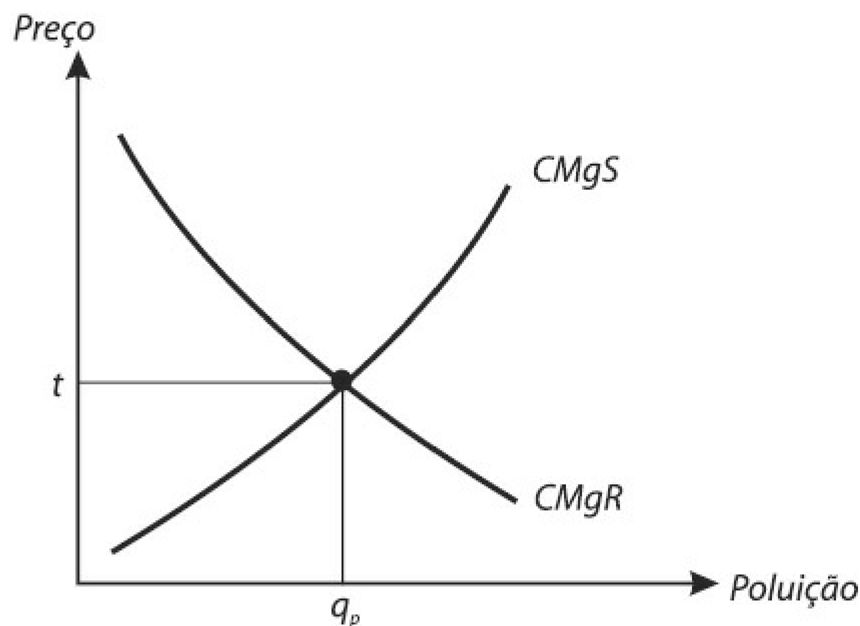
④ Nas apólices de seguros de automóveis, a franquia é um expediente utilizado pelas seguradoras para reduzir o risco moral.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

O imposto pigouviano sobre a quantidade de externalidade negativa produzida serve para neutralizar os efeitos causados em terceiros devido a esta externalidade.





(1) Verdadeiro.

A atribuição de direitos de propriedade não é a única instituição social capaz de incentivar o uso eficiente de recursos comuns. Além dos mencionados no próprio item, há também: (1) criação de normas éticas; (2) vacinação; (3) lei de patentes etc.

(2) Falso.

O teorema de Coase afirma que, quando as partes puderem negociar livremente visando ao benefício mútuo, o resultado será eficiente, supondo que não haja custos de transação e independentemente de como estejam alocados os direitos de propriedade, embora eles precisem estar bem definidos.

(3) Verdadeiro.

A regulação dos preços pelo método da taxa de retorno incorpora o custo da empresa e a incentiva a ter um sobreuso do capital (torneiras de ouro). Ver o final do Capítulo 18 do livro *Models of Monopoly, Rate of return regulation*, de Walter Nicholson, para mais detalhes.

(4) Verdadeiro.

Para minimizar a assimetria de informação com relação ao "perigo moral", nas apólices de seguros de automóveis, a franquia é um expediente utilizado pelas seguradoras para que os agentes não modifiquem suas ações após fecharem um contrato.

PROVA DE 2008

Questão 11

A respeito de externalidades, julgue as afirmações:

⓪ Se as preferências dos agentes forem quase lineares, o teorema de Coase afirma que toda solução eficiente deve ter a mesma quantidade de externalidade, independente da distribuição dos direitos de propriedade.

① O resultado do teorema de Coase não é influenciado pela existência de custos de transação.

② Os recursos de propriedade comum são utilizados até o ponto em que o custo privado é igual ao retorno adicional gerado, o que implica sobreutilização do recurso.

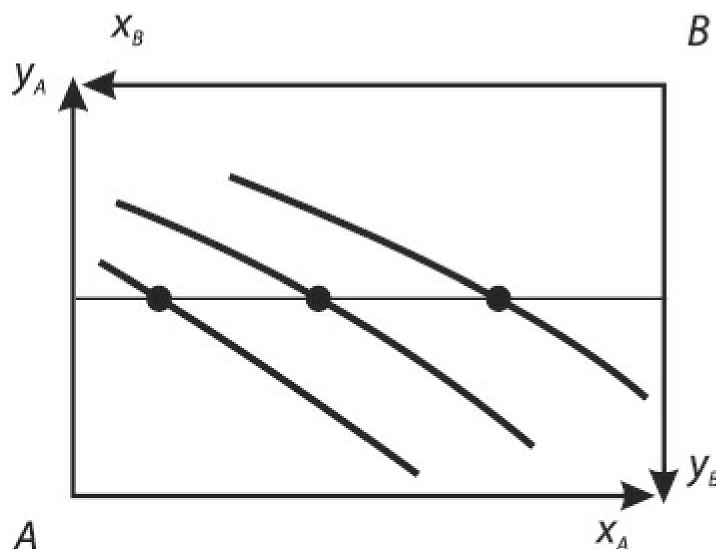
③ Se, ao produzir, uma firma gera externalidade negativa na forma de poluição, para cobrar dessa firma um imposto de Pigou (que a faça considerar o custo social de produção, e não apenas o custo privado), deve-se conhecer a externalidade marginal no nível de produto socialmente eficiente.

④ Se houver um mercado para poluição, se os direitos de propriedade forem bem definidos e se as pessoas estiverem dispostas a pagar pela redução da poluição, o preço da poluição será positivo.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

No caso das preferências quase lineares, o teorema de Coase afirma que toda solução de mercado terá a mesma quantidade de externalidade, independente da distribuição dos direitos de propriedade.



(1) Falso.

O teorema de Coase afirma que, quando as partes puderem negociar livremente visando ao benefício mútuo, o resultado será eficiente de Pareto, supondo que não haja custos de transação e que os direitos de propriedade estejam bem definidos, para facilitar a solução via mercado.

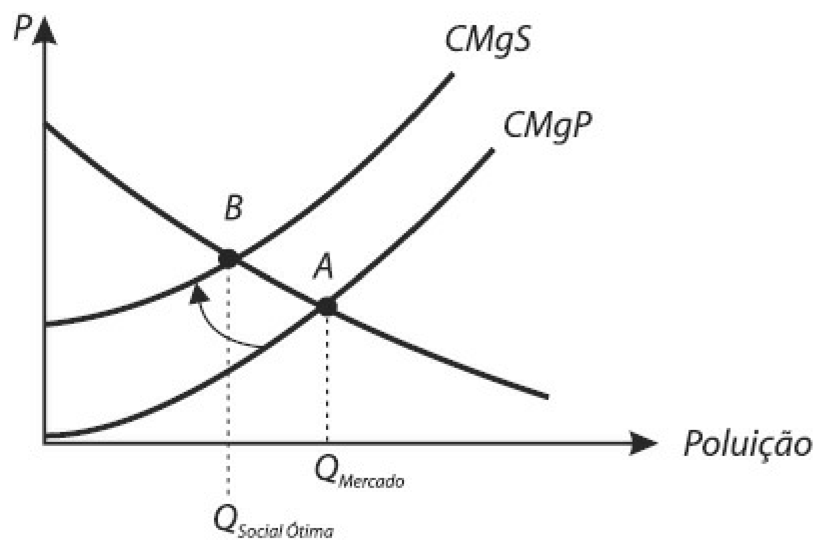
(2) Verdadeiro.

Os recursos de propriedade comum (como uma praça pública, que é não excluível, mas é rival) são utilizados até o ponto em que o custo privado é igual ao retorno adicional gerado, o que implica a sobreutilização do recurso. Ou seja, o equilíbrio privado (walrasiano ou competitivo) resulta em uma alocação maior do que aquela referente ao ótimo social.

(3) Verdadeiro.

Se, ao produzir, uma firma gera externalidade negativa na forma de poluição, seu equilíbrio competitivo é maior do que o ótimo social. Daí, cobrar dessa firma um imposto de Pigou é uma forma de retrair a função CMg até a CMg social. Para isso, o "cobrador do imposto" deve conhecer o CMg relativo à externalidade marginal.

CMg Social = CMg Privado + CMg Externalidade



(4) Falso.

Se houver um mercado para poluição, se os direitos de propriedade forem bem definidos e pertencentes aos que não gostam de poluição, as firmas pagam aos consumidores. Com isso, como elas produzem poluição, o preço dessa externalidade negativa deve ser negativo e não positivo.

Questão 12

Com relação à teoria dos bens públicos, julgue as afirmações:

⓪ Se um bem público puder ser provido em quantidade continuamente variável, então, para que sua provisão seja eficiente, é necessário que a média dos benefícios marginais de todos os usuários se iguale ao custo marginal de produção do bem.

① A presença de "caronas" dificulta a oferta eficiente dos bens públicos pelos mercados.

② No que tange à provisão de um bem público, o imposto de Groves-Clarke garante que, para as partes envolvidas, a revelação do valor líquido verdadeiro do bem público seja uma estratégia fracamente dominante.

③ O imposto de Groves-Clarke só funciona para utilidades quase lineares.

④ Se as preferências individuais tiverem pico único, então a preferência coletiva poderá apresentar a intransitividade característica do paradoxo do voto.

Resolução:

(0) Falso.

A provisão do bem público ocorrerá de forma eficiente se:

$$\frac{1}{Umg_{x_1}^{A}} Umg_{G}^{A} + \frac{1}{Umg_{x_1}^{B}} Umg_{G}^{B} = Cmg_G$$

$$TMgS_1 + TMgS_2 = CMg_G \Rightarrow G^*$$

Assim, é a soma e não a média dos benefícios marginais que se iguala ao custo marginal de produção do bem.

(1) Verdadeiro.

A possibilidade de cada agente mentir sobre o seu preço de reserva (para pegar carona) faz com que não haja provimento do bem, mesmo a condição necessária sendo satisfeita ($r_1 + r_2 \geq C$). Ver exemplo do provimento de TV como um bem público descrito em Varian, Capítulo 31.

(2) Verdadeiro.

O imposto de Groves-Clarke garante que não haja incentivo a mentir, pois se você se tornar um pivô, terá que pagar imposto. É uma estratégia fracamente dominante, porque a soma dos preços de reserva pode ser igual ao custo do bem público ($r_1 + r_2 \geq C$).

(3) Verdadeiro.

O imposto de Groves-Clarke só funciona para utilidades quase lineares, do tipo: $U_i = v(G) + x_i$, pois isso implica que haverá uma única quantidade ótima de bem público, e a questão passa a ser somente qual será essa quantidade.

(4) Falso.

Se as preferências individuais tiverem pico único, então poderá ser comprovado que a preferência coletiva ou social será transitiva, ainda que não se possa afirmar que será uma solução eficiente de Pareto.

PROVA DE 2009

Questão 9

Considere uma lagoa em que é possível pescar. Suponha que o preço do peixe é 1 e que f(n) é a quantidade total de peixes pescados, em que n é o número de barcos de pesca na lagoa. Suponha que a função f(n) está sujeita a rendimentos decrescentes. Suponha também que, para pescar, é necessário apenas adquirir um barco e equipamento que possuem custo marginal constante igual a c > 0. Com base nessas informações, julgue as afirmativas abaixo:

⓪ Se a lagoa for um recurso comum, ou seja, se qualquer um puder entrar e pescar, então haverá n* barcos, de tal sorte que f(n*)/n* = c, ou seja, cada pescador obterá uma receita de pesca igual ao custo.

① Se a lagoa for propriedade privada, seu proprietário utilizará n** barcos de pesca, de tal modo que f´(n**) = c, em que f´ é a derivada de f.

② Trata-se de uma situação em que cada barco gera externalidades negativas para os demais.
③ Se a lagoa for um recurso comum, a criação de um direito de propriedade privada sobre ela levará a uma produção eficiente de peixes.
④ O caráter de recurso comum gera uma pesca excessiva de peixes do ponto de vista social.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

A escolha ótima do ponto de vista privado, quando a propriedade não é privada, e pertence a todos (recurso comum), será aquela que faz o lucro total = 0, isto é: se cada pescador pensa de forma privada, sem levar em consideração o custo que poderia causar ao lago (*i.e.*, na produção de peixe de todos) se comprasse mais um barco, ele de fato comprará mais um barco até alcançar o ponto em que a sua produção média se igualar ao custo unitário da compra do seu barco. Isso posto, como todos pensam dessa forma, no total, a produção média de todos se igualará ao custo c, o que gera um número excessivo de barcos na lagoa, podendo provocar uma tragédia ("a tragédia dos comuns").

(1) Verdadeiro.

A escolha ótima, do ponto de vista privado, quando a propriedade é privada, é diferente da escolha de quando o recurso é comum. Neste caso, o proprietário único (podendo ser entendido também como um planejador central pensando desde o ponto de vista social no caso do bem continuar sendo um recurso comum) escolherá o número de barcos ótimo quando o produto marginal de comprar um barco a mais for igual ao custo marginal. Neste caso, ele fará sua escolha de modo que $\frac{\partial Lucro}{\partial n} = 0$ ou, de outra forma, PMg = c. Com isso, o número de barcos ótimo será menor que o número de barcos encontrado no item anterior**.**

(2) Verdadeiro.

É um modelo que mostra as consequências de fenômenos como a pesca ou a caça exacerbada, em que a ação das pessoas afeta de forma negativa o "consumo" da coletividade.

(3) Verdadeiro.

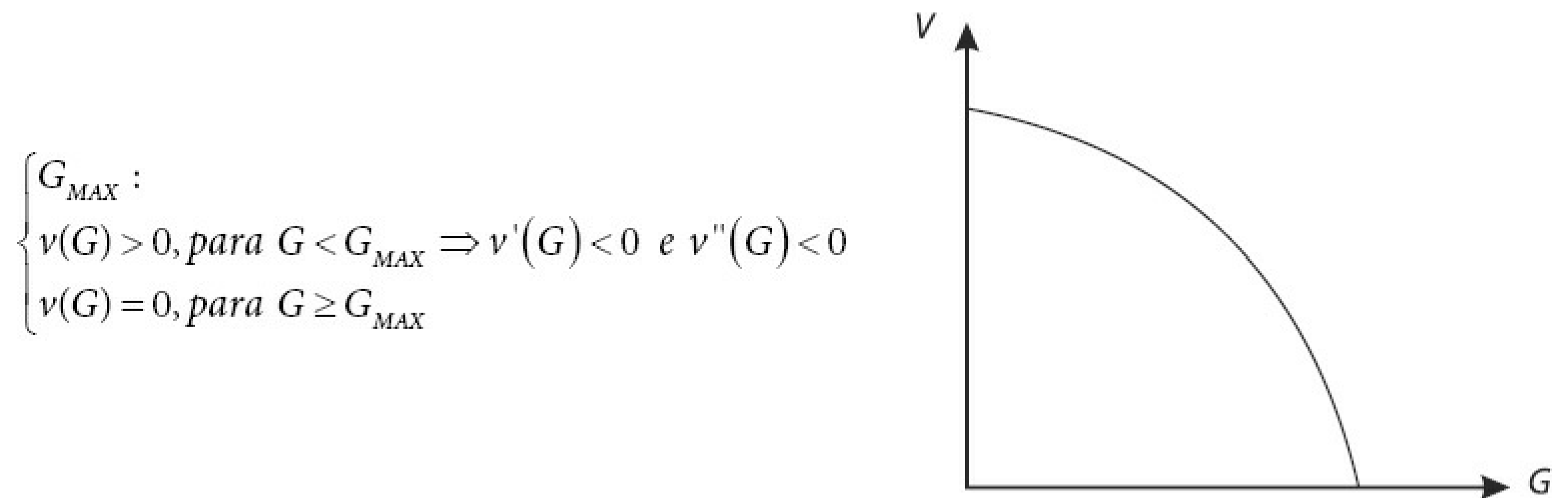
Se a lagoa for um recurso comum, há várias formas de se chegar ao número ótimo de barcos (item 1). Certamente uma delas, e talvez a mais eficiente, seria a criação de direitos privados. Mas não é a única. Poder-se-ia pensar no loteamento e na privatização do recurso natural, muito embora, no caso específico de uma lagoa, fosse difícil fazê-lo. Também poderia se pensar na hipótese de o Estado regular o uso do recurso.

(4) Verdadeiro.

Vide respostas anteriores (item 2 principalmente).

Este problema, quando tratado de uma maneira mais formal, pode ser resolvido da seguinte forma:

- Considere **I pescadores**, g_i é o número de barcos que o pescador i resolve escolher, onde $G = g_1 + ... + g_n = \sum_{i=1}^{n} g_i$ é o número total de barcos.
- O **custo** de cada barco é **c**. (CT = CMe * g_i).
- O **valor** da pesca de cada barco quando há G barcos é de $v(G)$ por barco.



$$\begin{cases} G_{MAX}: \\ v(G) > 0, para\ G < G_{MAX} \Rightarrow v'(G) < 0\ \ e\ v''(G) < 0 \\ v(G) = 0, para\ G \geq G_{MAX} \end{cases}$$

- Os pescadores escolhem simultaneamente quantos barcos vão comprar.
- Assuma que os barcos sejam continuamente divisíveis.
- A representação desse problema na forma normal será:

(1) I pescadores.

(2) A estratégia de cada pescador i é escolher um número de barcos. Assim, o espaço das estratégias é: S_i [0,∞), ou mais realista: S_i [0, G_{MAX}).

(3) *Payoff* de cada pescador

i = $\underset{g_i}{Max}\ \Pi_i = \left[g_i.v\left(\overline{g}_1 + ... + \overline{g}_{i-1} + g_i + \overline{g}_{i+1} + ... + \overline{g}_n\right)\right] - \left[cg_i\right]$

Se (g_1^*,... g_n^*) é um EN, então, para cada i, g_i^* tem que maximizar o *payoff* acima, dado que os demais escolheram (g_1^*,... g_{i-1}^*,...g_{i+1}^*,...g_n^*).

→ **Problema privado**

$$\underset{g_i}{Max}\ \Pi_i = \left[g_i * v\left(\overline{g}_1 + ... + \overline{g}_{i-1} + g_i + \overline{g}_{i+1} + ... + \overline{g}_n\right)\right] - \left[cg_i\right]$$

A CPO: $\frac{\partial \Pi_i}{\partial g_i} = 0 \Rightarrow v(g_i + g_{-1}^*) + g_i v'(g_i + g_{-1}^*) = c$.

Dada a simetria, podemos substituir g_i por g_i^* e, somando para todos os n pescadores e dividindo por n, teremos: $\frac{n * v(G^*)}{n} + \frac{G^*}{n} * v'(G^*) = \frac{n * c}{n}$.

Logo, $v(G^*) + \frac{G^*}{n} * v'(G^*) = c$

→ **Problema social**

O **problema social**, no entanto, é:

$$\underset{0 \leq G \leq \infty}{Max} \quad Gv(G) - cG$$

CPO: $\frac{\partial \Pi^{social}}{\partial G} = 0 \Rightarrow v(G^{**}) + G^{**} * v'(G^{**}) = c$.

Comparando as duas CPOs, é possível ver que **G*>G**.**

O resultado é que o *common resource* (bem público) é sobreutilizado na situação em que os pescadores fazem as suas escolhas, levando em consideração os próprios incentivos (privados), mas não o efeito das suas decisões nos ganhos dos demais pescadores.

Questão 14

Suponha que existem dois agentes e que existe um bem público e um bem privado, ambos disponíveis em quantidades contínuas. A provisão do bem público é dada por G = $g_1 + g_2$, em que g_i é a contribuição do agente i (para i=1,2) para a provisão do bem público. A utilidade do agente 1 é $u_1(G, x_1) = 3\sqrt{G} + x_1$ e a do agente 2 é $u_2(G, x_2) = 5\sqrt{G} + x_2$, em que x_i é o consumo do bem privado pelo agente i (em que i=1,2). Determine o nível g* de provisão eficiente do bem público.

Resolução:

Max U1(x1, G).

Sujeito a:

1) $U_2(x_2, G) = U_2^*$ e

2) $x_1 + x_2 + G = w_1 + w_2$

$L = U_1(x_1, G) - \lambda[U_2(x_2, G) - U_2^*] - \mu[x_1 + x_2 + G - w_1 - w_2]$

$$L = [3\sqrt{G} + x_1] - [5\sqrt{G} + x_2 - \bar{U}_2] - \mu[x_1 + x_2 + G - w_1 - w_2]$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow 1 - \mu = 0 \Rightarrow \mu = 1$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \Rightarrow -\lambda - \mu = 0 \Rightarrow \lambda = -1$$

$$\frac{\partial L}{\partial G} = 0 \Rightarrow \frac{3}{2}\frac{1}{\sqrt{G}} - \lambda\frac{5}{2}\frac{1}{\sqrt{G}} - \mu = 0$$

$$TMgS_1 + TMgS_2 = CMg_G \Rightarrow G^*$$

$$\frac{3}{2}\frac{1}{\sqrt{G}} + \frac{5}{2}\frac{1}{\sqrt{G}} = 1$$

$$2\sqrt{G} = 8$$

$$G^* = 16$$

PROVA DE 2010

Questão 12

Suponha que foi descoberto ouro em uma região do interior do Brasil e que o preço do grama do ouro é $1. A quantidade produzida de ouro em gramas (q) pode ser expressa como função do número de garimpeiros (n), de acordo com a função q = 40n − 2n², e o custo do material individual para garimpagem é $12. Na região em que se descobriu ouro foi concedido livre acesso. Para efeito de cálculo, suponha que a variável n é contínua. Determine a diferença entre o número efetivo de garimpeiros e o número ótimo.

Resolução:

Repare que este é um caso de uso de um recurso comum. Assim, para encontrarmos a escolha do número de garimpeiros ótimo, temos que resolver como um *central planner* faria ou como um único proprietário dessa terra agiria.

Seja o Lucro: $\pi = PQ - CT$

$\Pi = 1[40n - 2n^2] - [12n]$

$\Pi = 28n - 2n^2$

O número ótimo de social será aquele que maximiza o lucro, onde
RMg = CMg.

$$\frac{d\pi}{dn} = 0 \rightarrow 28 - 4n = 0$$

$n^* = 7$ este é o número ótimo de garimpeiros.

Como não há um único proprietário de terra ou um *central planner*, cada trabalhador, olhando da propria perspectiva (privada), entrará até que a sua RMe se iguale ao custo unitário da sua entrada. Como todos pensam de forma igual, no final teremos lucro = 0, ou RMe = CMe. Isto é, o número efetivo de garimpeiros será de:

$\pi = 1[40n - 2n^2] - [12n] = 0$

$40n - 2n^2 - 12n = 0$

$2n^2 = 28n$

$n = 14$ este é o número efetivo de garimpeiros

Portanto, a diferença entre o número efetivo de garimpeiros e o número ótimo é 14 – 7 = 7.

Questão 13

Considere o problema de provisão eficiente de um bem público contínuo com dois consumidores. Seja $u_i(\gamma, x_i) = \ell n(\gamma) + (½)x_i$ a utilidade do consumidor i sobre o bem público e o bem privado, em que γ é a quantidade do bem público e x_i a quantidade do bem privado consumido pelo consumidor i, para i = 1,2. A produção do bem público depende das contribuições g_1 e g_2 dos consumidores 1 e 2, respectivamente, e é dada pela função de produção $\gamma = \ell n(g_1 + g_2)$. Cada consumidor possui uma dotação inicial de 2 unidades de bem privado. Calcule a quantidade eficiente de bem público que deve ser produzida.

Resolução:

Para calcular a quantidade eficiente de bem público que deve ser produzida, temos que maximizar a função de utilidade do "planejador central" (solução socialmente ótima), que consiste em maximizar a função de utilidade do consumidor i sobre o bem público e o bem privado:

$$\max_{y,x_i} u_i(y,x_i) \Leftrightarrow \max_{y,x_i} \ln(y) + \frac{1}{2}x_i$$

Sujeito a duas restrições:

(1) Que a função de utilidade do indivíduo 2 seja maior do que ou igual a $\bar{u}_2$:

$$u_2(y,x_2) = \ln(y) + \frac{1}{2}x_2 \geq \bar{u}_2$$

(2) Que o custo do consumo dos bens privados mais o bem público seja igual às dotações:

$x_1 + x_2 + \gamma = e_1 + e_2$

O lagrangeano associado é o seguinte:

$$L = \left[\ln(y) + \frac{1}{2}x_1\right] - \lambda\left[\ln(y) + \frac{1}{2}x_2 - \bar{u}_2\right] - \mu\left[x_1 + x_2 + y - 4\right]$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} - \mu = 0 \Rightarrow \mu = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \Rightarrow -\lambda\frac{1}{2} - \mu = 0 \Rightarrow -\lambda\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow \lambda = -1$$

$$\frac{\partial L}{\partial \gamma} = 0 \Rightarrow \frac{1}{\gamma} - \lambda\frac{1}{\gamma} - \mu = 0$$

$$TMgS_1 + TMgS_2 = CMg_G \Rightarrow \gamma^*$$

$$\frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma} - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow \gamma^* = 4$$

Questão 14

Três estudantes de mestrado em economia (ditos a, b e c), que dividem quarto em uma república perto da escola, precisam decidir se adquirem ou não uma TV, que custa $300, para que possam relaxar assistindo a um filme todo domingo à noite, único horário em que não estão estudando. Eles concordam antecipadamente que, se decidirem adquirir a TV, então cada um irá contribuir com $100. Os preços de reserva dos estudantes a, b e c são, respectivamente, U_a= 60, U_b = 60 e U_c = 240. Como os preços de reserva são informação privada, eles concordam em usar o mecanismo de Groves-Clarke de revelação da demanda. Para tanto, denote por h_a, h_b, e h_c os impostos de Groves-Clarke dos estudantes a, b e c, respectivamente. Calcule $h_a + h_b + h_c$.

Resolução:

Dados do problema:

- 3 indivíduos
- C(G) = 300
- Ci = 100
- $r_1 = 60$
- $r_2 = 60$
- $r_3 = 240$

Valores líquidos: Ni = r_1 – Ci

N_1 = 60-100 = -40

N_2 = 60-100 = -40

N_3 = 240-100 = 140

Condição para haver compra do bem público:

$$\sum_{i=1}^{3} r_i \geq c \Rightarrow \sum_{i=1}^{3} N_i \geq 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{3} 60 \geq 0 \Rightarrow \text{ok}$$

Indivíduo	Ni	SNi, i ≠ j	SNi	I é pivô?	Imposto
1	-40	100	60	Não	0
2	-40	100	60	Não	0
3	140	-80	60	Sim	80

A resposta é o somatório da última coluna, que é 80.

PROVA DE 2011

Questão 12

Considere uma comunidade com n indivíduos, com uma dotação inicial de bens de w_i, e cuja utilidade é dada pelo seu consumo de bens, x_i, e do volume de um bem público G, que é igual à soma dos valores de contribuição de cada um dos indivíduos, $G = \sum_{i=1}^{n} g_i$. A utilidade de cada um dos indivíduos é dada por $u_i = x_i + a_i \ln(G)$, em que $a_i > 1$. Suponha que, na determinação de sua escolha de contribuição, o indivíduo assuma que os outros não alterarão sua contribuição em resposta.

⓪ Neste caso, metade dos indivíduos maximizando sua utilidade contribuirá igualmente 2G/n.

① Apenas metade dos indivíduos caroneará (free ride) no dispêndio dos outros.

② A solução Pareto ótima envolve apenas o indivíduo com maior a_i contribuindo.

③ A solução Pareto ótima coincide com a solução descentralizada.

④ O indivíduo com maior a_i colabora com a metade do valor do bem público.

Resolução:

Vale comentar que este item pode ser encontrado no livro utilizado em pós-graduações, de Hal Varian, chamado *Microeconomic Analysis*, Capítulo 23 (*public goods*).

(0) Falso.

Cada indivíduo $Max_{gi}\, u_i$ $\quad Max_{gi}\, a_i \, ln[\overline{G}_{-i} + g_i] + \underbrace{[w_i - g_i]}_{X_i}$ onde $G_{-i} = \sum_{j \neq i}^{n} \cdot g_i$.

A condição de 1ª ordem (solução interior) é:

$$\frac{d\pi_i}{dg_i} = 0 \Rightarrow a_i\, 1/G = 1 \Rightarrow G = a_i.$$

Dessa forma, o único indivíduo que contribuirá com um valor positivo é aquele que tirar o maior a_i.

$$G^* = \sum_{i=1}^{n} a_i$$

$$a_1 = G - \sum_{i \neq 1} a_i$$

Assim, na solução ótima de Pareto o agente com maior a_i não necessariamente colaborará com a metade do valor do bem público (G).

(1) Falso.

Se todos sabem a contribuição que os demais desejam fazer (preço de reserva), então todos os indivíduos tomarão carona, exceto o que tiver o *Max* a_i.

(2) Falso.

A solução ótima de Pareto ocorre quando $\sum TMgS_i = CMg_G$, que envolve todos os indivíduos e não somente o que tem maior a_i, ainda que o resultado particular deste exercício seja aquele em que apenas o indivíduo com o *Max* a_i contribua.

(3) Falso.

A solução ótima de Pareto coincide com a solução do "*Control Planner*" – solução centralizadora, e não descentralizadora, onde pode existir o problema do caroneiro (solução privada).

(4) Falso.

A solução ótima (de Pareto) para o provimento de bem público é aquela em que Max é a soma das utilidades.

A CPO é:

$$\Sigma TMgS_i = \frac{UMg_G}{UMg_{Xi}} = CMg_G$$

$$\left[TMgS_i = \frac{a_i \, 1/G}{1} = \frac{a_i}{G} \Rightarrow \Sigma TMgS_i = \frac{\overset{n}{\Sigma} a_i}{G}\right]$$

Em Equilíbrio, temos que: $\Rightarrow \Sigma TMgS_i = CMg_G = 1 \Rightarrow \frac{\overset{n}{\Sigma} a_i}{G} = 1$

$$G^* = \sum_{i=1}^{n} a_i$$

Questão 13

Considere dois agentes, i = 1,2, que estão decidindo a que velocidade chegam a um destino. Cada um deles possui uma função utilidade $U_i(v_i) = 2v_i$, em que v_i é a velocidade que eles estão trafegando. Só que, quanto mais rápido eles andam pela estrada, maior a probabilidade de ocorrência de um acidente, que é denotada por p(v1, v2), e que dá a eles um custo de 0,5 cada. A partir destas afirmações, responda verdadeiro ou falso nas alternativas a seguir.

⓪ Há um incentivo para que os motoristas dirijam mais rápido do que o socialmente ótimo.

① Se o agente for multado na eventualidade de um acidente, a velocidade em que ele trafega é maior.

② A multa que faria com que os agentes andassem pela estrada à velocidade socialmente ótima é de 0,5.

③ Na multa socialmente ótima, a despesa que os agentes teriam de incorrer com a multa é superior ao custo do acidente.

④ Se o primeiro agente somente deriva utilidade se não houver acidente, a multa ótima para este agente independe da velocidade em que os agentes estão se movendo.

Resolução:

Sejam os seguintes dados do problema:

– 2 agentes decidem sobre a velocidade v_i

– $u_i = 2\, v_i$, $_i = 1,2$

– $\frac{du_i}{dv_i} = 2 > 0$

– quanto maior v_i, maior a probabilidade de acidente $p(v_1, v_2)$

– custo que o acidente impõe é $c_i = 1/2$ para cada agente

(0) Verdadeiro.

O *problema privado* de maximização de cada motorista *i* (i=1,2) é dado por:

$$\max_{V_i}[u_i(v_i) - p(v_1, v_2)c_i]$$

$$\max_{V_i}[2v_i - p(v_1, v_2)0,5]$$

Enquanto que o *problema social* é dado por:

$$\max_{v_i v_j}[u_i(v_i) + u_j(v_j) - p(v_i, v_j)(c_i + c_j)]$$

$$\max_{v_1 v_2}[2v_1 + 2v_2 - p(v_1, v_2)(0,5 + 0,5)]$$

Dado que o motorista i ignora o custo que ele impõe ao motorista j, o motorista i escolherá uma velocidade maior do que a socialmente ótima.

O *problema privado*: $max_{vi}[2v_i - p(v_1, v_2)0,5]$

$$\frac{d\pi_i}{dv_i} = 2 - c_i \frac{dp(v_1, v_2)}{dv_i} \rightarrow \frac{\frac{dp(v_1, v_2)}{dv_i}}{2} = \frac{1}{c_i}$$

$$\frac{d\pi_i}{dv_i} = 2 - \frac{1}{2}\frac{dp(v_1, v_2)}{dv_i} \rightarrow \frac{dp(v_1, v_2)}{dv_i} = 4$$

O *problema social*: $\max_{v_1, v_2}[2v_1 + 2v_2 - p(v_1, v_2)(0,5 + 0,5)]$

$$\frac{d\pi_i}{dv_i} = 2 - [c_1, c_2]\frac{dp(v_1, v_2)}{dv_i} \rightarrow \frac{\frac{dp(v_1, v_2)}{dv_i}}{2} = \frac{1}{[c_1, c_2]}$$

$$\frac{d\pi_i}{dv_i} = 2 - \frac{dp(v_1, v_2)}{dv_i} \rightarrow \frac{dp(v_1, v_2)}{dv_i} = 2$$

Compare as condições de primeira ordem dos problemas privado e social. Repare que do lado esquerdo ambas as condições são iguais a $\frac{dp(v_1, v_2)}{dv_i} \Big/ 2$. Do lado direito, por outra parte, há uma diferença. No caso privado temos $\frac{1}{c_1}$ e do lado social temos $\frac{1}{[c_1 + c_2]}$. Para que as expressões sejam iguais, temos que taxar o caso agente i (no caso privado) em uma tarifa cujo valor tem que ser igual ao custo do agente j (c_j). Assim, se impusermos $t_i = c_j$ veremos que o agente i maximizará $[u_i - p(v_1, v_2)\ (c_1, t_1)]$.

Para mostrar que a solução privada é maior do que a solução ótima, na presença de externalidade negativa, a título de exemplo, imagine que $p(v_1, v_2) = \frac{1}{2}(v_1^8, v_2^8)$, onde v_i [0,1], $i = 1,2$.

Assim, teremos: $\frac{dp(v_1, v_2)}{dv_i} = 4v_i^7$

Logo, do *problema privado* temos que: $4v_i^7 = 4 \rightarrow v_i^{Privado} = 1$

Do *problema social* temos que: $4v_i^7 = 2 \rightarrow v_i^{Social} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{7}} = 0{,}906$

Assim, $v_i^{Privado} > v_i^{Social}$.

(1) Falso.

Não necessariamente. Se o motorista for multado caso haja um acidente, isto não significa que a velocidade em que ele estava dirigindo era superior à permitida.

(2) Verdadeiro.

Comparando o problema social com o problema privado como fizemos no item (0), podemos observar que a multa que faria com que os motoristas andassem pela estrada à velocidade socialmente ótima é aquela que reflete o custo do outro motorista, caso haja um acidente. Neste caso $t_1 = c_2$. Como $c_2 = 0{,}5$, a multa de cada agente deve ser 0,5.

(3) Falso.

Como colocado no item (0), a multa socialmente ótima é aquela que reflete o custo do acidente de outro indivíduo, que no problema em tela é igual a c_i = 0,5. Assim, a despesa dos agentes com a multa quando há acidente é igual a 1 (pois $c_i + c_j$ = 0,5+0,5) e não superior, como coloca o enunciado.

O que seria superior, vale mencionar, é o custo total dos agentes, caso houvesse um acidente. Se a multa ótima social fosse cobrada no caso de um acidente, cada indivíduo incorreria no custo c_i por causa do acidente mais a multa devido ao acidente, $t_i = c_j$. Como isso valeria para ambos os agentes, o custo total incorrido pelos agentes no caso de acidente seria de $2(c_i + c_j)$, o que é o dobro do custo total do acidente em si.

(4) Verdadeiro.

Neste caso, o *__problema privado__* de maximização de cada motorista i (i = 1,2) é dado por:

$$\max_{v_1}\{[1-p(v_1,v_2)]u_1(v_1)-p(v_1,v_2)c_1\}$$

Isto porque com probabilidade *(1-p)* ele terá utilidade, pois não haverá acidente, e com probabilidade *p* ele terá um acidente.

Que pode ser reescrito como:

$$\max_{v_1}\{u_1(v_1)-p(v_1,v_2)[u_1(v_1)+c_1]\}$$

Enquanto que o *problema social* é dado por:

$$\max_{v_1,v_2}[(1-p(v_1,v_2))(u_1(v_1)+u_2(v_2))-p(v_1,v_2)(c_1+c_2)]$$

que pode ser reescrito como:

$$\max_{v_1,v_2}[u_1(v_1)+u_2(v_2)-p(v_1,v_2)(u_1(v_1)+u_2(v_2)+c_1+c_2)]$$

Fazendo a maximização de ambos os problemas, temos que:

Problema privado: $max_{vi}[u_i(v_1) - p(v_1, v_2)(u_1(v_1) + c_1)]$

$$\frac{d\pi_1}{dv_1}u_1'(v_1)-[u_1(v_1)+c_1]\frac{dp(v_1,v_2)}{dv_1}\rightarrow\frac{\frac{dp(v_1,v_2)}{dv_1}}{u_1'(v_1)}=\frac{1}{[u_1(v_1)+c_1]}$$

Problema social: $\max_{v_1,v_2}[u_1(v_1)+u_2(v_2)-p(v_1,v_2)(u_1(v_1)+u_2(v_2)+c_1+c_2)]$

$$\frac{d\pi_1}{dv_1} = u_1'(v_1) - [u_1(v_1) + u_2(v_2) + c_1 + c_2]\frac{dp(v_1, v_2)}{dv_1}$$

$$\rightarrow \frac{\frac{dp(v_1, v_2)}{dv_1}}{u_1'(v_1)} = \frac{1}{[u_1(v_1) + u_2(v_2) + c_1 + c_2]}$$

Compare as condições de primeira ordem dos problemas privado e social. Repare que do lado esquerdo ambas as condições são iguais a $\frac{dp(v_1, v_2)}{dv_1} \Big/ u_1'(v_1)$.

Do lado direito, de maneira inversa, há uma diferença. Para que as expressões sejam iguais, temos que taxar o caso agente 1 (no caso privado) em uma tarifa cujo valor tem que ser igual ao custo do agente 2 mais a sua utilidade. Assim, se impusermos agente $t_1 = u_2(v_2) + c_2$ veremos que o agente 1 maximizará $[u_1(v_1) - p(v_1, v_2)(c_1 + t_1)]$.

Assim, comparando o problema social com o problema privado, podemos observar que a multa que faria com que os motoristas andassem pela estrada à velocidade socialmente ótima seria, como antes, aquela que refletisse o seu custo, caso haja um acidente. Neste caso, a multa a ser aplicada ao motorista i deveria ser $2v_i + 0{,}5$, que depende apenas da velocidade do outro motorista, mas independe da velocidade de ambos. Por isso a questão está correta.

Vale comentar que este item pode ser encontrado no Exercício 24.1 do livro adotado em pós-graduações chamado *Microeconomic Analysis*, de Hal Varian, Capítulo 24 (*externalities*).

PROVA DE 2012

Questão 13

Suponha uma economia com duas firmas competitivas, representadas por 1 e 2, que produzem o mesmo bem e têm as seguintes funções custo: $c_1(x_1) = \frac{1}{2}x_1^2$, $c_2(x_2) = \frac{1}{2}x_2^2$. A firma 1 exerce uma externalidade negativa sobre a firma 2 de modo que a função lucro da firma 2 é dada por: $\pi_2 = p_2x_2 - c_2(x_2) - e(x_1)$. Sabendo que $e(x_1) = \frac{1}{2}x_1^2$ e que o preço do produto produzido é igual a 1, calcule a diferença entre a solução privada e a solução socialmente ótima na produção de bens da firma 1.

Resolução:

A resposta desta questão pelo primeiro gabarito era 2, mas, como o resultado é ½, esta questão deveria ser anulada. De fato, a questão, pelo gabarito final, foi anulada.

Dados da Questão:

Funções custo das firmas:

$$C_1(x_1) = \frac{1}{2}(x_1)^2$$

$$C_2(x_2) = \frac{1}{2}(x_2)^2$$

Externalidade negativa que a firma 1 exerce sobre a firma 2: $e(x_1) = \frac{1}{2}(x_1)^2$

Preço do produto produzido: $p = 1$

A função lucro da firma 2 (considerando a externalidade negativa da firma 1):

$$\pi_2 = p_2 x_2 - c_2(x_2) - e(x_1) = x_2 - \frac{1}{2}(x_2)^2 - \frac{1}{2}(x_1)^2$$

Desse modo, tem-se que a **solução privada**, na qual a firma 1 não considera a externalidade que produz sobre a firma 2, será tal que irá:

$$\max_{x_1} \pi_1 = p_1 x_1 - \frac{1}{2}(x_1)^2$$

Cuja C.P.O. é dada por: $p_1 - x_1 = 0$ ou $p_1 = x_1$.

Utilizando a informação do enunciado (de que o preço do produto produzido é igual a 1), tem-se que: $x_1 = 1$.

Por sua vez, a **solução socialmente ótima**, na qual considera-se o lucro conjunto das firmas e os custos totais, que inclui o da externalidade (pois esta solução "internaliza a externalidade") será tal que:

$$\max_{x_1} (\pi_1 + \pi_2) = p_1 x_1 - \frac{1}{2}(x_1)^2 + p_2 x_2 - \frac{1}{2}(x_1)^2 - \frac{1}{2}(x_2)^2$$

Cuja C.P.O. é dada por: $p_1 - x_1 - x_1 = 0$ ou $p_1 - 2x_1 = 0$.

Utilizando a informação do enunciado (de que o preço do produto produzido é igual a 1), tem-se que: $x_1 = \frac{1}{2}$.

Assim, de acordo com o que está sendo pedido no enunciado, deve-se ter:

$$x_1^p - x_1^s = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

E, portanto, a resposta deveria ser $\frac{1}{2}$.

Questão 14

Considere que um aeroporto está localizado ao lado de um grande terreno que é propriedade de um incorporador imobiliário. O incorporador gostaria de construir moradias naquele terreno, mas o barulho do aeroporto reduz o valor das propriedades. Quanto maior for a intensidade do tráfego aéreo, menor o valor do montante de lucros que o incorporador pode obter com o terreno. Seja X o número de voos diários e Y o número de moradias que o incorporador pretende construir. O Lucro Total do aeroporto (LA) é dado pela função $48 - X^2$ e o Lucro Total do incorporador (LI) é dado por $60Y - Y^2 - XY$. Identifique a diferença entre o Lucro Total dos dois agentes (LA + LI) em duas situações relativas às regras institucionais que regulam o comportamento dos agentes: (i) no caso da imposição de uma lei que responsabiliza o aeroporto por qualquer redução ocorrida no valor das propriedades; (ii) no caso em que os dois agentes optam pela formação de um conglomerado empresarial com o objetivo de maximizar o lucro conjunto.

Resolução:

A resposta desta questão pelo gabarito é 27, mas deveria ser anulada, pois o resultado é 0.

Segundo o enunciado da questão a função lucro do aeroporto é dada pela função $48 - x^2$. Isto implica que a escolha ótima do aeroporto seria a de operar com $x = 0$, ou seja, nenhum voo. Tal decisão independe se a firma considera o impacto dos voos na incorporadora.

Desse modo, qualquer que seja a situação, as escolhas ótimas das firmas são iguais e a diferença dos lucros é zero.

PROVA DE 2014

Questão 10

Com relação à teoria dos bens públicos, indique quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

⓪ Para determinar o nível eficiente de oferta de um bem público é necessário igualar a soma dos benefícios marginais dos usuários do bem público ao custo marginal de sua produção.

① Um bem é não exclusivo quando as pessoas não podem ser impedidas de consumi-lo.

② Um bem é dito não disputável ou não rival quando para qualquer nível de produção o custo marginal de se atender um consumidor adicional é zero.

③ Um carona é um indivíduo que não paga por um bem não disputável ou não rival, na expectativa de que outros o façam.

④ O uso do imposto de Clarke para determinar a oferta de bens públicos exige preferências quase lineares.

Resolução

(0) Verdadeiro.

Esta é a condição de equilíbrio que determina a oferta de um bem público.

(1) Verdadeiro.

Esta é a definição de um bem não exclusivo.

(2) Verdadeiro.

Esta é a definição de um bem não disputável ou não rival.

(3) Falso.

O carona é um indivíduo que se beneficia do uso de um bem ou serviço não pagando por isso, pois espera que alguém pague. O que está errado na assertiva é o fato do bem ser não rival. Em geral, trata-se de bens rivais, onde o custo marginal de atender a mais um consumidor não é zero.

(4) Verdadeiro.

Uma das hipóteses necessárias para se implementar um imposto de Clarke é a de que os agentes possuam preferências quase lineares.

Questão 11

Com relação a externalidades é possível afirmar:

⓪ A quantidade de externalidades gerada na solução eficiente independe da definição e distribuição dos direitos de propriedade na sociedade.

① Se a curva de indiferença dos indivíduos assume a forma $x^2 = k - v(x_1)$, então toda solução eficiente terá a mesma quantidade de externalidades.

② Segundo Coase, a quantidade eficiente de um determinado bem, na presença de externalidades, independe, em alguns casos, da distribuição dos direitos de propriedade entre os indivíduos.

③ Mesmo numa situação na qual os custos privados e os custos sociais são distintos a solução de mercado alcança eficiência no sentido de Pareto.

④ Do ponto de vista social a produção de externalidades negativas deveria ter preço positivo.

Resolução

(0) Falso.

Segundo Coase, se as preferências dos agentes forem quase lineares, então a quantidade eficiente de um determinado bem, na presença de externalidades, independe da distribuição dos direitos de propriedade entre os indivíduos. Portanto, a afirmativa seria verdadeira se as preferências dos agentes fossem quase lineares.

(1) Verdadeiro.

Se a curva de indiferença dos indivíduos assume a forma $x^2 = k - v(x_1)$, que é uma função quase-linear, então as preferências destes indivíduos podem ser descritas por funções de utilidade quase lineares da forma e, daí, satisfazem a propriedade de quase linearidade.

(2) Verdadeiro.

Os casos a que o teorema de Coase se referem são aqueles onde as preferências são quase lineares.

(3) Falso.

Sob a presença de externalidades na produção, numa situação na qual os custos privados e os custos sociais são distintos, a solução de mercado não é eficiente no sentido de Pareto.

(4) Verdadeiro.

Para ilustrar este fato, suponha que o direito de propriedade seja dado à empresa que sofre a externalidade negativa. Neste caso, a empresa que gerar a externalidade negativa deverá pagar um preço positivo para a empresa que sofre a externalidade negativa.

PROVA DE 2015

Questão 14

Duas firmas produzem um bem com preço unitário constante p = $12. A primeira, situada na margem de um rio, opera com função custo $c(x) = x^2$, sendo x a quantidade do bem produzida por ela. A outra firma, localizada pouco adiante no mesmo rio, produz a quantidade y do mesmo bem, com custo expresso por $c(y) = y^2 + ½ x^2$. O último componente dessa expressão representa a externalidade negativa gerada pela poluição do rio por parte da outra firma. Calcule a redução no número de unidades produzidas pela firma poluidora, caso ambas decidam explorar, com a fusão entre as firmas, os ganhos derivados da internalização da externalidade.

Resolução:

A resposta é 02.

Quando cada uma das firmas toma a sua decisão individualmente, a primeira firma só estará preocupada em determinar o nível ótimo do bem que ela produz, *x*. Desta forma a firma 1 quer maximizar o seu lucro, que está em função de *x*, isto é:

$$\pi_1(x) = 12x - x^2.$$

As condições de primeira ordem do problema acima, obtidas quando derivamos o lucro da firma 1 em relação à quantidade produzida *x* e igualamos a zero, permite encontrar a quantidade ótima do bem *x* para a firma 1, quando faz suas escolhas individualmente:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial x} = 0 \Rightarrow 12 - 2x = 0 \Rightarrow x = 6.$$

Com a fusão das firmas, deve-se considerar a função lucro que agrega os lucros das firmas 1 e 2:

$$\pi(x,y) = 12(x+y) - \left(x^2 + y^2 + \frac{1}{2}x^2\right).$$

As condições de primeira ordem do problema acima, obtidas quando derivamos o lucro após a fusão em relação à quantidade produzida *x* e igualamos a zero, permite encontrar a quantidade ótima do bem x para a firma 1, quando faz suas escolhas em conjunto:

$$\frac{\partial \pi(x,y)}{\partial x} = 0 \Rightarrow 12 - 2x - x = 0 \Rightarrow x = 4.$$

Assim, como inicialmente a firma poluidora produzia 6 unidades e com a fusão passaria a produzir 4 unidades, a redução do número de unidades produzidas seria de 2 unidades.

PROVA DE 2006

Questão 9

Em relação a mercados com informações assimétricas, é correto afirmar:

⓪ Em alguns países, as empresas são proibidas de exigir informação sobre o passado criminal de candidatos a emprego. Supondo-se que antecedentes criminais prenunciem baixo desempenho profissional, do ponto de vista estritamente econômico, a revogação dessa norma beneficiaria somente os empregadores.

① O fato de uma indústria de bens duráveis oferecer garantias de substituição em caso de defeito de seu produto é um exemplo de sinalização.

② O salário de diplomados do segundo grau chega a ser seis vezes maior que o de pessoas que cursaram o segundo grau, mas não se diplomaram. Tal diferença de remuneração entre pessoas com praticamente o mesmo grau de escolaridade é evidência de que o diploma é um sinal positivo da capacidade do indivíduo.

③ Seleção adversa e dano moral podem ocorrer simultaneamente em um mercado.

④ A Gratificação de Estímulo à Docência (GED) foi incorporada aos salários dos docentes das universidades federais, desaparecendo a distinção por critério de desempenho. Considerando-se o Ministério da Educação como um principal e o professor como um agente, em um modelo principal-agente em que a dedicação acadêmica envolve custo para o agente, conclui-se que a recém-conquistada isonomia implicará maior dedicação e desempenho do professor.

Resolução:

(0) Falso.

Não. Certamente beneficiaria um dos grupos de candidatos. Os trabalhadores com antecedentes criminais podem se beneficiar com essa norma.

(1) Verdadeiro.

Oferecer garantia de substituição em caso de defeito do produto é custoso para as empresas. Serve como sinal da qualidade do produto que está sendo vendido, mas gera ineficiência social.

(2) Verdadeiro.

Diplomar-se serve como um sinal da capacidade do trabalhador em concluir etapas, o que não quer dizer que ele de fato produzirá mais.

(3) Verdadeiro.

Os contratos de seguros de automóveis, por exemplo, podem envolver tanto características que visem reduzir assimetrias de informação do tipo seleção adversa quanto de perigo moral. Por exemplo, quando a seguradora oferece diferentes tipos de seguros que são selecionados pelos

contratantes, o objetivo é que os assegurados se autosselecionem (diminuindo o problema de seleção adversa). A presença de franquias em alguns dos contratos, por sua vez, visa atenuar problemas de perigo moral, uma vez que o segurado assume parte dos riscos envolvidos.

(4) Falso.

É exatamente o contrário, pois, devido à isonomia, os professores não precisarão distinguir-se por meio do desempenho.

PROVA DE 2007

Questão 10

Com relação a problemas de assimetria de informação, julgue as proposições:

⓪ A existência de franquias de seguro de automóveis, em que parte dos custos de um acidente é assumida pelo proprietário, se explica pela presença de seleção adversa entre os proprietários de veículos.

① A utilização do grau de escolaridade como indicador da capacidade do trabalhador deve-se ao fato de o maior custo da educação para trabalhadores de menor produtividade estabelecer um equilíbrio separador.

② O equilíbrio em um mercado com ação oculta tipicamente envolve algum tipo de racionamento.

③ Caso as empresas de seguros definissem seus prêmios pelo risco médio do mercado, isso resultaria em um equilíbrio agregador.

④ O contrato de parceria, em que trabalhador e proprietário recebem cada um uma porcentagem fixa da produção, é ineficiente porque o trabalhador, nesse tipo de contrato, é um pretendente residual da produção.

Resolução:

(0) Falso.

A existência de franquias de seguro de automóveis tem o objetivo de mitigar o problema de assimetria informacional do tipo perigo moral, uma vez que o risco do principal é que o franqueado (agente) não aja de forma a cuidar do seu veículo. Ao se pagar uma franquia, o agente estará compartilhando os riscos e, desse modo, terá incentivos a agir com mais cuidado.

(1) Verdadeiro.

Essa é exatamente a ideia que está por trás do modelo de educação de Spence, segundo o qual a educação serve como um sinal da produtividade dos trabalhadores, quando for custoso para um indivíduo com baixa produtividade adquiri-la. No equilíbrio separador, aquele que possuir o menor custo em educar-se constituirá um $e^* > 0$ apenas para sinalizar sobre o seu tipo, sem que isso altere a sua produtividade, causando, assim, um custo para a sociedade.

(2) Verdadeiro.

A solução competitiva (eficiente de Pareto) não deve ocorrer. A ação oculta pode ser esforçar-

se menos do que o ótimo, depois de contratado por uma empresa.

(3) Falso.

Em um equilíbrio agregador, as empresas de seguro definem seus prêmios pelo risco associado ao agente mais exposto ao risco.

(4) Falso.

O contrato de parceria visa compartilhar os riscos entre as partes e, desse modo, induzir o trabalhador a esforçar-se mais. O agente, portanto, não é um pretendente residual da produção.

PROVA DE 2008

Questão 13

Com relação à teoria dos incentivos e informação assimétrica, julgue as afirmações:

⓪ No mercado de automóveis usados, em que a qualidade dos bens é conhecida apenas pelo vendedor, é possível que a seleção adversa determine um equilíbrio em que apenas os bens de qualidade inferior sejam transacionados.

① A existência de franquias em contratos de seguro de automóveis é uma maneira de aliviar o problema do perigo moral.

② Em um equilíbrio agregador, no contexto de seleção adversa, o investimento dos trabalhadores em "sinais", tais como educação, pode ser um benefício do ponto de vista privado, mas um desperdício do ponto de vista social.

③ Segundo a teoria dos contratos, em caso de seleção adversa, o regulador econômico deve obrigar os planos de saúde a fornecer cobertura universal a todos os cidadãos com base no risco médio da população.

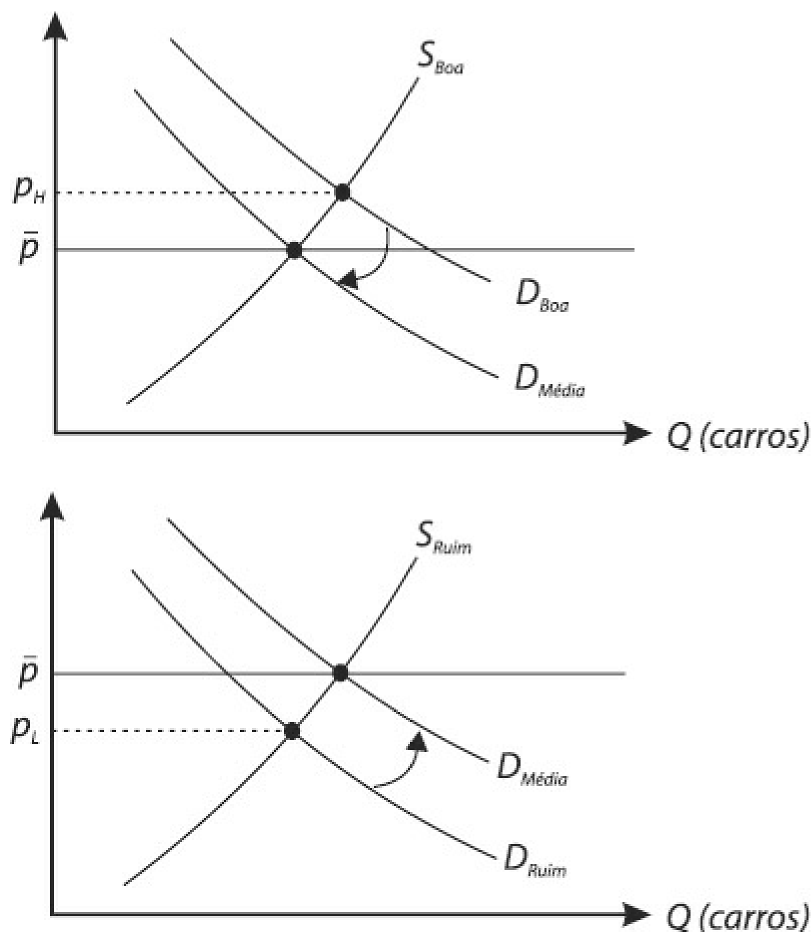
④ No contrato de parceria em que o trabalhador agrícola e o proprietário da terra recebem, cada um, uma proporção fixa do valor da produção, e em que o nível de esforço do trabalhador não seja observável, o trabalhador escolhe o nível de esforço que iguala o valor do produto marginal ao custo marginal.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Se a qualidade dos bens é conhecida apenas pelo vendedor, então é possível que a seleção adversa determine um equilíbrio em que apenas os bens de qualidade inferior sejam transacionados.

Exemplo: suponha que os compradores em um mercado de automóveis saibam que existem dois tipos possíveis de automóveis sendo vendidos: os de alta qualidade e os de baixa qualidade. Se os compradores desconhecem os tipos dos automóveis, então é natural que estejam dispostos a pagar um preço médio. Porém, pode ocorrer que o preço médio seja tal que os vendedores dos automóveis de alta qualidade não estejam dispostos a vender seus automóveis. Sabendo disso, os compradores só comprariam automóveis de baixa qualidade pagando o seu preço.



(1) Verdadeiro.

Podemos entender por "perigo moral", situações em que a assimetria informacional decorre de ações que não são observáveis por todas as partes envolvidas no contrato. A existência de franquias em contratos de seguro de automóveis é uma maneira de aliviar o problema do perigo moral, na medida em que os proprietários dos automóveis passam a compartilhar os riscos envolvidos.

(2) Falso.

De fato, o investimento dos trabalhadores em "sinais", no contexto de seleção adversa, tais como educação, pode ser um benefício do ponto de vista privado, mas um desperdício do ponto de vista social, pois educação não traz aumento de produtividade (modelo de Spence). No entanto, o que torna essa afirmativa verdadeira, e a questão incorreta, é que aquele que tem o menor custo privado em se educar vai ter que se educar e^*, no caso do equilíbrio separador e não agregador.

(3) Falso.

Se o regulador econômico obrigasse os planos de saúde a oferecer cobertura universal a todos, com base no risco médio da população, somente os mais arriscados seriam atraídos a participar desses planos.

(4) Falso.

Neste caso, a produção e o risco são compartilhados entre o agente e o principal. Portanto, na função lucro do principal, a função de produção é multiplicada pelo percentual que ficará com o principal. Com isso a condição de primeira ordem não igualará $VPMg(x^*) = CMg$, mas sim α $VPMg(x^{**}) = CMg(x^{**})$, logo $x^{**} < x^*$.

PROVA DE 2009

Questão 15

O sr. Principal (doravante p) possui um pedaço de terra e deseja contratar o sr. Agente (doravante a) para plantar batatas em sua propriedade. A produção de batatas é dada pela função $y = 8\sqrt{x}$, em que x é a quantidade de esforço despendida por a na plantação. Suponha que o preço do produto é igual a 1, de modo que y também mede o valor do produto. Ao exercer o nível de esforço x, a incorre em um custo dado por $c(x) = \frac{1}{4}x^2$. O contrato entre os dois é o de aluguel, ou seja, a paga a p uma quantia fixa r e fica com o excedente s = y – r. A utilidade de a é u(s,x) = s – c(x). O problema de p é maximizar seu lucro π = y – s, dadas as restrições de participação e de incentivo de a. Calcule o valor ótimo do aluguel, r*.

Resolução:

Por se tratar de um contrato de aluguel em que o agente toma todo o risco, o seu esforço será máximo. Com isso, o principal não precisa se preocupar em resolver o seu problema considerando as restrições de participação e de incentivos de A, uma vez que em um contrato de aluguel o principal receberá um aluguel R que independerá do nível de esforço do agente.

Portanto, a resolução do problema se restringe à maximização da utilidade do agente, que consiste em determinar o seu nível de esforço ótimo.

Maximizando a função de utilidade do agente, teremos a seguinte expressão:

$$\max_x u(s,x) = s - c(x) = (y - R) - c(x) \Rightarrow \max_x \left\{ \left[8\sqrt{x} - R \right] - \left[\frac{1}{4}x^2 \right] \right\}$$

A condição de primeira ordem implica:

$$\frac{1}{2}8x^{-\frac{1}{2}} - \frac{2}{4}x = 0 \Rightarrow x^* = 4.$$

O principal, portanto, irá estabelecer o valor ótimo do aluguel, que extrairá todo o excedente do agente, e que corresponde ao menor valor para o qual a utilidade do agente iguala a zero.

$$8\sqrt{4} - R - \frac{1}{4}4^{\frac{1}{2}} \geq 0 \Rightarrow R^* = 12.$$

PROVA DE 2010

Questão 15

O valor de uma empresa pode ser V=$10, com probabilidade π(e), ou v=$4, com probabilidade 1-π(e), em que {1,0} e é o nível de esforço exercido pelo gerente da empresa, sendo que e = 0 denota esforço baixo e e = 1 denota esforço alto. Suponha que π(0) = ¼ e π(1) = ¾. Para o gerente, exercer esforço alto causa uma desutilidade ξ(1) = 1, ao passo que esforço baixo não lhe causa qualquer desutilidade, isto é, ξ(0) = 0. Para o gerente, o valor de sua opção externa (sua outside option) é zero. A empresa não pode observar o nível de esforço exercido por seu gerente e deve, portanto, condicionar o salário do gerente ao valor da empresa. Seja w o salário do gerente, se o valor da empresa for v = $4, e seja W o salário do gerente, se o valor da empresa for V=$10. Tanto a empresa quanto o gerente são neutros ao risco. O objetivo da empresa é induzir o gerente a exercer esforço alto de modo a maximizar o lucro esperado: π(1)(v-W) + π(0)(v-w). O contrato ótimo (w,W) deve ser determinado pela empresa levando-se em conta a restrição de compatibilidade de incentivos e a restrição de participação. Além disso, uma restrição legal, que é chamada de restrição de responsabilidade limitada, impede que o salário seja negativo, qualquer que seja o valor da empresa. Calcule o lucro esperado da empresa obtido com o contrato ótimo.

Resolução:

Considerando as informações do enunciado, teremos que o objetivo da empresa é o de induzir o gerente ao esforço alto, o que implica resolver o seguinte problema:

Principal maximiza $\{(\pi(1)(V - W)) + [(1- \pi(1))(v - w)]\}$

Sujeito a:

(1) $\frac{3}{4}W + \frac{1}{4}w - 1 \geq 0$ (restrição de participação).

(2) $\frac{3}{4}W + \frac{1}{4}w - 1 \geq \frac{1}{4}W + \frac{3}{4}w - 0$ (restrição de compatibilidade de incentivos).

(3) $(w, W) \geq (0,0)$ (restrição de responsabilidade limitada).

De (2), temos que: $W = 2 + w$ (4). Em (1), temos que: w = – 0,5. Usando (3), temos que a empresa fixará $w = 0$. Logo, em (4), W = 2.

Substituindo $(w, W) = (0,2)$ na função objetivo da empresa, encontraremos o seu lucro esperado com o contrato ótimo:

$$\pi^{*}_{principal} = \frac{3}{4}(10-2) + \frac{1}{4}(4-0) = 7.$$

PROVA DE 2011

Questão 9

Suponha uma situação de contrato entre um principal e vários agentes, que podem ser de dois tipos distintos com probabilidade $\pi_t = 1/2$. A função utilidade dos agentes é dada por: $U_t = S - C_t(x)$, t = 1,2 , em que S = salário pago ao agente, $C_t(x)$ a função custo referente a cada tipo de agente de produzir x unidades e t o índice que indexa o tipo de agente. Supõe-se ainda que:

$C_1(x) < C_2(x), \forall x > 0$
$C_1'(x) < C_2'(x), \forall x > 0$ **, ou seja, o agente do tipo 1 tem custo total e marginal de produção menor que o agente do tipo 2 para qualquer nível de produção. Os agentes não têm outra oportunidade no mercado de trabalho.**

Diante dessa situação, avalie as seguintes afirmativas:

⓪ Se o principal puder distinguir cada tipo de agente e a função custo for do tipo $C_t = \frac{tx^2}{2}$, t = 1,2 , no nível de produção eficiente o agente do tipo 1 irá produzir a mesma quantidade que o agente do tipo 2.

① Supondo ainda que o principal observe os tipos de agentes, o salário pago a cada um dos agentes será igual a S_1=0,5 para o agente do tipo 1 e S_2=0,25 para o agente do tipo 2.

② Supondo agora que o principal não possa observar os tipos de agentes, é possível afirmar que no contrato ótimo ofertado pelo principal o agente do tipo 1 irá produzir exatamente a mesma quantidade que produzia no caso de simetria informacional e o agente de custo mais elevado irá produzir uma quantidade inferior à produzida no contrato com simetria informacional, ou seja, abaixo do nível de eficiência.

③ Supondo que o principal não possa observar os tipos de agentes, é possível afirmar que no contrato ótimo ofertado pelo principal o agente do tipo 2 irá auferir renda informacional, isto é, irá receber um salário que o deixa com nível de utilidade positivo.

④ Supondo que o principal não possa observar os tipos de agentes, é possível afirmar que o agente do tipo 1 irá produzir x_1=1 na alocação de equilíbrio e o agente do tipo 2 irá produzir x_2=1/3.

Resolução:

Este é um problema do tipo "seleção adversa", em que a assimetria de informação diz respeito ao tipo. Dados do problema:

$$\begin{cases} 1 principal \\ n \text{ agentes de } 2 \text{ tipos} \rightarrow \begin{cases} \pi_1 = 1/2 \rightarrow +apto \\ \pi_2 = 1/2 \rightarrow -apto \end{cases} \end{cases}$$

Função de utilidade dos agentes

$$\begin{cases} u_1 = S - C_1(x) \\ u_2 = S - C_2(x) \end{cases} e \; C_1(x) < C_2(x), C_1'(x) < C_2'(x)$$

$u_0 = 0$

Função de utilidade do principal, dado que é neutro ao risco: $\pi = y - S$

(0) Falso.

Se o principal for capaz de distinguir os agentes, ele pagará um salário S exatamente igual ao seu custo, isto é: $S_1 = \frac{x_1^2}{2}$ e $S_2 = x_2^2$. Isto porque ele precisa respeitar a restrição de participação, qual seja $S - C_i > u_0$, *onde* $u_0 = 0 \;\; S - C_i = 0 \;\; S = C_i$.

Assim, o principal resolve os seguintes problemas:

$$\underset{X_1}{Máx}(y_1 - S_1) \Rightarrow \underset{X_1}{Máx}\left(x_1 - \frac{x_1^2}{2}\right) \Rightarrow x_1^* = 1$$

$$\underset{X2}{Máx}(y_2 - S_2) \Rightarrow \underset{X_1}{Máx}(x_2 - x_2^2) \Rightarrow x_2^* = \frac{1}{2}$$

(1) Verdadeiro.

Com base no que vimos no item (0), temos que:

$$\begin{cases} x_1^* = 1 \Rightarrow S_1 = \frac{1}{2} \\ x_2^* = \frac{1}{2} \Rightarrow S_2 = \frac{1}{4} \end{cases}$$

(2) Verdadeiro.

Se o principal não consegue distinguir os agentes, ele terá que garantir que o tipo i não se passe pelo tipo bom j. Assim, ele resolverá o seu problema incerto (terá que maximizar o valor esperado do seu lucro), sujeito a 4 restrições (esta é a formulação completa do problema): duas de participação referentes a cada agente, qual seja: $S_i - C_i(x_i) \geq u_0$; e duas concernentes à restrição de compatibilidade de incentivos para cada agente, qual seja: $S_i - C_i(x_i) \geq S_j - C_i(x_j)$. Neste segundo tipo de restrição, o principal quer garantir que o salário menos o custo que o agente do tipo i receba sem mentir seja maior do que o salário que ele pudesse receber caso se passasse pelo tipo j.

Assim, o problema do principal será:

$$\max_{(x_1, x_2, s_1, s_2)} \frac{1}{2}(x_1 - s_1) + \frac{1}{2}(x_2 - s_2)$$

Sujeito à:

$$RP\begin{cases} (1) s_1 - \dfrac{x_1^2}{2} \geq 0 \Rightarrow RP\ de\ 1 \\ (2) s_2 - x_2^2 \geq 0 \Rightarrow RP\ de\ 2 \end{cases}$$

$$RC\begin{cases} (3) s_1 - \dfrac{x_1^2}{2} \geq s_2 - \dfrac{x_2^2}{2} \Rightarrow RC\ de\ 1 \\ (4) s_2 - x_2^2 \geq s_1 - x_1^2 \Rightarrow RC\ de\ 2 \end{cases}$$

Observação: as restrições de compatibilidade de incentivos (RC) em problemas desse tipo também são conhecidas como restrições de autosseleção.

Reorganizando as restrições de compatibilidade de incentivos (3) e (4), teremos:

$$s_2 \leq s_1 + \frac{x_2^2}{2} - \frac{x_1^2}{2}$$

e

$$s_2 \geq s_1 + x_2^2 - x_1^2$$

$$\frac{x_2^2}{2} - \frac{x_1^2}{2} \geq s_2 - s_1 \geq x_2^2 - x_1^2$$

O que indica que, se as restrições de compatibilidade de incentivos forem satisfeitas, teremos:

$$\frac{x_1^2}{2} - \frac{x_2^2}{2} \geq x_2^2 - x_1^2$$

Esta condição de "*single crossing*" implica que o agente do tipo 2 possui um custo marginal uniformemente maior do que o agente 1. Se $x_2 > x_1$ isto contradiz a condição acima. Portanto, na solução ótima, devemos ter que $x_2 \leq x_{1,}$ o que indica que o agente de menor custo produz ao menos tanto quanto o agente de maior custo.

Reescrevendo (1):

$$s_1 \geq \frac{x_1^2}{2} \text{ (1')}$$

Reescrevendo (3):

$$s_1 \geq \frac{x_1^2}{2} + \left[s_{\cdot 2} \geq \frac{x_2^2}{2} \right] \text{ (3')}$$

Como o principal quer que s_1 seja o menor possível, no máximo uma destas duas restrições será ativa.

Da restrição (2) e das propriedades da função custo, temos que:

$$s_2 - \frac{x_2^2}{2} \geq s_2 - x_2^2 = 0$$

Portanto, a expressão em colchetes na equação (3') é positiva e (1') não pode ser ativa. Segue-se que:

$$s_1 = \frac{x_1^2}{2} + \left[s_2 - \frac{x_2^2}{2} \right] \text{ (5)}$$

Analogamente, exatamente uma das condições (2) e (4) será ativa.

Será que (4) pode ser satisfeita com igualdade? Se sim, então substituindo (5) em (4) teremos:

$$s_2 = s_1 + x_2^2 - x_1^2 = \frac{x_1^2}{2} + \left[s_2 - \frac{x_2^2}{2} \right] + x_2^2 - x_1^2$$

Reescrevendo, teremos:

$$\frac{x_2^2}{2} - \frac{x_1^2}{2} = x_2^2 - \frac{x_1^2}{2}$$

que viola a condição de *single crossing*.

Segue-se, então, que a escolha ótima deve ser tal que:

$S_2 = x_2^2$ (6)

Substituindo (5) e (6) no problema do principal, teremos:

$$\max_{x_1, x_2} \left[\frac{1}{2} \left(x_1 - \frac{x_1^2}{2} - x_2^2 + \frac{x_2^2}{2} \right) + \frac{1}{2}(x_2 - x_2^2) \right]$$

E as condições de primeira ordem serão dadas por:

$$\frac{d\pi}{dx_1} = 0 \rightarrow \frac{d\pi}{dx_1} = \frac{1}{2}[1 - x_1] = 0 \rightarrow x_1^* = 1$$

$$\frac{d\pi}{dx_2} = 0 \rightarrow \frac{d\pi}{dx_2} = \frac{1}{2}[-2x_2 + x_2] + \frac{1}{2}[1 - 2x_2] = 0 \rightarrow x_2^* = \frac{1}{3}$$

Portanto, teremos que: $x_1^* = 1$ e $x_2^* = \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$

(3) Falso.

O salário do agente do tipo 2 será:

$$x_2 = x_2^2 = \left(\frac{1}{3} \right)^2 = \frac{1}{9} < \frac{1}{4}$$

$$u_2 = \frac{1}{9} - \frac{1}{9} = 0$$

(4) Verdadeiro.

Conforme vimos no item 2.

PROVA DE 2012

Questão 10

Um trabalhador pode realizar dois níveis de esforço quando contratado por uma fábrica, alto ou baixo. A probabilidade de ocorrerem erros de produção é condicional ao nível de esforço do trabalhador. Se o trabalhador realiza o esforço alto a probabilidade de erro é 0,25 e se o trabalhador realiza o esforço baixo a probabilidade de erro se eleva para 0,75. A função de utilidade do trabalhador é dada por: $U(w,e) = 100 - \frac{10}{w} - e$,

em que w é o salário do trabalhador e e o nível de esforço, que assume o valor e = 2, no caso do trabalhador realizar o esforço alto, e e = 0 no caso do trabalhador realizar esforço baixo. A única oportunidade de trabalho existente no mercado é dada por este posto na fábrica. O valor do produto depende de seu estado, ou seja, se o produto estiver perfeito o fabricante consegue vendê-lo a R$ 20,00 a unidade e se o produto apresentar algum defeito, devido aos erros de produção, o produto não é vendido e, portanto, seu valor é zero. Sabendo que o fabricante é neutro ao risco e maximiza o lucro esperado conhecendo as restrições do trabalhador, assinale falso ou verdadeiro:

⓪ O trabalhador irá sempre preferir realizar o nível de esforço baixo.

① O fabricante irá sempre preferir que o trabalhador realize o esforço baixo, pois o contrato que induz o trabalhador a realizar o esforço alto é muito desfavorável.

② Caso o fabricante queira que o trabalhador realize o esforço baixo deverá pagar salários distintos para cada estado da natureza, mas inferiores ao contrato proposto no caso de induzir o esforço alto.

③ O salário pago para que o trabalhador realize o esforço baixo é dado por $W = \frac{10}{100}$.

④ O vetor de salários ofertado ao trabalhador para que este realize o esforço alto é dado por: $W_1 = \frac{10}{97}$, $W_2 = \frac{10}{101}$ em que w_1 é o salário no estado da natureza em que não ocorrem erros de produção e w_2 é o salário no estado da natureza em que ocorrem erros de produção.

Solução:

Considerando as informações no enunciado, tem-se que, se o objetivo do fabricante for o de induzir o trabalhador a exercer o esforço baixo, então basta ele lhe oferecer um salário constante tal que satisfaça a sua restrição de participação (quando este exerce um esforço baixo):

$$100 - \frac{10}{w} - 0 = 0 \text{ ou seja } W = \frac{1}{10}.$$

Neste caso, a utilidade do fabricante será:

$$\frac{1}{4}(20 - W) + \frac{3}{4}(0 - W) = \frac{49}{10}$$

Por outro lado, se o objetivo do fabricante for o de induzir o trabalhador a exercer o esforço alto, então ele terá que resolver o seu problema de maximização da sua utilidade esperada, sujeita às três restrições: (1) compatibilidade de incentivos; (2) participação; (3) que os salários são não negativos. Após, a resolução de dito problema, os itens serão respondidos.

$$\max_{(w,W)} \frac{3}{4}(20-W_a)+\frac{1}{4}(0-W_b)$$

Sujeito a:

(1) $$\frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{W_a}\right)+\frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{W_b}\right)-2\geq\frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{W_a}\right)+\frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{W_b}\right)$$

(compatibilidade de incentivos)

(2) $$\frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{W_a}\right)+\frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{W_b}\right)-2\geq 0$$ (participação)

(3) $(Wa, Wb) \geq (0,0)$ (salários não nulos)

As restrições de compatibilidade de incentivos e de participação podem ser reescritas como:

$$\frac{1}{2}\left(100-\frac{10}{W_a}\right)-\frac{1}{2}\left(100-\frac{10}{W_b}\right)=2$$

$$\frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{W_a}\right)+\frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{W_b}\right)=2$$

O que resultará em $W_a=\frac{10}{97}$ e $W_b=\frac{10}{101}$.

Neste caso, a utilidade do fabricante será:

$$\frac{3}{4}(20-W_a)+\frac{1}{4}(0-W_b)=15-\frac{3}{4}\left(\frac{10}{97}\right)-\frac{1}{4}\left(\frac{10}{101}\right)$$

Resolução:

(0) Falso.

A utilidade de trabalhador quando exerce o esforço baixo será igual a 0.

Por outro lado, quando o trabalhador exerce o esforço alto será igual a:

$$\frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{W_a}\right)+\frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{W_b}\right)-2=\frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{\frac{10}{97}}\right)+\frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{\frac{10}{101}}\right)-2=$$

$$=\frac{3}{4}(100-97)+\frac{1}{4}(100-101)-2=\frac{9}{4}-\frac{1}{4}-2=0.$$

Portanto, o trabalhador será indiferente entre as duas situações.

(1) Falso.

Conforme os cálculos no início desta questão, podemos notar que o fabricante irá preferir que o trabalhador exerça o esforço alto, pois:

$$15-\frac{3}{4}\left(\frac{10}{97}\right)-\frac{1}{4}\left(\frac{10}{101}\right)>\frac{49}{10}$$

(2) Falso.

Para induzir o trabalhador a exercer o esforço baixo, basta ao fabricante oferecer um salário constante e que satisfaça a restrição de participação do trabalhador, conforme vimos no início desta questão.

(3) Verdadeiro.

Conforme calculado no início desta questão.

(4) Verdadeiro.

Conforme calculado no início desta questão.

PROVA DE 2014

Questão 12

Considere a teoria da informação assimétrica ao indicar quais entre as afirmativas abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

⓪ O problema da seleção adversa é um problema de ação oculta.

① O perigo moral é um problema de informação oculta.

② Mercados com informação oculta envolvem algum tipo de racionamento.

③ Em um mercado com assimetrias de informação sobre a qualidade dos produtos a garantia dos produtos oferecida por vendedores é um mecanismo de sinalização.

④ O investimento em sinais é sempre eficiente do ponto de vista público, mas um desperdício do ponto de vista privado.

Resolução

(0) Falso.

No livro do Varian, 7ª edição, Capítulo 37, página 753: *"O problema da seleção adversa se refere à uma situação em que um lado do mercado não pode observar o 'tipo' ou a qualidade dos bens no outro mercado. Por esse motivo é às vezes chamado de problema de <u>informação</u> oculta".*

(1) Falso.

No livro do Varian, 7ª edição, Capítulo 37, página 753: *"O perigo moral se refere a situações em que um lado do mercado não pode observar as ações do outro. Por esse motivo é algumas vezes chamado de problema de <u>ação</u> oculta."*

(2) Verdadeiro.

No livro do Varian, 7ª edição, Capítulo 37, página 753: *"O equilíbrio num mercado em que haja ação oculta tipicamente envolve algum tipo de racionamento – as empresas gostariam de prover mais do que fazem, mas não estão dispostas a fazê-lo porque isso alterará os incentivos de seus clientes"*

(3) Verdadeiro.

No livro do Varian, 7ª edição, Capítulo 37, página 754, ilustra este ponto com o exemplo do modelo de Arkelof, de carros usados:

"(...) Os proprietários de carros usados conheciam a qualidade mas os compradores tinham que adivinhá-la. (...).

(...) Os proprietários de bons carros usados tem um incentivo para tentar comunicar o fato de que eles têm um carro bom para os compradores em potencial. Eles gostariam de escolher ações que sinalizassem a qualidade do carro para aqueles que pudessem comprá-lo.

Um sinal apropriado nesse contexto seria para o proprietário do carro oferecer uma garantia. Isso equivaleria a uma promessa de pagar ao comprador uma quantia preestabelecida se o carro fosse ruim – os proprietários de bons carros usados podem oferecer tal garantia, enquanto os proprietários de carros ruins não podem fazer isso. Essa é uma forma de os proprietários de carros bons sinalizarem que têm bons carros."

(4) Falso.

No livro do Varian, 6ª edição (2000), p. 715:*"O investimento em sinais é sempre eficiente do ponto de vista privado, mas um desperdício do ponto de vista público."*

Gabarito

Obs.: A = anulada

2015

Questões	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	V	V	F	F	F	F	V	V	F	V	F	F	70	2	60
1	V	V	V	V	F	F	V	F	V	V	F	V			
2	F	V	V	V	F	V	F	F	F	V	V	V			
3	V	F	F	V	F	V	V	F	F	F	V	F			
4	V	V	F	V	F	V	V	V	V	F	V	V			

2014

Questões	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	F	F	V	V	V	A	F	F	V	V	F	F	F	34	9
1	V	V	F	F	F	F	V	V	V	V	V	F	V		
2	F	V	A	F	F	F	V	V	F	V	V	V	V		
3	F	F	V	F	V	V	V	V	V	F	F	V	F		
4	F	F	F	F	F	F	F	V	F	V	V	F	V		

2013

Questões	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	V	F	V	F	V	V	V	F	F	V	F	V	4	50	32
1	F	V	F	A	F	V	V	F	V	V	V	V			
2	F	V	V	V	F	V	F	F	F	F	F	F			
3	F	F	V	V	F	F	V	F	V	V	V	V			
4	V	V	F	F	F	V	V	V	V	V	F	F			

2012

Questões	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	F	F	V	F	F	V	V	F	F	F	75	5	A	27	6
1	F	V	F	V	V	F	V	V	V	F					
2	F	V	F	V	V	F	F	F	V	F					
3	F	V	V	F	F	F	F	F	F	V					

4	F	F	F	V	F	V	F	V	V	V

2011

Questões	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
0	V	F	F	V	V	F	F	F	F	V	F	F	V	2	1
1	V	V	F	V	F	V	V	V	V	F	F	F	F		
2	F	F	F	F	V	F	F	V	V	F	F	F	V		
3	F	V	V	F	F	F	V	F	F	V	F	F	F		
4	V	F	V	F	F	V	F	F	V	F	V	F	V		

2010

Questões	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
0	V	V	V	F	F	F	F	V	V	V	4	7	4	80	7
1	V	F	V	V	F	V	F	F	V	F					
2	F	V	V	F	F	V	F	F	V	F					
3	F	F	F	F	V	V	F	A	F	V					
4	V	F	V	F	V	V	F	V	V	V					

2009

Questões	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
0	F	V	F	F	F	F	V	F	V	V	F	50	5	16	12
1	V	F	V	V	V	F	V	F	V	F	F				
2	F	F	V	F	F	V	F	F	V	V	F				
3	V	F	F	V	V	V	F	F	V	F	F				
4	F	F	V	V	F	F	F	F	V	V	V				

2008

Questões	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
0	V	F	F	F	F	V	V	F	F	F	V	F	V	34	25
1	V	F	V	V	V	F	F	V	F	V	F	V	V		
2	V	F	V	V	F	V	F	V	F	V	V	V	F		
3	F	F	V	V	F	V	F	V	F	V	V	V	F		
4	F	V	F	V	F	F	V	V	V	V	F	F	F		

2007

Questões	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
0	V	F	F	F	V	V	F	F	V	F	F	57	85	14	75

1	V	V	V	F	F	F	F	F	V	V	V
2	F	F	F	V	F	F	F	V	F	V	V
3	F	V	F	V	V	V	F	V	F	F	V
4	V	V	F	V	F	F	V	V	F	F	F

2006

Questões	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
0	F	F	F	V	V	F	F	V	F	A	V	7	48	78	5
1	V	V	V	V	F	V	V	V	V	V	F				
2	F	F	V	V	V	F	V	F	V	F	V				
3	V	F	F	F	F	V	F	V	V	F	F				
4	V	F	V	F	F	V	F	V	F	F	V				

2005

Questões	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
0	F	F	V	F	F	V	F	F	F	F	F	F	90	20	1
1	V	V	F	V	F	V	V	F	F	V	V	V			
2	V	F	A	V	F	F	F	F	V	F	F	V			
3	F	F	V	V	A	V	V	V	A	V	V	F			
4	V	V	F	F	F	V	V	V	F	V	F	V			

2004

Questões	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
0	F	F	F	V	V	V	V	V	F	V	F	30	02	50	12
1	F	V	V	F	V	F	F	F	V	F	F				
2	V	V	V	F	V	V	V	F	F	F	V				
3	V	F	F	V	F	F	V	V	V	V	V				
4	V	F	V	F	V	V	F	F	F	F	F				

2003

Questões	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
0	F	F	V	F	V	V	F	F	V	V	V	F	04	05	02
1	V	V	V	V	V	F	V	F	V	F	V	F			
2	F	F	F	V	F	F	F	V	F	F	F	V			
3	F	F	F	V	V	V	F	F	V	V	F	V			
4	V	V	V	F	F	F	V	V	V	V	V	F			

2002

Questões	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	V	V	F	F	F	V	V	V	F	A	F	V	V	10	93
1	V	V	V	V	F	F	V	F	V	F	V	F	F		
2	F	F	V	V	F	V	F	V	F	F	F	F	F		
3	V	V	F	V	V	F	V	V	F	V	F	V	F		
4	F	F	F	V	F	F	V	F	F	F	F	V	V		

Referências Bibliográficas

Todas as respostas basearam-se na bibliografia sugerida pela ANPEC, descrita a seguir. Vale comentar que a bibliografia complementar (b4) está sendo cada vez mais cobrada nas provas, tendo sido, portanto, amplamente utilizada para a elaboração das respostas.

Houve, no entanto, uma citação em teoria do consumidor na prova de 2007, Questão 1, das notas de Nolan Miller (*Notes on Microeconomic Theory*, definition 5, página 38); e, em algumas outras questões, do livro de Mas-Colell et al., *Microeconomic Theory*. Oxford University Press, 1995.

Além disso, na prova de 2011 houve duas questões cujas referências só se encontram em livros de pós-graduação. Neste caso, pode-se citar Varian, H. *Microeconomics Analysis*, 3rd Edition. New York: Norton, 1992, e *Microeconomic Theory*, de Mas-Colell et al., não obstante, seria outra referência que poderia ser utilizada.

BIBLIOGRAFIA SUGERIDA ANPEC

a) Básica:

1. PINDYCK, R. e RUBINFELD, D. *Microeconomia*, 6ª ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.
2. VARIAN, H. *Microeconomia: Princípios Básicos*, Tradução da 7ª Edição Americana. Rio de Janeiro: Campus/Elsevier, 2006.

b) Complementar:

3. Gibbons, R. *Game Theory for Applied Economists*. Princeton: Princeton University Press, 1992. (Capítulos 1 e 2)
4. NICHOLSON, W. *Microeconomic Theory: Basic Principles and Extensions*. 7th edition, Dryden Press, 1998.

Notas

Capítulo 3

1 De forma geral, uma função de substitutos perfeitos pode apresentar retornos constantes, crescentes ou decrescentes. Tudo dependerá do grau de ε, se igual, maior ou entre zero e um: $f(K,L) = (aK+bL)^{\varepsilon}$.

2 Vale ressaltar que, assim como na Teoria do Consumidor em que de forma geral a curva de indiferença é negativamente inclinada, a isoquanta é também negativamente inclinada. Assim, há livros (Walter Nicholson e Mas-Colell) que definem a TMgS ou a TMgST como sendo o negativo da derivada da curva. Há outros (como o Varian), no entanto, que preferem definir tais taxas como sendo a derivada da curva que é, portanto, negativa. Aqui estaremos utilizando a primeira definição.

Capítulo 4

1 As condições de primeira ordem nesta questão serão necessárias e suficientes uma vez que a demanda é linear e os custos marginais são constantes.

Capítulo 6

1 Por simplicidade, representaremos as funções de demanda apenas em função dos preços dos bens (p_1, p_2), mas devemos lembrar que elas também dependem das dotações iniciais dos consumidores.

2 Estamos supondo que as preferências dos consumidores são ao menos localmente não saciáveis.



Questões ANPEC

Bruno Henrique Versiani Schröder
Cristiane Alkmin J. Schmidt
Jefferson Donizeti Pereira Bertolai
Paulo C. Coimbra
Rafael Martins de Souza
Rodrigo Leandro de Moura
Victor Pina Dias

5ª Edição Revista e Atualizada

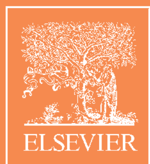
Microeconomia

Questões comentadas das provas de 2006 a 2015

Cristiane Alkmin Junqueira Schmidt
(organizadora)

CONTEÚDO EXCLUSIVO NO SITE
Provas 2002 a 2005 resolvidas

CAMPUS



2ª Edição Revista e Atualizada

Questões ANPEC

Bruno Henrique Versiani Schröder
Cristiane Alkmin J. Schmidt
Jefferson Donizeti Pereira Bertolai
Paulo C. Coimbra
Rafael Martins de Souza
Rodrigo Leandro de Moura
Victor Pina Dias

Microeconomia

Questões comentadas das provas de 2003 a 2012

Cristiane Alkmin Junqueira Schmidt
(organizadora)

CAMPUS
CONCURSOS

Obrigado por adquirir o livro

MICROECONOMIA – ANPEC,
2ª EDIÇÃO

Esta obra é acompanhada do seguinte conteúdo complementar:

- Prova 2002 revisada

Para acessá-la, utilize o sumário.

Carta ao Leitor

A necessidade de manuais como os que esta série desenvolveu é evidente para os candidatos do exame anual da ANPEC (Associação Nacional dos Centros de Pós-Graduação em Economia), cujo propósito é o ingresso nos programas de mestrado *stricto sensu* em todo o Brasil. O desejo de escrever tais manuais surgiu da minha própria necessidade. Quando me submeti ao exame, não havia, na ocasião, nenhuma referência bibliográfica de questões resolvidas de provas anteriores. Essa vontade tomou fôlego mais tarde, quando passei a lecionar em cursos preparatórios para esse tipo de exame. Havia, por parte dos alunos, uma busca frenética por esse tipo de material, em razão do pouco tempo para estudar um conjunto tão vasto de disciplinas e ementas.

A crescente demanda veio, de fato, acompanhada pelo surgimento de alguns livros. Mas todos produzidos, até ali, de forma pontual. Ora publicava-se um de micro, ora de macro, ora de estatística, ora de matemática. Todos esses manuais, ressalta-se, foram preparados por professores competentes e dedicados. O que esse material tem, portanto, de difererente?

Em primeiro lugar, por se tratar da mais completa e atualizada versão de todos os manuais, que se inicia com a ANPEC 2002 e finda com o último exame ocorrido em setembro de 2011 (ANPEC 2012).

Em segundo lugar, porque essa é a primeira obra que considera as quatro provas – que mais demandam estudo: micro, macro, matemática e estatística/econometria – em conjunto, estruturada de forma homogênea e sob coordenação única.

Em terceiro lugar, porque nosso compromisso é o de que haja atualizações anuais e aperfeiçoamentos sistemáticos das versões anteriores. Ainda que tenhamos nos empenhado em explicar didaticamente todos os 5 quesitos das 15 questões das provas dos últimos 10 anos, erros remanescentes podem ocorrer e devem, assim, ser corrigidos para o melhor aproveitamento do aluno. Esse é o nosso objetivo final: facilitar os estudos e, consequentemente, o aproveitamento dos candidatos.

E, por último, pois a equipe técnica foi escolhida de maneira criteriosa. Para isso, considerou-se não só a formação de excelência dos professores (dos 7 autores, 6 são doutores pela EPGE/FGV); mas também a experiência em sala

de aula com relação ao concurso em tela. A qualificação da equipe, portanto, é indiscutivelmente uma das melhores do Brasil.

Para facilitar ainda mais a jornada exigente de estudo dos alunos, cada um dos 4 volumes que compõe esta obra está segmentada por temas, que se constituíram nos capítulos de cada volume. Elaboramos, além disso, tabelas temáticas e estatísticas para que o aluno possa identificar, ao longo do tempo, aos conteúdos mais solicitados. O objetivo é o de possibilitar o estudo mais direcionado aos tópicos mais cobrados, a fim de aumentar sobremaneira as possibilidades de êxito do aluno durante a avaliação. O destaque final é para o cuidado adicional da inclusão de adendos, explicações mais extensas e revisões da literatura, no caso de macro, em razão de a literatura ser mais dispersa do que as outras matérias. Tudo isso, claro, para orientar a rotina de estudos do aluno.

Cabe aqui uma ressalva com relação a esta segunda edição. Dez dos exames estão resolvidos (ANPEC2003 – ANPEC2012) nesta obra, e um deles, a prova ANPEC2002, que constava na edição anterior, está, agora, resolvida no site da editora. Para acessá-la, será necessário usar o código PIN disponível no final do livro.

Com todo este conjunto de provas/soluções em mãos, não há dúvida que você estará muito mais bem preparado do que outro que não o tenha. É duro estudar, mas, certamente, vale muito a pena. Desejo, assim, a você, leitor, um ótimo ano de estudo. Qualquer comentário, dúvida ou sugestão, por favor, escreva para o email: anpec.cris.alkmin@gmail.com. Será um prazer respondê-lo.

Cristiane Alkmin J. Schmidt
Organizadora

Questões ANPEC

Bruno Henrique Versiani Schröder
Cristiane Alkmin J. Schmidt
Jefferson Donizeti Pereira Bertolai
Paulo C. Coimbra
Rafael Martins de Souza
Rodrigo Leandro de Moura
Victor Pina Dias

2ª Edição Revista e Atualizada

Microeconomia

Questões comentadas das provas de 2003 a 2012

Cristiane Alkmin Junqueira Schmidt
(organizadora)





Copidesque: Vânia Coutinho Santiago
Revisão: Hugo de Lima Corrêa
Editoração Eletrônica: SBNigri Artes e Textos Ltda.

Elsevier Editora Ltda.
Conhecimento sem Fronteiras
Rua Sete de Setembro, 111 – 16º andar
20050-006 – Centro – Rio de Janeiro – RJ – Brasil

Rua Quintana, 753 – 8º andar
04569-011 – Brooklin – São Paulo – SP – Brasil

Serviço de Atendimento ao Cliente
0800-0265340
sac@elsevier.com.br



ISBN 978-85-352-5681-9 (recurso eletrônico)

Nota: Muito zelo e técnica foram empregados na edição desta obra. No entanto, podem ocorrer erros de digitação, impressão ou dúvida conceitual. Em qualquer das hipóteses, solicitamos a comunicação ao nosso Serviço de Atendimento ao Cliente, para que possamos esclarecer ou encaminhar a questão.

Nem a editora nem o autor assumem qualquer responsabilidade por eventuais danos ou perdas a pessoas ou bens, originados do uso desta publicação.

CIP-Brasil. Catalogação-na-fonte.
Sindicato Nacional dos Editores de Livros, RJ

M572

Microeconomia [recurso eletrônico] : [questões comentadas dos concursos de 2003 a 2012] / [Cristiane Alkmin Junqueira Schmidt...[et al.]. - Rio de Janeiro : Elsevier, 2012.
recurso digital (Questões / ANPEC)

Formato: PDF
Requisitos do sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: Wold Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-85-352-5681-9 (recurso eletrônico)

1. Microeconomia - Problemas, questões, exercícios. 2. Serviço público - Brasil - Concursos. 3. Livros eletrônicos. I. Schmidt, Cristiane Alkmin Junqueira. II. Associação Nacional dos Centros de Pós-Graduação em Economia. III. Série.

11-7884. CDD: 338.5
CDU: 330.101.542

Dedicatória

Dedicamos esta série, composta por quatro volumes, à nossa querida Escola de Pós-Graduação em Economia (EPGE) da Fundação Getulio Vargas (FGV), sediada na cidade do Rio de Janeiro. De todos os ensinamentos adquiridos – tanto técnicos, como éticos – talvez o mais importante tenha sido a busca honesta e constante pela excelência.

Os autores

página deixada intencionalmente em branco

Agradecimentos

Gostaríamos, em primeiro lugar, de agradecer ao ilustre economista Fábio Giambiagi por ter dedicado algumas importantes horas do seu escasso tempo a fim de orientar-nos nesta primeira publicação. Depois, agradecemos aos assistentes de pesquisas Daniel Asfora, Fernando Vieira, Iraci Matos, Rafael Pinto, Vinícius Barcelos e Pedro Scharth que, de forma exemplar, colaboraram na célere digitação das questões e soluções, assim como na colaboração gráfica de todos os volumes. Por fim, agradecemos aos alunos dos cursos do CATE e da EPGE/FGV-RJ do ano de 2010 pelos comentários e sugestões.

Quaisquer erros encontrados no material são de inteira responsabilidade dos autores.

Também agradecemos aos alunos ...

E por fim, agradecemos a aluna Laura Simonsen Leal e ao professor Jorge Claudio Cavalcante de Oliveira Lima pelas excelentes revisões da primeira edição.

página deixada intencionalmente em branco

Os Autores

Autores desta obra:

Cristiane Alkmin Junqueira Schmidt tem mestrado e doutorado em ciências econômicas pela Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas (EPGE/FGV) no Rio de Janeiro. Dos três artigos de sua tese de doutorado, dois deles foram premiados: um em primeiro lugar e outro com menção honrosa. Foi consultora pelo Banco Mundial, pela Unctad e pelo The Washington Times em projetos na República Dominicana, na África, no Equador e em Honduras. Além disso, morou no Chile, em Porto Rico e na Guatemala por dois, três e dois anos, respectivamente. No Brasil, foi secretária-adjunta da Secretaria de Acompanhamento Econômico do Ministério da Fazenda, gerente geral de assuntos corporativos da Embratel, representante da área internacional do Instituto Brasileiro de Economia (IBRE) da FGV e sócia da Davanti Consultoria & Treinamento. Atualmente é diretora do departamento econômico do Grupo Libra e professora dos cursos de mestrado e MBA da FGV e do Global MBA de Manchester/FGV. Em Porto Rico foi diretora-adjunta da agência de desenvolvimento local e diretora do departamento econômico da Companhia de Comércio e Exportação do país. Já na Guatemala foi gerente de execução estratégica da empresa Cementos Progreso e diretora-executiva da ONG *Pacunam*. Além disso, Dra. Schmidt sempre lecionou em cursos relacionados às áreas de economia. No Brasil, foi professora de graduação na FGV, no IBMEC, na PUC e no CATE (preparatório para ANPEC). E na Guatemala, na UFM (*Universidad Francisco Marroquín*) e na URL (*Universidad Rafael Landívar*).

O carioca **Paulo C. Coimbra** é Doutor (2009) e Mestre (2003) em Economia pela Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas – RJ (EPGE/FGV-RJ) e é Bacharel em Ciências Econômicas (1990) pela Faculdade de Economia da Universidade Santa Úrsula (FE/USU). Atualmente exerce o cargo de Professor Adjunto na Faculdade de Economia da Universidade Federal

de Juiz de Fora (FE/UFJF), atuando inclusive no Programa de Pós-Graduação em Economia Aplicada (PPGEA/UFJF). Sua larga experiência como docente, lecionando disciplinas de economia e finanças, inclui passagens em renomadas instituições como a Fundação Getulio Vargas (EPGE/FGV-RJ) e a Pontifícia Universidade Católica (PUC-RJ).

Uma das linhas de pesquisa onde atua baseia-se na percepção de que a presença de incerteza (no sentido de Frank Knight) pode dificultar as escolhas dos agentes (quer sejam escolhas individuais, escolhas sob iterações estratégicas ou escolhas de portfólios), que o motiva a investigar os impactos da incerteza (ou ambigüidade) nas escolhas dos agentes. Suas linhas atuais de pesquisa concentram-se nas áreas de economia e finanças, com ênfase em teoria econômica, economia matemática, microeconomia aplicada e finanças aplicadas. Desenvolvimento econômico, economia do trabalho, organização industrial e outros temas em finanças (destacadamente finanças comportamentais, finanças corporativas e modelos de apreçamento com o uso de derivativos) também fazem parte dos seus interesses de pesquisa.

É articulista do Instituto Millenium e é colunista (sobre derivativos) do portal de notícias InfoMoney e do portal de finanças GuiaInvest e mantém o blog http://pccoimbra.blogspot.com, onde publica seus posts com temas ligados à economia e finanças.

Autores das demais obras da série:

Rodrigo Leandro de Moura é doutor e mestre em Economia pela Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas (EPGE/FGV-RJ) e bacharel em Economia pela Universidade de São Paulo (USP-RP). É pesquisador e professor na FGV, lecionando disciplinas de Estatística, Econometria, Economia do Trabalho, Microeconomia, além de já ter lecionado Estatística/Matemática preparatória para o exame da Anpec. Atualmente desenvolve estudos no IBRE/FGV nas áreas de mercado de trabalho, educação e regulação econômica (petróleo). Já realizou estudos para o IPEA sobre mercado de trabalho, educação e previdência. Já participou de congressos nacionais e internacionais e tem diversas publicações acadêmicas e capítulos de livros em coautoria com professores renomados, como James J. Heckman (Nobel de Economia), Flávio Cunha, Aloísio Araujo, Marcelo Neri e para a Organização Internacional do Trabalho (OIT) e já fez projetos para a Fundação Ayrton Senna, contribuindo para o Movimento Todos pela Educação.

Rafael Martins de Souza é doutor em Economia pela Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas (EPGE/FGV-RJ), mestre em Ciências Estatísticas pela UFRJ e bacharel em Ciências Estatísticas pela ENCE. É pesquisador da Escola Nacional de Ciências Estatísticas do IBGE onde leciona as disciplinas de Econometria, Modelos Lineares Generalizados e Métodos Não Paramétricos e professor de Análise Microeconômica do IBMEC-Rio. Prestou serviço de consultoria em estatística e econometria a empresas como Vale, Ambev e ao Ministério do Turismo. Tem experiência em modelagem econométrica de índices de inflação, indicadores de atividade econômica e análise de riscos financeiros. Tem diversas participações em congressos internacionais e publicação na *International Review of Financial Analysis*.

Bruno Henrique Versiani Schröder é mestre em Economia pela Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas (EPGE/FGV-RJ) e bacharel em Ciências Econômicas pela UFRJ. Aprovado em concursos públicos, com destaque para os cargos de Técnico em Planejamento e Pesquisa do IPEA, Especialista em Regulação da ANCINE e Analista do Banco Central do Brasil. Professor do curso de Graduação em Economia da EPGE, leciona as disciplinas de Macroeconomia, Microeconomia, Finanças e Estatística/Econometria em cursos preparatórios no Rio de Janeiro. Laureado com o XIV Prêmio do Tesouro Nacional e o 31º Prêmio BNDES de Economia, atualmente, é docente em Economia, exerce o cargo de Especialista em Regulação da ANCINE e está prestes a começar suas funções no Banco Central do Brasil.

Victor Pina Dias é doutorando e mestre em Economia pela Escola de Pós--Graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas (EPGE/FGV-RJ), tendo já finalizado todos os créditos e bacharel em Ciências Econômicas pela UFRJ. Aprovado nos seguintes concursos: Técnico de Nível Superior da Empresa de Pesquisa Energética, Analista do IBGE, Economista do BNDES e Analista do Banco Central do Brasil. É autor de artigos e, atualmente, está prestes a começar suas funções no Banco Central do Brasil.

Jefferson D. Pereira Bertolai é doutorando e mestre em Economia pela Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas (EPGE/FGV-RJ) e bacharel em Economia pela Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo – FEARP/USP. É pesquisador na FGV em Teoria Monetária e Métodos Computacionais Recursivos em Macroeconomia.

página deixada intencionalmente em branco

Prefácio

O exame nacional para os mestrandos em Economia promovido pela ANPEC – Associação Nacional dos Centros de Pós-Graduação em Economia – há décadas vem se mostrando uma das iniciativas mais bem-sucedidas no campo da pós-graduação no Brasil, por várias razões. Entre elas pode-se destacar, em primeiro lugar, o fato de que ao promover uma seleção pelo mérito dos candidatos, o concurso nacional ANPEC assegura alunos de ótima qualidade para a pós-graduação, e com isso também um melhor desempenho nos mestrados em Economia pelo Brasil.

Em segundo lugar, pelo seu elevado nível de exigência, o concurso nacional ANPEC tem demandado das graduações em Economia um maior esforço, no sentido de preparar seus estudantes para a eventualidade do concurso. Com isso, algumas obras têm surgido para apoiar os estudantes tanto no esforço para a aprovação no concurso quanto nas suas disciplinas de formação.

Entre essas obras destaca-se este volume, parte do compêndio organizado por Cristiane Alkmin J. Schmidt, que também é autora deste, conjuntamente com Paulo C. Coimbra. Há bons motivos para recomendar este livro. Inicialmente, temos a qualificação profissional e acadêmica dos autores, que já oferece a perspectiva de uma obra de excelente qualidade. Essa perspectiva é confirmada após a leitura, tanto pela cobertura dos vários assuntos que fazem parte do programa do concurso, quanto pelas respostas apresentadas às questões de provas passadas. Com efeito, são respostas ao mesmo tempo objetivas, sintéticas e claras, permitindo ao estudante e candidato imediatamente identificar o assunto de que trata a questão e a forma de solucioná-la.

Sem dúvida, um resultado da experiência didática dos autores. Por isso, trata-se de uma excelente obra, que irá contribuir de forma importante para o ensino de Economia no Brasil.

Ronaldo Fiani
Professor Adjunto de Economia do IE/UFRJ e
autor do livro *Teoria dos Jogos*

Apresentação

Cris (Cristiane Alkmin J. Schmidt) convidou-me para fazer a apresentação do volume de Microeconomia da coleção que ela organizou com as soluções dos exercícios dos exames da ANPEC. Cris começou seu mestrado na EPGE em 1994. Desde então, quando foi minha aluna, conheço sua competência e seriedade. É com prazer que faço esta apresentação.

Ragnar Frisch, um economista norueguês, que recebeu juntamente com Jan Tinbergen, um economista holandês, o primeiro Prêmio Nobel de Economia em 1969, criou os termos microeconomia e macroeconomia, que se tornaram padrão no ensino da Economia. Muitos economistas treinados na escola neoclássica não concordam com essa taxonomia. A teoria econômica neoclássica parte do pressuposto de que o comportamento econômico pode ser compreendido a partir das escolhas dos indivíduos e da interação dos mesmos. Os indivíduos, nas suas escolhas, são guiados pelos seus interesses, levando em conta as várias restrições com que se defrontam e o conjunto de informações de que dispõem. Essa concepção bastante simples permite que se construam modelos para se entender fenômenos em diferentes áreas, não somente na economia, mas também na política, na sociologia e em qualquer questão que haja um conjunto de opções e uma escolha a ser feita. A teoria econômica neoclássica, isto é, a microeconomia, tem se mostrado uma ferramenta poderosa para compreender-se o comportamento humano, as formas de organização social e as instituições que norteiam as regras desse comportamento.

O estudo da microeconomia é, portanto, um ingrediente fundamental no treinamento de um economista. Mas nem sempre os cursos de microeconomia ensinam os alunos a aplicarem a teoria a questões práticas do nosso cotidiano. Muitas vezes a ênfase é na reprodução dos modelos, em vez de na aplicação dos mesmos. Nessas circunstâncias, o aluno fica com a falsa impressão que essa

teoria não serve para nada. A solução de exercícios, que hoje em dia faz parte de qualquer livro-texto, é uma forma essencial para que o aluno aprenda, não a repetir, mas sim a pensar com suas próprias "pernas". Identificando, inclusive, quando as previsões dos modelos são rejeitadas pelos fatos.

Em 1968, quando fiz o exame de seleção para o curso de mestrado em Economia da Fundação Getulio Vargas, a ANPEC ainda não existia. O exame era feito pela Fundação, e a prova de microeconomia elaborada e corrigida pelo próprio Mário Henrique Simonsen. A ANPEC foi criada em 1973. De lá para cá, seu exame tem sido utilizado pelos principais centros de pós-graduação em Economia de nosso país, e sua elaboração envolve professores de várias instituições. Essa tarefa não é fácil, baseado na minha experiência de ter participado da elaboração de provas de microeconomia da ANPEC na década de 1980.

O livro feito pela Cris e pelo Paulo certamente vai reduzir o custo de aprendizagem para todos os estudantes que desejam fazer o exame da ANPEC, e mesmo para aqueles que desejam seguir outros caminhos, mas querem aprender economia. A única recomendação que faço a todos os usuários deste livro é de que tentem fazer os exercícios antes de ver as soluções dos mesmos. Não fiquem irritados, nem tampouco acreditem ser pouco inteligentes, se gastarem bastante tempo com um problema e não forem capazes de resolvê-lo. O processo de aprendizagem é um processo de tentativa e erro.

Fernando de Holanda Barbosa
Professor de Economia da EPGE/FGV-RJ

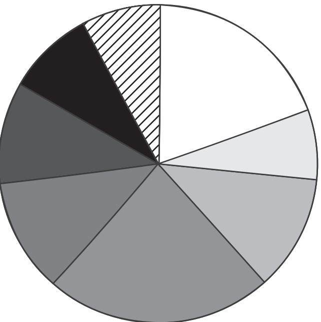
Quadros Estatísticos

Quadro 1 – Número de questões por tópico e por exame

	Capítulos	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	Total
1	Consumidor	4	2	3	2	2	3	3	4	3	3	4	33
2	Incerteza	1	0	1	1	1	1	2	1	2	1	1	12
3	Firma	1	2	2	2	2	2	2	1	1	2	2	19
4	Mercados	2	5	4	4	4	5	2	2	3	3	3	37
5	Teoria dos Jogos	2	2	2	2	2	1	2	2	1	2	2	20
6	Equilíbrio Geral	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	0	15
7	Extern. e Bens Públicos	1	1	1	2	1	0	2	2	3	2	2	17
8	Informação	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	12
	Total	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	165

Quadro 2 – Representatividade dos tópicos por exame

	Capítulos	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	Total
1	Consumidor	27%	13%	20%	13%	13%	20%	20%	27%	20%	20%	27%	20%
2	Incerteza	7%	0%	7%	7%	7%	7%	13%	7%	13%	7%	7%	7%
3	Firma	7%	13%	13%	13%	13%	13%	13%	7%	7%	13%	13%	11%
4	Mercados	13%	33%	27%	27%	27%	33%	13%	13%	20%	20%	20%	22%
5	Teoria dos Jogos	13%	13%	13%	13%	13%	7%	13%	13%	7%	13%	13%	12%
6	Equilíbrio Geral	13%	13%	7%	7%	13%	13%	7%	13%	7%	7%	0%	10%
7	Extern. e Bens Públicos	7%	7%	7%	13%	7%	0%	13%	13%	20%	13%	13%	10%
8	Informação	13%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	8%
	Total	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%





Quadro 3 – Tópicos por exame

Questão	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
1	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor
2	Incerteza	Consumidor	Consumidor	Incerteza	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor	Consumidor
3	Consumidor	Firma	Firma	Consumidor	Firma	Consumidor	Incerteza	Consumidor	Consumidor	Firma	Consumidor
4	Consumidor	Firma	Firma	Firma	Firma	Firma	Incerteza	Firma	Incerteza	EG	Firma
5	Firma	Conc. Perfeita	Monopólio	Firma	Conc. Perfeita	Firma	Firma	Consumidor	Incerteza	Incerteza	Incerteza
6	Oligopólio	CM	Oligopólio	Conc. Perfeita	CM	Conc. Perfeita	Firma	EG	Firma	Consumidor	Firma
7	EG	Monopólio	EG	Mercados	EG	EG	EG	EG	Conc. Perfeita	Jogos	Mercados
8	Informação	EG	Informação	EG	Externalidade	EG	Monopólio	Incerteza	EG	Monopólio	Jogos
9	Externalidade	Informação	Incerteza	Informação	Informação	Monopólio	Jogos	BP	Monopólio	Informação	Jogos
10	EG	EG	Monopólio	Externalidade	Jogos	Informação	Consumidor	Monopólio	Jogos	Conc. Perfeita	Informação
11	Jogos	Jogos	Jogos	Jogos	Jogos	Jogos	Externalidade	Jogos	Oligopólio	Jogos	Consumidor
12	Informação	Jogos	Monopólio	Jogos	Incerteza	MF	BP	Jogos	Externalidade	BP	Mercados
13	Jogos	Oligopólio	Consumidor	Monopólio	Monopólio	Oligopólio	Informação	Oligopólio	BP	Externalidade	Externalidade
14	Consumidor	Externalidade	Jogos	Oligopólio	Oligopólio	Oligopólio	Oligopólio	BP	BP	Monopólio	Externalidade
15	Monopólio	MF	BP	BP	EG	Incerteza	Jogos	Informação	Informação	Firma	Mercados

Legenda	
Concorrência Perfeita	Conc. Perfeita
Concorrência Monopolística	CM
Mercado de Fatores	MF
Equilíbrio Geral	EG
Teoria dos Jogos	Jogos
Bens Públicos	BP

Sumário

MATERIAL COMPLEMENTAR

1 Teoria do Consumidor

PROVA DE 2003

Questão 1

Um consumidor possui a função de utilidade cardinal dada por $U(x_1, x_2) = x_1x_2$. Sejam M a renda deste consumidor e p_1 e p_2 os preços:

⓪ *Ceteris paribus*, as quantidades ótimas escolhidas por tal consumidor seriam alteradas se a função de utilidade fosse $U(x_1,x_2) = 4 + 5(x_1x_2)$.

① As preferências do consumidor são convexas.

② Os dois bens são de "luxo".

③ Os dois bens são substitutos perfeitos.

④ A utilidade marginal da renda é dada por $M/(2\,p_1\,p_2)$.

Resolução:

(0) Falso.

Transformações monotônicas crescentes de uma função de utilidade não alteram a ordenação das preferências. De fato, se definirmos $U(x_1, x_2) = x_1.x_2$ e $V(x_1, x_2) = 4+5(x_1.x_2)$, então, é fácil notar que: $V(x_1, x_2) = 4+5.U(x_1, x_2)$. Além disso, como não ocorreram mudanças na restrição orçamentária, as quantidades ótimas não seriam alteradas.

(1) Verdadeiro.

Funções de utilidade do tipo Cobb-Douglas (como no enunciado) representam preferências (estritamente) convexas.

(2) Falso.

Há duas formas de responder esta questão. A primeira é lembrar que a soma das elasticidades-renda, ponderadas pela participação dos gastos na renda (que é sempre positiva entre zero e um), resulta em um (1). Portanto, não seria possível ter dois bens de luxo (em que a elasticidade-renda de ambos é maior do que um), pois a soma seria maior que um.

A segunda forma de mostrar que a questão é falsa é computar, a partir da demanda Marshalliana, a elasticidade-renda e mostrar que ela é igual a um (1) para todos os bens (para uma Cobb-Douglas, isso será sempre verdade).

Sejam as demandas Marshalianas dadas por: $x_i = \dfrac{M}{2p_i}$, *i=1,2.*

Calculando a elasticidade-renda da demanda do bem i, teremos:

$$\eta_i = \frac{\partial x_i}{\partial M}\frac{M}{x_i} = \frac{1}{2p_i}\frac{M}{\frac{M}{2p_i}} = 1,\; i = 1,2$$

Assim, como os bens possuem elasticidade-renda unitária, segue-se que estes são bens normais e não "de luxo" (o que ocorreria se $\eta_i > 1$, $i = 1,2$).

(3) Falso.

A função de utilidade que representa bens substitutos perfeitos é dada por: $U(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. A função de utilidade que está representada nesta questão é uma Cobb-Douglas.

(4) Verdadeiro.

A utilidade marginal é definida como: $\dfrac{\partial U}{\partial M_i}$. Portanto, para computá-la, teremos que substituir as demandas Marshalianas (vide item 2) na função de utilidade, obtendo:

$$U\left(x_1 = \frac{M}{2p_1}, x_2 = \frac{M}{2p_2}\right) = \frac{M}{2p_1}\frac{M}{2p_2} = \frac{M^2}{4p_1p_2}$$

Assim, a utilidade marginal da renda será dada por: $\dfrac{\partial U}{\partial M_i} = \dfrac{M}{2p_1p_2}$

Questão 2

Segundo a teoria do consumidor:

⓪ Se um consumidor está inicialmente em equilíbrio e, a partir desta posição, sua renda e todos os preços caem em 5%, o consumo dos bens inferiores aumentará;

① Se o preço do bem *X* cai e o Efeito Substituição é maior que o Efeito Renda, X não é um bem de Giffen;

② Se a curva de demanda de mercado do bem *Y* é uma reta negativamente inclinada, sua elasticidade-preço é constante;

③ Se ao preço corrente a demanda de um bem é elástica, uma redução no preço ao longo da curva de demanda reduzirá a receita;

④ Seja um consumidor cuja função de utilidade é $U(x_1, x_2) = min\{2x_1, x_2\}$. Se o preço de x_1 for \$3 e o preço de x_2 for \$1, a curva de renda-consumo será uma reta que parte da origem com inclinação igual a 2 (represente x_1 no eixo das abscissas e x_2 no eixo das ordenadas).

Resolução:

(0) Falso.

A restrição orçamentária é uma função homogênea de grau zero nos preços e renda. Isto é, ela não se altera quando todos os preços e a renda mudam numa mesma proporção. Logo, as escolhas das quantidades ótimas de consumo continuam sendo as mesmas.

(1) Verdadeiro.

Um bem é dito de Giffen se:

i) for um bem inferior (o que implica dizer que os efeitos substituição e renda agem em direções contrárias); e

ii) o valor absoluto do Efeito Renda é maior que o valor absoluto do Efeito Substituição.

(2) Falso.

A elasticidade-preço da demanda varia ao longo de uma curva de demanda de mercado, que é representada por uma reta negativamente inclinada, sendo que a elasticidade-preço da demanda será tão maior quanto maior for o preço.

(3) Falso.

A receita total é definida por: $RT = p.q$. Como a demanda é elástica, isso implica que:

$$\left|\varepsilon_i\right| = \left|\frac{\Delta\% x_i}{\Delta\% p_i}\right| > 1 \Rightarrow \left|\Delta\% x_i\right| > \left|\Delta\% p_i\right|$$

Assim, em resposta a uma queda do preço, ocorrerá um crescimento mais do que proporcional na quantidade demandada, resultando em uma elevação na receita.

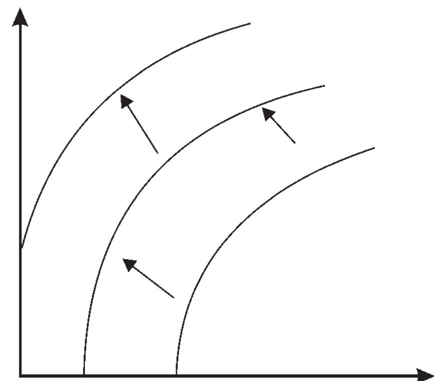
(4) Verdadeiro.

Por se tratar de preferências de bens complementares perfeitos, que são homotéticas, a curva renda-consumo será uma linha reta, dada por $x_2 = 2x_1$. Vale ressaltar que esse resultado independe do preço dos bens, logo, a afirmativa também é verdadeira para os preços de $ 3 para x_1 e $1 para x_2.

PROVA DE 2004

Questão 1

A figura abaixo mostra as curvas de indiferença de um consumidor e a direção na qual a utilidade deste consumidor aumenta.



São corretas as afirmativas:

⓪ Existe saciedade.

① O indivíduo gosta da diversificação.

② O bem 1 é indesejável.

③ No equilíbrio, o indivíduo só consome um tipo de bem.

④ A utilidade marginal do bem 2 é não negativa.

Resolução:

(0) Falso.

Não há ponto de saciedade nesta figura. O equilíbrio se dará onde a restrição orçamentária tocar com a curva de indiferença no eixo x_2, deixando $x_1 = 0$. Estas curvas de indiferenças são atípicas, apresentando TMgS crescente, uma vez que a mercadoria x_2 é um “bem” (apenas a mercadoria x_1 é um “mal”).

(1) Falso.

Como dito no item (0), esse indivíduo se especializará no consumo da mercadoria 2. Se tomarmos quaisquer duas cestas em uma curva de indiferença e fizermos uma combinação linear entre elas, qualquer cesta na combinação linear tem menos utilidade. Isto é, diversificar não é bom neste caso em que as preferências são côncavas.

(2) Verdadeiro.

Como apontado no item (0), a mercadoria 1 (que está no eixo horizontal) é indesejável.

(3) Verdadeiro.

Como comentado nos itens (0) e (1), o indivíduo se especializará no consumo da mercadoria 2.

(4) Verdadeiro.

A utilidade marginal da mercadoria 2 é definida como $Umg_2 = \frac{\partial U}{\partial x_2}$, e ela é positiva ou, no máximo, zero, pois quando aumentamos a quantidade da mercadoria 2, de forma geral aumentamos a utilidade do indivíduo. Desse modo, podemos afirmar que a utilidade marginal da mercadoria 2 é não negativa. Vale notar que a mercadoria 1 possui utilidade marginal negativa.

Questão 2

O gráfico abaixo mostra a curva de renda-consumo (ou caminho de expansão da renda) de um consumidor. A respeito do bem x_1, são corretas as afirmativas:

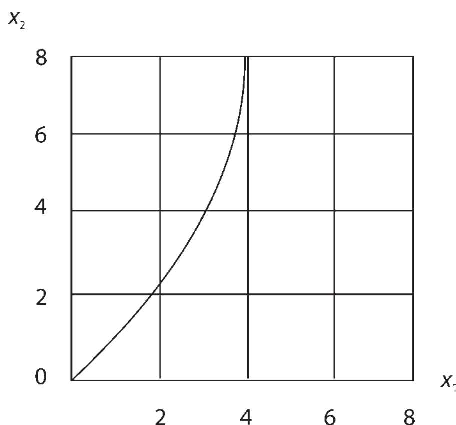
⓪ x_1 é um bem de Giffen.

① x_1 é um bem necessário.

② x_1 é um bem normal.

③ A elasticidade-renda da demanda de x_1 é igual à unidade.

④ x_1 é um bem de luxo.



Resolução:

(0) Falso.

No caso, $\frac{\partial X_1}{\partial M} \geq 0$, logo, X_1 é um bem normal. Uma condição necessária para que um bem seja de Giffen é que ele seja um bem inferior (ou, $\frac{\partial X_1}{\partial M} \leq 0$).

(1) Verdadeiro.

Um bem é dito necessário quando o consumo deste bem crescer a uma taxa proporcionalmente menor que a verificada no crescimento na renda do consumidor.

Ou seja, um bem é dito necessário quando a elasticidade-renda pertencer ao intervalo unitário, *i.e.*, $\eta_i = \frac{\Delta\% x_i}{\Delta\% M_2} = \frac{\partial x_i}{\partial M_2}\frac{M}{x_2} \in [0, 1]$. Pelo gráfico apresentado na questão, podemos observar que a curva da renda consumo indica que o consumo do bem x_1 aumenta quando a renda aumenta, mas os aumentos no consumo de x_1 ocorrem a taxas decrescentes, e se aproximam de um consumo igual a 4.

(2) Verdadeiro.

De acordo com o item (0), sim, o bem 1 é normal.

(3) Falso.

De acordo com o item (1), não. A elasticidade-renda é positiva, mas entre zero e um.

(4) Falso.

De acordo com o que vimos nos itens (1) e (3), o bem 1 é necessário e não de luxo. Ambos são casos particulares de bem normais.

Questão 13

Seja *u(D,M)* a função de utilidade de um indivíduo, em que *D* é o número de unidades de um bem doméstico e *M* é o número de unidades de um bem importado. A função de utilidade é uma Cobb-Douglas. Sabe-se que, se a taxa de substituição econômica de bens importados por domésticos for 0,5, o indivíduo consumirá a mesma quantidade dos dois bens, em equilíbrio. Pede-se: qual é a taxa marginal de substituição de *M* por *D* se a cesta de consumo é (*D*, *M*) = (50, 200)?

Resolução:

Seguiremos a convenção na maioria dos textos de microeconomia e, exceto quando especificarmos o contrário, sempre nos referiremos à taxa marginal de substituição em módulo, conforme a seguir.

Se a função de utilidade é do tipo Cobb-Douglas, então podemos representá-la do seguinte modo:

$u(D, M) = D^d M^m$

Sabemos que:

$$TMgS = \frac{\frac{\partial u}{\partial D}}{\frac{\partial u}{\partial M}} = \frac{dD^{d-1}M^m}{mD^d M^{m-1}} = \frac{d}{m}\frac{M}{D}$$

Do enunciado, temos que, quando D = M, vale que $|TMgS| = \frac{1}{2}$, o que implica que:

$$\frac{1}{2} = \frac{d}{m}$$

Assim, temos que, para a cesta de consumo $(D, M) = (50, 200)$:

$$|TMgS| = \frac{1}{2}\frac{200}{50} = 2$$

Resposta: 2

PROVA DE 2005

Questão 1

Com respeito aos efeitos renda e substituição, avalie as afirmativas:

⓪ Quando o preço de um bem varia, se os efeitos substituição e renda resultam em variações na quantidade do bem em sentidos opostos, tal bem será normal.

① O efeito-substituição de Slutsky corresponde a modificações na quantidade demandada de um bem, associadas a variações de seu preço, mantendo-se constante o poder aquisitivo do consumidor.

② Se um consumidor dispõe de um orçamento para compra de dois bens e se suas preferências são bem comportadas, caso um dos bens seja inferior, o outro, necessariamente, será normal.

③ Um consumidor que possui determinada dotação dos bens 1 e 2 é, inicialmente, vendedor do bem 1. Se, em resposta à diminuição do preço do bem 1, o consumidor passar de vendedor a comprador desse bem, seu bem-estar certamente diminuirá.

④ Se um consumidor tem preferências quanto a dois bens que são complementares perfeitos, o Efeito Substituição, quando da variação dos preços relativos dos bens, será sempre nulo.

Resolução:

(0) Falso.

Quando o preço de um bem varia, há dois tipos de efeitos:

1) Efeito Substituição (ES): a variação na demanda devido à variação da taxa à qual os dois bens são trocados, ou seja, a variação da demanda decorrente de uma mudança nos preços relativos. Neste caso, compensa-se a renda de modo a manter o poder de compra constante (à la Slutsky) ou a utilidade constante (à la Hicks).
2) Efeito Renda (ER): a variação na demanda devido a uma mudança na renda real. Os preços relativos são mantidos fixos. Neste caso, retira-se a compensação na renda dada para se capturar o Efeito Substituição.

A Equação de Slutsky diz que a variação total na demanda é a soma dos ES e ER. Assim, o Efeito Preço total (EP) é dado por EP = ES + ER. Quando o preço do bem 1 varia, por exemplo, podemos calcular o efeito total da seguinte forma:

$$\underbrace{\frac{\partial x_1^M}{\partial p_1}}_{EP} = \underbrace{\frac{\partial x_1^H}{\partial p_1}}_{ES} - \underbrace{\frac{\partial x_1^M}{\partial M} x_1^M}_{ER}$$

onde:

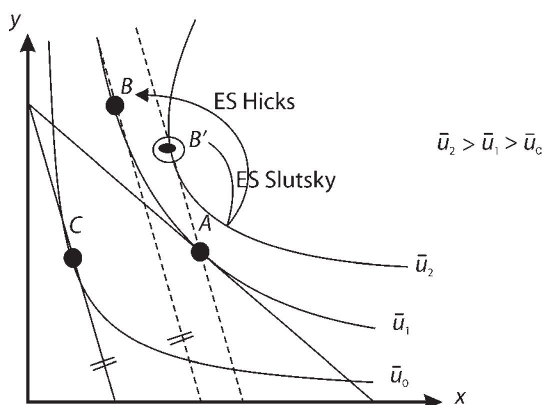
$\frac{\partial x_1^H}{\partial p_1}$ corresponde ao ES da demanda de Hicks, em que o nível de utilidade é mantido fixo.

$-\frac{\partial x_1^M}{\partial M} x_1^M$ corresponde ao ER da Equação de Slutsky.

O ES é sempre negativo, já que corresponde ao oposto da variação dos preços (se move no sentido contrário ao dos preços), mas o EP pode ser negativo ou positivo: se tivermos um bem normal, o ES e o ER resultam em variações na quantidade do bem no mesmo sentido.

(1) Verdadeiro.

O ES à la Slutsky (A para B') ou à la Hicks (A para B) tem como ideia central manter o poder aquisitivo do indivíduo constante, quando os preços são alterados. No primeiro caso, manter o poder aquisitivo constante é poder comprar a mesma cesta A de antes da alteração dos preços. Já o ES à la Hicks é manter o poder aquisitivo constante e estar na mesma utilidade de antes da alteração dos preços.



(2) Verdadeiro.

Se um consumidor dispõe de um orçamento para comprar dois bens e se suas preferências são bem-comportadas, caso um dos bens seja inferior, o outro, necessariamente, será normal.

Pela relação generalizada de Engel: $\Sigma\alpha_i\eta_i = 1$

onde:

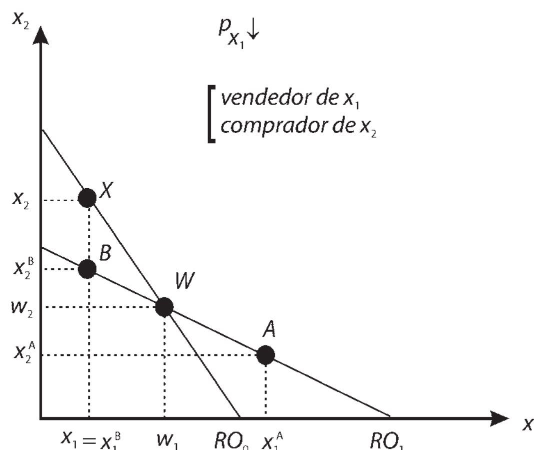
$$\alpha_i = \frac{p_i x_i}{M},\ \eta_i = \frac{\partial x_i}{dM}\frac{M}{x_i}$$

Se $\eta_i < 0$, o bem é inferior. Se $\eta_i > 0$, o bem é normal.

(3) Falso.

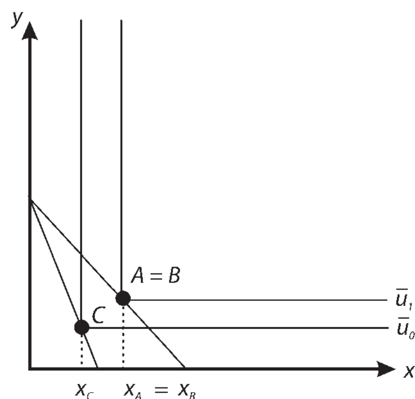
Quando o consumidor tem dotação, variações de preços implicam variações de renda. Se o preço do bem 1 diminuir, a reta orçamentária (RO) torna-se mais plana. E como a dotação pode ser sempre adquirida, a reta orçamentária gira em torno da dotação inicial. Assim, RO_0 se altera para RO_1, como pode ser visto no gráfico a seguir.

Supondo que o consumidor seja vendedor do bem 1, se ele segue como vendedor depois da mudança no preço, certamente tal consumidor ficará em situação pior (X para B). No entanto, se ele passa de vendedor a comprador, não há como afirmar se o consumidor melhora ou piora de situação, já que não se pode comparar as cestas, pela preferência revelada (X para A). Assim, nada se pode afirmar sobre o bem-estar do consumidor neste caso (ver Capítulo 9 do livro Varian).



(4) Verdadeiro.

Nas preferências do tipo Leontief (complementares perfeitos), o consumidor sempre quer consumir os bens em proporções fixas entre eles. Isso faz com que as curvas de indiferença tenham forma de *L*. Neste caso, o ES (de A para B) é nulo e o EP (de A para C) é igual ao ER (de B para C).



Questão 3

Dispondo de renda *M*, um consumidor deve escolher entre os bens *X* e *Y*, cujas quantidades e preços são representadas, respectivamente, por *x* e *y* e p_x e p_y. Julgue as afirmativas:

⓪ Se sua função de utilidade for $U(x, y) = \min\{x, 4y\}$, a função demanda de *X* será $x = \dfrac{M}{p_x + \frac{p_y}{4}}$.

① Se sua função de utilidade for $U(x, y) = x + 4y$, o consumidor se especializará no consumo de *Y*, caso $\dfrac{p_x}{p_y} < \dfrac{1}{4}$.

② Se sua função de utilidade for $U(x, y) = Ax^{\alpha}x^{\beta}$, a curva de Engel do bem *X*, quando $p_x = k$, será $M = \dfrac{(\alpha + \beta)kx}{\alpha}$.

③ Se sua função de utilidade for $U(x, y) = \sqrt{y}$, sua trajetória preço-consumo será dada por $x = 0$.

④ Se sua função de utilidade for $U(x, y) = x + \ln(y)$, *cœteris paribus*, um aumento de renda não provocará alteração no consumo de *X*.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

A função de utilidade $U(x, y) = \min\{x, 4y\}$ descreve preferências de bens complementares. A demanda por x pode ser obtida da seguinte forma:

$$x = 4y \text{ ou } y = x/4 \Rightarrow P_x x + P_y \frac{x}{4} = M$$

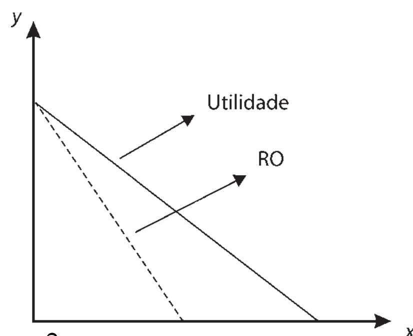
$$x = \frac{4M}{4P_x + P_y} \Rightarrow x = \frac{M}{P_X + \frac{P_y}{4}}$$

(1) Falso.

A função de utilidade $U(x, y) = x + 4y$ descreve preferências de bens substitutos. O consumidor se especializará no consumo do bem que for menos dispendioso, *vis-à-vis* o peso relativo do bem na sua utilidade.

Da função de utilidade, temos que: $y = \dfrac{\overline{U}}{4} - \dfrac{1}{4}x$.

Assim, para que a solução seja: $y = \dfrac{M}{p_y}$ e $x = 0$, temos que ter $\dfrac{P_x}{P_y} > \dfrac{1}{4}$, e não o contrário.



Pela TMgS: $TMgS = \dfrac{\frac{\partial u}{\partial x}}{\frac{\partial u}{\partial y}} = \dfrac{1}{4} > \dfrac{P_x}{P_y}$.

O bem *y* está proporcionando maior utilidade marginal do que o bem *x*, e portanto o consumidor especializa seu consumo em *y*.

(2) Anulada.

Anulada por apresentar a Cobb-Douglas no formato $U(x, y) = Ax^{\alpha} x^{\beta}$.

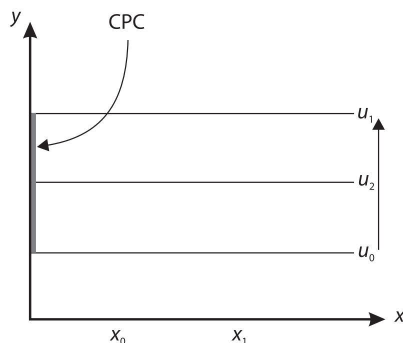
Caso a função de utilidade fosse apresentada no formato $U(x, y) = Ax^{\alpha} y^{\beta}$, o item poderia ser considerado verdadeiro, com a seguinte solução:

A curva de Engel relaciona a quantidade consumida de um bem à renda. Dada a função de utilidade $U(x, y) = Ax^{\alpha} y^{\beta}$, a demanda é dada por $x^{*} = \dfrac{\alpha}{(\alpha+\beta)} . \dfrac{M}{p_x}$. Como $p_x = k$, então, $M = \dfrac{(\alpha+\beta)}{\alpha} kx$ é a curva de Engel.

(3) Verdadeiro.

Se sua função de utilidade for $U(x, y) = \sqrt{y}$, então o consumidor gastará toda a sua renda com o bem y. A trajetória preço-consumo, considerando diferentes variações no preço do bem y, será dada por $x = 0$.

Note que, como a função de utilidade é dada por $U(x, y) = \sqrt{y}$, o bem x é neutro e, portanto, as curvas de indiferenças são horizontais.



(4) Falso.

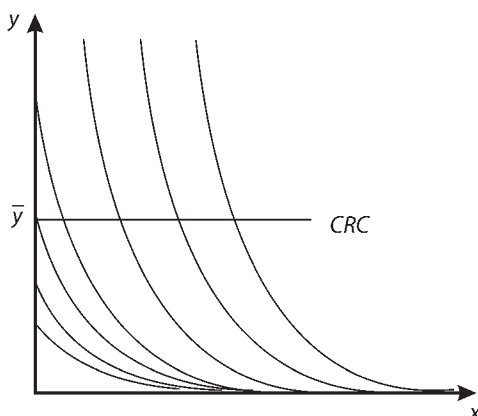
A função de utilidade $U(x, y) = x + \ln(y)$ é chamada de quase linear.

O que se pode afirmar é que, considerando as soluções interiores, um aumento em M não provocará alterações no consumo do bem y.

$$\frac{p_x}{p_y} = y^*$$

Por outro lado, o mesmo não é verdade para o consumo do bem x.

$$x^* = \frac{M - p_x}{p_x} \Rightarrow x^* = \frac{M}{p_x} - 1$$



PROVA DE 2006

Questão 1

Com base na teoria das preferências, avalie as afirmativas:

⓪ Se as preferências entre dois bens para um consumidor são completas, reflexivas, transitivas e monotônicas, então o módulo da taxa marginal de substituição será decrescente ao longo de suas curvas de indiferença.

① Se $U(x, y) = 100 + 3 \min\{x, 2y\}$ for a função de utilidade de um consumidor, as preferências deste serão convexas.

② Se as preferências de um consumidor são transitivas, isso implica que este prefere mais bens do que menos.

③ Um indivíduo com preferências estritamente côncavas entre dois bens especializa-se no consumo de um dos bens.

④ $U(x, y) = \sqrt[3]{xy}$ é a função de utilidade do consumidor A e $U(x, y) = x^2y^2 + 100$ é a função de utilidade do consumidor B. Caso os dois tenham a mesma renda, suas cestas de consumo serão idênticas.

Resolução:

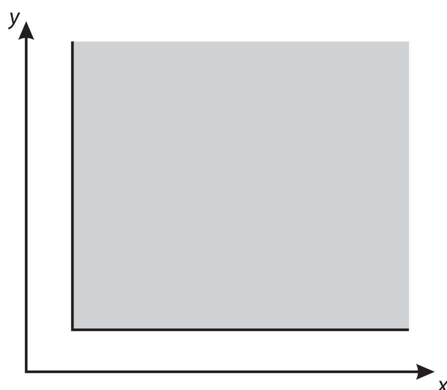
(0) Falso.

Para garantir que o módulo da taxa marginal de substituição (*TMgS*) será decrescente, é necessário que as curvas de indiferenças sejam estritamente convexas (o que equivale a dizer que a média ponderada de duas cestas que são indiferentes será estritamente preferida às duas cestas extremas). Como alternativa, diz-se: que a função de utilidade seja estritamente quase côncava.

Um contraexemplo são as preferências sobre bens que são substitutos perfeitos, que satisfazem as hipóteses de completude, reflexividade, transitividade e monotonicidade, mas a $|TMgS|$ é constante.

(1) Verdadeiro.

A função de utilidade $U(x, y) = 100 + 3Min\{x, 2y\}$ é uma transformação monotônica crescente (TMC) da função homogênea de grau um $V(x, y) = Min\{x, 2y\}$, que descreve preferências sobre bens complementares, cujas preferências são convexas.

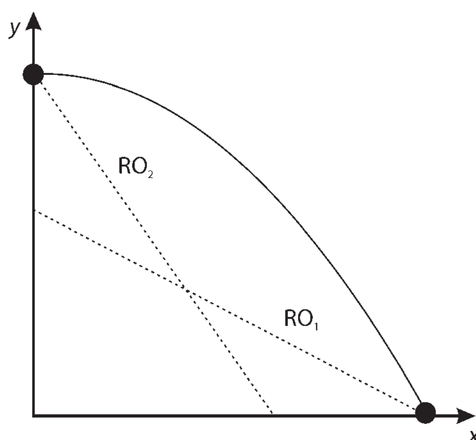


(2) Falso.

Preferir mais a menos é característica da propriedade de monotonicidade. Não tem relação com a propriedade da transitividade.

(3) Verdadeiro.

Diferentemente das preferências estritamente convexas, no caso das preferências estritamente côncavas (sem que as mercadorias sejam "males") o indivíduo obtém mais utilidade nos cantos da curva de indiferença. Por isso há especialização no consumo das mercadorias.



(4) Verdadeiro.

Notemos que:

$U_A = x^{1/3} y^{1/3}$

$U_B = x^2 y^2 + 100 \Rightarrow$ é uma transformação monotônica crescente de U_A: $U_B = U_A^6 + 100$.

Logo, as preferências são idênticas.

Questão 2

Com relação à função demanda, avalie as afirmativas:

⓪ Se a função de utilidade de um consumidor for $U(x, y) = Ax^2 y^3$, sua curva de demanda pelo bem x terá elasticidade constante igual a $\frac{2}{5}$.

① Se a função de utilidade de um consumidor for $U(x, y) = Ax^a y^b$ e se $\frac{p_x}{p_y} = k$, a trajetória de renda-consumo desses bens será $y = \frac{bk}{a}x$.

② A curva de Engel de um bem de Giffen é crescente.

③ Se a trajetória preço-consumo para cada um de dois bens é crescente, a elasticidade-preço cruzada desses bens será positiva.

④ Ao longo de uma curva de demanda individual, o nível de utilidade do consumidor permanece constante.

Resolução:

(0) Falso.

Toda função Cobb-Douglas escrita na forma $U(x, y) = Ax^\alpha y^\beta$ com parâmetros α e β tem elasticidade-preço igual ao negativo de uma unidade, ou seja, $\varepsilon_p = -1$.

A demanda pelo bem x será dada por: $x = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\frac{M}{p_x}$.

A elasticidade-preço da demanda é definida por: $\varepsilon_p = \frac{dx}{dp_X}\frac{p_X}{x}$

$$\Rightarrow \varepsilon_p = \left[-\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)Mp_x^{-2}\right]\left[\frac{p_x}{\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)Mp_x^{-1}}\right] = -1$$

(1) Verdadeiro.

Em equilíbrio, temos que: $|TMgS| = \frac{ax^{a-1}y^b}{bx^a y^{b-1}} = \frac{p_x}{p_y} \Leftrightarrow \frac{a}{b}\frac{y}{x} = \frac{p_x}{p_y}$

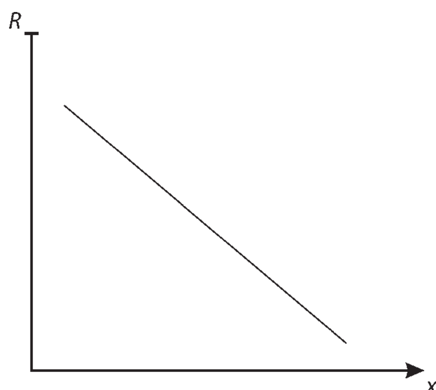
Assim, $\frac{p_x}{p_y} = k \Rightarrow y = \frac{bk}{a}x$.

(2) Falso.

A Equação de Slutsky diz que a variação total na demanda é a soma dos ES e ER. Desse modo, o Efeito Preço total (EP) é dado por EP = ES + ER. Podemos calcular o efeito total da seguinte forma:

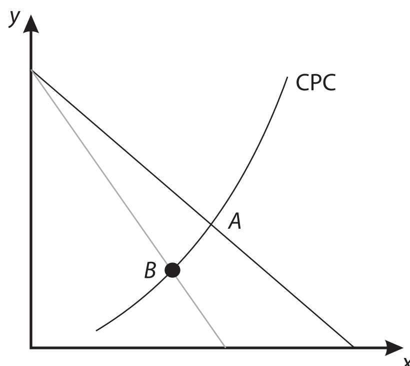
$\underbrace{\frac{\partial x_1^M}{\partial p_1}}_{EP} = \underbrace{\frac{\partial x_1^H}{\partial p_1}}_{ES} \underbrace{- \frac{\partial x_1^M}{\partial M} x_1^M}_{ER}$. Todo bem de Giffen é um bem inferior, logo $\frac{\partial x_1^M}{\partial M} < 0$.

Então, a curva de Engel (que relaciona a quantidade consumida de um bem à renda) é negativamente inclinada.



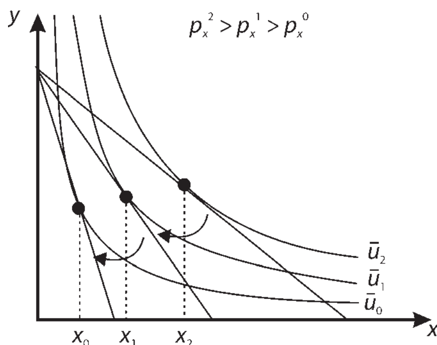
(3) Falso.

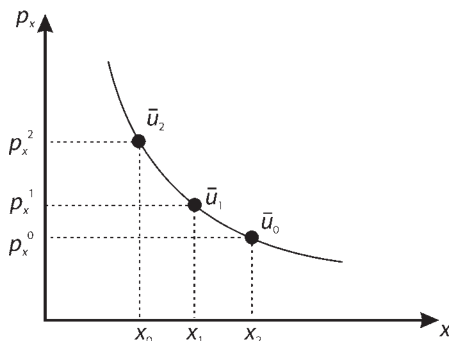
Quando $p_x \uparrow \Rightarrow x_1 \downarrow \Rightarrow y_1 \downarrow$. Assim, $\dfrac{\partial p_x}{\partial y} < 0 \Rightarrow \varepsilon_{1,2} = \dfrac{\partial y}{\partial p_x}\dfrac{p_x}{y} < 0$.



(4) Falso.

Ao longo da curva de demanda Marshalliana há diferentes utilidades associadas. O nível de utilidade vai decrescendo à medida que o preço do bem *x* aumenta, com a renda e o preço do bem *y* constantes.





PROVA DE 2007

Questão 1

Com relação às preferências do consumidor, julgue as afirmativas:

⓪ A monotonicidade das preferências do consumidor exige que, dadas duas cestas (x_0, y_0) e (x_1, y_1), com $x_0 \leq x_1$ e $y_0 < y_1$,então $(x_1, y_1) \succ (x_2, y_2)$ em que $>$ denota a preferência estrita.

① Se excluirmos os bens classificados como "males", as curvas de indiferença terão inclinação negativa.

② Monotonicidade e preferências não convexas definem preferências bem-comportadas.

③ Se o consumidor apresenta preferências não convexas, dadas duas cestas A e B com quantidades diferentes dos mesmos bens x e y, ele prefere uma cesta que contenha média ponderada das quantidades contidas nas cestas A e B a qualquer uma das cestas A ou B.

④ Uma lanchonete oferece quatro tipos de sucos: laranja, melão, manga e uva. Um consumidor considera suco de uva pelo menos tão bom quanto de melão, suco de laranja pelo menos tão bom quanto de manga, suco de melão pelo menos tão bom quanto de laranja e suco de uva pelo menos tão bom quanto de manga. Esse consumidor também considera suco de uva pelo menos tão bom quanto de laranja e suco de melão pelo menos tão bom quanto o de manga. Tal consumidor apresenta preferências completas e transitivas.

Resolução:

(0) Falso.

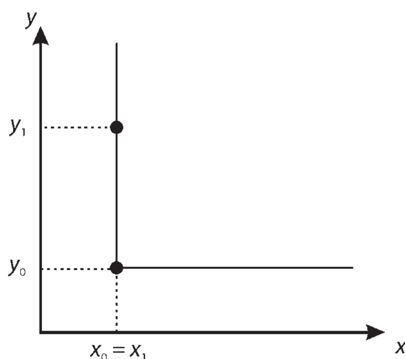
Pelo gabarito da ANPEC, esta questão é verdadeira.

De fato, se a monotonicidade expressa for interpretada como "estrita", a questão é verdadeira. É o caso de uma função do tipo Cobb-Douglas, em que, se tivermos duas cestas (x_0, y_0) e (x_1, y_1), tais que se um dos bens possuir mais quantidade do que em relação à cesta original ($x_0 \leq x_1$ e $y_0 < y_1$), então, uma cesta é estritamente preferível à outra, ou seja, $(x_1, y_1) > (x_0, y_0)$.

No entanto, da forma com que a questão está escrita, pode-se interpretar como monotonicidade não estrita. A definição de monotonicidade de Nolan Miller (*Notes on Microeconomic Theory, Definition* 5, p. 38) é cuidadosamente diferenciada entre forte (ou estrita) e fraca, justamente para não causar este tipo de dúvida.

Assim, seguindo a interpretação do referido autor, dadas duas cestas (x_0, y_0) e (x_1, y_1), sendo $x_0 \leq x_1$ e $y_0 < y_1$, imaginemos uma preferência do tipo complementar perfeito, com $x_0 = x_1$ e $y_0 < y_1$. Neste caso, não ocorrendo $(x_1, y_1) \sim (x_0, y_0)$, então, $(x_1, y_1) > (x_0, y_0)$, como diz o enunciado.

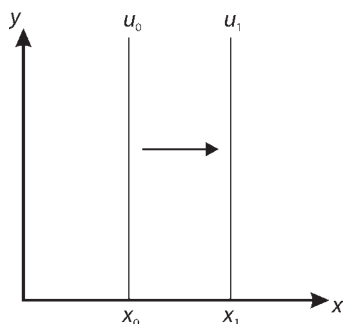
Esta é a definição de monotonicidade fraca. E, seguindo este raciocínio, a questão é Falsa.



(1) Falso.

Pelo gabarito da ANPEC, esta questão é Verdadeira.

No entanto, se considerarmos a existência de "bens neutros", o que implicará que a curva de indiferença não terá inclinação negativa, esta questão se torna Falsa. Devemos ressaltar, também, o caso das preferências lexicográficas, em que as curvas de indiferenças são, na verdade, pontos de indiferença.

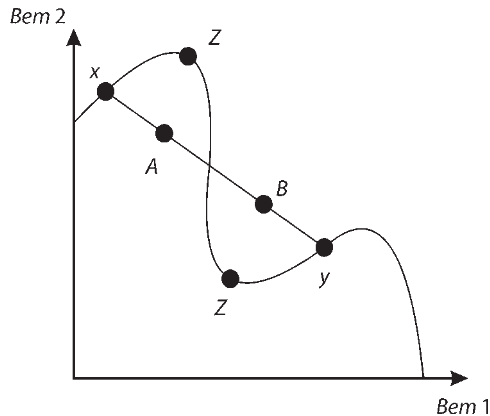


(2) Falso.

Monotonicidade forte e preferências estritamente convexas resultam em curvas de indiferenças bem-comportadas. É o caso da Cobb-Douglas.

(3) Falso.

Se as preferências não forem convexas, não é possível afirmar que $tx + (1 - t)y > z, \forall t \in (0, 1)$. Imaginemos que as preferências não fornecem um conjunto convexo. Logo, se X e Y são cestas na curva de indiferença, podemos fazer uma combinação linear entre tais cestas e observar que $\exists t, t' \in (0, 1)$ tais que $\underbrace{tx + (1-t)y}_{B} > z$ e $\underbrace{t'x + (1-t')y}_{A} < z$.



(4) Verdadeiro.

As preferências são completas se for sempre possível fazer escolhas, entre quaisquer pares de alternativas. De fato, as preferências do enunciado são completas.

As preferências são transitivas se, da comparação de alternativas duas a duas, não existir nenhuma inconsistência nas escolhas. De fato, definindo U = uva, M = melão, L = laranja, Ma = manga podemos verificar que $U \succsim M \succsim L \succsim Ma$.

Questão 2

Sendo U(x,y) a função que representa a utilidade atribuída por um consumidor a uma cesta (x,y) qualquer, julgue as proposições:

⓪ Se $U(x, y) = Ax^{\alpha} y^{\beta}$, sendo α e β dois números positivos, as preferências do consumidor não são bem-comportadas.

① Se U (x, y) = x + ln(y) e se a demanda é interior, então a variação no excedente do consumidor decorrente de uma variação no preço do bem y mede a variação no bem-estar do consumidor.

② Se U (x, y) = min{x, 2y} , a utilidade auferida pelo consumo de uma unidade de x e ¼ de unidade de y é menor do que a auferida por meia unidade de x e duas unidades de y.

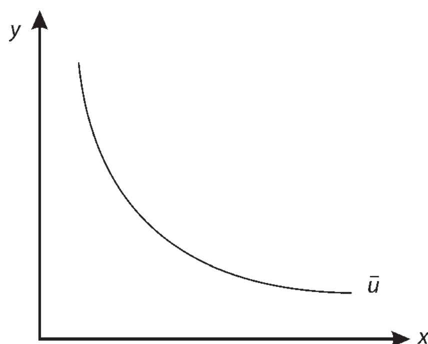
③ Se U(x, y) é uma função de utilidade do tipo Cobb-Douglas, o consumidor gasta uma proporção fixa de sua renda com x.

④ Se U (x, y) = $\sqrt{x}$ + y e se a demanda pelo bem x é interior, então a demanda do bem x não varia localmente com a renda.

Resolução:

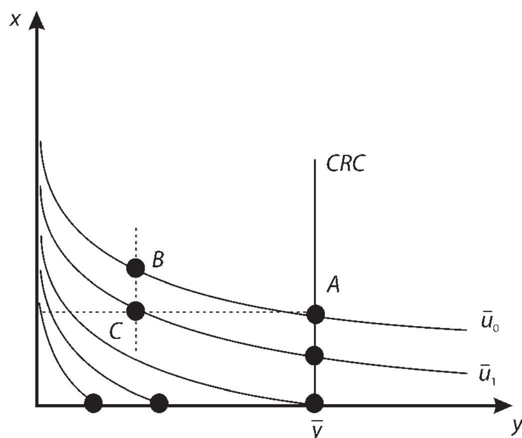
(0) Falso.

A função de utilidade definida por $U(x, y) = Ax^{\alpha} y^{\beta}$ é uma função Cobb-Douglas, que é sempre bem-comportada, já que tem as seguintes características: $|TMgS|$ decrescente e reflete preferências fortemente monotônicas e contínuas.



(1) Verdadeiro.

A função de utilidade definida por U (x, y) = x + ln(y) é uma função quase linear. Considerando a solução interior, como o Efeito Renda é nulo (de B para C), a variação do excedente do consumidor (ΔEC) é igual à variação compensatória (VC), que, por sua vez, é igual à variação equivalente (VE) $\Delta EC = VC = VE$.



(2) Falso.

A utilidade auferida pelo consumo de uma unidade de x e 1/4 de unidade de y:

- U (1, ¼) = min{1, 2.¼}= ½.

A utilidade auferida pelo consumo de 1/2 unidade de x e 2 unidades de y:

- U (½, 2) = min{1/2, 2.2}=½

Portanto, a utilidade é a mesma, considerando-se as duas cestas.

(3) Verdadeiro.

Na função Cobb-Douglas, como no item ⓪: $U(x, y) = Ax^{\alpha} y^{\beta}$, a proporção da renda gasta em cada um dos bens é constante e igual a $\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)$ para x e $\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)$ para y.

Para comprovarmos, tomemos o caso do bem x:

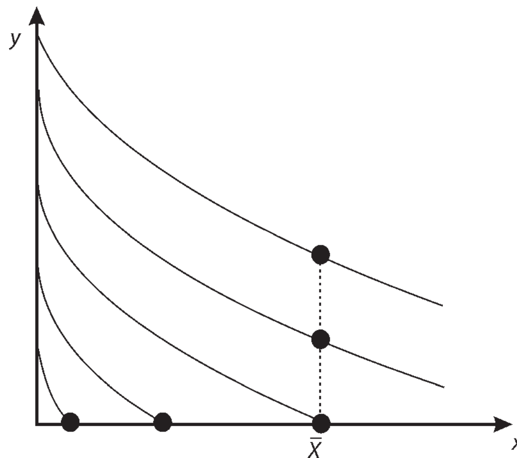
$\left(\frac{p_x x}{M}\right) = \frac{p_x\left(\frac{\alpha M}{(\alpha+\beta)p_x}\right)}{M} = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}$. Assim, o consumidor gasta uma proporção fixa de sua renda com x.

(4) Verdadeiro.

A função de utilidade U (x, y) = $\sqrt{x}$ + y é uma função quase linear.

Considerando as soluções interiores, as demandas pelos bens são: $x^* = \frac{p_x}{p_y}$ e $y^* = \frac{M}{p_y} - 1$.

Logo, a demanda pelo bem x não depende da renda.



Questão 3

Considerando a Teoria do Consumidor, julgue as proposições:

⓪ Bens normais têm efeito substituição positivo.

① Nos bens de Giffen, o valor absoluto do efeito renda domina o valor absoluto do efeito substituição.

② Sendo a curva de demanda negativamente inclinada e linear, a elasticidade-preço é constante.

③ Se a curva de demanda de *Q* for $Q = Ap^k$ em que k = – 2, então a elasticidade-preço será -1/2.

④ Uma curva de Engel positivamente inclinada indica um bem inferior.

Solução:

(0) Falso.

O Efeito Substituição (ES) corresponde à variação na demanda devido à variação da taxa à qual os dois bem são trocados, ou seja, a variação dos preços relativos. Neste caso, compensa-se a renda de modo a manter o poder de compra constante (à la Slutsky) ou a utilidade constante (à la Hicks). O ES é sempre não positivo quando existem dois bens, sendo nulo no caso de bens complementares.

(1) Verdadeiro.

A Equação de Slutsky diz que a variação total na demanda é a soma do Efeito Substituição (ES) e do Efeito Renda (ER). Assim, o Efeito Preço total (EP) é dado por EP = ES + ER. O bem é dito de Giffen se o ES e o ER atuarem em sentidos opostos e o ER for de magnitude superior ao ES.

(2) Falso.

A elasticidade-preço varia com o preço ao longo de uma demanda linear. Para constatarmos, tomemos como dado uma demanda linear $Q^d = a - bp$; a elasticidade-preço da demanda é:

$$\varepsilon_p = \frac{dQ}{dp}\frac{p}{Q} = -\frac{bp}{a-bp} = -\frac{1}{\frac{a}{bp}-1}.$$

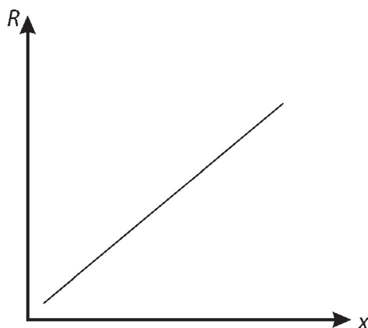
(3) Falso.

Aplicando o logaritmo na função de demanda $Q = Ap^k$, teremos:

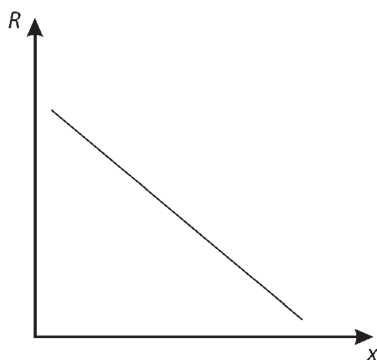
$$\ln Q = \ln A + k \ln p \Rightarrow \varepsilon_p = \frac{d\ln Q}{d\ln p} = k. \text{ Se } k = -2 \Rightarrow \varepsilon_p = -2.$$

(4) Falso.

A curva de Engel relaciona a quantidade consumida de um bem à renda: $\frac{\partial x}{\partial M} > 0 \Rightarrow$ bem normal:



e $\frac{\partial x}{\partial M} < 0 \Rightarrow$ bem inferior:



PROVA DE 2008

Questão 1

A respeito dos índices de Laspeyres e Paasche, e de seu emprego na avaliação de mudanças de bem-estar do consumidor, avalie as afirmações:

⓪ O índice de preços de Laspeyres baseia-se na premissa de que os consumidores não alteram seus padrões de consumo após uma mudança de preços.

① O índice de preços de Laspeyres superestima e o de Paasche subestima o "custo de vida ideal".

② Um governo que utilize um índice de preços de Laspeyres para reajustar benefícios sociais tenderá a sobrevalorizar o reajuste.

③ Se o índice de quantidade de Paasche for maior que 1, o consumidor estará pior no período corrente do que no período-base.

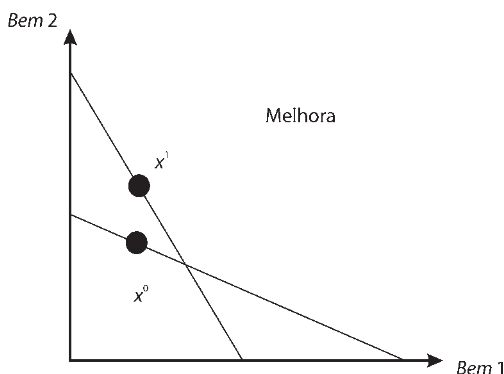
④ Se o índice de quantidade de Laspeyres for menor que 1, nada se poderá afirmar a respeito da mudança de bem-estar do consumidor.

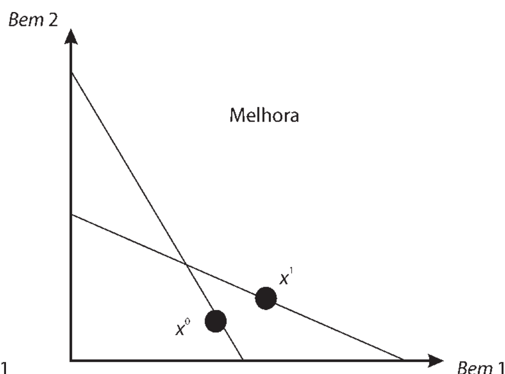
Resolução:

Índices de preços de Laspeyres (IL_p): razão entre o custo necessário para adquirir a preços correntes uma cesta de bens escolhida no ano-base e o custo para comprá-la a preços do ano-base. $\Rightarrow IL_p = \dfrac{\sum P_i^1 Q_i^0}{\sum P_i^0 Q_i^0}$.

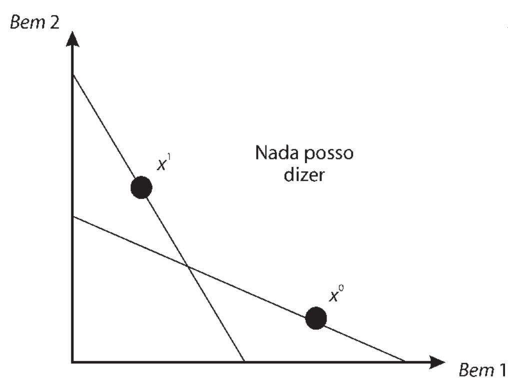
Índice de preços de Paasche (IP_p): razão entre o custo necessário para adquirir a preços correntes uma cesta de bens escolhida no ano corrente e o custo para comprá-la a preços do ano-base. $\Rightarrow IP_p = \dfrac{\sum P_i^1 Q_i^1}{\sum P_i^0 Q_i^1}$.

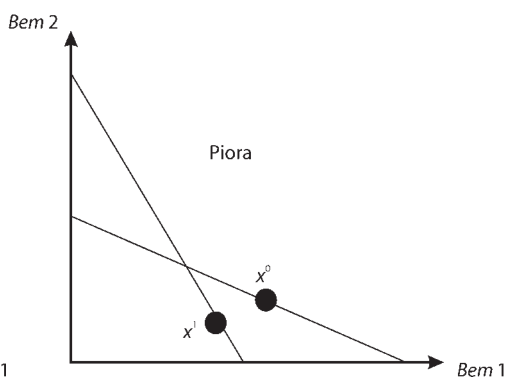
$$(A)\begin{cases} IP_q = \dfrac{\Sigma p_i^1 Q_i^1}{\Sigma p_i^1 Q_i^0} \\ \Sigma p_i^1 Q_i^1 > \Sigma p_i^1 Q_i^0 \\ IL_p < IV \end{cases}$$



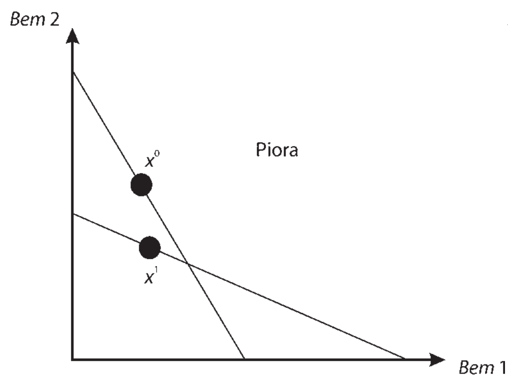


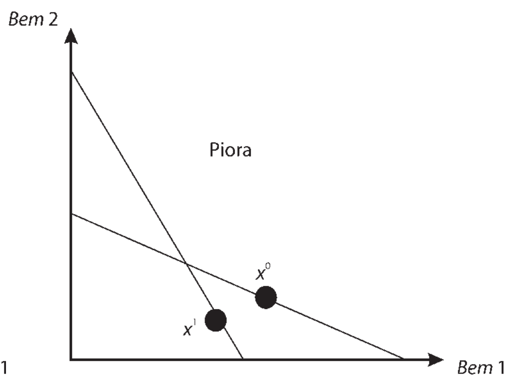
(B)
$$\begin{cases} IP_q = \dfrac{\Sigma p_i^1 Q_i^1}{\Sigma p_i^1 Q_i^0} < 1 \\ \textit{Nada se pode dizer} \\ IL_p < IV \end{cases}$$



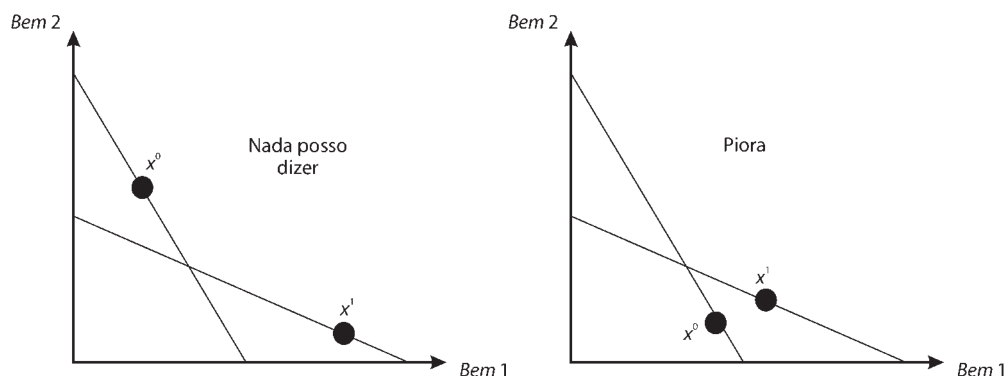


(C)
$$\begin{cases} IL_q = \dfrac{\Sigma p_i^0 Q_i^1}{\Sigma p_i^0 Q_i^0} < 1 \\ \Sigma p_i^0 Q_i^1 < \Sigma p_i^0 Q_i^0 \\ IP_p < IV \end{cases}$$





$$(D)\begin{cases} IL_q = \dfrac{\Sigma p_i^0 Q_i^0}{\Sigma p_i^1 Q_i^0} > 1 \\ Nada\ se\ pode\ dizer \\ IP_p < IV \end{cases}$$



(0) Verdadeiro.

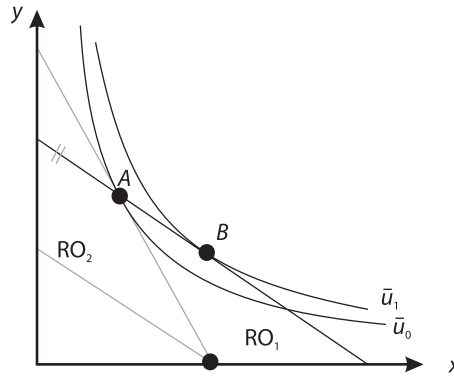
O consumidor continua adquirindo a mesma cesta de bens nos dois períodos $\Rightarrow Q_i^0$.

(1) Verdadeiro.

O índice de custo de vida ideal representa o custo de obtenção de determinado nível de utilidade a preços correntes, dividido pelo custo de obtenção do mesmo nível de utilidade a preços do ano-base. Logo, aos novos preços, haveria que "dar renda" para que o indivíduo continuasse a ter a mesma utilidade inicial. É o Efeito Substituição à la Hicks.

O índice de preços de Laspeyres superestima o custo de vida ideal, pois este se baseia na premissa de que os consumidores não alteram seus padrões de consumo após uma mudança dos preços. Logo, aos novos preços, para que o indivíduo continuasse a consumir a cesta inicial haveria que "dar mais renda do que o necessário", levando-o a ter um nível de utilidade acima da sua utilidade inicial. É o Efeito Substituição à la Slutsky.

O oposto ocorre com o índice de preços de Paasche. Este subestima o custo de vida ideal, pois se baseia na premissa de que os indivíduos comprariam a cesta do ano corrente no período-base. Neste caso, "retira-se" menos renda do que se retiraria se ele voltasse a sua utilidade original.



(2) Verdadeiro.

Como o ILP superestima o custo de vida ideal, existirá sempre uma tendência a compensar exageradamente os beneficiários.

(3) Falso.

O índice de quantidade de Paasche é $IP_q = \frac{\sum P_i^1 Q_i^1}{\sum P_i^1 Q_i^0}$. Se $P_q > 1$, então, $\sum P_i^1 Q_i^1 > \sum P_i^1 Q_i^0$. Assim, o consumidor estará melhor no período corrente do que no período-base.

(4) Falso.

O índice de quantidade de Laspeyres é $IL_q = \frac{\sum P_i^0 Q_i^1}{\sum P_i^0 Q_i^0}$. Se $L_q < 1$, então, $\sum P_i^0 Q_i^0 > \sum P_i^0 Q_i^1$. Assim, o consumidor estará melhor no período corrente do que no período-base.

Questão 2

Um consumidor tem a função de utilidade u (x, y) = $x^{\alpha} y^{1-\alpha}$, com $0 < \alpha < 1$, em que x é a quantidade do primeiro bem e y a do segundo. Os preços dos bens são, respectivamente, p e q, e m é a renda do consumidor. Julgue as afirmações:

⓪ A demanda do consumidor pelo primeiro bem será $x = m/p$.

① A demanda do consumidor pelo segundo bem será $y = (1-\alpha)m/\alpha q$

② Se m = 1000, a = 1/4 e q = 1, então o consumidor irá adquirir 250 unidades do segundo bem.

③ Suponha que: m = 288, a = 1/2 e p = q = 1. Se q quadruplicar, será necessário triplicar a renda do consumidor para que ele fique tão bem quanto antes, pelo cálculo de sua variação compensatória.

④ Suponha que m = 288, a = 1/2 e imagine que, após uma situação inicial em que p = q = 1, q tenha quadruplicado. Pelo cálculo da variação equivalente, a variação de bem--estar corresponderá à redução de sua renda à metade, aos preços iniciais.

Resolução:

(0) Falso.

Dada a função de utilidade U (x, y) = $x^{\alpha} y^{1-\alpha}$, com 0 < α < 1, as demandas dos bens são:

$$x^* = \frac{\alpha m}{p} \text{ e } y^* = \frac{(1-\alpha)m}{q}$$

(1) Falso.

A demanda do consumidor pelo segundo bem é $y^* = \frac{(1-\alpha)m}{p}$.

(2) Falso.

$$y^* = \frac{(1-\alpha)m}{p} \Rightarrow \frac{\frac{3}{4}(1000)}{1} \Rightarrow y^* = 750$$

(3) Falso.

Se $m = 288$, $\alpha = \frac{1}{2}$ e $p = q = 1$, então:

$$x' = \frac{\alpha m}{p} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}(288)}{1} = 144 \text{ e } y' = \frac{(1-\alpha)m}{q} = \frac{\frac{1}{2}(288)}{1} = 144$$

$$u_0(144,144) = (144)^{1/2}(144)^{1/2} = 144$$

Se $p_y' = 4$:

$$x' = 144$$

$$y'' = \frac{(1-\alpha)M}{p_y} = \frac{\frac{1}{2}(288)}{4} = \frac{144}{4} = 36$$

$$u_1(144,36) = (144)^{1/2}(36)^{1/2} = (12)(6) = 72$$

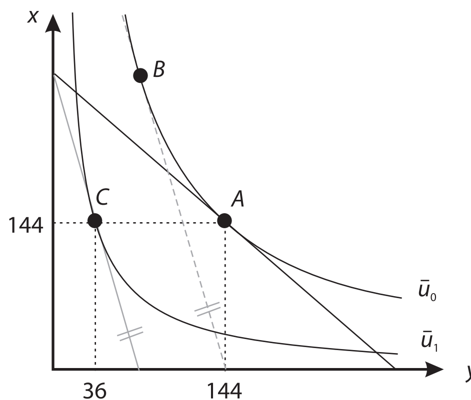
Variação Compensatória:

- Mede a variação na satisfação do consumidor aos novos preços, levados a u_0. É o Efeito Substituição (de A para B).
- Quanto de renda devo dar ao consumidor para que ele volte a u_0 aos novos preços?

$$\underbrace{144}_{U_0} = \left[\frac{\frac{1}{2}m_1}{1}\right]^{\frac{1}{2}}\left[\frac{\frac{1}{2}m_1}{4}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$288 = \frac{1}{2}m \Rightarrow m_1 = 576$$

$VC = m_1 = m_0 = 576 - 288 = 288$. Assim, será necessário duplicar a perda inicial.



(4) Verdadeiro.

Do item (3), temos os valores das utilidades:

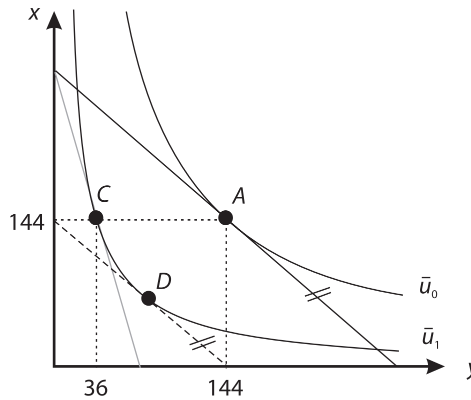
$$u_0(144,144) = (144)^{\frac{1}{2}}(144)^{\frac{1}{2}} = 144$$

$$u_1(144,36) = (144)^{\frac{1}{2}}(36)^{\frac{1}{2}} = (12)(6) = 72$$

Variação Equivalente:

- Mede a variação na satisfação do consumidor aos preços antigos, levados a u_1. É como se fosse um "Efeito Substituição diferente".

- Quanto de renda devo retirar do consumidor para que ele fique em u_1 aos preços antigos?



$$\underbrace{72}_{U_1} = \left[\frac{\frac{1}{2}m_1}{1}\right]^{1/2}\left[\frac{\frac{1}{2}m_1}{1}\right]^{1/2}$$

$$72 = \frac{1}{2}m_1 \Rightarrow m_1 = 144$$

$VE = m_0 - m_1 = 288 - 144 = 144$. Esta é a renda reduzida pela metade.

Quando a variação do preço é positiva, temos: VC > VE.

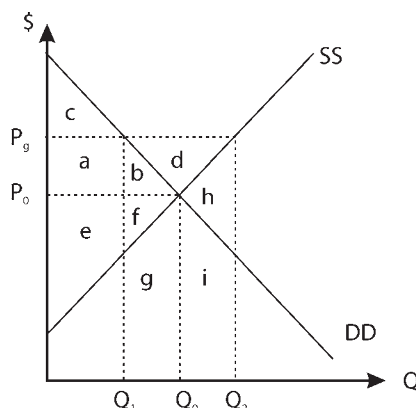
Quando a variação do preço é negativa, temos: VC < VE.

Além disso, o Excedente do Consumidor (EC) é sempre um valor intermediário entre VC e VE, exceto no caso em que o Efeito Renda é zero (como é o caso da função quase linear), quando todas as três formas de medidas de bem-estar são iguais.

Observação: Qual é a melhor medida para perda/ganho do bem-estar do consumidor: variação compensatória, variação equivalente ou variação do excedente do consumidor? A teoria não tem uma resposta para esta questão. É uma análise subjetiva.

Questão 10

Considere um mercado de leite perfeitamente competitivo, conforme descrito abaixo:



No gráfico, DD é a demanda e SS, a oferta. O equilíbrio, no mercado livre, é dado por Q_0 e P_0. Suponha que o governo fixe um preço P_g tal que $P_g > P_0$, e que, para sustentar este preço, adquira todo o excedente de produção. Isso posto, avalie as afirmações:

⓪ Ao fixar o preço em P_g, o governo terá de adquirir $Q_0 - Q_1$.

① (a + b) é a redução do excedente dos consumidores.

② (a + b + d) é o aumento do excedente dos produtores.

③ O custo da intervenção para o governo é $(Q_2 - Q_1)P_g$.

④ A sociedade como um todo sofre uma perda de bem-estar.

Resolução:

(0) Falso.

O governo, ao fixar $p_g > p_0$ cria excesso de oferta. A este preço, p_g, o ofertante produz Q_2 e o demandante só quer consumir Q_1. Portanto, o governo terá que adquirir $(Q_2 - Q_1)$.

(1) Verdadeiro.

Em p_0: $EC_0 = c + a + b$

Em p_g: $EC_g = c$

$\Delta EC = EC_g - EC_0 = -(a + b)$

(2) Verdadeiro.

Em p_0: $EP_0 = e + f$

Em p_g: $EC_g = e + f + a + b + d$

$\Delta EP = EP_g - EP_0 = (a + b + d)$

(3) Verdadeiro.

O custo que o governo terá ao implementar essa política será o custo de comprar o excedente $(Q_2 - Q_1)$ ao preço p_g. Logo, o seu custo é $(Q_2 - Q_1)\ p_g\ (b + d + f + h + g + i)$.

(4) Verdadeiro.

Os consumidores perdem $(a + b)$, que são transferidos para o produtor. O produtor ganha d do governo, além da transferência. Assim, a perda de bem--estar será de $(b + f + g + h + i)$.

PROVA DE 2009

Questão 1

Considere uma função de utilidade Cobb-Douglas $U = q_1^{\alpha} q_2^{1-\alpha}$. Julgue as afirmativas abaixo:

⓪ A demanda Hicksiana pelo bem *1* tem a forma $q_1 = \overline{U}\left[p_1^{\rho} + p_2^{\rho}\right]^{1/\rho}$, em que $p = 0{,}75$.

① A sensibilidade da demanda Hicksiana do bem *1* em relação ao preço do bem *2* é igual à sensibilidade da demanda Hicksiana do bem *2* ao preço do bem *1*.

② A demanda Marshalliana pelo bem *1* tem a forma $q_1 = Ap_2^{1-\alpha} p_2^{\alpha-1} W$, em que A é uma função de α e em que W é a renda do consumidor.

③ O efeito-renda para esta função é dado por $(-\alpha^2 W)/p_1^2$.

④ Para esta função de utilidade, o Efeito Renda é igual ao Efeito Substituição.

Resolução:

(0) Falso.

Antes de fazermos qualquer conta, vale comentar que esta é uma questão que, "de cara", é falsa, pois, no caso da Cobb-Douglas, o preço do bem 1 tem que variar inversamente à quantidade demandada do bem 1, o que não é o caso.

Mas, para que fique claro para o leitor, vamos às contas: para encontrar a demanda Hicksiana para a função Cobb-Douglas, é necessário:

$Min\ p_1q_1 + p_2q_2$, sujeito à $\overline{U}=q_1^{\alpha}q_2^{(1-\alpha)}$

$$L = (p_1q_1 + p_2q_2) - \lambda\left(q_1^{\alpha}q_2^{1-\alpha} - \overline{U}\right)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_1} = 0 \Rightarrow p_1 - \lambda\left(\alpha q_1^{\alpha-1}q_2^{1-\alpha}\right) = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_2} = 0 \Rightarrow p_2 - \lambda\left[(1-\alpha)q_1^{\alpha}q_2^{-\alpha}\right] = 0$$

$$TMgS = -\frac{\partial q_2}{\partial q_1} = \frac{Umg_1}{Umg_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\frac{q_2}{q_1} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow q_2 = \frac{(1-\alpha)}{\alpha}\left(\frac{p_1}{p_2}\right)q_1 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow \overline{U} = q_1^{\alpha}q_2^{1-\alpha} \quad (2)$$

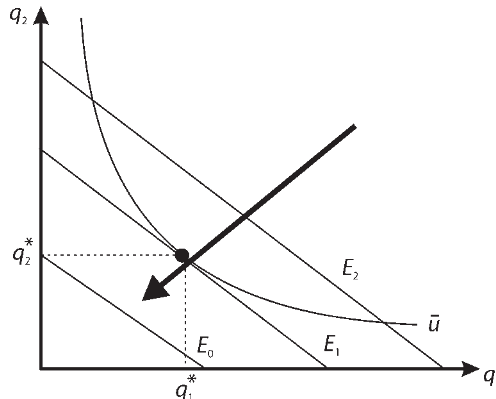
De (1) em (2):

$$q_1^{\alpha}\left[\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\left(\frac{p_1}{p_2}\right)q_1\right]^{1-\alpha} = \overline{U}$$

$$q_1^* = \overline{U}\left[\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)\right]^{1-\alpha}$$

$$q_2^* = \overline{U}\left[\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\left(\frac{p_1}{p_2}\right)\right]^{\alpha}$$

q_1^* e q_2^* são as demandas Hicksianas.



(1) Verdadeiro.

No caso da demanda Hicksiana, isso é correto. Basta verificarmos que, quando derivamos a demanda Hicksiana do bem 1 com relação ao preço do bem 2, encontramos a mesma solução de quando derivamos a demanda Hicksiana do bem 2 com relação ao preço do bem 1.

$$q_1 = \overline{U}\left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)^{1-\alpha} p_2^{1-\alpha} p_1^{\alpha-1}$$

$$\frac{\partial q_1}{\partial p_2} = \overline{U}\left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)^{(1-\alpha)} p_1^{(\alpha-1)}(1-\alpha)p_2^{-\alpha} \Rightarrow \frac{\partial q_1}{\partial p_2} = \overline{U}\alpha^{(1-\alpha)}(1-\alpha)^{\alpha} p_1^{(\alpha-1)} p_2^{-\alpha}$$

$$q_2 = \overline{U}\left(\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\right)^{\alpha} p_1^{\alpha} p_2^{-\alpha}$$

$$\frac{\partial q_2}{\partial p_1} = \overline{U}\left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)^{-\alpha} p_2^{-\alpha}\alpha p_1^{\alpha-1} \Rightarrow \frac{\partial q_2}{\partial p_1} = \overline{U}\alpha^{1-\alpha}(1-\alpha)^{\alpha} p_1^{(\alpha-1)} p_2^{-\alpha}$$

Observe que $\frac{\partial q_1}{\partial p_2} = \frac{\partial q_2}{\partial p_1}$.

Substitutos líquidos: $\left.\frac{\partial X_i}{\partial P_j}\right|_{U=Cte} > 0$.

Complementares líquidos: $\left.\frac{\partial X_i}{\partial P_j}\right|_{U=Cte} < 0$.

Onde temos:

$$\left.\frac{\partial X_i}{\partial P_j}\right|_{U=Cte} = \left.\frac{\partial X_j}{\partial P_i}\right|_{U=Cte}$$

Demonstração:

Pelo lema de Shepard: $Xi = \frac{\partial E}{\partial P_i}$ ou $Xj = \frac{\partial E}{\partial P_j}$

$$\left.\frac{\partial X_i}{\partial P_j}\right|_{U=Cte} = \frac{\partial P_j \frac{\partial E}{\partial P_j} - \partial E \frac{\partial P_i}{\partial P_j}}{(\partial P_i)^2} = \frac{\partial E^2}{\partial P_j \partial P_i}$$

$$\left.\frac{\partial X_j}{\partial P_i}\right|_{U=Cte} = \frac{\partial P_i \dfrac{\partial E}{\partial P_i} - \partial E \dfrac{\partial P_j}{\partial P_i}}{(\partial P_j)^2} = \frac{\partial E^2}{\partial P_i \partial P_j}$$

(2) Falso.

A demanda Marshalliana pelo bem *1* tem a forma $q_1^M = \dfrac{\alpha W}{p_1}$.

(3) Verdadeiro.

A Equação de Slutsky diz que a variação total na demanda é a soma dos ES e ER. Assim, o Efeito Preço total (EP) é dado por EP = ES + ER. Podemos calcular o efeito total da seguinte forma:

$$\underbrace{\frac{\partial x_1^M}{\partial p_1}}_{EP} = \underbrace{\frac{\partial x_1^H}{\partial p_1}}_{ES} \underbrace{- \frac{\partial x_1^M}{\partial W} x_1^M}_{ER}$$

O ER para função $U = q_1^{\alpha} q_2^{1-\alpha}$ é $-\dfrac{\partial x_1^M}{\partial W} x_1^M = -\left(\dfrac{\alpha W}{p_i}\right)\left(\dfrac{\alpha}{p_i}\right) = -\dfrac{\alpha^2 W}{p_1^2}$.

(4) Falso.

Não. O ER é igual ao ES quando estamos falando de demanda cruzada, que não é o caso, necessariamente. Se a pergunta tivesse sido feita com relação ao efeito da demanda cruzada, pela Equação de Slutsky, o EP depende do ES e ER.

Exemplo: preferências Cobb-Douglas: X = dx(.) = 0,5W/Px, X = hx(.) = U(Px/Py)^{0,5}.

$\dfrac{\partial d_X}{\partial Py} = 0$. Por quê?

ES: $\left.\dfrac{\partial X}{\partial Py}\right|_{U=Cte} = \dfrac{\partial h_X}{\partial Py} = \dfrac{0{,}5\overline{U}}{(PxPy)^{0,5}} = \dfrac{0{,}25R}{PxPy}$

ER: $-Y\dfrac{\partial X}{\partial W} = -\left(\dfrac{0{,}5W}{Py}\right)\left(\dfrac{0{,}5}{Px}\right) = -\dfrac{0{,}25W}{PxPy}$

EP = 0 = ES + ER

Mas não é o caso da pergunta em tela. Nesta pergunta, temos que olhar para a Equação de Slutsky normal (e não a cruzada).

Se $\frac{\partial x_1^M}{\partial p_1} = 0$, ou seja, se o EP fosse igual a zero, teríamos ES=ER. Mas, $\frac{\partial x_1^M}{\partial p_1} = -\frac{\alpha W}{p_1^2}$. Como pode ser? Não pode. Está errado.

Questão 2

Julgue as seguintes afirmações:

⓪ Um indivíduo consome apenas dois produtos, *X* e *Y*, e possui curvas de indiferença sobre estes produtos bem comportadas (isto é, estritamente convexas e estritamente monotônicas). Se ele é indiferente entre as cestas *(1,3)* e *(3,1)*, então a cesta *(2,2)* deve ser estritamente preferida a qualquer uma das outras.

① Um indivíduo, com renda de *12* reais, tendo que escolher combinações dos bens *(X,Y)*, comprou a cesta *(4,8)*, quando o preço dos dois bens era de *1* real. Quando o preço do primeiro bem caiu para *50* centavos e o do segundo subiu para *4* reais, ele comprou a cesta *(8,2)*. Somente com esta informação, não podemos saber se ele está melhor na segunda situação.

② Suponha que um indivíduo, tendo que escolher combinações dos bens *(X,Y)*, descobre que, após uma redução no preço do bem *X* e um aumento no preço do bem *Y*, ainda consegue, gastando toda a sua renda, comprar a mesma cesta de antes. Então, ele está em melhor situação.

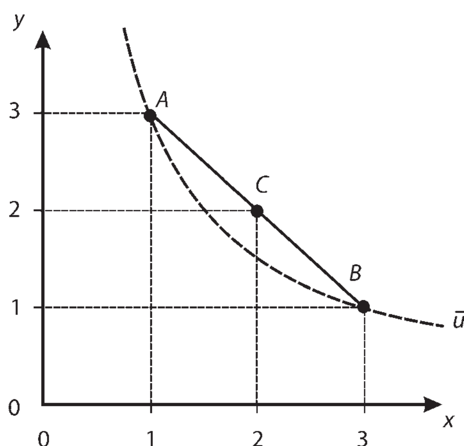
③ Suponha que, em resposta a um aumento no preço do bem *X*, um consumidor continua adquirindo a mesma quantidade do bem. Então esse bem deve ser um bem inferior.

④ A curva de Engel mostra a relação entre preço e quantidade demandada.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Como as preferências são estritamente convexas, qualquer combinação linear entre duas cestas A e B na curva de indiferença estará associada a uma cesta preferível que qualquer cesta que esteja na curva de indiferença que contém as cestas A e B $\Rightarrow tA + (1 - t)B > A$ e $tA + (1 - t)B > B, \forall t > 0$.



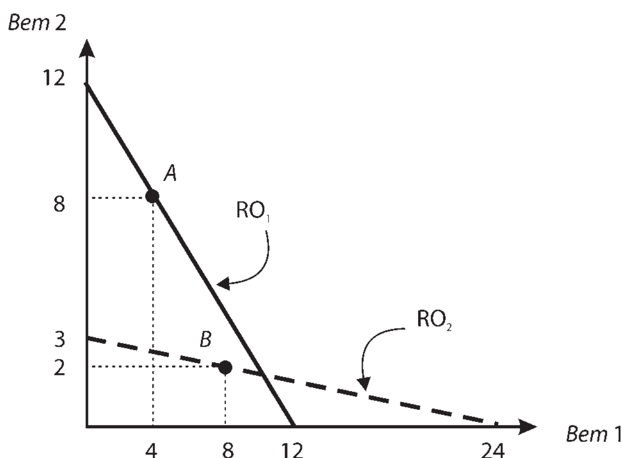
(1) Falso.

Nesta questão precisamos usar o princípio da preferência revelada para respondê-la. Portanto, temos que testar as duas condições:

(i) Se, aos preços antigos, ele consegue comprar a nova cesta (cesta B ou cesta no período t = 1), é porque, na época, poderia ter comprado a cesta nova (B), assim como a antiga (cesta A ou cesta no período t = 0), mas escolheu a antiga (A). Então, é porque ele está revelando a sua preferência direta pela cesta antiga (A). Isto é: $\sum_{i=1}^{2} P_0^i X_0^i \geq \sum_{i=1}^{2} P_0^i X_1^i$

(ii) Além disso, ele também tem que testar se, aos preços novos, ele não consegue comprar a cesta antiga. Isto é: $\sum_{i=1}^{2} P_0^i X_0^i > \sum_{i=1}^{2} P_1^i X_1^i$.

Se as duas condições forem observadas, será possível afirmarmos que o indivíduo piorou de situação, pois, na nova situação (preços), a cesta antiga não é mais factível e, antes, quando as duas podiam ser compradas, ele preferiu a antiga.



Situação Inicial (t = 0):

$x_0 = 4 \Rightarrow p_0^1 = 1$ Gasto $\Rightarrow p_0^1 x_0 = 4$

$y_0 = 8 \Rightarrow p_0^2 = 1$ Gasto $\Rightarrow p_0^2 y_0 = 8$

$y_0 = 12 - 1x_0$

Gasto total no período t = 0: $R = p_0^1 x_0 + p_0^2 y_0 = 4 + 8 = 12.$

Situação Final (t = 1):

$x_1 = 8 \Rightarrow p_1^1 = 0{,}5$ Gasto $\Rightarrow p_1^1 x_1 = 4$

$y_1 = 2 \Rightarrow p_1^2 = 4$ Gasto $\Rightarrow p_1^2 y_1 = 8$

$y_0 = 12 - \frac{1}{8} x_1$

Gasto total no período t = 1: $R = p_1^1 x_1 + p_1^2 y_1 = 4 + 8 = 12.$

Situação Final aos preços da situação inicial:

$x_1 = 8 \Rightarrow p_0^1 = 1$ Gasto $\Rightarrow p_0^1 x_1 = 8$

$y_1 = 2 \Rightarrow p_0^2 = 1$ Gasto $\Rightarrow p_0^2 y_1 = 2$

$y_0 = 12 - 1x$

Gasto total: $R = p_0^1 x_1 + p_0^2 y_1 = 8 + 2 = 10.$

Além disso, a cesta inicial seria factível aos preços finais? Não!

$x_0 = 4 \Rightarrow p_1^1 = 0{,}5$ Gasto $\Rightarrow p_0^1 x_0 = 2$

$y_0 = 8 \Rightarrow p_1^2 = 4$ Gasto $\Rightarrow p_1^2 y_0 = 32$

$y_0 = 12 - 1x_0$

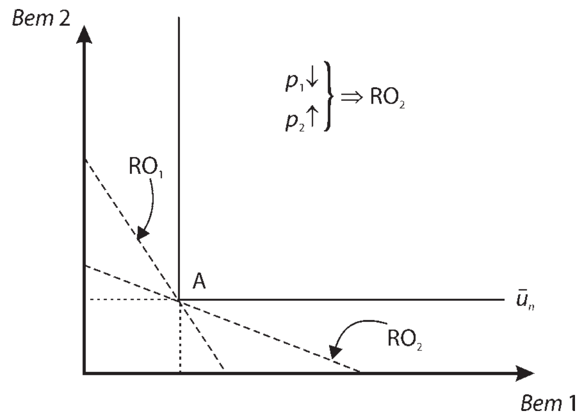
Gasto total no período t = 0: $R = p_0^1 x_0 + p_1^2 y_0 = 2 + 32 = 34.$

Assim, de fato, aos preços p_1, ele poderia ter comprado a cesta B, como poderia ter comprado a cesta A, mas optou pela cesta A. Além disso, com a mudança de preços, ele não é mais capaz de comprar a cesta que realmente gosta (A). Dessa forma, é possível afirmar que o indivíduo piorou de situação. Na nova situação, A não é mais factível. E quando A e B eram, ele preferiu A.

(2) Falso.

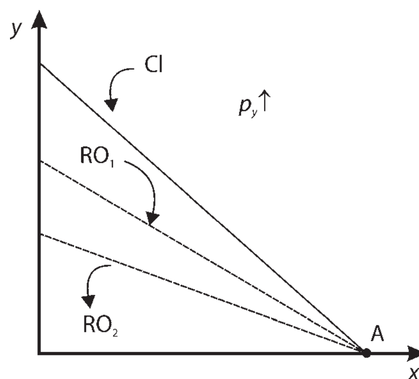
Não necessariamente. A resposta será dada por um contraexemplo. Se pensarmos nas preferências sobre bens complementares perfeitos, no ponto de equilíbrio, isto é, no "joelho" do "L", há várias combinações de preços possíveis

que geram a mesma utilidade. Logo, para esse tipo de função, alteração nos preços relativos não modifica a utilidade do indivíduo.



(3) Falso.

Não necessariamente. A resposta será dada por um contraexemplo. Nas preferências de bens substitutos perfeitos, se o indivíduo maximiza em uma solução de canto de X ($y=0$ e $x=R/p_x$), e o preço do bem Y aumenta, ele continua consumindo na mesma cesta: $y=0$ e $x=R/p_x$. E não necessariamente Y é um bem inferior.



(4) Falso.

A curva de Engel relaciona a quantidade consumida de um bem à renda.

Questão 3

Suponha que há dois bens. O primeiro bem é infinitamente divisível, ou seja, pode ser consumido em qualquer quantidade $x \geq 0$, e o segundo é um bem indivisível, podendo ser consumido apenas nas quantidades $y = 0$ ou $y = 1$. O preço do bem divisível é $p = 10$ e o do bem indivisível é $q = 30$. O consumidor tem renda $M = 60$ e sua função de utilidade é definida por $u(x,0) = x/2$ e $u(x,1) = 2x – 4$. Julgue as afirmativas a seguir:

⓪ A quantidade do bem divisível que deixa o consumidor indiferente entre consumir ou não o bem indivisível é $x_0 = 4/3$;

① A demanda Marshalliana é $(x^*,y^*) = (6,0)$;

② Suponha que o preço do bem divisível cai para $p' = 6$. Então o bem divisível, para essa específica variação de preço (ou seja, $\Delta p = -4$), apresenta caráter de bem de Giffen, isto é, $\Delta x/\Delta p > 0$, em que Δx é a variação na quantidade demandada do bem divisível decorrente da variação de preço;

③ Suponha que o preço do bem divisível ainda é $p = 10$. Se a renda do consumidor sobe para $M' = 70$, então a demanda Marshalliana é $(x^{**},y^{**}) = (4,0)$;

④ Para qualquer variação de renda ΔM, tal que $|\Delta M| > 20/3$, o bem indivisível apresenta caráter de bem normal.

Resolução:

Sejam dadas as seguintes funções de utilidades, onde x ≥ 0 e y assume valores discretos (0 ou 1):

$$u(x,0)=\frac{x}{2} \text{ e } u(x,1) = 2x - 4$$

(0) Falso.

A indiferença acontece quando $u(x, 0) = u(x, 1)$. Neste ponto, teremos: $\frac{x}{2} = 2x - 4 \Rightarrow x_0 = \frac{8}{3}$

(1) Verdadeiro.

É preciso verificar as duas hipóteses com relação ao consumo de Y e comparar as utilidades de cada situação:

- Se $y = 0 \Rightarrow p_x x + p_y y = M \Rightarrow 10x + 0 = 60 \Rightarrow x^* = 6$
  Assim, quando a cesta é (6,0) $\Rightarrow u(6,0) = \frac{6}{2} = 3$.

- Se $y = 1 \Rightarrow 10x + 30(1) = 60 \Rightarrow x^* = 3$
  Assim, quando a cesta é (3,1) $\Rightarrow u(3,1) = 2(3) - 4 = 2$.

Como $u(6,0) > u(3,1) \Rightarrow (x^*, y^*) = (6,0)$.

(2) Verdadeiro.

Novamente temos que analisar as utilidades em cada situação com relação ao consumo de Y:

- Se $y = 0 \Rightarrow 6x + 30(0) = 60 \Rightarrow x^* = 10$

  Assim, quando a cesta é $(10,0) \Rightarrow u(6,0) = \frac{10}{2} = 5$.

- Se $y = 1 \Rightarrow 6x + 30(1) = 60 \Rightarrow x^* = 5$

  Assim, quando a cesta é $(5,1) \Rightarrow u(5,1) = 2(5) - 4 = 6$.

Como $u(5,1) > u(10,0) \Rightarrow (x^*, y^*) = (5,1)$.

Desse modo, quando p_x cai, x cai de 6 para 5 unidades. Então, x é, por definição, um bem de Giffen.

(3) Falso.

Novamente precisamos analisar as utilidades em cada situação com relação ao consumo de Y:

- Se $y = 0 \Rightarrow 10x + 30(0) = 70 \Rightarrow x^* = 7$

  Assim, quando a cesta é $(7,0) \Rightarrow u(7,0) = 3,5$.

- Se $y = 1 \Rightarrow 10x + 30(1) = 70 \Rightarrow x^* = 4$

  Assim, quando a cesta é $(4,1) \Rightarrow u(4,1) = 4$.

Como $u(4,1) > u(7,0) \Rightarrow (x^*, y^*) = (4,1)$. E não $(x^*, y^*) = (4,0)$.

(4) Verdadeiro.

Se $y = 0 \Rightarrow x_0 = \frac{M}{p_x} \Rightarrow x_0 = \frac{M}{10}$

Se $y = 1 \Rightarrow x_1 = \frac{(M - p_y)}{p_x} \Rightarrow x_1 = \left(\frac{M - 30}{10}\right)$

Usando a forma geral das utilidades, temos:

$$u(x,0) = \frac{x}{2} = \frac{\frac{M}{10}}{2} = \frac{M}{20}$$

$$u(x,1) = 2x - 4 = 2\left(\frac{M - 30}{10}\right) - 4 = \frac{M}{5} - 10$$

Qual é a condição em *R* para que o consumo seja $y = 1$, sabendo que na situação inicial (R = 60), o consumo era y = 0?

$$u(x,0) < u(x,1) \Rightarrow \frac{M}{5} - 10 > \frac{M}{20} \Rightarrow 4M - 200 > M \Rightarrow 3M > 200 \Rightarrow M > \frac{200}{3}$$

$$\text{Então: } \Delta M = \frac{200}{3} - 60 = \frac{200-180}{3} = \frac{20}{3}$$

Questão 5

Em um mercado, a demanda inversa é dada por $P = 100 - Q$, em que P é o preço do produto e Q a quantidade total demandada. Suponha que o efeito-renda é nulo. A oferta do bem é dada por $P = Q$. Julgue as afirmativas a seguir:

⓪ No equilíbrio, o excedente total é $ET = 1.250$.

① Suponha que o governo cria um imposto de $t = 20$ por cada unidade comercializada. Então o preço pago pelos demandantes é $P^d = 60$ e o preço recebido pelos ofertantes é $P^s = 40$.

② Considere ainda a incidência do imposto de $t = 20$ por cada unidade comercializada. Então, no equilíbrio, a arrecadação tributária do governo é $T = 1.000$.

③ A incidência do imposto de $t = 20$ por cada unidade comercializada implica uma perda de bem-estar (isto é, um *deadweight loss* ou, ainda, a área do triângulo de Harberger) igual a $DWL = 100$.

④ Se, em vez do imposto, o governo cria um subsídio de $s = 20$ por cada unidade comercializada, então haverá um ganho de bem-estar dado por $G = 100$.

Resolução:

Curva de demanda inversa $\Rightarrow P = 100 - Q^d$.

Curva de oferta $\Rightarrow P = Q^s$.

$d(q) = s(q) \Rightarrow 100 - Q = Q \Rightarrow 2Q = 100 \Rightarrow Q^* = 50$

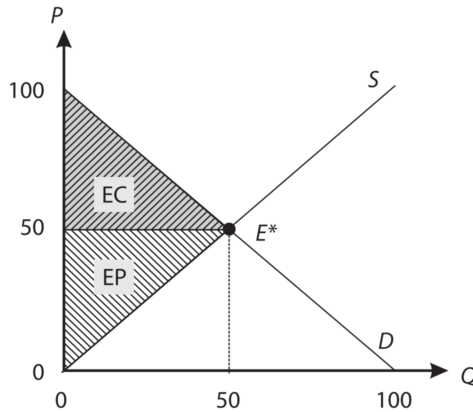
(0) Falso.

Excedente total (ET) = excedente do consumidor (EC) + excedente do produtor (EP).

$$EC = \frac{(100-50)(50)}{2} = \frac{2500}{2} = 1250$$

$$EP = \frac{(50-0)(50)}{2} = \frac{2500}{2} = 1250$$

$$ET = EC + EC = 1250 + 1250 = 2500$$



(1) Verdadeiro.

Imposto específico ou sobre a quantidade: $P^d = P^s + t$.

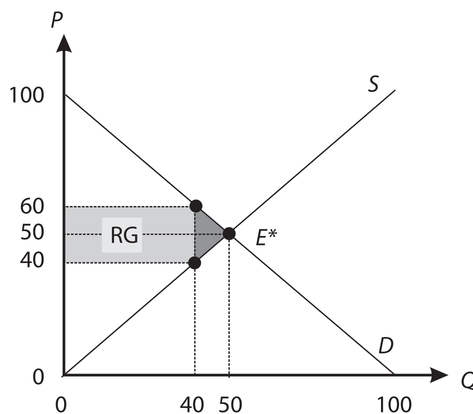
Se fosse um imposto *ad-valorem* seria $P^d = P^s + (1 + t)$.

$d(P^s) = s(P^d - t)$ ou $d(P^s + t) = s(P^d)$

$(100 - P^d) = P^d - t \Rightarrow 2P^d = 100 + t$

$$P^d = \frac{100+20}{2} = \frac{120}{2} \Rightarrow P^d = 60$$

$P^s = P^d - t \Rightarrow P^s = 60 - 20 \Rightarrow P^s = 40$



(2) Falso.

Dado o imposto, a receita do governo (RG) = (60 – 40) x 40 = 800.

O consumidor transferiu ao governo (60 – 50) x 40 = 400.

O produtor transferiu ao governo (60 – 50) x 40 = 400.

(3)Verdadeiro.

$$DWL = \left[\frac{(50-40)(50-40)}{2}\right] + \left[\frac{(60-50)(50-40)}{2}\right] = 50 + 50 = 100$$

Além das transferências do consumidor e do produtor para o governo, houve uma perda de 100 que não foi para ninguém. É a perda para a sociedade como um todo pela imposição de um imposto.

(4) Falso.

Quando há subsídio, também há perda social.

$P^d = P^s - s$

$100 - P^d = P^s$

$100 - P^d = P^d + s$

$2P^d = 100 - s \Rightarrow 2P^d = 100 - 20$

$P^d = 40 \Rightarrow$ o demandante paga um $P^d < P^*$, o que para ele é bom.

O consumidor tem um ganho de: (50 – 40)*50 + [(50 – 40)*(60 – 50)]/2 = 500 + 50 = 550.

$P^s = 60 \Rightarrow$ o ofertante paga um $P^s < P^*$, o que para ele é bom.

O produtor tem um ganho de: (60 – 50)*50 + [(60 – 50)*(60 – 50)]/2 = 500 + 50 = 550.

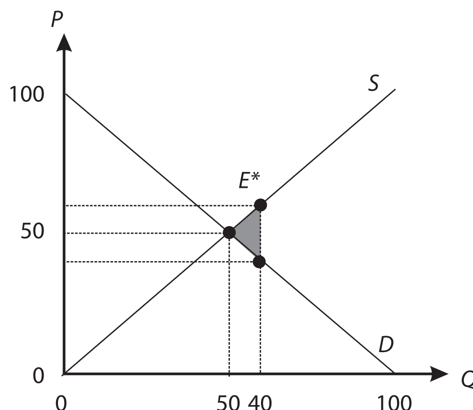
A perda do governo é = (60 – 40) x 60 = 1200.

Logo, do ponto de vista social:

Ganho para os consumidores e produtores = 1.100

Perda do governo (subsídio) = 1.200

Total para a sociedade = – 100!



PROVA DE 2010

Questão 1

Com respeito a critérios de decisão, relações de preferência e funções de utilidade, julgue as questões a seguir:

⓪ Seja $u(x, y)$ uma utilidade homotética. Suponha que $u(x_0, y_0) = u(x_l, y_1)$, em que (x_0, y_0) e (x_l, y_1), são duas cestas dadas, e seja $t > 0$ um escalar positivo. Então $u(tx_0, ty_0) = u(tx_l, ty_1)$;

① Seja $u(x, y)$ uma utilidade homotética e seja $t > 0$ um escalar positivo. Denote por $TMgS_u(x, y)$ a taxa marginal de substituição da utilidade u na cesta (x, y). Então $TMgS_u(x, y) = TMgS_u(tx, ty)$;

② Seja $\succcurlyeq$ uma relação de preferência monotônica e contínua sobre $\mathbb{R}^2_+$ e suponha que u e U são duas funções numéricas que representam a relação de preferência $\gtrsim$. Suponha que $u(x, y) < U(x, y)$, para qualquer cesta $(x, y) \in \mathbb{R}^2_+$. Se $TMgS_u(x, y)$ e $TMgS_U(x, y)$ denotam a taxa marginal de substituição da função u e U, respectivamente, na cesta (x, y), então $TMgS_u(x, y) > TMgS_U(x, y)$, para qualquer cesta $(x, y) \in \mathbb{R}^2_+$;

③ Considere a função de utilidade $u(x, y) = \min\{2x + y, x + 2y\}$, em que x denota a quantidade do bem 1 e y a quantidade do bem 2. Então os bens 1 e 2 são complementares perfeitos;

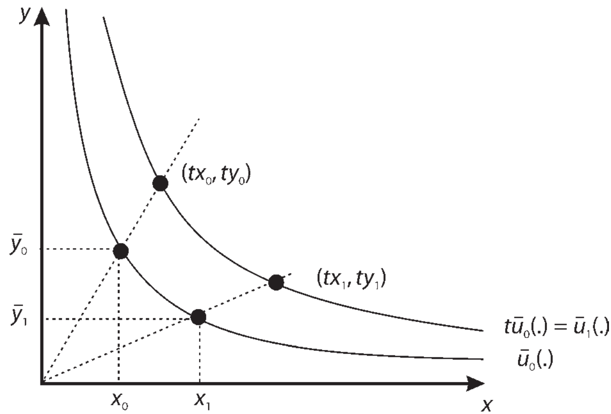
④ Considere a relação binária $\gtrsim$ sobre $\mathbb{R}^2_+$ definida por $(x, y) \gtrsim (z, w)$ se, e somente se, $x \geq z$ e $y \leq w$. Então $\gtrsim$ é uma relação transitiva e reflexiva, mas não é estritamente monotônica.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

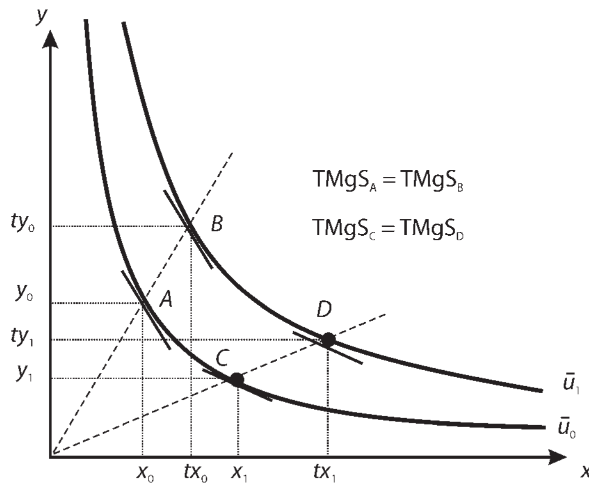
"Se uma função de utilidade $u(x, y)$ for estritamente monótona, diz-se que $u(x, y)$ é homotética se, e somente se, para qualquer cesta de consumo, $u(x_0, y_0) \geq u(x_1, y_1) \leftrightarrow u(tx_0, ty_0) \geq u(tx_0, ty_0)$ para qualquer $t > 0$." (Simon & Blume, *Teorema*, 20.8).

Em particular, se (x_0, y_0) e (x_1, y_1) forem cestas que se localizam em uma mesma curva de indiferença, então $u(x_0, y_0) = u(x_1, y_1)$. Logo, como u é uma função de utilidade homotética, também será verdade que $u(tx_0, ty_0) = u(tx_1, ty_1)$, para qualquer $t > 0$.



(1) Verdadeiro.

Esta é uma propriedade de uma função de utilidade homotética: se $u(x, y)$ é homotética, então sua taxa marginal de substituição é uma função homogênea de grau zero. Assim, $TMgS_u(x, y) = TMgS_u(tx, ty)$, para qualquer $t > 0$.



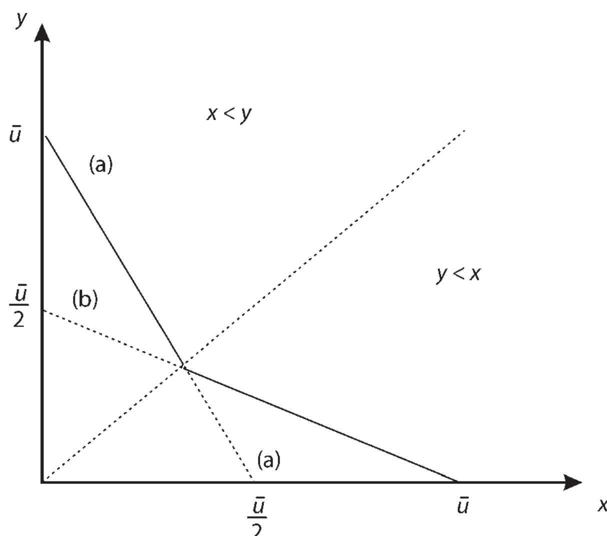
(2) Falso.

$TMgS_u$ (x, y) = $TMgS_U$ (x, y), pois U é uma transformação monotônica crescente e u, isto é: $U = f(u)$, onde $f' > 0$.

(3) Falso.

Os bens da função de utilidade $u(x, y) = \min\{2x + y, x + 2y\}$ não são nem complementares perfeitos nem substitutos perfeitos. Não há um nome para esta função.

A função de utilidade que descreve preferências sobre bens que são complementares perfeitos é descrita por: $u(x, y) = min\{ax, by\}$. Já a função de utilidade que descreve preferências sobre bens que são substitutos perfeitos é descrita por: $u(x, y) = ax + by$.



Se $2x + y < x + 2y \Rightarrow x < y$
$\bar{u} = 2x + y$
$y = \bar{u} - 2x$ **(a)**

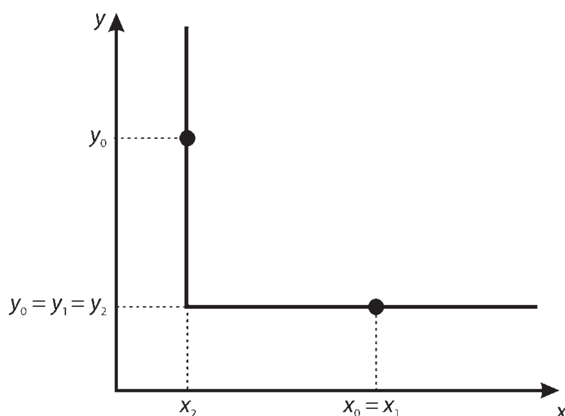
Se $x + 2y < 2x + y \Rightarrow y < x$
$\bar{u} = x + 2y$
$y = \frac{\bar{u}}{2} - \frac{x}{2}$ **(b)**

(4) Verdadeiro.

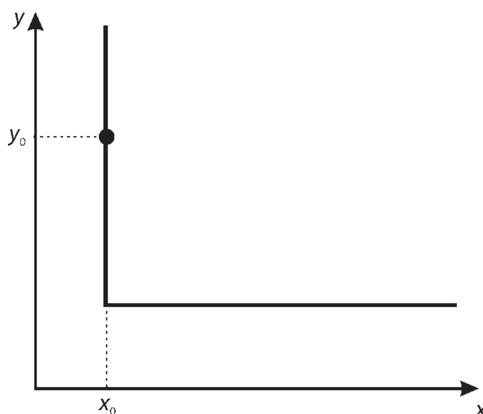
Para facilitar a compreensão desta questão, consideraremos cestas definidas da forma (x_i, y_i). Assim, a relação binária $\succsim$ sobre $\mathbb{R}^2_+$, definida por $(x_0, y_0) \succsim (x_1, y_1)$, se, e somente se, $x_0 \geq x_1$ e $y_0 \leq y_1$.

1. A relação binária $\succsim$ sobre $\mathbb{R}^2_+$ é dita transitiva, para quaisquer cestas (x_0, y_0), (x_1, y_1) e $(x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2_+$: se $(x_0, y_0) \succsim (x_1, y_1)$ e $(x_1, y_1) \succsim (x_2, y_2)$, então, $(x_0, y_0) \succsim (x_2, y_2)$.
$(x_0, y_0) \succsim (x_1, y_1) \leftrightarrow x_0 \geq x_1$ e $y_0 \leq y_1$ (1)
$(x_1, y_1) \succsim (x_2, y_2) \leftrightarrow x_1 \geq x_2$ e $y_1 \leq y_2$ (2)

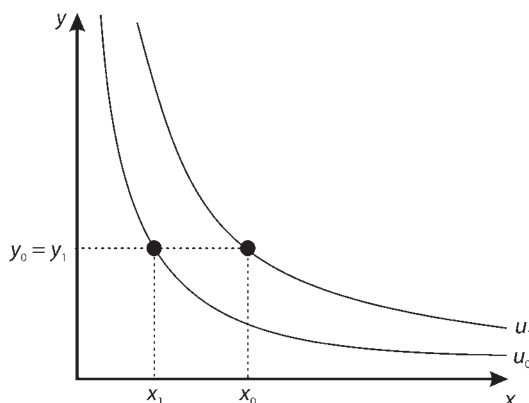
Combinando (1) e (2), teremos: $x_0 \geq x_1 \geq x_2$ e $y_0 \leq y_1 \leq y_2$ ou $x_0 \geq x_2$ e $y_0 \leq y_2$ $\Leftrightarrow (x_0, y_0) \succsim (x_2, y_2)$. Logo, a relação binária é transitiva.



2. A relação binária $\succsim$ sobre $\mathbb{R}^2_+$ é dita reflexiva se, para qualquer cesta $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2_+$: $(x_0, y_0) \succsim (x_0, y_0)$.
$(x_0, y_0) \succsim (x_0, y_0) \leftrightarrow x_0 \geq x_0$ e $y_0 \leq y_0$. Logo, a relação binária é reflexiva.



3. A relação binária $\succsim$ sobre $\mathbb{R}^2_+$ é dita monotonamente fraca (não estrita), para quaisquer cestas (x_0, y_0) e $(x_1, y_1) \in \mathbb{R}^2_+$: se $(x_0, y_0) > (x_1, y_1) \leftrightarrow$ $x_0 > x_1$ e $y_0 = y_1$. Logo, a relação binária não é estritamente monótona.



Questão 2

Considere a seguinte função de utilidade $u(x, y) = -\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$, em que x denota a quantidade do bem 1 e y a quantidade do bem 2. Denote por P_x o preço do bem 1, por P_y o preço do bem 2 e por R a renda do consumidor. Responda V ou F às seguintes alternativas:

⓪ A demanda pelo bem 2 é $y(p_x, p_y, r) = \dfrac{R}{p_y + \sqrt{p_x p_y}}$.

① A utilidade indireta é dada por $V(p_x, p_y, r) = -\dfrac{p_x + p_y + 2\sqrt{p_x p_y}}{2R}$.

② A função dispêndio tem a forma de Elasticidade de Substituição Constante.

③ A função demanda hicksiana (ou compensada) pelo bem 1 é $h_x\ (p_x, p_y, u_0) = -\dfrac{\sqrt{p_x} + \sqrt{p_y}}{\sqrt{p_y}} u_0$.

④ Para esta função de utilidade, a Equação de Slutsky não vale.

Resolução:

Seja a função de Elasticidade de Substituição Constante (CES, em inglês) definida como:

$$u(x, y) = \frac{ax^{\alpha}}{\alpha} + \frac{by^{\alpha}}{\alpha} \qquad \alpha > 0,\ a > 0,\ b > 0,\ \alpha \neq 0$$

$$u(x, y) = a\ln x + b\ln y \qquad a > 0,\ b > 0,\ \alpha = 0$$

Utilizando os parâmetros α = –1, a = b = 1, teremos a função de utilidade dada na questão. Portanto, a função de utilidade deste item é uma CES.

Igualando a $|TMgS|$ aos preços relativos, obteremos a equação abaixo:

$$|TMgS| = \left(\frac{y^2}{x^2}\right) = \left(\frac{p_x}{p_y}\right) \Rightarrow y = \left(\frac{p_x}{p_y}\right)^{1/2} x \qquad (1)$$

Substituindo (1) na restrição orçamentária, teremos:

$$p_x x + p_y \left(\frac{p_x}{p_y}\right)^{1/2} x = R$$

ou:

$$x\left[p_x + p_x^{1/2} p_y^{1/2}\right] = R \Rightarrow x\left[p_x\left(1 + p_x^{-1/2} p_y^{1/2}\right)\right] = R \Rightarrow x^* = \frac{R}{p_x + \left(p_x p_y\right)^{1/2}} \Rightarrow y^* = \frac{R}{p_y + \left(p_x p_y\right)^{1/2}}$$

Outra forma de escrevermos as demandas ótimas é:

$$x^* = \frac{R}{p_x\left[1 + \left(\frac{p_y}{p_x}\right)\right]^{0,5}} \text{ e } y^* = \frac{R}{p_y\left[1 + \left(\frac{p_x}{p_y}\right)\right]^{0,5}}$$

(0) Verdadeiro.

Conforme visto acima, a demanda ótima para o bem Y é: $y^* = \dfrac{R}{p_y + \left(p_x p_y\right)^{1/2}}$

(1) Falso.

Para obtermos a função de utilidade indireta, temos que substituir as demandas ótimas encontradas na função de utilidade apresentada no problema. Se fizermos isso, o resultado será:

$$u_I = -\left[\frac{p_x + \left(p_x p_y\right)^{1/2}}{r}\right] - \left[\frac{p_y + \left(p_x p_y\right)^{1/2}}{r}\right] \Rightarrow u_I = \frac{-p_x - p_y - 2\left(p_x p_y\right)^{1/2}}{r}$$

(2) Verdadeiro.

Por definição, a elasticidade de substituição da função CES é constante e igual a: $\sigma = \dfrac{1}{1-\rho} \Rightarrow \sigma = \dfrac{1}{1-(-1)} = \dfrac{1}{2}$

Outra forma de obtermos o mesmo resultado é seguir a definição genérica da elasticidade de substituição, qual seja:

$$\sigma = \frac{\Delta\%\left(\dfrac{y}{x}\right)}{\Delta\%|TMgS|} = \frac{d\ln\left(\dfrac{y}{x}\right)}{d\ln|TMgS|}$$

Da definição de TmgS, qual seja: $|TMgS| = \left(\dfrac{y}{x}\right)^2$

$$\Rightarrow \left(\frac{y}{x}\right) = |TMgS|^{1/2} \Rightarrow \ln\left(\frac{y}{x}\right) = \frac{1}{2}\ln|TMgS| \Rightarrow \sigma = \frac{d\ln\left(\dfrac{y}{x}\right)}{d\ln|TMgS|} = \frac{1}{2}.$$

Note que elasticidade de substituição, σ, é uma propriedade da curvatura da curva de indiferença, que, portanto, não difere se a encontrarmos pela condição de primeira ordem do problema primário do consumidor ou secundário (como foi o caso do exemplo acima).

Vale observar que o enunciado deste item pode levar a uma interpretação de que ele é falso, pois a função dispêndio é linear. O que tem curvatura é a curva de indiferença.

(3) Falso.

O problema dual ou secundário do consumidor é: minimizar a função dispêndio sujeito a um determinado nível de utilidade. Assim, temos o seguinte problema:

$Min\ p_x x + p_y y$, sujeito à $\bar{u} = -x^{-1} - y^{-1}$

Pelas duas primeiras Condições de Primeira Ordem (CPO) do Lagrangeano, temos que:

$p_x - \lambda x^{-2} = 0$

$p_y - \lambda y^{-2} = 0$

$$|TMgS| = \left(\frac{y^2}{x^2}\right) = \left(\frac{p_x}{p_y}\right) \Rightarrow y = \left(\frac{p_x}{p_y}\right)^{1/2} x$$

Se substituirmos na terceira CPO do Lagrangeano, teremos:

$$\bar{u} = -\frac{1}{x} - \left[\left(\frac{p_x}{p_y}\right)^{\frac{1}{2}} x\right]^{-1} \Rightarrow \bar{u} = -\frac{1}{x} - \left(\frac{p_x}{p_y}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x}$$

$$p_y^{-\frac{1}{2}} x\bar{u} = -p_y^{-\frac{1}{2}} - p_x^{-\frac{1}{2}}$$

Logo, a demanda Hicksiana pelo bem x será:

$$x^* = -\left(\frac{p_y^{-\frac{1}{2}} + p_x^{-\frac{1}{2}}}{\bar{u}p_y^{-\frac{1}{2}}}\right)$$

(4) Falso.

A Equação de Slutsky é sempre válida, inclusive para os casos extremos (substitutos e complementares perfeitos).

Vale lembrar que a função CES engloba um grupo grande de funções, dentre elas a Cobb-Douglas, a Substituto Perfeito e a Complementar Perfeito.

Questão 3

Com relação à classificação dos bens (em normal, de luxo, necessário, inferior, comum e de Giffen) e às demandas por esses bens, julgue as questões a seguir:

⓪ Se um bem é normal, então ele não pode ser um bem de Giffen.

① Se um bem é de Giffen, então ele deve ser um bem inferior.

② Suponha que existam apenas dois bens, cujas demandas são denotadas por x e y. Se x apresenta elasticidade-renda unitária e o consumidor gasta uma fração positiva de sua renda em cada bem, então y também apresenta elasticidade-renda unitária.

③ Suponha que existam apenas dois bens, 1 e 2. Suponha ainda que o bem I é um bem comum e que sua demanda é elástica relativamente ao seu próprio preço. Se o bem 1 é um complementar bruto do bem 2, então o bem 1 é um bem normal necessário.

④ Suponha que existam apenas dois bens, 1 e 2. Suponha ainda que o consumidor gasta metade de sua renda em cada bem e que o bem 1 é um bem normal de luxo, com elasticidade-renda estritamente maior que 2. Então o bem 2 deve ser um bem inferior.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

A Equação de Slutsky diz que a variação total na demanda Marshalliana (EP) é a soma do Efeito Substituição (ES) e do Efeito Renda (ER). Assim, o EP é dado por: EP = ES + ER.

Podemos calcular o efeito total da seguinte forma: $\frac{\partial x_1^M}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^H}{\partial p_1} - \frac{\partial x_1^M}{\partial R} x_1^M$, onde:

1. $\frac{\partial x_1^H}{\partial p_1}$ corresponde à variação na demanda Hicksiana, quando se mantém o nível de utilidade constante. Este efeito, para o caso de dois bens, está associado a uma variação sempre negativa.

2. $-\frac{\partial x_1^M}{\partial R} x_1^M$ corresponde ao Efeito Renda. Para o caso de um bem normal, a variação na demanda decorrente do ER é negativa, pois $\frac{\partial x_1^M}{\partial M} > 0$. A interpretação econômica é que o indivíduo, quando há aumento de preço, tem uma queda no seu poder aquisitivo. Ou, se há diminuição de preço, ele tem aumento do seu poder aquisitivo.

- Portanto, todo bem normal respeita a lei da demanda. Pela Equação de Slutsky é possível observar que $\frac{\partial x_1^M}{\partial p_1} < 0$, que, portanto, **mostra que um bem normal não pode ser de Giffen**, uma vez que, por definição, um bem de Giffen é aquele que apresenta $\frac{\partial x_1}{\partial p_1} > 0$.

(1) Verdadeiro.

Todo bem de Giffen tem que ser inferior: basta analisar a Equação de Slutsky. Para que $\frac{\partial x_1}{\partial p_1} > 0$ não somente temos que ter $\frac{\partial x_1^M}{\partial M} < 0$, mas também *ER > ES.*

(2) Verdadeiro.

A lei generalizada de Engel ou agregação de Engel mostra a relação existente entre as elasticidades-renda entre N bens.

Consideremos a restrição orçamentária: $P_x x + P_y y = M$

Derivando-a em relação à renda (M) teremos:

$$P_x \frac{\partial x}{\partial M} + P_y \frac{\partial y}{\partial M} = \frac{dM}{dM} = 1$$

Reescrevendo esta última expressão, teremos:

$$P_x \frac{\partial x}{\partial M}\left(\frac{x}{x}\frac{M}{M}\right) + P_y \frac{\partial y}{\partial M}\left(\frac{y}{y}\frac{M}{M}\right) = 1$$

Ou:

$$\left(\frac{P_x x}{M}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial M}\frac{M}{x}\right) + \left(\frac{P_y y}{M}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial M} * \frac{M}{x}\right) = 1$$

Ou ainda:

$$s_x \eta_x + s_y \eta_y = 1$$

onde: $s_i = \frac{P_i i}{M}$ é a fração da renda gasta com o bem i, i = x, y;

$\eta_i = \frac{\partial i}{\partial M}\frac{M}{i}$ é a elasticidade-renda do bem i, i = x, y.

Conclusão: A soma de todas as elasticidades-renda, ponderadas pelas frações da renda gasta com os respectivos bens, será igual a 1.

Portanto, se existem apenas dois bens, cujas demandas são denotadas por *x* e *y*, se *x* apresenta elasticidade-renda unitária e o consumidor gasta uma fração positiva de sua renda em cada bem, então y também apresenta elasticidade-renda unitária.

Podemos sumarizar as seguintes implicações, para o caso de dois bens:

i) $\eta_i = 1 \leftrightarrow \eta_j = 1;$

ii) $\eta_i > 1 \leftrightarrow \eta_i < 1;$

iii) $\eta_i < 0 \rightarrow \eta_j > 0.$

(3) Falso.

Entendendo que "bem comum" quer dizer normal, a relação entre a elasticidade-renda, a elasticidade-preço Marshalliana e a elasticidade-preço cruzada (Marshalliana) pode ser encontrada da seguinte forma:

- seja a função de demanda pelo bem j dada por: Q_j = f(Pj, Pi, ..., M);
- pelo Teorema de Euler, que diz que: se Q_j = f(Pj, Pi, ..., M) for uma função diferenciável e homogênea de grau r, teremos: $\sum_{i=1\neq j}^{N} \frac{\partial Q_j}{\partial P_i} P_i + \frac{\partial Q_j}{\partial P_j} P_j + \frac{\partial Q_j}{\partial R} M = rQ_j(P_j, P_i, ..., M)$"
- pela propriedade da homogeneidade de grau zero na função de demanda, podemos dizer que a escolha do consumidor não é alterada quando se multiplicam preços e renda por um coeficiente $\lambda > 0$.

Isto é, $Q_j = f(P_j, P_i, ..., M) = f(\lambda P_j, \lambda P_i, ..., \lambda M) = \lambda^0 Q_j = Q_j$.

- Então, substituindo r = 0, teremos: $\sum_{i=1}^{N} \frac{\partial Q_j}{\partial P_i} P_i + \frac{\partial Q_j}{\partial P_j} P_j + \frac{\partial Q_j}{\partial R} M = 0 \quad \forall\ 1 = 1, ... N+1 \text{ e } i \neq j$
- no caso particular em que haja dois bens, chamamos de x e y, e, portanto, Px e Py. Dividindo-os por x, obtemos:
  $$\frac{\partial X}{\partial Px}\frac{Px}{X} + \frac{\partial X}{\partial Py}\frac{Py}{X} + \frac{\partial X}{\partial M}\frac{M}{X} = 0$$
  $$\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{xy} + \eta_x = 0$$

Onde:

- ε_{xx} é a elasticidade-preço da demanda Marshalliana do bem *x*;
- ε_{xy} é a elasticidade-preço cruzada da demanda Marshalliana entre os bens *x* e *y*;
- η_x é a elasticidade-renda do bem x.

De forma geral, temos que: $\varepsilon_{jj} + \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_{ij} + \eta_i = 0$

Conclusão: A soma da elasticidade-preço da demanda, da elasticidade-renda e das elasticidades-preço cruzadas da demanda será igual a 0.

Observação: Repare que estas elasticidades dizem respeito às **demandas Marshallianas**, portanto, as elasticidades cruzadas se referem a **substitutos brutos**.

$\eta_x = -\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{xy}$

Como ε_{xx} é um número estritamente menor que um (1), pois x é um bem elástico e ε_{xy} é negativo, já que x e y são bens complementares, η_x tem que ser positivo e maior que 1. Logo, trata-se de um bem de luxo e não necessário.

(4) Verdadeiro.

Para responder a esta questão, temos que analisar a relação de Engel, vista no item 2 desta resolução.

Condições do problema para o bem 1:

Bem normal $\eta_1 > 0$ e de luxo $\Rightarrow \eta_1 > 1$. Além disso, $\eta_1 > 2$, digamos $\eta_1 = 4$.

Como há imposição de que $\alpha_1 = \alpha_2 = 1/2$, como $\sum \alpha_1 \eta_1 = 1 \Rightarrow \alpha_1\eta_1 + \alpha_2\eta_2 = 1$, e como η_1 é maior que 2, a η_2 tem que ser negativa. Assim, o bem 2 tem que ser um bem inferior. Se a $\eta_1 = 2$, $\eta_2 = 0$.

PROVA DE 2011

Questão 1

Com relação ao comportamento dos gastos do consumidor, pode-se afirmar que:

⓪ Um consumidor com função de utilidade $U(X, Y) = X^4 Y^1$ gastará $20 de cada renda de $100 na aquisição do bem Y.

① No processo de maximização de utilidade, o valor do Multiplicador de Lagrange equivale à utilidade marginal da renda.

② Considerando uma função de utilidade $U = \text{mín}\{X, Y\}$, a Curva de Engel do bem 1 (X) é linear e crescente, com inclinação dada pelo preço correspondente (px).

③ No caso da função de utilidade $U(X,Y) = -\frac{x^{-2}}{2} - \frac{y^{-2}}{2}$, as preferências do consumidor não permitem a agregação de demandas individuais para a definição de demanda do mercado (isto é, refletem uma função de utilidade não homotética).

④ Pedro consome dois bens, x e y, cujos preços são px=$4 e py=$2, respectivamente, tem $100 de rendimento e a sua função de utilidade é $U(X, Y) = XY$. Então, para Pedro, a Curva de Engel tem a expressão (r representa um rendimento genérico) X(r)=0,125r.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Sabemos que, dada a função de utilidade do tipo Cobb-Douglas, $U(X, Y) = X^{\alpha} Y^{\beta}$, a função de demanda Marshalliana do bem y será: $y = \frac{\beta}{(\alpha+\beta)}\frac{R}{P_y}$. Desse modo, o gasto do consumidor na aquisição do bem y será $\frac{\beta}{(\alpha+\beta)}R$. Como $\alpha = 4$, $\beta = 1$ e R = 100, temos que de cada $100 ele gastará $20 com o bem y.

(1) Verdadeiro.

Ver também questão 6 item (4).

Considerando-se preferências sobre duas mercadorias, X e Y, racionais, contínuas, convexas e localmente não saciáveis, que possam vir a ser representáveis por funções de utilidade u(.) duas vezes diferenciáveis, temos que o problema do consumidor pode ser escrito como:

$$\max_{X,\,Y} U(X,Y)$$

$$s.\ a.\ P_X X + P_Y Y = R$$

Temos que este problema pode ser equivalentemente escrito sob a forma do Lagrangeando associado:

$$L = U(X, Y) - \lambda(P_X X + P_Y Y - R)$$

Desse modo temos que a utilidade marginal da renda será igual ao valor do multiplicador de Lagrange: $\frac{\partial L}{\partial R} = \lambda$

Alternativamente, note que, diferenciando $U = u(x, y)$, temos que:

(1) $dU = \frac{\partial U}{\partial x}dx + \frac{\partial U}{\partial y}dy$;

(2) das CPO temos que $\lambda = \frac{UMgx}{P_x} = \frac{UMgy}{P_y}$;

(3) de (2) em (1) temos que: $\begin{cases} dU = (\lambda P_x)dx + (\lambda P_y)dy \\ dU = \lambda(P_x dx + P_y dy) \end{cases}$

(4) fazendo o diferencial total da R.O, temos que: $dR = P_x dx + P_y dy$

(3) em (4) temos que: $dU = \lambda dR$ ou $\lambda = dU/dR$, onde o valor do Multiplicador de Lagrange equivale à utilidade marginal da renda.

(2) Falso.

Dada a função de utilidade $U(X, Y) = \min\{X, Y\}$, também conhecida como função de utilidade Leontief, a função de demanda Marshalliana do bem x será:

$x = \frac{R}{P_x + P_y}$. Logo, a função que representa a curva de Engel, que relaciona a demanda Marshalliana do bem x em relação à renda R será: $x = \frac{1}{P_x + P_y}R$, cuja inclinação é dada por $\frac{1}{P_x + P_y}$. Ou, alternativamente, se explicitarmos R em função de x, teremos que a inclinação será: $(P_x + P_y)$.

(3) Falso.

A função de utilidade dada é uma CES (constant elasticity substitution), cuja expressão genérica é dada por: $U(X,Y) = \frac{ax^{\alpha}}{\alpha} + \frac{by^{\alpha}}{\alpha}$. No caso desta questão temos que $\alpha = -2$. Esta função é homotética, isto é, ela é uma transformação monotônica crescente de uma função homogênea. Portanto, as preferências do consumidor permitem que as demandas individuais sejam agregadas para a definição da demanda de mercado.

(4) Verdadeiro.

Assim como no item (0) dessa questão, a função de utilidade é uma Cobb-Douglas com $\alpha = \beta = 1$. A demanda marshalliana de x é dada por: $x = \frac{R}{2P_x}$. Como $P_x = 4$, temos que: $x = \frac{R}{8}$ ou $x = 0{,}125R$.

Questão 2

⓪ A função dispêndio E(p,U) é a função valor associada ao problema de minimização do dispêndio, condicionado a determinado nível de utilidade $\bar{U}$ que o consumidor deseja alcançar. As seguintes propriedades são válidas para essa função: homogeneidade do grau zero nos preços dos produtos, não decrescente nos preços de cada produto pi, crescente em U e côncava nos preços.

① Sabendo que a função de utilidade indireta do consumidor é dada por: V(p1, p2, R)= $\frac{R}{2p_1^{0,5}p_2^{0,5}}$ é possível afirmar que a função dispêndio associada a essas preferências é dada por: $E(p_1, p_2, U) = 2p_1^{0,5}\, p_2^{0,5}U$.

② Sabendo que as preferências do consumidor são representadas pela relação binária descrita abaixo, na qual a cesta x é fracamente preferida à cesta y se e somente se: $x \succsim y \Leftrightarrow x_1 > y_1$ ou $x_1 = y_1$ e $x_2 \geq y_2$, é possível afirmar que essas preferências são completas, transitivas e contínuas.

③ Se em uma economia só existem dois bens entre os quais o consumidor tem de escolher, então é possível afirmar que os dois bens são substitutos perfeitos.

④ Um consumidor tem suas preferências pelos bens x e y representadas pela seguinte função de utilidade $U: R^2 \to R$, $U(x, y) = -[(x-3)^2 + (y-3)^2]$. Essas preferências exibem ponto de saciedade global na cesta (0,0).

Resolução:

(0) Falso.

As propriedades da função dispêndio $E(p, U)$ são:

Não decrescente em p e crescente em U;

Homogênea de grau 1 em P;

Côncava em p;

Contínua em p, para todo p > 0;

Se $X_h = h(p, U)$ é a função de demanda Hicksiana, isto é, se X_h é a cesta mínima necessária para se alcançar o nível de utilidade $\overline{U}$ aos preços P_i, então:

$$x_{hj} = h_j(p, U) = \frac{\partial e(p, U)}{\partial p_j}, \text{ j=1,2,...,k (supondo que } p_j > 0).$$

O conteúdo deste item não se encontra na bibliografia exigida para o exame ANPEC. Ele pode ser encontrado, no entanto, em livros dados nas pós-graduações. Um deles é o Hal Varian, *Microeconomic Analysis*, Capítulo 7 (Utility maximization: indirect utility).

(1) Verdadeiro.

Basta notar que a função dispêndio pode ser obtida invertendo-se a função de utilidade indireta, fazendo $R = E(p, U)$ e $U = V(p_x, p_y, R)$.

Seja o problema primário do consumidor dado por:

Max U, s.a R.O → X_M^* e Y_M^* são as demandas marshallianas.

Se $U(X, Y) = X^{0,5}Y^{0,5}$ → a utilidade indireta $U_i^* = V(P_x, P_y, R) = \frac{0,5\overline{R}}{\left(P_x P_y\right)^{0,5}}$.

Invertendo-a temos: $\overline{R} = \frac{U_i^*\left(P_x P_y\right)^{0,5}}{0,5}$ (1)

Seja o problema dual do consumidor dado por:

Min E, s.a $\overline{U}$ → X_H^* e Y_H^* são as demandas Hicksianas.

Se $\overline{U}(X, Y) = X^{0,5}Y^{0,5}$ → a função dispêndio "indireta" $E_i^* = \frac{\overline{U}\left(P_x P_y\right)^{0,5}}{0,5}$. Invertendo-a temos: $\overline{U} = \frac{0,5E_i^*}{\left(P_x P_y\right)^{0,5}}$.

Portanto se no problema primário R for E*i ou no problema secundário $\overline{U}$ for Ui é possível afirmar que o item seja verdadeiro.

(2) Falso.

No caso em que as preferências são do tipo Leontief, a afirmação é verdadeira. No entanto, as propriedades da relação binária apresentada também são satisfeitas pelas preferências lexicográficas, que não são contínuas. Por esta razão a questão é falsa, ainda que as preferências sejam completas e transitivas.

(3) Falso.

Este gabarito não confere com o da Anpec.

Não necessariamente. Se a questão refere-se a substituto líquido, a afirmação é válida. Porém, se for substituto bruto, nada se pode dizer. Por exemplo: se tenho a função de Utilidade Leontief $U = \min\{X, Y\}$, há dois bens e eles não são substitutos brutos, mas complementares brutos, ainda que sejam substitutos líquidos.

(4) Falso.

Se o consumidor tem suas preferências representadas por uma função de utilidade $U = -[(x - 3)^2 + (y - 3)^2]$, o ponto de saciedade será $x^* = 3$, $y^* = 3$ (Ver WN, ex. 22, Capítulo 2).

Questão 6

Sobre a teoria do consumidor, assinale verdadeiro ou falso nas alternativas abaixo:

⓪ A hipótese da convexidade das preferências equivale à hipótese de taxa marginal de substituição decrescente.

① Para preferências homotéticas a taxa marginal de substituição depende somente da razão consumida entre as quantidades dos dois bens e não das quantidades totais de cada bem.

② Um consumidor representativo de determinada comunidade com hábitos particulares tem preferências representadas por $U = U_t(x_t^*, y)$ com $x_t^* = x_t - x_{t-1}$. Para esse tipo de preferências, *coeteris paribus*, quanto mais consumo passado o indivíduo escolher do bem x, menor será o consumo atual escolhido.

③ Suponha uma estrutura de preferências representadas pela seguinte função de utilidade $U(x,y) = \sqrt{xy}$. Agora suponha que o consumidor está diante de cestas de consumo que geram um nível de utilidade $=10$. Neste contexto a taxa marginal de substituição para a cesta (5,20) é igual a ¼.

④ No ponto de escolha ótima do consumidor, o Multiplicador de Langrange associado ao problema de otimização condicionada da utilidade pode ser interpretado como a utilidade marginal da renda.

Resolução:

(0) Falso.

Esta questão não confere com o gabarito da Anpec.

A afirmativa estaria correta, se a hipótese de convexidade fosse estrita. Neste caso, esta equivale à hipótese da taxa marginal de substituição ser decrescente. A convexidade não estrita, no entanto, como ocorre no caso das preferências serem substitutos perfeitos, não implica necessariamente taxa marginal de substituição decrescente. Neste caso, ela é constante.

(1) Verdadeiro.

Para as preferências homotéticas, como as representadas pelas funções de utilidade substitutos perfeitos, complementares perfeitos, Cobb-Douglas e, de forma geral, CES, a $|TMgS| = f\left(x/y\right)$ e não das quantidades totais de cada bem. Isto já não é verdade, no entanto, para uma função do tipo quase-linear, onde $|TMgS| = UMg_x$, pois $UMg_y = 1$, quando temos $U = y + \ln x$.

(2) Falso.

$U = u_t(x_t^*, y)$, onde $x_t^* = x_t - x_{t-1}$

Repare que quanto maior for o termo referente ao "consumo passado: x_{t-1}", maior terá que ser o termo "consumo presente: x_t", para um dado "x_t^*".

(3) Falso.

Para a estrutura de preferência representada pela função utilidade Cobb--Douglas com parâmetros iguais a ½, temos que a TmgS é igual a 4 e não 1/4, como afirma o item.

$$U = 10 = (xy)^{1/2} \rightarrow U' = 100 = (xy) \rightarrow |TMgS| = \left(y/x\right) = 20/5 = 4$$

(4) Verdadeiro.

Ver questão 01, item (1).

Considerando-se preferências sobre duas mercadorias, X e Y, racionais, contínuas, convexas e localmente não saciáveis, que possam vir a ser representáveis por funções de utilidade u(.) duas vezes diferenciáveis, temos que o problema do consumidor pode ser escrito como:

$$\max_{X,\,Y} U(X,Y)$$

$$s.\ a.\ P_X X + P_Y Y = R$$

Temos que este problema pode ser equivalentemente escrito sob a forma do Lagrangeando associado:

$L = U(X, Y) - \lambda(P_X X + P_Y Y - R)$

Desse modo temos que a utilidade marginal da renda será igual ao valor do multiplicador de Lagrange: $\frac{\partial L}{\partial R} = \lambda$

Alternativamente, note que, diferenciando $U = u(x, y)$, temos que:

(1) $dU = \frac{\partial U}{\partial x}dx + \frac{\partial U}{\partial y}dy;$

(2) das CPO temos que $\lambda = \frac{UMgx}{P_x} = \frac{UMgy}{P_y};$

(3) de (2) em (1) temos que: $\begin{cases} dU = (\lambda P_x)dx + (\lambda P_y)dy \\ dU = \lambda(P_x dx + P_y dy) \end{cases}$

(4) fazendo o diferencial total da R.O, temos que: $dR = P_x dx + P_y dy$

(3) em (4) temos que: $dU = \lambda dR$ ou $\lambda = dU/dR$, onde o valor do Multiplicador de Lagrange equivale à utilidade marginal da renda.

PROVA DE 2012

Questão 01

As afirmativas abaixo se referem à teoria do consumidor. Denomine de R a renda monetária exógena do consumidor, x_1 a quantidade consumida do bem 1, x_2 a quantidade consumida do bem 2, p_1 o preço do bem 1 e p_2 o preço do bem 2. Assinale Falso ou Verdadeiro:

⓪ Se $U(x_1, x_2) = (x_1x_2)^2$, então a cesta ótima escolhida pelo consumidor é dada por: $x_1^* = \frac{1}{2}\frac{R}{p_1^2}, x_2^* = \frac{1}{2}\frac{R}{p_2^2}$.

① Se a função utilidade do consumidor é dada por:

$U(x_1, x_2) = \max\left(\frac{x_1}{2}, \frac{x_2}{3}\right)$, $p_1 = 2$ e $p_2 = 3$, então a cesta ótima escolhida pelo consumidor é dada por: $x_1^* = \frac{R}{2}, x_2^* = \frac{R}{3}$.

② Se $U(x_1, x_2) = \min\{4x_1^2, 9x_2^2\}$, a cesta ótima é dada por: $x_1^* = \frac{2R}{3p_1 + 2p_2}, x_2^* \frac{3R}{3p_1 + 2p_2}$.

③ Se $U(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$ e supondo solução interior, a cesta ótima escolhida pelo consumidor é dada por: $x_1^* = \frac{p_1}{p_2}, x_2^* = \frac{R - p_1}{p_2}$.

④ Se $U(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$, então pode-se dizer que este consumidor substitui uma unidade do bem 1 por 2 unidades do bem 2.

Resolução:

(0) Falso

Esta é uma função de utilidade que descreve preferências do tipo Cobb-Douglas usual, uma vez que basta fazer uma transformação monotônica crescente da seguinte forma: $V(X_1, X_2) = \left[U(X_1, X_2)^2\right]^{1/2}$ para obtê-la. Portanto, as demandas ótimas são:

$$X_1^* = \frac{R}{2P_1} e\, X_2^* = \frac{R}{2P_2}.$$

(1) Falso.

Da restrição orçamentária temos que: $X_2 = \frac{R}{3} - \frac{2}{3}X_1$, onde percebe-se que o ângulo é 2/3.

Veja o gráfico (A) a seguir, no espaço X_1 x X_2, o desenho da restrição orçamentária. No gráfico (B), também a seguir e no mesmo espaço, encontram-se as curvas de indiferença. Já no gráfico (C), ao lado do (B), apresenta-se ambos os gráficos anteriores sobrepostos.

Dicas: para a construção do gráfico A, use R = 6 e R = 4. Já para a construção do gráfico B, use U = ½ e U = 1.

Gráfico A

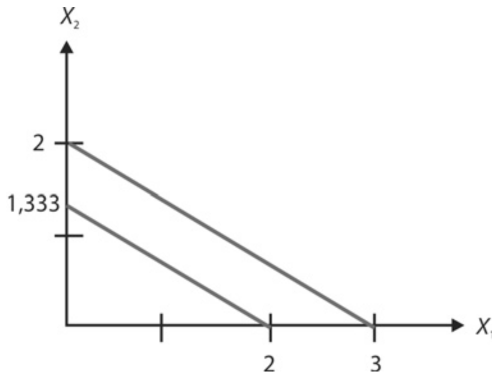


Gráfico B

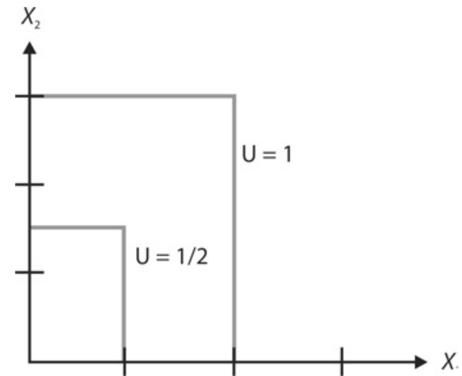
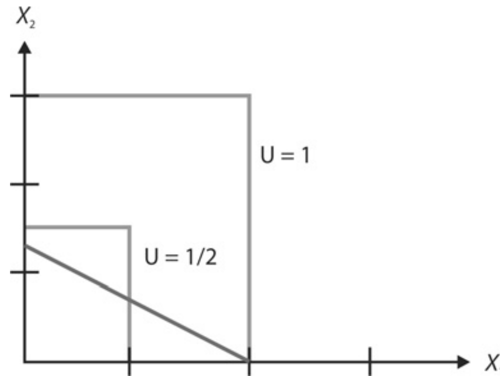


Gráfico C



Pelo que se pode notar, as demandas ótimas são: $X_2^* = 0 \, e \, X_1^* = \dfrac{R}{P_1} = \dfrac{R}{2}$

(2) Falso.

Esta é uma função de utilidade que descreve preferências do tipo complementares perfeitos usual, uma vez que basta fazer uma transformação monotônica crescente – da seguinte forma: $V\left(X_1, X_2\right) = \left[U\left(X_1, X_2\right)^2\right]^{1/2}$ – para obtê-la.

Portanto, as demandas ótimas são: $X_1^* = \dfrac{3R}{3P_1 + 2P_2} \, e \, X_2^* = \dfrac{2R}{3P_1 + 2P_2}$.

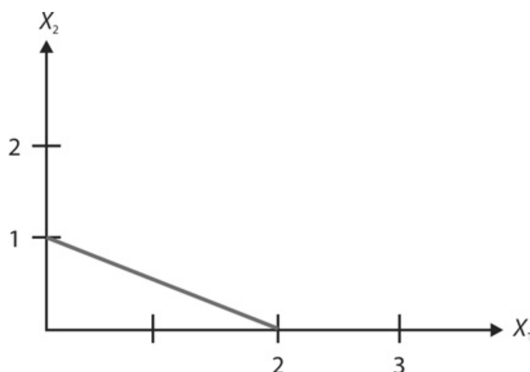
(3) Falso.

Esta é uma função de utilidade que descreve preferências do tipo quase-linear, logo, a resposta está incorreta. Para demonstrar tal fato, veja o raciocínio a seguir:

Sabe-se que em equilíbrio tem-se que: $\frac{Umg1}{Umg2}=\frac{P_1}{P_2}$. Nesta função, em particular, tem-se que: $Umg1=\frac{1}{X_1} e Umg2=1$. Portanto, tem-se que: $X_1^*=\frac{P_2}{P_1}$. Se esta função de demanda for inserida na restrição orçamentária, tem-se que: $X_1^*=\frac{R-P_2}{P_2}$.

(4) Falso.

Esta é uma função de utilidade que descreve preferências do tipo substitutos perfeitos. Observando o gráfico abaixo, pode-se notar que a resposta é oposta à do enunciado, isto é, o consumidor substitui uma unidade do bem 2 por duas unidades do bem 1.



Questão 02

Com relação à racionalidade das escolhas dos consumidores e seus impactos sobre o nível de bem-estar, observa-se que (assinale falso ou verdadeiro):

⓪ Suponha que o consumidor só pode consumir quantidades não negativas dos bens e possui preferências representadas pela seguinte função utilidade: $U(x_1, x_2) = -x_1x_2$. Pode-se afirmar que as preferências desse consumidor satisfazem às propriedades de monotonicidade e convexidade.

① Se a Taxa de Dispêndio (medida pela relação entre os respectivos gastos) com a aquisição de 2 bens, em dois momentos no tempo, for superior ao Índice de Preços de Laspeyres, os consumidores se defrontam com uma melhoria do bem-estar no final do período.

② Se o Índice de Quantidade de Laspeyres for inferior à unidade, os consumidores estão em melhor posição (maior utilidade) no período base comparado ao período corrente.

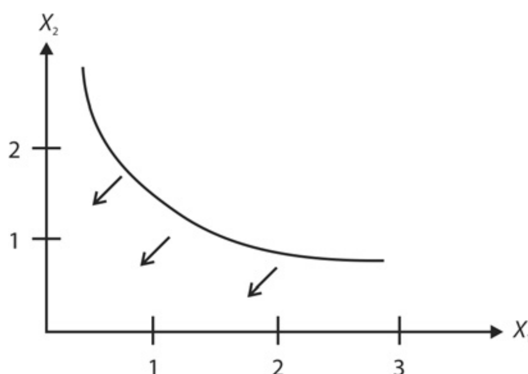
③ O Excedente do Consumidor corresponde exatamente à medida em unidades monetárias do ganho de utilidade obtido em razão do consumo do bem 1, quando a função utilidade do consumidor é quase linear em relação ao bem 2.

④ Considerando os impactos de variações dos preços, a Variação Equivalente (VE) é medida pela renda que deve ser transferida ao consumidor para que, aos preços finais, ele alcance a mesma utilidade daquela inicial.

Resolução:

(0) Falso.

Esta é uma questão relativa às hipóteses de racionalidade do consumidor. As preferências do tipo $U(X_1, X_2) = -X_1X_2$ não respeitam a hipótese da monotonicidade, pois, neste caso, quanto menos, melhor; nem a hipótese da convexidade, pois se forem tomados dois pontos na curva de indiferença e for traçada uma reta, a reta apresentará pontos preteríveis aos dois pontos na curva.



(1) Verdadeiro.

Esta é uma questão relativa ao temas preferência revelada e índices de preços. Neste caso, há que comparar os índices de Gastos (o que está sendo chamado de Taxa de Dispêndio) com o índice de Laspeyres de preço, como está exposto abaixo. Os subíndices abaixo das letras dizem respeito aos bens (1 ou 2). Já os de cima, dizem respeito ao tempo (0 ou 1).

De fato, no final do período 1, se o índice de gastos for maior do que o índice de preços de Laspeyres, o consumidor estará em melhor situação, isto é, ele teve aumento de bem-estar, pois, em t = 1 ele poderia ter consumido a cesta consumida em t = 0, mas preferiu consumir a cesta de t = 1.

$$\text{Índice de Gastos} = \frac{P_1^1 X_1^1 + P_2^1 X_2^1}{P_1^0 X_1^0 + P_2^0 X_2^0}$$

$$\text{Índice de Preços de Laspeyres} = \frac{P_1^1 X_1^0 + P_2^1 X_2^0}{P_1^0 X_1^0 + P_2^0 X_2^0}$$

$$\text{Índice de Gastos} > \text{Índice de Preços de Laspeyres}$$

$$\frac{P_1^1 X_1^1 + P_2^1 X_2^1}{P_1^0 X_1^0 + P_2^0 X_2^0} > \frac{P_1^1 X_1^0 + P_2^1 X_2^0}{P_1^0 X_1^0 + P_2^0 X_2^0}$$

$$P_1^1 X_1^1 + P_2^1 X_2^1 > P_1^1 X_1^0 + P_2^1 X_2^0$$

$$\frac{P_1^1 X_1^1 + P_2^1 X_2^1}{P_1^1 X_1^0 + P_2^1 X_2^0} > 1$$

(2) Verdadeiro.

Ainda sobre o mesmo tema da questão anterior, escreva a equação do Índice de quantidade de Laspeyres e faça-o ser menor do que 1, conforme pode ser visto abaixo.

$$\text{Índice de Quantidade de Laspeyres} = \frac{P_1^0 X_1^1 + P_2^0 X_2^1}{P_1^0 X_1^0 + P_2^0 X_2^0} < 1$$

De fato, no final do período 1, se o índice de quantidade de Laspeyres for menor do que um, o consumidor estava em melhor situação em t = 0, comparativamente a t = 1, pois ele poderia ter comprado a cesta de t = 1 em t = 0, mas preferiu não fazê-lo.

(3) Verdadeiro.

Antes de responder a questão, vale lembrar as definições de cada um dos três conceitos ora mencionados na questão, a saber:

1. **ΔEC** = variação do excedente do consumidor = é uma medida de bem-estar dos consumidores, relacionada à área entre a curva de demanda Marshalliana e o nível de preços.
2. **VE (variação equivalente) e VC (variação compensatória)** = Também são medidas de bem-estar dos consumidores, mas estão relacionadas à área entre a curva de demanda Hicksiana e o nível de preços. Como cada

curva de demanda Hicksiana relaciona-se com um nível de utilidade diferente, há que distingui-los.

2.1. **VE** = Aos preços antigos, P0, quanto de renda tem que ser dado ou retirado para que o consumidor mantenha o grau de satisfação final (U1)?

2.2. **VC** = Aos preços novos, P1, quanto de renda tem que ser dado ou retirado para que o consumidor mantenha o grau de satisfação inicial (U0)?

De forma geral, quando o bem é normal e quando há aumento de preço deste bem, observa-se que VC > ΔEC > VE. Se houver redução nos preços, observar-se que VC < ΔEC < VE. Mas, no caso particular de uma função quase linear, haverá igualdade entre estas medidas.

Isto dito, quando a função utilidade é do tipo quase linear, por exemplo $U(X_1, X_2) = Ln(X_1) + X_2$, e aumenta-se a utilidade de U_0 para U_1, a quantidade consumida do bem 2 (eixo vertical) permanece a mesma e somente o bem 1 apresenta variação positiva.

(4) Falso.

Esta resposta está devidamente respondida nos comentários iniciais do item anterior.

Questão 03

Com relação às escolhas ótimas dos consumidores, constata-se que:

⓪ Se as preferências do indivíduo estão representadas pela função utilidade $U(x, y) = 2x + y$ e os preços dos bens são $p_x = p_y = 2$, então uma redução de p_x para $p_x = 1$ resulta num Efeito Substituição igual a zero.

① Se dois bens *x* e *y* são complementares perfeitos e o preço do bem *x* decresce, então o Efeito Renda é zero e o Efeito Total se iguala ao Efeito Substituição.

② A negatividade do Efeito Substituição decorre diretamente do Axioma Forte da Preferência Revelada.

③ No caso de preferências do tipo Cobb-Douglas, a Elasticidade-Preço Cruzada da demanda por bens é nula, enquanto a Elasticidade-Preço da demanda por cada um deles é unitária (em módulo).

④ Nas funções demandas geradas a partir de uma função utilidade do tipo $U(X, Y) = X^2 + Y^2$ as demandas individuais por cada bem são independentes do preço do outro.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Esta é uma função de utilidade que descreve preferências do tipo substitutos perfeitos. Como o próprio nome sugere, um bem substitui perfeitamente o outro, a uma determinada taxa constante (não necessariamente igual a 1).

Para responder a pergunta, há que comparar as inclinações entre a curva de indiferença (-2) e a restrição orçamentária antiga (-1) e nova (-1/2). Repare que o valor absoluto da curva de indiferença é maior do que ambas as restrições, logo, em ambos os casos, o consumo final é: $X_1^* = \frac{R}{P_1} e\, X_2^* = 0.$ Por isso, não há nem efeito preço, nem renda, nem substituição. A cesta ótima não mudou!

(1) Falso.

Uma função de utilidade descreve preferências do tipo complementares perfeitos é tal que quando há variação no preço de um dos bens (no caso, Px diminuiu) e a cesta é alterada (no caso, o consumo de X e Y aumentam proporcionalmente), o efeito-preço se iguala ao efeito-renda. Não há, assim, efeito subsituição.

(2) Falso.

A negatividade do efeito-substituição decorre do axioma <u>FRACO</u> da preferência revelada, não <u>FORTE</u>.

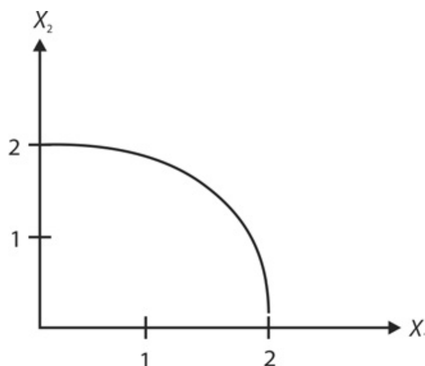
(3) Verdadeiro.

O enunciado deste item refere-se a duas propriedades da função de utilidade que descrevem preferências do tipo Cobb-Douglas. Ambas estão corretas. Uma vez que as demandas ótimas são: $X_1^* = \frac{R}{2P_1} e\, X_2^* = \frac{R}{2P_2}$, como a derivada da cesta ótima de um bem com respeito ao outro é zero, a elasticidade-preço--cruzada é também zero. Já a elasticidade-preço é 1. Basta fazer a seguinte conta:

$$E_{preço}^{demanda} = \frac{dX_1}{dP_1} . \frac{P_1}{X_1} = \frac{-R}{2P_1^2} . \frac{P_1}{\frac{R}{2P_1}} = 1$$

(4) Falso.

A função de utilidade do tipo $U\left(X_1, X_2\right) = X_1^2 X_2^2$ gera curvas de indiferenças convexas com relação ao eixo (0,0), para refletir as peferências por especialização, não diversificação.



Neste caso:

(1) Se $P_2 = P_1 \Rightarrow$ pode-se ter qualquer cesta desde que respeite a restrição orçamentária;

(2) Se $P_2 > P_1 \Rightarrow X_1^* = \frac{R}{P_1} e X_2^* = 0.$

(3) Se $P_2 < P_1 \Rightarrow X_2^* = \frac{R}{P_2} e X_1^* = 0.$

Questão 11

Uma economia é formada por um consumidor, duas empresas idênticas e dois bens, x_1 e x_2. As preferências do consumidor são representadas pela função de utilidade $U(x) = x_1 x_2$ e as dotações iniciais são (100, 0). O bem x_1 não é produzível. O bem x_2 é produzido pelas duas empresas e a tecnologia é representada pela função de produção $x_2^i = 0{,}5 x_1^i$, para $i = 1, 2$, em que x_1^i é a quantidade de bem 1 utilizado como insumo pela empresa i-ésima e x_2^i é a quantidade de bem 2 produzida pela mesma empresa. A partir da análise do equilíbrio competitivo, identifique a soma das quantidades produzidas ($x_1 + x_2$) no caso da alocação ótima de Pareto.

Resolução:

As preferências dos consumidores são representadas por funções de utilidade do tipo Cobb-Douglas usual. Portanto, as demandas ótimas são: $x_1^* = \frac{R}{2P_1} e x_2^* = \frac{R}{2P_2}$.

Dado que as dotações iniciais são iguais a $x_1 = 100$ e $x_2 = 0$, teremos que: $R = 100p_1 + 0p_2 = 100p_1$

Desse modo, as demandas ótimas são: $x_1 = 50$ e $x_2 = 50\frac{p_1}{p_2}$.

Sabe-se, também, que o bem 2 é produzido por duas empresas com tecnologias idênticas tal que:

$$x_2 = \frac{1}{2} x_1$$

Assim: $x_2 = \frac{50}{2} = 25$.

Portanto, $x_1 + x_2 = 50 + 25 = 75$.

página deixada intencionalmente em branco

2 Incerteza

PROVA DE 2004

Questão 9

A respeito da teoria da utilidade esperada, identifique as afirmativas corretas:

⓪ O prêmio de risco de um indivíduo propenso ao risco é estritamente positivo.

① É possível avaliar-se uma loteria apenas pela média e variância.

② A utilidade de um indivíduo é $u(z) = \ln(z)$ e a riqueza inicial é $w_0 = 12$. Propõe-se ao indivíduo o seguinte jogo: se sair cara no arremesso de uma moeda equilibrada, ele paga 5; se sair coroa, ele recebe 5. O prêmio de risco desse jogo é 1.

③ A composição de uma carteira de ativos de um indivíduo avesso ao risco pode conter ativos financeiros de retornos incertos.

④ As funções $u(z) = z^{1/2}$ e $u(z) = (1/2)\ln(z)$ são utilidades esperadas que representam as preferências do mesmo indivíduo.

Resolução:

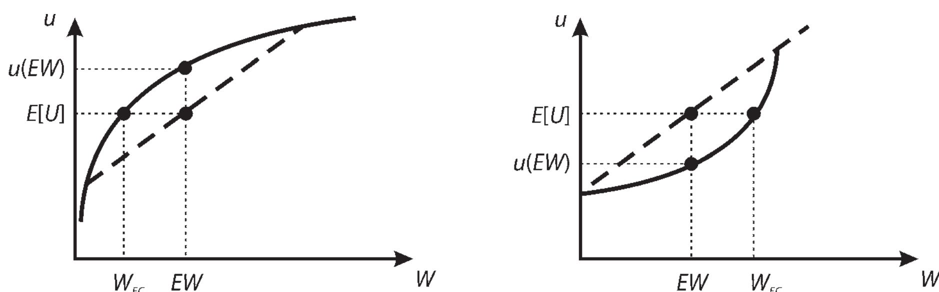
(0) Falso.

- Se ele for avesso (apresentando uma função de utilidade de Bernoulli côncava), o prêmio de risco (diferença entre o valor esperado e o equivalente valor certo) é positivo.
- Se ele for avesso (apresentando uma função de utilidade de Bernoulli convexa), o prêmio é negativo.
- Se ele for neutro (apresentando uma função de utilidade de Bernoulli linear), o prêmio é zero.

Quando ele é avesso, ele prefere (tem mais utilidade em) receber um valor certo a participar de uma loteria (com retorno incerto). Por isso, ele está disposto a pagar um prêmio para não participar da loteria (e, desse modo, se livrar do risco). Já se ele é propenso, ele prefere participar de uma loteria a receber o

valor certo esperado dessa loteria. Por isso, ele só estaria disposto a abrir mão de participar da loteria se recebesse um prêmio de tal modo que, ao final, recebesse um valor certo acima do valor esperado da loteria.

Prêmio de Risco = Valor Esperado da Riqueza – Equivalente Certeza



(1) Verdadeiro.

Todo risco tem uma distribuição de probabilidades. Analisá-lo pelos seus dois primeiros momentos é uma alternativa equivalente (a média é o primeiro momento e a variância o segundo momento). A ideia por detrás é que os agentes, de forma geral avessos, gostam de um ativo que tenha média (dos retornos incertos) alta e que apresente baixa volatilidade (i.e., variância ou desvio padrão dos retornos com relação a sua média). Portanto, pode-se modelar que as preferências dos indivíduos sejam em função destas duas medidas (média e variância), em que a primeira mercadoria seja um "bem" e a segunda seja um "mal", e que a restrição seja dada por uma reta que representa o *trade-off* entre risco e volatilidade.

(2) Falso.

O prêmio de risco é levemente maior do que 1. Ele é 1,1. Por isso, a questão é falsa. Vamos à resolução: pelos dados do problema, o indivíduo tem uma renda certa de $W_0 = 12$ e uma loteria de:

- 12 – 5 = 7, com probabilidadade ½;
- 12 + 5 = 17, com probabilidade ½.

A utilidade esperada de Von Neumann-Morgenstern é tal que:

E[U(w)] = ln(7)1/2 + ln(17)1/2 = 2,39

Para calcular o prêmio de risco, temos que calcular primeiro o Equivalente Certeza, isto é, o valor mínimo que o indivíduo estaria disposto a receber para não ter o risco.

Para isso, há que fazer: ln(w) = E[U(w)], resultando em ln (w) = 2,39 ⇒ W = 10,9087.

Além disso, há que calcular o valor esperado da aposta, qual seja: E(W) = (7)1/2 + (17)1/2 = 12

Portanto, o prêmio de risco será: $P = E(W) - W_{EC} = 12 - 10{,}9087 \cong 1{,}1$.

(3) Verdadeiro.

Um indivíduo avesso ao risco pode ter uma carteira com risco, isto é, pode participar de uma loteria. Tudo depende do preço. Ele enfrenta sempre o *trade-off* entre retorno e risco, como mencionado no item 1 desta questão. Mas, como ele é avesso, cobrará um prêmio de risco positivo, isto é, só entrará no jogo se o retorno esperado da loteria for maior do que o retorno de um ativo sem risco e se este compensar o tamanho do risco da loteria.

(4) Falso.

Não, pois as funções apresentadas, apesar de serem transformações monotônicas, não são do tipo afim. No caso de escolha com incerteza, diferentemente da teoria do consumidor sem incerteza, não é qualquer transformação monotônica que preserva a ordem das preferências. Neste caso, há que ser de um tipo específico: transformação monotônica afim, que é: v(u(W)) = aU(w) + b.

PROVA DE 2005

Questão 2

Um indivíduo tem renda de $12,00. Este indivíduo tem a possibilidade de investir em um ativo de risco que dá um retorno unitário de $16,00, com probabilidade 0,5, e retorno zero, com probabilidade 0,5. O preço unitário do ativo é $3,00. Sua função de utilidade de Von Neumann-Morgenstern é $u(x) = \sqrt{x}$. Julgue as afirmativas:

⓪ Sendo c_b seu consumo no estado bom e c_r no estado ruim, caso invista no ativo, sua utilidade esperada será $\sqrt{0,6c_b + 0,4c_r}$.

① Caso adquira o ativo, sua utilidade esperada será 4.

② Baseando-se no cálculo das utilidades esperadas, este indivíduo não deve adquirir o ativo de risco.

③ O equivalente certeza na opção de comprar o ativo é 18.

④ Suponha que este indivíduo tenha a opção adicional de investir em um ativo sem risco com taxa de retorno *r.* O valor de *r* que o deixa indiferente entre o ativo de risco e o ativo sem risco é 33,33%.

Solução:

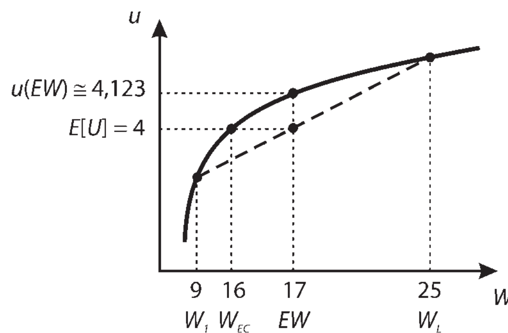
Dados w_0 = \$12 e p = \$3, o indivíduo tem a seguinte loteria:

- \$16 + (\$12 – \$3) = \$25, com probabilidade 1/2;
- \$0 + (\$12 – \$3) = \$9 , com probabilidade 1/2.

$$E(w) = \frac{1}{2}25 + \frac{1}{2}9 = 12{,}5 + 4{,}5 = 17$$

Função de utilidade: $u(x) = \sqrt{x} \Rightarrow u'(x) = \frac{1}{2}x^{-1} \Rightarrow u''(x) = -\frac{1}{2}x^{-2}$

Utilidade do valor esperado da riqueza é: $u(E(w)) = u(17) = \sqrt{17} = 4{,}123$



(0) Falso.

A utilidade esperada da riqueza é: $E(u(w)) - p_1 u(c_1) + p_2 u(c_2)$

(1) Verdadeiro.

Se adquirir o ativo, sua utilidade esperada será:

$$E(u(w)) = \frac{1}{2}\sqrt{25} + \frac{1}{2}\sqrt{9} = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4$$

(2) Falso.

Se o indivíduo **não** adquire o ativo, sua utilidade será de: $u_A = \sqrt{12} = 3{,}46$.

Se o indivíduo **adquire** o ativo, sua utilidade será de: $E(u(w))_B = 4$.

A decisão em adquirir ou não depende da comparação entre as duas alternativas acima.

Assim, ele adquire o ativo arriscado.

(3) Falso.

No item (2) vimos que:

$E(u(w)) = 4$

Desse modo, podemos calcular o equivalente certeza:

$E(u(w)) = u(w) \Rightarrow 4 = \sqrt{w}$, logo, $w = 16$

(4) Verdadeiro.

Retorno sem risco é igual a retorno com risco (para um ser indiferente ao outro) – que é o equivalente certeza. Logo: $12(1 + r) = 16$

$$12 + 12r = 16 \Rightarrow 12r = 4 \Rightarrow r = \frac{1}{3} = 33,3\%$$

PROVA DE 2006

Questão 12

Um consumidor tem uma função utilidade de Von Neumann-Morgenstern representada por $u(z) = \log_2(z)$. Ele possui uma riqueza inicial de \$128 e participará gratuitamente de uma loteria que pagará \$384,00 com probabilidade 1/2, e \$0 com probabilidade 1/2. O menor valor que o consumidor estaria disposto a receber em troca do bilhete de loteria é de 2^{β}. Qual o valor de β?

Resolução:

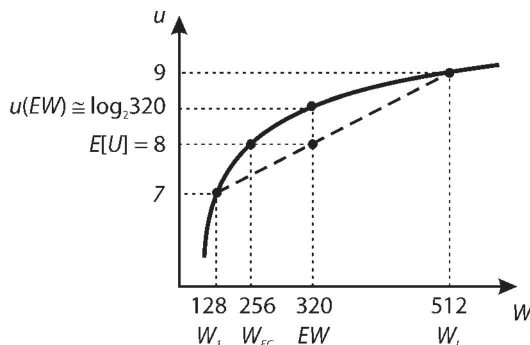
De acordo com os dados do problema, temos:

Dada a sua renda certa inicial w_0 = \$128, se o indivíduo participar da loteria, terá o seguinte *payoff*:

- \$384 + \$128 = \$512, com probabilidade 0,5;
- \$0 + \$128 = \$128, com probabilidade 0,5.

A utilidade esperada da riqueza é portanto:

$$E(u(W)) = p_1u(c_1) + p_2u(c_2) \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)\log_2(512) + \left(\frac{1}{2}\right)\log_2(128) \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)9 + \left(\frac{1}{2}\right)7 = 8$$



Para encontrar o "Equivalente Certeza", basta igualar o valor da utilidade esperada de Von Neumann-Morgenstern à função de utilidade do consumidor, da seguinte forma:

$$\log_2(w_{EC}) = E[U(W)]$$
$$\log_2(w_{EC}) = 8$$
$$w_{EC} = 2^8$$

$w_E = 2^8 \Rightarrow$ O menor valor que o consumidor estaria disposto a receber em troca do bilhete de loteria, considerando $w_0 = 0$. Como ele já tem $w = 128 = 2^7$, a resposta final é: $2^8 - 2^7 = 2^7$ = Logo, a resposta é 7.

Resposta: 7.

PROVA DE 2007

Questão 15

Um indivíduo tem uma riqueza não nula e sua função de utilidade Von Neumann-Morgenstern tem a forma funcional u(x) = k – a/x, em que a e k são constantes positivas e x > a/k. Este indivíduo é convidado a participar de uma loteria que triplica sua riqueza com probabilidade *p* e a reduz à terça parte com probabilidade (1 – *p*). Qual deve ser o valor mínimo de *p* para que o indivíduo aceite participar da loteria? Multiplique a probabilidade encontrada por 100.

Resolução:

Primeiramente vale o comentário de que a função u(x) = K – a/x é de Bernoulli e não a de vNM. Esta é uma confusão recorrente.

Dado $w_0 > 0$, o indivíduo tem a seguinte loteria:

- $3w_0$, com probabilidade p;
- $\frac{w_0}{3}$, com probabilidade (1 – p).

A função de utilidade de Bernoulli será dada por:

$$u = K - \frac{a}{x}$$

A sua utilidade em uma situação sem risco (SR) é:

$$U(w) = K - \frac{a}{w_0}$$

A sua utilidade em uma situação com risco (CR) é:

$$E(u(w)) = p\left[K - \frac{a}{3w_o}\right] + (1-p)\left[K - \frac{3a}{w_o}\right]$$

Condição de não arbitragem: $u(S_{SR}) = u(S_{CR})$.

$$K - \frac{a}{w_o} = p\left[K - \frac{a}{3w_o}\right] + (1-p)\left[K - \frac{3a}{w_o}\right]$$

$$K - \frac{a}{w_o} = pK - \frac{pa}{3w_o} + K - \frac{3a}{w_o} - pK + \frac{p3a}{w_o}$$

$$-1 = -\frac{p}{3} - 3 + 3p$$

$$6 = -p + 9p \Rightarrow p = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

p = (0,75)(100) = 75

PROVA DE 2008

Questão 3

Um indivíduo possui riqueza w = \$100 e se depara com uma loteria que pode acrescentar \$44 à sua riqueza, com probabilidade 1/4, ou subtrair \$36, com probabilidade 3/4. Sua utilidade, do tipo Von Neumann-Morgenstern (VNM), é dada por $u(x) = \sqrt{x}$. Julgue as afirmações:

⓪ A medida relativa de aversão ao risco desse indivíduo é estritamente decrescente.

① O máximo que o indivíduo está disposto a pagar para se livrar do risco é \$19.

② O indivíduo está disposto a pagar \$3 a mais do que o prêmio de seguro justo (*fair insurance premium*) para se livrar do risco.

③ Se a riqueza do indivíduo aumentasse, sua aversão absoluta ao risco diminuiria.

④ Para esse indivíduo, a utilidade esperada da riqueza é maior do que a utilidade do valor esperado da riqueza.

Resolução:

(0) Falso.

Dada a função de utilidade de Bernoulli: $u = \sqrt{x}$, teremos:

$$u' = \frac{1}{2}x^{-1/2}$$

$$u'' = -\frac{1}{4}x^{-3/2}$$

O coeficiente de aversão relativo ao risco (AR) será dado por:

$$AR = -\frac{u''}{u'}x = -\frac{-\frac{1}{4}x^{-3/2}}{\frac{1}{2}x^{-1/2}}x = \frac{1}{2}x^{-1}x = \frac{1}{2}.$$

Logo, AR é constante (independe da renda x).

(1) Verdadeiro.

O máximo que o indivíduo estaria disposto a pagar seria o valor de um Seguro Total (ST), que tem duas partes: o Seguro Justo (SJ) e o Prêmio de Risco (PR).

Há duas formas de resolver esta questão. A primeira seria: igualar o valor da utilidade esperada de VNM à função U(100-V), e encontrar diretamente o ST. Isto é:

Dado que $E(u(W)) = \frac{1}{4}\sqrt{144} + \frac{3}{4}\sqrt{64} = \frac{1}{4}12 + \frac{3}{4}8 = 3 + 6 = 9$, faça: 9 = $\sqrt{100 - V} \Rightarrow 81 = 100 - V \Rightarrow V = 19$.

A segunda seria: primeiro calcular o E(W), depois o Equivalente Certeza (EC), depois o PR e, por fim, o SJ. Isso tudo para ter ST = SJ + PR.

Dado w_0 = \$100, o indivíduo tem a seguinte loteria:

- \$100 + \$44 = \$144, com probabilidade 1/4;
- \$100 – \$36 = \$64, com probabilidade 3/4.

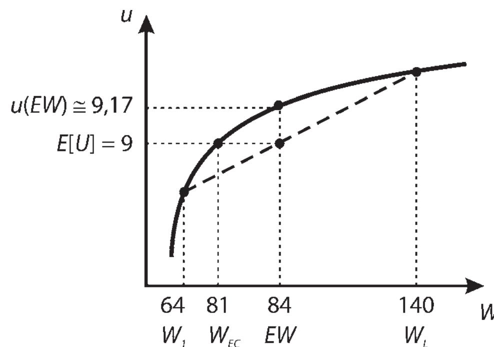
Assim, o valor esperado da riqueza é: $E(W) = \frac{1}{4}144 + \frac{3}{4}64 = 84$.

A utilidade associada ao valor esperado da riqueza será:
$u(E(W)) = \sqrt{84} = 9{,}17$

A utilidade esperada da riqueza é dada por: $E(u(W)) = p_1 u(c_1) + p_2 u(c_2)$

$$E(u(W)) = \frac{1}{4}\sqrt{144} + \frac{3}{4}\sqrt{64} = \frac{1}{4}12 + \frac{3}{4}8 = 3 + 6 = 9$$

Equivalente certo: $EC = 9 = \sqrt{W} = 81$.
Prêmio de risco: $PR = E(W) - EC = 84 - 81 = 3$.



Se lhe é oferecida uma loteria tal qual foi exposto, o ganho esperado é de \$84. Mas esse valor não é garantido. O que lhe é garantido é w_0 = \$100. Assim,

ele estaria disposto a pagar, para ter um seguro completo de uma renda de \$100, o valor de ST = W_0 – EC = \$100 – \$81 = \$19.

Como observação adicional, vale lembrar que este problema é diferente do problema do seguro de um carro, em que a renda máxima amanhã é a mesma de hoje, caso não haja roubo. Portanto, no caso do seguro de um carro, o indivíduo avesso ao risco quer se assegurar (completamente, se o mercado for justo) no valor da possível perda. Neste problema, entretanto, a renda segura é menor do que o *payoff* máximo futuro. Por isso, a maneira com que se encontra o valor máximo do seguro a ser pago é um pouco diferente, embora passe pelo mesmo conceito.

(2) Verdadeiro.

O prêmio de risco é igual a \$3. Ver item anterior.

(3) Verdadeiro.

O coeficiente de aversão absoluta ao risco (AA) será dado por:

$$AA = -\frac{u''}{u'} = -\frac{-\frac{1}{4}x^{-3/2}}{\frac{1}{2}x^{-1/2}} = \frac{1}{2}x^{-1}$$. Portanto, quando W aumenta, AA diminui.

(4) Falso.

A utilidade do valor esperado da riqueza é maior que a utilidade esperada da riqueza Von Neumann-Morgenstern $\Rightarrow u(E(W)) = \sqrt{84} = 9{,}17 > E(u(W)) = 9$.

Questão 4

Considere um ativo sem risco, com retorno r_f = 10%, e um ativo arriscado (digamos um investimento em ações) com retorno esperado r_m^e = 16% e variância $\sigma_m^2 = 4$.

Julgue as afirmações:

⓪ De acordo com o modelo média-variância, o preço do risco é p = 0,06.

① De acordo com o modelo média-variância, a taxa marginal de substituição entre risco e retorno é 0,03.

② De acordo com o modelo de determinação de preços de ativos de capital (CAPM), se o beta de um ativo arriscado é 3, o retorno esperado desse ativo será 28%.

③ De acordo com o modelo CAPM, se o beta de um ativo é 0,5 e se seu valor esperado é \$226, o ativo deveria ser vendido, hoje, a \$200.

④ O risco total de uma carteira de ativos será reduzido se alguns de seus ativos forem negativamente correlacionados com outros ativos da carteira.

Resolução:

(0) Falso.

$$E(r_x) = r_f + \left[\frac{E(r_V) - r_f}{\sigma_V}\right]\sigma_x, \text{ onde P} = \frac{E(r_V) - r_f}{\sigma_V} \text{ é o preço do risco.}$$

Então, usando as informações do problema, temos:

$$P = \frac{E(r_V) - r_f}{\sigma_V} = \left[\frac{16\% - 10\%}{2}\right] = 0{,}03 = 3\%.$$

(1) Falso.

Pelo gabarito da ANPEC esta questão é Verdadeira.

A taxa marginal de substituição só tangencia a restrição orçamentária no **ponto de equilíbrio**. Assim, em equilíbrio, temos que TMgS = P = 3%. Fora do equilíbrio, no entanto, a TMgS pode assumir vários valores. Como não foi dada a função de utilidade, não é possível calcular a TmgS. Então, de forma geral, nada se pode afirmar.

(2) Verdadeiro.

Dados o retorno esperado do mercado $E(r_m) = 16\%$, o retorno do ativo sem risco $r_f = 10\%$, o $\beta_i = 3$, pela equação do modelo CAPM (*Capital Asset Pricing Model*: $E(r_i) = R_f + \beta i\ (E(r_m) - rf)$, temos que: $E(r_i) = 10\% + 3(16\% - 10\%) = 28\%$.

(3) Verdadeiro.

Com as informações do problema dadas pelos itens anteriores, temos que:

$$E(r_i) = 10\% + \left(\frac{1}{2}\right)(16\% - 10\%) = 13\%.$$

Para encontrar o preço do ativo i, hoje, temos que trazê-lo a valor presente, da seguinte forma:

$$Preço_i = \frac{E(r_i)}{[1 + E(r_i)]} = \frac{\$226}{(1 + 0{,}13)} = \frac{\$226}{1{,}13} = 200$$

(4) Verdadeiro.

Quando dois ativos que pertencem a uma carteira têm uma covariância negativa, a variabilidade do portfólio diminui. Por isso, ativos que são negativamente correlacionados são valiosos.

Portfólio = $ax + by$

$V(P) = a^2V(x) + b^2V(y) + 2ab\ \text{cov}(x, y)$

PROVA DE 2009

Questão 8

Um indivíduo possui a seguinte função de utilidade U = 1 – (1/w), em que *w* é o valor presente líquido da sua renda futura. Neste momento, ele está contemplando duas opções de carreira profissional. A primeira opção dará a ele uma renda certa de w = 5. A outra alternativa dará w = 400, com 1% de chance, e w = 4, com 99% de chance. Assim, responda às seguintes questões:

⓪ O coeficiente de aversão absoluta ao risco de Arrow-Pratt é $1/W$.

① É maior a utilidade esperada da segunda opção.

② Suponha que exista uma forma pela qual o indivíduo saiba exatamente se conseguirá obter W = 400 ou W = 4 se escolher a segunda alternativa. O maior valor que o indivíduo estaria disposto a pagar por esta informação é 1.

③ O equivalente certo (ou equivalente de certeza) da segunda alternativa é 4,5.

④ A aversão relativa ao risco deste indivíduo diminui no caso em que ele possua W = 400 se comparada ao caso em que ele possua W = 5.

Resolução:

(0) Falso.

Dada a função de utilidade de Bernoulli: $u(W) = 1 - W^{-1}$, teremos:

$u' = W^{-2} > 0$

$u'' = -2W^{-3} < 0$

O coeficiente de aversão absoluta ao risco (AA) será dado por:

$$AA = -\frac{u''}{u'} = -\frac{(-2W^{-3})}{W^{-2}} = 2W^{-1}.$$

(1) Falso.

Consideremos as seguintes loterias:

- Loteria I:

Renda certa de W = 5;

A utilidade associada à renda certa será dada por: $u_I = 1 - 5^{-1} = 0{,}8$.

- Loteria II:

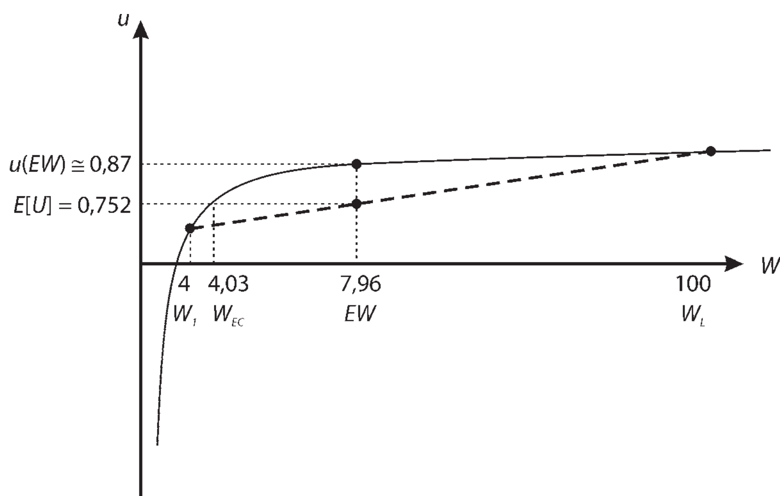
$W_A = 400$ com 1%;

$W_B = 4$ com 99%.

A utilidade esperada de Von Neumann-Morgenstern associada à loteria II será dada por:

$$E(u(W)) = p_1 u(c_1) + p_2 u(c_2) \Rightarrow 0{,}01(1-400^{-1}) + 0{,}99(1-4^{-1})$$
$$E(u(W)) = 0{,}00998 + 0{,}7425 = 0{,}752$$

Assim, a utilidade esperada da loteria II é menor que a utilidade esperada da loteria I: 0,752 < 0,8.



(2) Falso.

O valor do Equivalente Certeza (EC) é:

$E[U(U)] = 1 - W^{-1} \Rightarrow 0{,}752 = 1 - W^{-1} \Rightarrow W^{-1} = 0{,}248 \Rightarrow W_{EC} = 4{,}032$.

O Prêmio de Risco (PR) é:

$E(W) - EC \Rightarrow PR = 7{,}96 - 4{,}032 = 3{,}92$

Mas o indivíduo tem uma renda certa = 5 > 4.

Assim, ele não está disposto a pagar \$3,92, mas \$2,96 = \$7,96 – \$5.

(3) Falso.

Como pode ser visto acima, o EC = \$4,032.

(4) Falso.

O coeficiente de aversão relativo ao risco: $\text{AR} = -\frac{u''}{u'}W = (2\text{W}^{-1})W = 2$

Portanto, ele é constante para qualquer que seja a riqueza *W*.

PROVA DE 2010

Questão 4

Avalie as afirmações abaixo, com relação à escolha sob incerteza:

⓪ Se submetermos uma função de utilidade Von Neumann-Morgenstern a uma transformação afim positiva, ela não preservará a propriedade de utilidade esperada;

① Pela hipótese da independência, as escolhas do consumidor em um estado da natureza devem independer das escolhas em outro estado da natureza;

② Se a função de utilidade for linear nas probabilidades, a utilidade atribuída a um jogo de azar será apenas o produto das utilidades dos diversos resultados possíveis, com cada utilidade elevada a sua probabilidade;

③ Uma função de utilidade côncava significa que o indivíduo é propenso ao risco;

④ Se c_1 representa o consumo no estado 1 e c_2 o consumo no estado 2, e da mesma forma p_1 representa a probabilidade do estado 1 e p_2 a probabilidade do estado 2, uma função de utilidade Von Neumann-Morgenstern assumiria a forma: $c_1^{p1}\, c_2^{p2}$.

Resolução:

Aqui vale um comentário, que é útil também para todas as questões sobre incerteza dos anos anteriores. A função que a se refere o enunciado não é de Von Neumann-Morgenstern, mas de Bernoulli.

(0) Falso.

Transformações afins positivas de funções de utilidade esperada de Von Neumann-Morgenstern preservam o ordenamento das preferências.

Para comprovar, notemos que:

Seja a definição de uma transformação afim positiva (TMAP):

$V[px + (1 - p)y] = aU\,(px + (1 - p)y) + b$

Substitua U(.) por uma função de utilidade de vNM:

$V[px + (1 - p)y] = a[pU(x) + (1 - p)U(y)] + b$

Por algebrismo temos:

$V[px + (1 - p)y] = p[aU(x) + b] + (1 - p)[aU(y) + b]$

$V[px + (1 - p)y] = pU(x) + (1 - p)U(y)$

O que obtemos é justamente a função de utilidade esperada de vNM. Ou seja, pode-se dizer que se submetermos uma função de utilidade de vNM a uma TMAP, ela preservará a propriedade da utilidade esperada.

(1) Verdadeiro.

Os estados de natureza são independentes. Um exemplo é: ou chove ou faz sol, isto é, somente um estado da natureza ocorrerá em $t + 1$. Não confundir, no entanto, com o **axioma da independência** que diz que se o indivíduo prefere da loteria x a y, ou seja, se $x > y$, então, se fizermos uma combinação linear dessas loterias com uma terceira loteria z, continuaremos a preservar a relação de preferência entre x e y, isto é: $tx + (1 - t)z > ty + (1 - t)z$

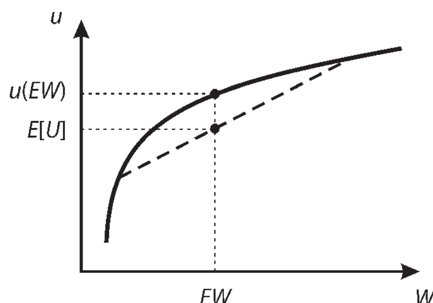
(2) Falso.

A função de utilidade esperada Von Neumann-Morgenstern é linear nas probabilidades por definição. Assim, uma função de utilidade do tipo $U = u(c_1)^{p1}\, u(c_2)^{p2}$ (mencionada na questão), não representa uma função de utilidade esperada de Von Neumann-Morgenstern, que é sempre representada na forma: $E[U(c_1, c_2)] = p_1u(c_1) + p_2u(c_2)$.

(3) Falso.

Se uma função de utilidade de Bernoulli for côncava, isto é, se tiver a sua primeira derivada com relação à sua riqueza (ou consumo) positiva (u'> 0), e a segunda derivada negativa (u"< 0), esse indivíduo será avesso ao risco. Neste caso, a utilidade associada à renda certa é maior do que a utilidade esperada associada à loteria (renda incerta). Resumidamente temos:

$u'' < 0 \Rightarrow$ Avesso ao risco $\Rightarrow u(E(w)) > E(u(w))$.



(4) Falso.

Este item é falso pelos mesmos argumentos expostos no item ② desta questão.

Questão 5

Avalie as afirmações abaixo:

⓪ Seja $u(W) = -e^{-\beta W}$ uma utilidade Von Neumann-Morgenstern, em que $\beta > 0$ é uma constante e W é a riqueza. Então β denota a medida de aversão relativa ao risco.

① Suponha que uma carteira de ativos arriscados possui retorno esperado $r^e = 21\%$ e variância $\sigma^2 = 0{,}09$. O ativo sem risco oferece um retomo $r^f = 3\%$. Então, de acordo com o modelo média-variância, o preço do risco da carteira é p = 2.

② Suponha que o retorno de mercado é rm = 12% e a taxa de retorno do ativo sem risco é $r_f = 8\%$. A variância da carteira eficiente é $\sigma_e^2 = 0{,}01$ e a covariância entre o retorno de um ativo A e a carteira eficiente é $\sigma_{A,e} = 0{,}5$. De acordo com o modelo CAPM, se o valor esperado do ativo A é \$64 (unidades monetárias), então o preço do ativo A é \$50.

③ De acordo com o modelo média-variância, se a taxa marginal de substituição (TMS) entre retorno esperado da carteira e seu desvio-padrão é TMS = 0,3, se a variância do retomo da carteira é $\sigma_m^2 = 0{,}04$ e a taxa de retorno do ativo sem risco é $r_f = 12\%$, então o retomo esperado da carteira é $r_m = 18\%$.

④ Um indivíduo possui utilidade von Neumann-Morgenstern $u(x) = \sqrt{x}$ e possui riqueza W = \$100. Ele está sujeito a uma perda monetária aleatória X, com distribuição uniforme contínua no intervalo [0,100]. Se ao indivíduo for oferecido, ao preço de G = \$55, um seguro total contra essa perda aleatória, então ele comprará o seguro.

Resolução:

(0) Falso.

Dada a função de utilidade: $u(W) = -e^{-\beta W}$, teremos:

$u'(W) = \beta e^{-\beta W}$

$u''(W) = -\beta^2 e^{-\beta W}$

Assim, o coeficiente de aversão absoluta ao risco (AA) será dado por:

$$AA = -\frac{u''}{u'} = -\frac{-\beta^2 e^{-\beta W}}{\beta e^{-\beta W}} = \beta .$$

Note que o coeficiente AA é constante e não depende de W.

Por sua vez, o coeficiente de aversão relativa ao risco (AR) será dado por:

$$AR = -\frac{u''}{u'}W = -\frac{-\beta^2 e^{-\beta W}}{\beta e^{-\beta W}} = W\beta$$

Neste caso, o coeficiente AR depende da riqueza positivamente.

(1) Falso.

Dados o retorno esperado do ativo arriscado $E(r_V) = 21\%$ e a variância da carteira $\sigma_x^2 = 0{,}09 \Leftrightarrow \sigma_x = 0{,}3$, a equação que mostra o *trade-off* entre retorno e desvio padrão (que é a restrição orçamentária do problema do consumidor que está maximizando uma função de utilidade parametrizada pela média e pelo desvio padrão) é a seguinte:

$$E(r_x) = r_f + \left[\frac{E(r_V) - r_f}{\sigma_V}\right]\sigma_x$$

onde $P = \dfrac{E(r_V) - r_f}{\sigma_V}$ é o preço do risco.

Então, usando as informações do problema, temos:

$$P = \frac{E(r_V) - r_f}{\sigma_V} = \left[\frac{21\% - 3\%}{0{,}3}\right] = 0{,}6 = 60\%.$$

(2) Falso.

Dados o retorno esperado do mercado $E(r_m) = 21\%$, o retorno do ativo sem risco $r_f = 8\%$, o valor esperado do ativo arriscado i $E(i) = \$64$, a variância da carteira $\sigma_x^2 = 0{,}10 \Leftrightarrow \sigma_x = 0{,}1$ e a covariância entre o ativo i e a carteira $COV(i, x) = 0{,}5$, pela equação do modelo CAPM (*Capital Asset Pricing Model*): $E(r_i) = Rf + \beta_i\,(E(r_m) - r)$, e sabendo que o beta do ativo i, neste caso, pode ser definido por $\beta_i = \left[\frac{COV(i,x)}{\sigma_x^2}\right]$, podemos encontrar o retorno esperado do ativo i da seguinte forma:

$$E(r_i) = 8\% + \left(\frac{0{,}5}{0{,}01}\right)(12\% - 8\%)$$

$$E(r_i) = 0{,}08 + (50)0{,}04 = 2{,}08$$

Para encontrar o preço do ativo i, hoje, temos que trazê-lo a valor presente, da seguinte forma:

$$Preço_i = \frac{E(i)}{[1 + E(r_i)]} = \frac{\$64}{(1 + 2{,}08)} = \frac{64}{3{,}08} = 20.78$$

(3) Verdadeiro.

Em equilíbrio, a *TMgS* é o preço do risco, isto é, $TmgS = \text{P} = \frac{E(r_V) - r_f}{\sigma_V} = 0{,}3$. Se $\sigma_x^2 = 0{,}04 \Leftrightarrow \sigma_x = 0{,}2$ e $r_f = 12\%$, da equação $E(r_x) = r_f + \left[\frac{E(r_V) - r_f}{\sigma_V}\right]\sigma_x$, podemos obter o retorno esperado da carteira: E(rx) = 12% + 0,3(0,2) = 0,18 = 18%.

(4) Verdadeiro.

Um indivíduo possui uma função de utilidade de Bernoulli dada por $u(w) = \sqrt{w}$ e tem uma renda certa de w_0= \$100. Como sua perda, *x,* é aleatória, com distribuição uniforme entre zero e 100, essa apresenta média e variância iguais a:

$$x \sim u\ (0{,}100)\ tem\ [E(x), Var(x)] = \left[\frac{0+100}{2}; \frac{(100-0)^2}{12}\right]$$

$\Rightarrow$ [E(x), Var(x)] = (50; 833,3).

Como calcular a função de utilidade esperada de von Neumann-Morgenstern?

No caso desta questão, deve-se calculá-la de maneira um pouco mais sofisticada que a usual.

Sabe-se que a função de densidade de probabilidade de W é igual a: $f(W) = \frac{1}{100}$, pois a perda ocorrerá na riqueza do indivíduo. Assim, para calcular a média de W, basta fazer:

$E(W) = \int_0^{100} \frac{1}{100} W dW = 50$, que dá o mesmo resultado anteriormente mencionado, como esperado.

Sabe-se também que o inverso da função de Bernoulli dada no enunciado é $W = u^2$, pois $u = \sqrt{W}$.

Além disso, sabe-se que se W varia entre (0,100), *u* irá variar entre (0,10).

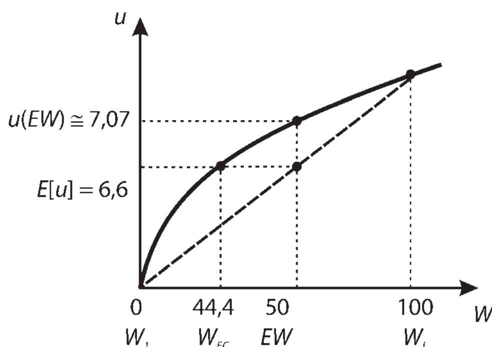
Pelo teorema das transformações de variáveis que diz que: $f(u) = f(W(u)) \left|\frac{dW}{du}\right|$, podemos encontrar o valor esperado da função de utilidade, que será a função da utilidade esperada de Von Neumann-Morgenstern, $E[(u(w))]$.

Assim, $f(u) = f(W(u)) \left|\frac{dW}{du}\right| = \frac{1}{100} 2u = \frac{u}{50}$.

Mas o que queremos é o valor esperado de *u*, portanto, temos que fazer:

$$E\ [u(w)] = \int_0^{10} u\ \frac{u}{50}\ du = \frac{u^3}{3}\frac{1}{50}\bigg|_0^{10} = 6{,}666$$

Assim, a função da utilidade esperada de Von Neumann-Morgenstern, $E[(u(w))] = 6{,}666$.



Agora temos que encontrar o Equivalente Certeza (EC), isto é, o montante fixo mínimo pelo qual o consumidor paga para se livrar do risco. Esse valor pode ser encontrado da seguinte forma:

$$\sqrt{W_{EC}} = E\Big[\big(u(W)\big)\Big] \Rightarrow \sqrt{W_{EC}} = 6{,}666 \Rightarrow \ w_{EC} = 44{,}4$$

Então, para responder à pergunta, precisamos considerar que o valor igual a \$44,4 é o valor máximo que o indivíduo iria aceitar para se livrar do risco.

O seguro total que o indivíduo pagaria seria a soma, portanto, do prêmio de risco (diferença entre o valor médio da loteria, no caso \$50, e o EC, no caso \$44,4 = \$5,6) com o preço justo pelo seguro. Em outras palavras, seria a diferença entre o *payoff* máximo garantido (no caso, R\$ 100) pelo seguro e o Equivalente Certeza (no caso, \$44,44), que é igual a \$55,56.

Portanto, o indivíduo pagaria até \$55,56 para se ver livre do risco. Como lhe ofereceram \$55 pelo seguro total, ele o comprará.

PROVA DE 2011

Questão 5

Com relação às decisões dos agentes sob incerteza, é possível afirmar que:

⓪ Se Pedro define sua utilidade a partir de um nível de riqueza W, de tal modo que sua função de utilidade é dada por $u(W) = \sqrt{W}$, em que a e c são constantes positivas, então Pedro é avesso ao risco.

① Supondo que João deve pagar \$2 para participar de uma competição cujo prêmio é de \$19 e a probabilidade de ganhar 1/3. Se o agente possui uma função de utilidade definida por U(x) = log x e o seu nível corrente de riqueza é \$10, então não faz sentido que ele venha a participar da competição.

② Maria herdou uma propriedade que lhe proporciona colheita de \$100.000 em condições favoráveis, com probabilidade de 60%. Se as condições climáticas não forem adequa-

das ela tem prejuízo de $20.000 com a atividade. Se Maria é avessa ao risco e uma empresa lhe oferece um pagamento anual de $70.000 em troca de toda sua colheita, ela aceitará prontamente a oferta.

③ Joana possui uma propriedade que vale $300.000, mas está preocupada com seu futuro, cujo bem-estar (U) depende integralmente daquele valor, segundo a relação $U(W) = W^{5/4}$. Em um dado ano, existe a chance de 2% de que a propriedade pegue fogo, o que resultaria em uma redução de seu valor para $30.000. Nesse caso, os indícios são de que Joana é avessa ao risco.

④ Supondo que Antonio possui uma função de utilidade dada por $U(W) = \frac{M^{1/2}}{10}$, em que W equivale ao seu nível de riqueza. Supondo que ele participe de um jogo com distribuição de pay-offs apresentadas no quadro abaixo, então a utilidade esperada do jogo equivale a $2,5.

Situação do Jogo	Pay-offs	Probabilidade
1	$400	1/3
2	$225	1/3
3	$100	1/3

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Para resolver esta questão, há que se saber se a segunda derivada da função de utilidade é crescente ou decrescente.

$$U'(W) = acW^{-(a+1)}$$

$$U''(W) = -a(a+1)cW^{-(a+2)} \leq 0$$

Como a segunda derivada da função de utilidade é não positiva, a função U é côncava. Logo Pedro é avesso ao risco.

(1) Falso.

Dados do problema $\xrightarrow{1/3} 10+19-2=27$; $\xrightarrow{2/3} 10-2=8$

Fará sentido participar da loteria (competição) se a utilidade esperada de von Neumann-Morgenstern for maior do que a utilidade de ter uma renda certa. Isto é: $E[U(w)] > U(w_0)$, onde w_0 é a renda certa.

$$E\left[U\left(w\right)\right] = \frac{1}{3}\log 27 + \frac{2}{3}\log 8 = 0,477 + 0,60206 = 1,079 > \log 10 = 1.$$

$$E[U(w)] = \frac{1}{3} Log\ 3^3 + \frac{2}{3} Log\ 2^3$$

$$E[U(w)] = Log\ 3^{3/3} + Log\ 2^{3.2/3}$$

$$E[U(w)] = Log\ 3 + Log\ 2^2$$

$$E[U(w) = Log\ (3 * 4) = Log 12 > Log\ 10$$

Então, faz sentido participar.

(2) Verdadeiro.

Se $w_0 > E(w)$, ela aceita a oferta. $E(w) = (0{,}6 \times 100.000) + (0{,}4 \times 20.000) =$ 68.0000. Como 70.000 > 68.000, ela aceita a oferta.

(3) Falso.

Para Joana ser avessa ao risco, temos que ter $U'' \leq 0$. Temos que, $U'(w) = \frac{5}{4} w^{1/4}$ e $U''(w) = \frac{5}{16} w^{-3/4} \geq 0$. Logo Joana é propensa ao risco.

(4) Falso.

A que ver se a Utilidade Esperada é igual a 2,5, o que não é.

$$E\left[U(w)\right] = \frac{1}{3}\frac{(400)^{1/2}}{10} + \frac{1}{3}\frac{(225)^{1/2}}{10} + \frac{1}{3}\frac{(100)^{1/2}}{10} = \frac{1}{3}(2 + 1{,}5 + 1) = 1{,}5$$

PROVA DE 2012

Questão 05

Sobre a Teoria da Utilidade Esperada, assinale Falso ou Verdadeiro nas afirmativas abaixo:

⓪ Suponha a seguinte função utilidade que representa as preferências dos indivíduos sobre loterias monetárias: $U(W) = a + bW + cW^{1/2}$, em que W é o nível de riqueza do indivíduo, e a, b e c são parâmetros. Nesse caso, pode-se afirmar que o indivíduo é mais avesso ao risco quanto mais elevada for sua riqueza W.

① Suponha um modelo de escolha sob incerteza no qual existem dois estados da natureza com probabilidade *p* e (1-*p*) de ocorrerem e mercados completos de ativos. Especificamente, suponha que existam dois ativos contingentes do tipo $A_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ e $A_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$. Nesse caso, a razão dos preços relativos desses ativos é exatamente igual à razão das probabilidades de ocorrência dos estados da natureza.

② Em modelos de escolha de seguros de automóvel com prêmio de risco atuarialmente justo, indivíduos avessos ao risco sempre escolhem fazer seguro total.

③ A função de utilidade esperada é invariante a qualquer transformação monotônica crescente.

④ O grau de aversão ao risco dos indivíduos pode ser medido pelo seu equivalente de certeza. Quanto mais avesso ao risco é o indivíduo maior é o equivalente de certeza.

Resolução:

(0) Falso.

Há duas definições de aversão ao risco, a relativa e a absoluta, conforme pode ser visto abaixo:

$$A_A = -\frac{U''}{U'}$$

$$A_R = -\frac{U''}{U'}.W$$

Para a questão ser verdadeira, como nada foi dito sobre qual das definições acima se deseja saber, pelos dois conceitos teria-se que encontrar $\frac{dA}{dW} > 0$. Comece, então, calculando aversão relativa, da seguinte forma:

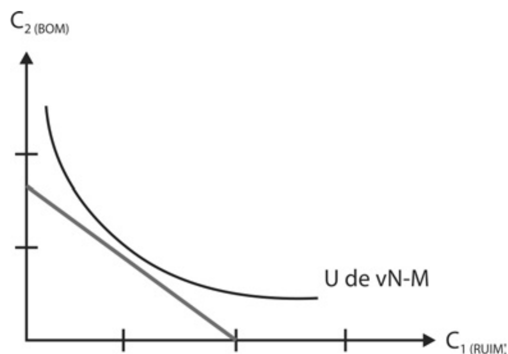
$$U' = b + \frac{c}{2}W^{-1/2}$$

$$U'' = -\frac{c}{4}W^{-3/2}$$

Logo: $A_R = -\frac{U''}{U'}.W = \frac{c/4}{\frac{b}{W^{-1/2}} + \frac{c}{2}} \rightarrow \frac{dA_R}{dW} < 0$. Assim, a questão é falsa.

(1) Falso.

Pelo gabarito da ANPEC, esta questão é Verdadeira.



Suponha que:

- Estado ruim seja o 1: C1
- Estado bom seja o 2: C2

Seja também:

- P1 = preço do estado 1
- P2 = preço do estado 2

Seja também:

- $\pi 1$ = prob. do estado 1 (p)
- $\pi 2$ = prob. do estado 2 (1-p)

Problema do consumidor com incerteza: O consumidor quer escolher o melhor plano de consumo contingente (isto é, o que ele vai consumir em cada estado da natureza) pelo qual pode pagar, maximizando a sua função de utilidade esperada (especificamente, de von Neumann-Morgenstern).

Hipótese: os mercados são completos.

Igualando a TmgS aos preços, tem-se que, **em um mercado em que os "preços são atuariamente justos"**, os preços relativos dos estados da natureza serão iguais às probabilidades de ocorrência de cada estado e o seguro feito será completo para evitar a ocorrência do estado ruim. **Mas, se os preços não forem justos, a afirmativa será falsa**. O preço do estado bom é mais caro do que deveria e o seguro não é feito apenas parcialmente. Como nada é dito no enunciado sobre se os preços são justos ou não (isto é, se as firmas têm algum poder de monopólio), a questão fica incompleta, logo falsa.

(2) Verdadeiro.

Em decorrência da explicação do item anterior, se o preço for justo e os indivíduos avessos ao risco, a escolha é fazer um seguro total, que faça com que o quanto o indivíduo irá consumir amanhã independa do estado da natureza.

(3) Falso.

A função de utilidade esperada de von-Neumann Morgestern é invariante apenas às transformações monotônicas afins.

(4) Falso.

O enunciado tenta confundir o aluno. Quanto mais avesso ao risco for o indivíduo, maior será o seu prêmio de risco. O equivalente certeza seria o montante fixo mínimo da renda pelo qual o consumidor troca a situação incerta pela certa.

página deixada intencionalmente em branco

3 Teoria da Firma

PROVA DE 2003

Questão 3

Segundo as teorias da produção e da oferta da firma:

⓪ A função de produção $f(x_1, x_2) = (x_1^b + x_2^b)^a$, em que $b > 0$ e $a > 0$, apresentará retornos crescentes de escala se $ba > 1$.

① É possível ter-se produtos marginais decrescentes para todos os fatores de produção e, ainda assim, ter-se retornos crescentes de escala.

② Na função de produção $F(K, L) = 2\,K^{0,7}L^{0,5}$, a Taxa marginal de Substituição técnica de trabalho por capital é constante.

③ A variação no excedente do produtor quando os preços mudam de p_1 para p_2 é igual à metade da área à esquerda e acima da curva de custo marginal entre os preços p_1 e p_2.

④ Se o produto marginal de um fator variável está acima do produto médio, este último estará crescendo.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Para verificarmos os retornos de escala, consideremos um acréscimo proporcional nos insumos: $(\lambda x_1, \lambda x_2)$. Desse modo, teremos:

$$f((\lambda x_1, \lambda x_2) = ((\lambda x_1)^b + (\lambda x_2)^b)^a = (\lambda^b\,(x_1{}^b + x_2{}^b))^a = \lambda^{ba}\,(x_1{}^b + x_2{}^b)^a = \lambda^{ba} f(x_1, x_2).$$

Os retornos de escala serão crescentes quando ba>1.

(1) Verdadeiro.

Os **retornos de escala** dizem respeito ao que acontece com a produção quando todos os insumos variam numa mesma proporção. É, pois, um con-

ceito de longo prazo. Por outro lado, o **rendimento marginal decrescente** descreve o que acontece com a produção marginal (que diminui) em resposta a um aumento da utilização de apenas um dos insumos, mantendo-se todos os demais fixos. É, portanto, um conceito de curto prazo.

Como são conceitos diferentes, uma função pode apresentar retornos crescentes de escala e rendimentos marginais decrescentes ao mesmo tempo.

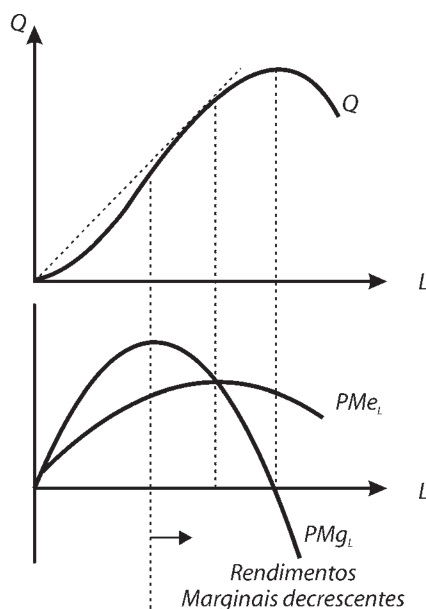
Por exemplo: Seja a função de produção $f(x_1, x_2) = x_1^{3/4}\ x_2^{3/4}$.

Como a soma dos expoentes é maior que um (6/4 > 1), a função apresenta retornos crescentes de escala.

Por outro lado, o produto marginal do insumo i, que é dado por: $PMg_i = \frac{3}{4} x_i^{-1/4} x_j^{3/4}, i = 1,2;\quad j \neq i$, é descrente, pois a derivada do *PMgi* com relação ao insumo i é negativa, ou seja:

$$\frac{\partial PMg_i}{\partial x_i} = -\frac{3}{16} x_i^{-5/4} . x_j^{3/4} < 0, i = 1,2;\quad j \neq i.$$

Ver item 0, questão 5, da prova da ANPEC de 2005.



(2) Falso.

A Taxa Marginal de Substituição Técnica (trabalho por capital ou capital por trabalho) de uma Cobb-Douglas será sempre uma função da razão dos

insumos, por ser uma função homogênea. De forma geral, das funções homogêneas, somente a substituto perfeito terá a TMgST constante.

Para mostrar que a Cobb-Douglas não apresenta uma TMgST constante, vamos calculá-la:

$$TMgST_{L\to k} = -\frac{dL}{dK} = +\frac{PMg_k}{PMg_L} = +\frac{2(0,7)K^{-0,3}L^{0,5}}{2(0,5)K^{0,7}L^{-0,5}} \Rightarrow TMgST = +\frac{7}{5}\frac{L}{K}.$$

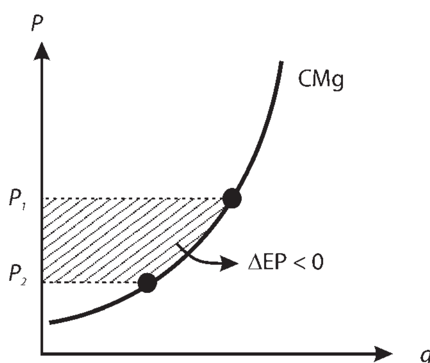
Observa-se que esta é a TMgST, onde substituímos L por mais K. Na definição usual de TMgST temos o contrário: substituímos K por mais L. De qualquer forma, podemos notar que ela não é constante, como é o caso de uma função do tipo "substitutos perfeitos".

(3) Falso.

Se $p_1 > p_2$, a variação no excedente do produtor é igual à área formada entre as seguintes curvas:

1. Abaixo de P1.
2. Acima de P2.
3. À esquerda do CMg.

Se a situação inicial era P1 e a final é P2, então houve uma variação negativa do mencionado excedente.



(4) Verdadeiro.

Quando o produto médio do fator variável for crescente, o produto marginal estará acima do produto médio.

Questão 4

Em relação à teoria dos custos, analise as proposições:

⓪ Seja $4y^2 + 100y + 100$ o custo total de uma firma, em que y é o produto. Se $y = 25$, o custo variável médio será 204.

① Seja $S_i(p) = p/2$ a curva de oferta da firma i. Se forem produzidas 3 unidades, o custo variável total será 9.

② Sejam $f(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^{1/2}$ a função de produção de uma firma e w_1 e w_2, os preços de x_1 e x_2, respectivamente. Supondo que $w_1 > w_2$, a minimização de custos requer que $x_1 = 0$.

③ Seja $c(y) = 3y + 10$, para $y > 0$, função de custo de curto prazo de uma firma. Para $c(0) = 6$, o custo quase fixo será 4.

④ Uma firma opera duas plantas. Para minimizar custos, esta firma deve aumentar a produção na planta onde o custo médio for menor e reduzir a produção onde o custo médio for maior.

Resolução:

(0) Falso.

Dado o custo total da firma: $CT = 4y^2 + 100y + 100$.

Temos que o custo variável será: $CV = 4y^2 + 100y$.

E, portanto, o custo variável médio será: $CVMe = \frac{CV}{y} = 4y + 100$.

Avaliando o CVMe quando y = 25, teremos CVMe (25) = 200.

Ver item 4, questão 3, da prova da ANPEC de 2004.

(1) Verdadeiro.

Sabendo que a curva de oferta de uma firma corresponde à curva de custo marginal para o nível de produção acima daquele para o qual o preço iguala-se ao custo variável médio, temos que a curva de custo marginal correspondente será dada por: p = 2q.

A curva de custo variável pode, então, ser obtida através de integral da curva de custo marginal, variando de 0 a 3, da seguinte forma:

$$CV = \int_0^3 CMg dq = \int_0^3 2q dq = q^2 \Big|_0^3 = 3^2 - 0^2 = 9.$$

(2) Verdadeiro.

Se a função de produção da firma no curto prazo for dada por: $f(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^{1/2}$, podemos notar que os insumos são substitutos perfeitos na produ-

ção. Desse modo, se $w_1 > w_2$ então, a firma só empregará o insumo 2 e, portanto, $x_1 = 0$.

(3) Verdadeiro.

Sabendo-se que a função custo de curto prazo é igual a: $c(y) = 3y + 10$, y > 0. Se $c(0) = 6$, isso implica que, quando y > 0, há um custo quase fixo de 4.

Ver item 3, questão 3, da prova da ANPEC de 2004.

(4) Falso.

Para uma firma que tem duas plantas minimizar custos, ela deve, a partir do problema de Min CT, sujeita a um dado nível total de produção, respeitar a igualdade $CMg_1(q_1) = CMg_2(q_2)$. E esta decisão independe da relação com o custo médio.

Em outras palavras, uma firma que opera com duas plantas, minimizará o seu $CT = CT_1 + CT_2$, resolvendo o seguinte problema:

$\text{Min}(y_1, y_2)CT = c_1(y_1) + c_2(y_2)$.

Sujeito a $y_1 + y_2 = \overline{Y}$

Ver item 2, questão 3, da prova da ANPEC de 2004.

PROVA DE 2004

Questão 3

Em relação à teoria da produção, analise as seguintes questões:

⓪ Seja a função de produção $f(x_1, x_2) = 10 \min \{3x_1, 2x_2 + x_2\}$, em que x_1 e x_2 são os insumos. Pode-se afirmar que, no ponto $(x_1, x_2) = (20, 40)$, a isoquanta tem uma quebra (vértice).

① Considere uma função de produção com apenas dois insumos e que esses insumos sejam substitutos perfeitos. Esta função de produção é compatível tanto com retornos constantes, quanto com retornos crescentes ou com retornos decrescentes de escala.

② Uma firma opera com duas plantas cujos custos são $c_1(y_1) = y_1^2 + 45$ e $c_2(y_2) = 3y_2^2 + 20$, respectivamente. y_1 e y_2 são as quantidades produzidas. Se $y_1 + y_2 = 12$, a produção da segunda planta, y_2, será igual a 3.

③ A função de custo de curto prazo de uma firma é $c(y) = 3y+10$ para $y>0$ e $c(0) = 6$, em que y é a quantidade produzida. O custo quase fixo da firma é igual a 10.

④ O custo total de uma firma é expresso por: $4y^2 + 100y + 100$ (y é a quantidade). Caso $y = 25$ unidades, o custo variável médio será 200.

Resolução:

(0) Falso.

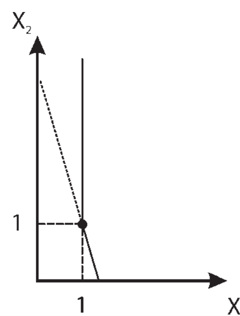
O conjunto de pontos em que ocorrem quebras nas isoquantas é definido por: $3x_1 = 2x_1 + x_2 \Rightarrow x_1 = x_2$, o que não é o caso do ponto $(x_1, x_2) = (20,40)$, pois não é um ponto que está no vértice.

Para desenhar o gráfico é necessário fazer o mínimo entre as duas curvas abaixo:

Se $Q = 10\,(3X_1) \Rightarrow X_1 = Q/30$.

Se $Q = 10\,(2X_1+X_2) \Rightarrow X_2 = Q/10 - 2X_1$.

Se $Q = 30$, $X_1 = 1$ e $X_2 = 1$ (veja o gráfico).



(1) Verdadeiro.

A função de produção do tipo $f(X_1, X_2) = (X_1 + X_2)^{\varepsilon}$, $\varepsilon > 0$ pode apresentar retornos crescentes, decrescentes e constantes, dependendo do parâmetro ε.

Para verificarmos os retornos de escala, consideremos um acréscimo proporcional nos insumos: $(\lambda x_1, \lambda x_2)$. Desse modo, teremos:

$f(\lambda x_1, \lambda x_2) = (\lambda x_1 + \lambda x_2)^{\varepsilon} = \lambda^{\varepsilon}(x_1 + x_2)^{\varepsilon} = \lambda^{\varepsilon} f(x_1 + x_2)$.

Se $\varepsilon \in (0, 1)$, então a função de produção apresenta retornos decrescentes de escala.

Se $\varepsilon = 1$, então a função de produção apresenta retornos constantes de escala.

Se $\varepsilon > 1$, então a função de produção apresenta retornos crescentes de escala.

(2) Verdadeiro.

Uma firma, que opera com duas plantas, minimizará o seu $CT = CT_1 + CT_2$ resolvendo o seguinte problema:

$Min_{(y_1, y_2)} CT = c_1(y_1) + c_2(y_2)$.

Sujeito a $y_1 + y_2 = 12$.

Resolvendo por Lagrange teremos: $L = [y_1^2 + 45 + 3y_2^2 + 20] + \lambda[12 - y_1 - y_2]$.

Das duas primeiras CPO, teremos que: $c_1'(y_1) = c_2'(y_1)$. Assim, a sua produção ótima em cada fábrica requererá que o custo marginal de produção em cada uma seja o mesmo, isto é, que $c_1'(y_1) = c_2'(y_1)$. Usando as funções dadas no problema, teremos que: $y_1 = 3y_2$.

Da última CPO (da restrição), teremos $y_1 + y_2 = 12$.

Com estas duas equações, e porque há duas incógnitas, o sistema é determinado. A conclusão é que $y_1^* = 9$ e $y_2^* = 3$.

Ver item 4, questão 4, da prova da ANPEC de 2003.

(3) Falso.

Sabendo-se que a função custo de curto prazo é igual a: $c(y) = 3y + 10, y > 0$. Se $c(0) = 6$, isto implica que quando $y > 0$ o custo quase fixo é igual a $10 - 6 = 4$.

Ver item 3, questão 4, da prova da ANPEC de 2003.

(4) Verdadeiro.

Dado o custo total da firma: $CT = 4y^2 + 100y + 100$.

Temos que o custo variável será: $CV = 4y^2 + 100y$.

E, portanto, o custo variável médio será: $CVMe = \frac{CV}{y} = 4y + 100$.

Avaliando o CVMe, quando $y = 25$, teremos $CVMe(25) = 200$.

Ver item (0), questão 4, da prova da Anpec de 2003.

Questão 4

As vendas de ingressos para os jogos de um time de futebol dependem do número de vitórias do time por temporada e do preço dos ingressos. Em outras palavras, a função demanda pelos ingressos é dada por $q = N(20 - p)$, em que p é o preço dos ingressos, q é a quantidade de ingressos (em milhares) e N é a proporção de jogos ganhos. O time pode aumentar N se investir C reais (em milhares) na contratação de novos talentos. Neste caso, tem-se que $N = 0{,}7 - \frac{1}{C}$. Assuma que o custo marginal de vender um ingresso seja zero. São corretas as afirmativas:

⓪ O preço dos ingressos que maximiza os lucros da firma é 10.

① O valor do investimento em jogadores, C, que maximiza os lucros é 5 (em milhares).

② O lucro máximo da firma é 60 (em milhares).

③ A receita total no ponto de ótimo é 60 (em milhares).

④ A proporção ótima de vitórias é 0,5.

Resolução:

O problema de maximização de lucros da firma é determinar o preço do ingresso (p) e a quantia a investir na contratação de talentos (c). A função lucro é dada por:

$$Max\pi = p[N(20-p)] - C = p\left[\left(0{,}7 - \frac{1}{C}\right)(20-p)\right] - c$$

$$\frac{d\pi}{dp} = 20\left(0{,}7 - \frac{1}{c}\right) - 2\left(0{,}7 - \frac{1}{c}\right)p = 0 \Rightarrow 20 - 2p = 0 \Rightarrow p = 10$$

$\frac{d\pi}{dC} = \frac{(20-p)p}{C^2} - 1 = 0 \Rightarrow C^2 = (20 - p)p$. Usando o fato de que p = 10, temos que: c = 10.

Os demais resultados seguem:

$N = \left(0{,}7 - \frac{1}{C}\right) = 0{,}6$ (proporções de vitórias);

$q = [N(20 - p)] = 6$ (unidades demandadas de ingressos, em milhares);

RT = p.q = 10.6 = 60 (receita total);

π = RT – CT = 60 – 10 = 50 (lucro total).

(0) Verdadeiro. P = 10.

(1) Falso. C = 10

(2) Falso. π = 50.

(3) Verdadeiro. RT = 60.

(4) Falso. N = 0,6.

PROVA DE 2005

Questão 4

Suponha que uma firma tenha a função de produção $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + 4\sqrt{2x_2 + x_3}$, que os preços dos fatores sejam $w_1 = 10$, $w_2 = w_3 = 4$, respectivamente, e que o nível almejado de produto seja $y = 24$. Se o objetivo da firma for minimizar custos:

⓪ Utilizará uma quantidade positiva do fator 1, isto é, $x_1 > 0$.

① A quantidade ótima do fator 3 é zero, ou seja, $x_3 = 0$.

② Utilizara 18 unidades do fator 2, isto é, $x_2 = 18$.

③ O custo mínimo será 72.

④ No ponto de escolha ótima (das quantidades dos fatores) o produto marginal de x_2 é $\frac{2}{5}$.

Resolução:

Para resolver o problema da firma é necessário minimizar o custo sujeito a $Q = x_1 + 4\sqrt{2x_2 + x_3}$:

$$Min(w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3) + \lambda[\overline{Q} - x_1 - 4(2x_2 + x_3)^{1/2}]$$

Este problema, envolvendo três variáveis, pode ser resolvido por Kuhn-Tucker,[1] mas é muito trabalhoso e inexequível para uma questão de concurso, que tem tempo limitado, não fosse pela análise que se pode fazer de uma função **substituto perfeito**.

Observamos que, pelos dados do problema, $w_2 = w_3 = 4$, isto é, que os preços dos insumos x_2 e x_3 são iguais. Mas, pela função de produção, o insumo x_2 é mais produtivo que o insumo x_3. Então, se a firma quer minimizar custo, ela optará por não utilizar o insumo x_3. Isto é: $x_3^* = 0$.[2]

Assim, excluímos do problema o fato de ter três variáveis e resolvemos por Kuhn-Tucker com duas variáveis, apresentando uma função quase linear na sua restrição tecnológica.

Ou seja:

$$Min(10x_1 + 4x_2) + \lambda[24 - x_1 - 4\sqrt{2x_2}] + \mu_1 x_1 + \mu_2 x_2$$

Condição de primeira ordem (CPO):

$$\langle 1 \rangle\ \frac{dL}{dx_1} = 0 \Rightarrow 10 - \lambda + \mu_1 = 0$$

$$\langle 2 \rangle\ \frac{dL}{dx_2} = 0 \Rightarrow 4 - \left(4\frac{1}{2}(2x_2)^{-1/2}\,2\right)\lambda + \mu_2 = 0 \Rightarrow 4 - \frac{4}{(2x_2)^{1/2}}\lambda + \mu_2 = 0$$

$$\langle 3 \rangle\ \frac{dL}{d\lambda} = 0 \Rightarrow 24 = x_1 + 4\sqrt{2x_2}$$

$$\langle 4 \rangle\ \mu_1 x_1 = 0$$

$$\langle 5 \rangle\ \mu_2 x_2 = 0$$

---

[1] Kuhn Tucker é uma generalização do método dos multiplicadores de Lagrange, em que se admite soluções de canto. Para mais informações, ver SIMON e BLUME. Capítulo 21, item 21.5, 1994, p. 532.

[2] De forma geral, se os preços dos fatores fossem diferentes, teríamos que analisar a inclinação da isoquanta: x – 3 = y – 2x – 2, que no caso apresenta TMgST = 2, e compará-la com a inclinação do isocusto, que é o preço relativo $\frac{w_2}{w_3}$ =1. Como TMgST > $\frac{w_2}{w_3}$, o empresário escolherá tudo de X_2 e nada de X_3.

(A) Solução interior:

$x_1 > 0 \Rightarrow \mu_1 = 0$

$x_2 > 0 \Rightarrow \mu_2 = 0$

De $\langle 1 \rangle$, $10 = \lambda$

De $\langle 2 \rangle$ $4 - \dfrac{4}{(2x_2)^{\frac{1}{2}}}\lambda = 0$

De $\langle 1 \rangle$ em $\langle 2 \rangle$: $(2x_2)^{1/2} = 10 \Rightarrow 2x_2 = 100 \Rightarrow x_2^* = 50$

Em $\langle 3 \rangle$: $24 = x_1 + 4\sqrt{2x_2} \Rightarrow 24 = x_1 + 4\sqrt{100} \Rightarrow x_1^* = 16$

$CT_1 = (10.16) + (4.50) + (4.0) = 316$

(B) Solução de canto I:

$\mu_1 > 0 \Rightarrow x_1 > 0$

$\mu_2 = 0 \Rightarrow x_2 > 0$

De $\langle 3 \rangle$, $24 = 0 + 4\sqrt{2x_2} \Rightarrow 6 = \left(2x_2\right)^{1/2} \Rightarrow x_2^* = 18 \Rightarrow x_1^* = x_3^* = 0$

$CT_2 = (10 . 0) + (4 . 18) + (4 . 0) = 72$

(C) Solução de canto II:

$\mu_1 = 0 \Rightarrow x_1 > 0$

$\mu_2 > 0 \Rightarrow x_2 = 0$

De $\langle 3 \rangle$, $24 = x_1^* \Rightarrow x_2^* = x_3^* = 0$

$CT_3 = (10 . 24) + (4 . 0) + (4 . 0) = 240$

(0) Falso.

Dentre as três soluções acima, aquela que minimiza o custo total da firma é a solução de canto I (B), com $CT_2 = 72$.

(1) Verdadeiro.

Como já foi mencionado logo no início da resolução deste exercício: $x_3^* = 0$.

(2) Verdadeiro.

Veja a solução de canto I acima: $x_2^* = 18$.

(3) Verdadeiro.

Veja a solução de canto I acima: $CT_{min} = 72$.

(4) Falso.

De $Q = x_1 + 4(2x_2)^{1/2} \Rightarrow PMg_{x_2} = \dfrac{dQ}{dx_2} = 4 \cdot \dfrac{1}{2}\dfrac{1}{(2x_2)^{1/2}} \cdot 2 \Rightarrow PMg_{x_2} = \dfrac{4}{(2x_2)^{1/2}}$

Se $x_2 = 18$, então, $PMg_{x_2} = \dfrac{4}{\left[(2)(18)\right]^{1/2}} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$

Questão 5

Com respeito à teoria da produção, avalie as afirmativas:

⓪ Uma função de produção caracterizada por rendimentos marginais decrescentes dos fatores capital e trabalho não pode apresentar retornos crescentes de escala.

① Uma função de produção de proporções fixas apresenta retornos constantes de escala.

② Da mesma forma que para as funções de utilidade, operar transformações monotônicas crescentes nas funções de produção não altera os resultados da análise.

③ A convexidade das isoquantas implica que a Taxa Marginal de Substituição Técnica entre os bens seja decrescente.

④ Considere que para um baixo nível de utilização de um fator variável, seu produto marginal seja positivo e crescente. Se a partir de um certo ponto este fator apresentar produto marginal positivo e decrescente, então, a partir deste mesmo ponto, o produto médio do fator também será decrescente.

Resolução:

(0) Falso.

Os **retornos de escala** dizem respeito ao que acontece com a produção quando todos os insumos variam numa mesma proporção. É, assim, um conceito de longo prazo. Por outro lado, o **rendimento marginal decrescente** descreve o que acontece com a produção (que diminui) em resposta a um aumento

da utilização de apenas um dos insumos, mantendo-se todos os demais fixos. É, portanto, um conceito de curto prazo.

Como são conceitos diferentes, uma função pode apresentar retornos crescentes de escala e rendimentos marginais decrescentes ao mesmo tempo.

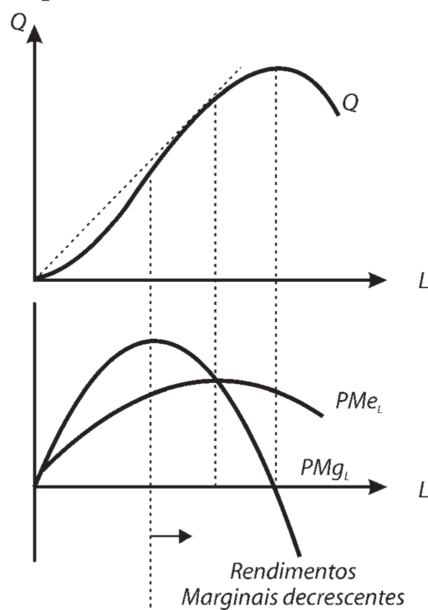
Por exemplo: Seja a função de produção $f(, x_2) = x_1^{3/4} x_2^{3/4}$.

Como a soma dos expoentes é maior do que um (6/4 > 1), a função apresenta retornos crescentes de escala.

Por outro lado, o produto marginal do insumo i, que é dado por: $PMg_i = \frac{3}{4} x_i^{-1/4} . x_j^{3/4}, i = 1,2; j \neq i$ é descrente, pois a derivada do PMgi com relação ao insumo i é negativa, ou seja:

$$\frac{PMg_i}{\partial x_i} = -\frac{3}{16} x_i^{-5/4} . x_j^{3/4} < 0, i = 1,2; j \neq i.$$

Ver item 1, questão 3, da prova da ANPEC de 2003.



(1) Falso.

Uma função de produção do tipo $Q = [Min\{aK,bL\}]^{\alpha}$ é de proporções fixas, mas não apresenta, necessariamente, retornos constantes de escala, como estamos acostumados a ver a tradicional função de produção Leontief, que tem o formato: $Q = Min\{aK,bL\}$.

No caso geral, os rendimentos podem ser crescentes, decrescentes ou constantes, dependendo do parâmetro α, como podemos perceber abaixo:

$$Q = (tK,tL) = [Min\{a(tK),b(tL)\}]^{\alpha} = t^{\alpha}[Min\{aK,bL\}]^{\alpha} = t^{\alpha}Q(K,L)$$

(2) Falso.

A Teoria do Consumidor, embora tenha muitas semelhanças, difere da Teoria da Firma em alguns pontos. Um deles diz respeito ao valor da curva de indiferença e ao da isoquanta. Na Teoria do Consumidor, que tem como base a teoria ordinal, não importa o valor em si das curvas de indiferenças, mas a ordem com que elas estão dispostas e o fato desta ordem ser preservada por uma transformação monotônica crescente. Já na Teoria da Firma, que tem como base a teoria cardinal, a quantidade produzida é relevante. Cada isoquanta mede, portanto, uma determinada quantidade de produção. Assim, uma transformação monotônica crescente, como pergunta a questão em tela, não preserva o valor de quanto uma empresa está produzindo. Por isso, a questão é Falsa.

Ver item 0, questão 5, da prova da ANPEC de 2008.

(3) Anulada.

A questão seria **verdadeira** se na frase estivesse explícita a palavra **estrita**, pois uma função de produção bem-comportada, como por exemplo a Cobb-Douglas, apresenta convexidade estrita. Isso significa que a média ponderada de duas **cestas de insumos** é estritamente preferida às duas cestas extremas. Neste caso, a Taxa marginal de Substituição técnica (inclinação da isoquanta) é decrescente, ou seja, quanto mais temos de um insumo, menos propensos estamos em abrir mão deste em troca do outro insumo (não bens).

A questão seria **falsa** da forma como está escrita, pois neste caso, como não está escrita a palavra **estrita**, haveria o contraexemplo da função de produção do tipo substitutos perfeitos, que é convexa, mas não estritamente convexa. Neste caso, a TMgST entre os insumos (não bens, como aponta a questão) é constante.

(4) Falso.

O contraexemplo é dado com uma função de produção cúbica. Quando esta muda de concavidade, atingindo o máximo da PMg, e passando a crescer a taxas decrescentes, até onde a função de produção apresenta a sua maior tan-

gente se partirmos do eixo, o Pmg é decrescente, a Pme é crescente e PMg > PMe. (Veja o gráfico no item (0)

PROVA DE 2006

Questão 3

Com respeito à Teoria da Produção, avalie as afirmativas:

⓪ A função de produção $Q(x,y) = x^{0,3} y^{1,2}$ tem rendimentos crescentes de escala e os dois fatores, *x* e *y*, estão sujeitos à lei dos rendimentos marginais decrescentes.

① A função de produção $Q(x,y) = min\{x,4y\}$, em que os preços dos fatores são fixos e estritamente positivos, apresenta um único caminho de expansão.

② Se a função de produção for $Q(x,y) = x^{0,2} y^{0,3}$, se o orçamento para produção for limitado em 100 e se $p_x = 5$ e $p_y = 10$, então no ponto ótimo de produção ter-se-á: $\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$.

③ Se a função de produção for $Q(x,y) = x^{0,2} y^{0,3}$, então o produto marginal será sempre superior ao produto médio para qualquer nível não nulo de emprego do fator variável.

④ Se a função de produção for $Q(x,y) = x + 4y + 2$ e se $p_x = 5$ e $p_y = 10$, para produzir 102 unidades a firma utilizará zero unidade de *x* e 25 unidades de *y.*

Resolução:

(0) Falso.

A função de produção $Q(x,y) = x^{0,3} y^{1,2}$ tem rendimentos crescentes de escala, pois a soma de seus expoentes é maior que 1, isto é, 0,3 + 1,2 = 1,5 > 1. Mas apenas o fator *x* está sujeito à lei dos rendimentos marginais decrescentes, uma vez que, se derivarmos a PMg_x e a PMg_y para sabermos a inclinação destas curvas, obteremos $\frac{dPMg_X}{dx} < 0,\ mas\ \frac{dPMgY}{dy} > 0$, como podemos ver nos cálculos abaixo:

$\frac{dQ}{dx} = 0,3x^{-0,7} y^{1,2} \Rightarrow \frac{d^2Q}{dx^2} = (-0,7)0,3x^{-1,7} y^{1,2} < 0 \Rightarrow$ Apresenta retornos marginais decrescente para o fator *x*.

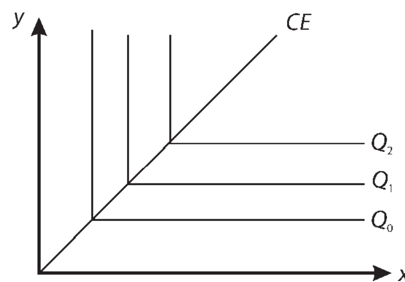
$\frac{dQ}{dy} = 1,2x^{0,3} y^{0,2} \Rightarrow \frac{d^2Q}{dy^2} = (0,2)1,2x^{0,3} y^{-0,8} > 0 \Rightarrow$ Não apresenta retornos marginais decrescentes para o fator *y.*



(1) Verdadeiro.

O caminho de expansão é o lócus dos pontos de ótimo do problema de minimização de custo da firma, quando se amplia a produção. Ou seja, assumindo como fixos os preços dos insumos, a curva mostra como os insumos variam quando a produção aumenta. O caminho de expansão é uma reta para as funções homogêneas, como é o caso das funções de elasticidade de substituição constante (CES).

Para a função Q(x,y) = min{x, 4y}, seu caminho de expansão é derivado da seguinte igualdade: $x = 4y$, onde $y = \frac{1}{4}x$ é a reta do caminho de expansão.



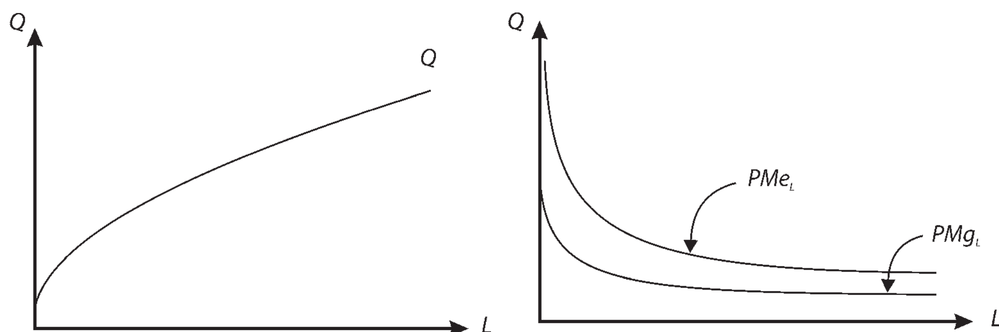
(2) Verdadeiro.

O problema dual da firma é: maximizar a função de produção $Q(x,y) = x^{0,2} y^{0,3}$ sujeita à $CT = 100$. Sabe-se que $p_x = 5$ e $p_y = 10$, logo, em equilíbrio, teremos:

$$\frac{PMg_x}{PMg_y} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow \frac{0,2x^{-0,8}y^{0,3}}{0,3x^{0,2}y^{-0,7}} = \frac{5}{10} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{4}{3}$$

(3) Falso.

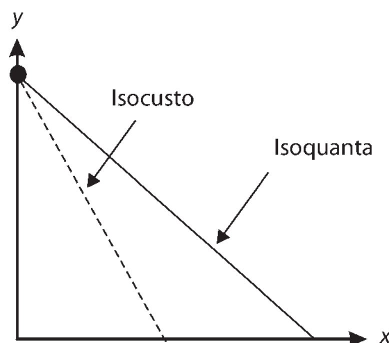
A função de produção $Q(x,y) = x^{0,2}\, y^{0,3}$ tem rendimentos decrescentes de escala, pois 0,2 + 0,3 = 0,5 < 1. Logo, a função de produção é côncava, onde se observa PMe > PMg para um dado L.



(4) Verdadeiro.

Na função de produção $Q(x,y) = x + 4y + 2$ os insumos são substitutos perfeitos, e podemos reescrevê-la como sendo $Q(x,y) - 2 = x + 4y \Rightarrow y = 25 - \frac{1}{4}x$ e notar que a TMgST = 1/4.

Por outro lado, notemos que a relação de preços é tal que: $\frac{P_X}{P_Y} > \frac{PMg_X}{PMg_Y}$. Assim, o empresário, para produzir 102 unidades de produto, escolherá: $x^* = 0 \Rightarrow y^* = 25$.



Questão 4

Com respeito à teoria dos custos, avalie as afirmativas:

⓪ O trecho decrescente da curva de custo marginal está associado à existência de rendimentos marginais crescentes do fator variável.

① No curto prazo, para o nível de produção *q*, a integral da função de custo marginal de *0* a *q*, de uma firma, indica o valor do custo variável total da produção de *q* unidades.

② A existência de uma curva de aprendizagem significa que a quantidade de fatores requeridos por unidade de produto declina em função do aumento de produção acumulada da empresa.

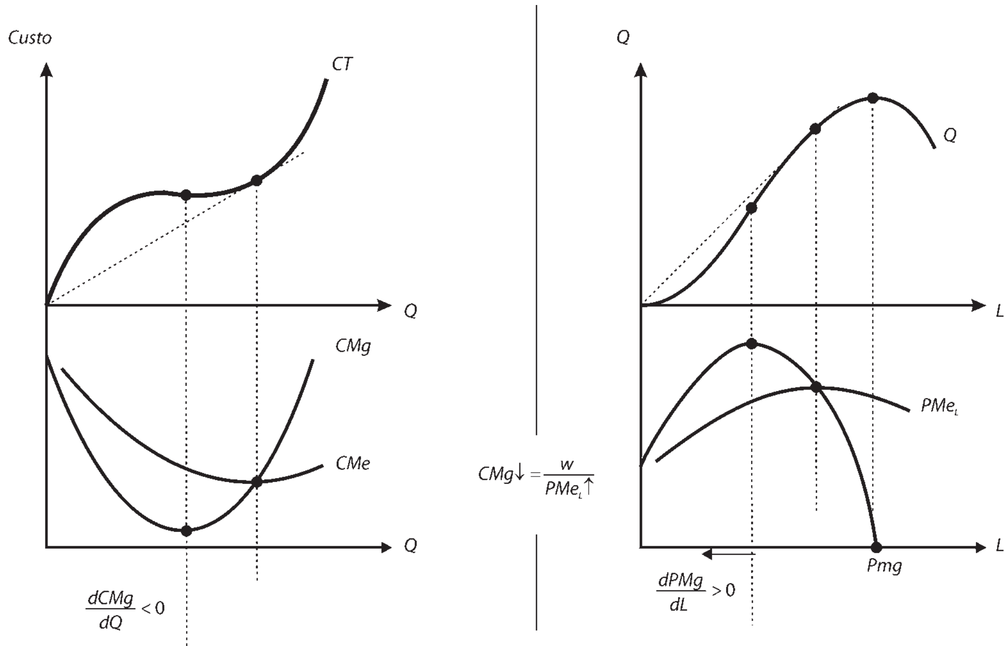
③ Dada a quantidade produzida, se a elasticidade do custo em relação à produção for maior que a unidade, na margem, um aumento de produção reduzirá o custo médio.

④ No monopólio natural, o custo marginal é superior ao custo médio e o custo médio é declinante em toda a amplitude relevante de produção.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Pela dualidade entre as duas curvas, $CMg = \frac{w}{PMg}$ podemos dizer que a resposta está correta.



(1) Verdadeiro.

O custo total da empresa pode ser escrito como a soma dos custos fixos e dos custos variáveis: $CT(Q) = CF + CV(Q)$.

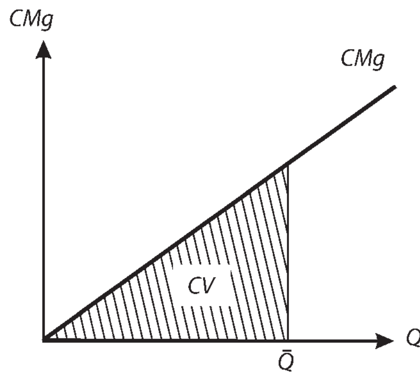
No curto prazo (CP), o capital é fixo $(\overline{K})$, logo, a função de custo marginal de CP é dada pela derivada do custo total de CP em relação a Q: $CT_{CP}(\overline{K}) \Rightarrow \frac{dCT}{dQ} = CMg$.

Logo, a integral da parte de baixo da curva de custo marginal representa, justamente, os custos variáveis da firma, isto é:

$$\int_0^{\overline{Q}} CMg = CV$$

Exemplo: $CT_{CP}(\overline{K}) \Rightarrow \frac{dCT}{dQ} = CMg = 2Q$

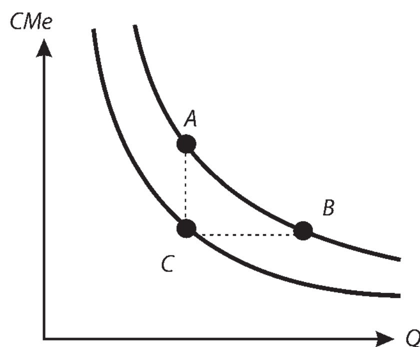
$$\int_0^{\bar{Q}} CMg = CV \Rightarrow \int_0^{\bar{Q}} \frac{2}{2} Q^2 \Big|_0^{\bar{Q}} = Q^2 - 0^2 = Q^2 = CV$$



(2) Verdadeiro.

De acordo com Pindick & Rubinfeld, Capítulo 7, item 7.6, o custo médio de produção (CMe) pode apresentar uma redução no decorrer do tempo, caso os trabalhadores de uma empresa **aprendam** como produzir com mais eficiência (*learning by doing*). Portanto, o CMe é uma função decrescente da produção. Neste caso, observa-se uma queda nas horas trabalhadas destes funcionários para produzir uma unidade do produto (PMe aumenta) à medida que a produção acumulada aumenta.

No gráfico abaixo, o deslocamento de A para C indica **o aprendizado** dos funcionários da empresa. Já o deslocamento de A para B indica as economias de escala.



(3) Falso.

A elasticidade do custo em relação à produção é dada por $\theta = \frac{\Delta\%CT}{\Delta\%Q}$. Se θ > 1 significa que se houver um aumento percentual de 10% na produção, o

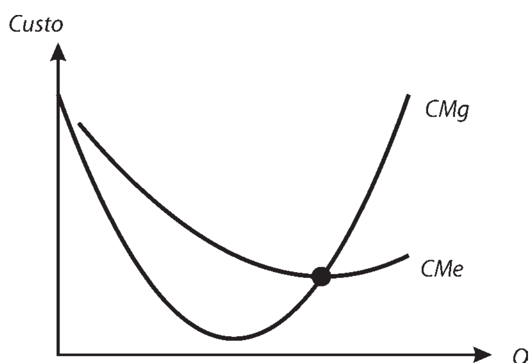
aumento percentual dos custos totais é maior. Isso posto, estamos diante de uma situação em que a curva de CT cresce a taxas crescentes. Assim, um aumento na produção, aumenta o CMe.

Repare que $\theta = \frac{dCT}{dQ}\frac{Q}{CT} = \frac{CMg}{CMe}$.

Se $\theta > 1 \Rightarrow$ CMg > CMe

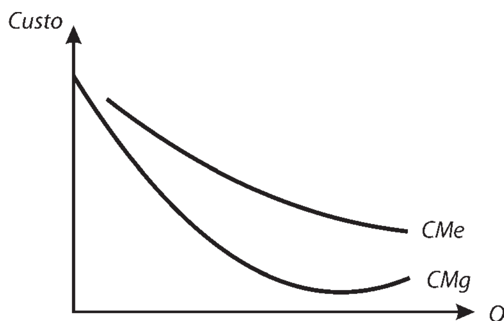
Se $\theta < 1 \Rightarrow$ CMg < CMe

Se $\theta = 1 \Rightarrow$ CMg = CMe



(4) Falso.

Uma firma em monopólio natural tem seu ponto de maximização de lucro na parte decrescente da sua curva de custo médio. Isso porque os custos fixos são tão elevados que a curva de custo demora a chegar ao nível de **escala mínima de eficiência** (ponto de mínimo da curva de CMe). Por isso, a demanda de mercado **corta** esta curva na parte que ela ainda é decrescente. Estas empresas têm economias de escala. Dessa forma, a curva de CMg é inferior à curva de CMe.



PROVA DE 2007

Questão 4

Com relação à teoria da produção, julgue as proposições:

⓪ Na função de produção $f(z_1, z_2) = z_1^2\sqrt{z_2}$ os retornos de escala são constantes.

① Na função de produção $f(z_1, z_2) = \ln(z_1) + \ln(z_2)$, sendo w_1 e w_2 os preços dos fatores e y a produção, a demanda condicional do fator z_1 é $\sqrt{w_1/w_2}\exp(y/2)$.

② A uma função de produção homogênea de grau a, tal que a > 1, corresponderá uma curva de custo médio decrescente.

③ Supondo uma função de produção Cobb-Douglas, pode-se afirmar que, no ponto de custo mínimo de produção, a curva de isocusto é tangente à isoquanta.

④ Dados os preços dos fatores $w_1 = 3$ e $w_2 = 1$ e a função de produção $f(z_1, z_2) = \sqrt[4]{z_1^3 z_2}$, no ponto de custo mínimo igual a 16, a produção será igual a 4.

Resolução:

(0) Falso.

Os rendimentos de escala descrevem o que acontece com o produto quando se aumenta todos os insumos na mesma proporção. Para analisar o grau de homogeneidade da função de produção, podemos multiplicar todos os insumos por *t*, para todo *t* > 0.

$f(tz_1, tz_2) = (t^2 z_1^2\sqrt{tz_2}) = t^2\sqrt{t}(z_1^2\sqrt{z_2}) = t^{5/2}(z_1^2\sqrt{z_2}) \Rightarrow$ Para *t>1*, como o grau de t é 5/2 > 1, então, esta função de produção apresenta retornos crescentes de escala.

(1) Falso.

A Taxa marginal de Substituição técnica (TMgST) da função de produção $f(z_1,z_2) = \ln(z_1) + \ln(z_2)$ é dada por: $TMgST = \frac{f_{Z_1}}{f_{Z_2}} = \frac{z_2}{z_1}$.

Em equilíbrio $\frac{z_2}{z_1} = \frac{w_1}{w_2} \Rightarrow z_2 = \frac{w_1}{w_2} z_1 \Rightarrow$ (1).

Substituindo (1) na função de produção, obtemos a demanda condicional do fator 1:

$$y = f(z_2(z_1), z_1) = \ln(z_1) + \ln\left(\frac{w_1}{w_2} z_1\right) \Rightarrow y = \ln\left(\frac{w_1}{w_2} z_1^2\right) \Rightarrow z_1^* = \sqrt{\frac{w_2}{w_1} e^{y/2}}$$

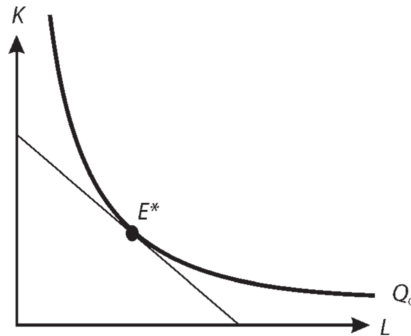
(2) Verdadeiro.

A função de produção Cobb-Douglas $Q = K^{\alpha}L^{\beta}$ é um exemplo de função de produção homogênea de grau $\alpha + \beta$.

Se $\alpha + \beta > 1$, a função apresenta rendimentos crescentes de escala. Por dualidade entre as funções de produção e de custo, à medida que a quantidade produzida aumenta, o custo médio cai, isto é, quando há rendimentos crescentes na função de produção, há economias de escala na função custo.

(3) Verdadeiro.

Para uma função estritamente convexa, como é o caso da Cobb-Douglas, no ponto de custo mínimo de produção, a curva de isocusto é tangente à isoquanta.



(4) Verdadeiro.

Sejam os dados do problema: $f(z_1, z_2) = \sqrt[4]{z_1^3 z_2}$ $w_1 = 3$ e $w_2 = 1$. Pela condição de primeira ordem, sabe-se que a razão das produtividades marginais entre Z_1 e Z_2 se igualam à relação de seus custos, W_1 e W_2, da seguinte forma:

$$TMgST_{z_2 \to z_1} = \frac{PMg_{z_1}}{PMg_{z_2}} = \frac{w_1}{w_2}$$

$$TMgST_{z_2 \to z_1} = \frac{PMg_{z_1}}{PMg_{z_2}} = \frac{w_1}{w_2} \Rightarrow \frac{\frac{3}{4} z_1^{-1/4} z_2^{1/4}}{\frac{1}{4} z_1^{3/4} z_2^{-3/4}} = 3 \Rightarrow \frac{3z_2}{z_1} = 3 \Rightarrow z_1 = z_2$$

Desta última relação, substitua Z_1 por Z_2 na função custo total, da seguinte forma:

$$CT = w_1 z_2 + w_2 z_2 \Rightarrow 16 = 3z_2 + 1z_2$$
$$\Rightarrow z_2^* = 4$$
$$\Rightarrow z_1^* = 4$$

Uma vez de posse das quantidades ótimas de insumos, substitua estes valores na função de produção dada no problema e encontre o nível ótimo de produção:

$$f(z_1, z_2) = \sqrt[4]{z_1^3 z_2} \Rightarrow Q = \left(4^{3/4}\right)\left(4^{1/4}\right) = 4$$

Questão 5

Julgue as proposições:

⓪ A função de produção ESC (Elasticidade de Substituição Constante), definida como $Q = A[\delta K^{-\rho} + (1 - \rho)L^{-\rho}]^{-1/\rho}$ (com A > 0; 0 < δ < 1; ρ > –1), tende a uma Cobb-Douglas quando ρ tende a zero.

① Um caminho de expansão linear é característica da função de produção Cobb-Douglas apenas se a soma de seus expoentes for igual a 1.

② A função de produção ESC (elasticidade de substituição constante), definida como $Q = A[\delta K^{-\rho} + (1 - \delta)L^{-\rho}]^{-V/\rho}$ (com A > 0; 0 < δ < 1; ρ > –1 e V > 0) apresenta retornos constantes de escala.

③ A função Cobb-Douglas tem as seguintes propriedades: é homogênea, sendo o grau de homogeneidade dado pela soma dos expoentes; e suas isoquantas são negativamente inclinadas e estritamente convexas para valores positivos dos fatores K (capital) e L (trabalho).

④ A função Cobb-Douglas satisfaz o Teorema de Euler, que afirma que (K × PMgK) + (L × PMgL) = Q, em que PMgK é a produtividade marginal do capital, PMgL é a produtividade marginal do trabalho, K é a quantidade de capital aplicada à produção, L é a quantidade de trabalho aplicada à produção e Q é a quantidade produzida.

Resolução:

Uma função de produção CES (Elasticidade de Substituição Constante), pode ser apresentada, de forma geral, no seguinte formato $\Rightarrow Q = \left[a_1 k^{\rho} + a_2 L^{\rho}\right]^{\varepsilon/\rho}$. Em equilíbrio, a Taxa Marginal de Substituição Técnica é igual à razão entre as produtividades marginais dos fatores, ou seja, $TMgST = \dfrac{PMg_L}{PMg_K} = \dfrac{a_1}{a_2}\left(\dfrac{K}{L}\right)^{1-\rho}$.

Para encontrar a elasticidade de substituição entre os fatores, σ, podemos tirar o Ln da equação acima e derivarmos da seguinte forma:

$$\ln TMgT = \ln\left(\frac{a_1}{a_2}\right) + (1-\rho)\ln\left(\frac{K}{L}\right)$$

$$\ln\left(\frac{K}{L}\right) = \frac{1}{(1-\rho)}\ln TMgT - \frac{1}{1-\rho}\ln\left(\frac{a_1}{a_2}\right)$$

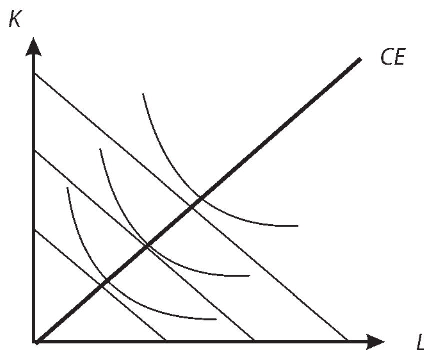
$$\sigma = \frac{d\ln\left(\frac{K}{L}\right)}{d\ln TMgT} = \frac{1}{1-\rho}$$

(0) Verdadeiro.

Pela fórmula $\sigma = \frac{1}{1-\rho}$, quando $\rho = 0$, $\sigma = 1$ e a função de produção CES têm o comportamento de uma função de produção Cobb-Douglas.

(1) Falso.

O caminho de expansão é o lócus de equilíbrio do problema de minimização de custo da firma, quando se amplia a produção. Ou seja, assumindo como fixos os preços dos insumos, a curva mostra como os insumos variam quando a produção aumenta. O caminho de expansão é uma reta para as funções homogêneas, como é o caso das funções de elasticidade de substituição constante (CES). Como a função Cobb-Douglas é um caso particular da função da CES, a curva de expansão será uma reta independentemente da soma de expoentes α e β ($Q = K^{\alpha}L^{\beta}$). Portanto, não é apenas quando $\alpha + \beta = 1$, como questiona o item.



(2) Falso.

O formato geral da CES é $F(K,L) = A[aK^{\rho} + bL^{\rho}]^{\varepsilon/\rho}$, onde A > 0, $\rho \leq 1$, $\rho \neq 0$, $\varepsilon > 0$, apresenta:

- Rendimentos constantes de escala quando $\varepsilon = 1$.
- Rendimentos crescentes de escala quando $\varepsilon > 1$.
- Rendimentos decrescentes de escala quando $\varepsilon < 1$.

A letra "V", expressa na equação CES dada no enunciado, é a variável que expressa os rendimentos de escala. Se V é maior que zero, a função pode apresentar qualquer tipo de rendimento. Portanto, nada pode ser afirmado.

(3) Verdadeiro.

$Q = K^{\alpha}L^{\beta}$ é uma função homogênea de grau $(\alpha + \beta)$. Além disso, é uma função bem-comportada, que gera isoquantas negativamente inclinadas e estritamente convexas para valores positivos dos fatores K (capital) e L (trabalho), pois a TMgST é decrescente.

(4) Falso.

De acordo com o Teorema de Euler "se uma função $f(x_1, x_2 ..., x_n)$ é uma função homogênea de grau M, isto é, se $f(tx_1, tx_2 ..., tx_n) = t^M f(x_1, x_2 ..., x_n)\ \forall t > 0$, então pode-ser escrever $f_1x_1 + f_2x_2 ... + f_nx_n = Mf(x_1, x_2 ..., x_n)$".

Adaptando a questão, temos $x_1 = K, f_1 = \dfrac{df}{dx_1} = PMg_K,\ x_2 = L,\ e\ f_2 = \dfrac{df}{dx_1} = PMg_L$.

Assim: $KPMg_K + LPMg_L = (\alpha + \beta)f(K,L)$. A afirmação só estaria correta, portanto, no caso particular em que $(\alpha + \beta) = 1$, que é o caso de haver retornos constantes de escala. Assim, a questão é Falsa.

PROVA DE 2008

Questão 5

Considere a tecnologia representada pela função de produção f (K, L) = $(\frac{1}{2}K^{-\rho} + \frac{1}{2}L^{-\rho})^{-1/\rho}$, em que $\rho \geq -1$ e K, L > 0. Julgue as afirmações:

⓪ Essa tecnologia é também representada pela função $F(K, L) = \log[f(k,l)] + 35$.

① Essa tecnologia possui retornos constantes de escala.

② ρ denota a elasticidade de substituição.

③ Se ρ tende para infinito, então f (K, L) tende para uma função de produção Cobb-Douglas.

④ Se ρ tende para zero, então f (K, L) tende para uma função de produção Leontief, ou de proporções fixas.

Resolução:

(0) Falso.

A Teoria do Consumidor, embora tenha muitas semelhanças, difere da Teoria da Firma em alguns pontos. Um deles diz respeito ao valor da curva de indiferença e ao da isoquanta. Na Teoria do Consumidor, que tem como base a teoria ordinal, não importa o valor em si das curvas de indiferenças, mas a ordem com que elas estão dispostas e o fato desta ordem ser preservada por uma transformação monotônica crescente. Já na Teoria da Firma, que tem como base a teoria cardinal, a quantidade produzida é relevante. Cada isoquanta mede, portanto, uma determinada quantidade de produção. Assim, uma transformação monotônica crescente, como pergunta a questão em tela, não preserva o valor de quanto uma empresa está produzindo. Por isso, a questão é falsa.

Esta questão é para testar se o aluno compreendeu esta importante diferença entre as ditas teorias.

Ver item (2), questão 5, da prova da ANPEC de 2005.

(1) Verdadeiro.

A função de produção de CES (elasticidade de substituição constante) pode ser apresentada no seguinte formato genérico: $F(K,L) = A[aK^{\rho} + bL^{\rho}]^{\varepsilon/\rho}$, onde $A > 0$, $\rho \leq 1$, $\rho \neq 0$, $\varepsilon > 0$. Às vezes, $\alpha = \beta$ e $b = (1 - \beta)$, que se refere a uma distribuição de pesos para indicar a significância relativa dos fatores de produção.

A função CES apresenta:

- Rendimentos constantes de escala, quando $\varepsilon = 1$.
- Rendimentos crescentes de escala, quando $\varepsilon > 1$.
- Rendimentos decrescentes de escala, quando $\varepsilon < 1$.

Como a função desta questão apresenta $\varepsilon = 1$, então a função apresenta rendimentos constantes de escala.

(2) Falso.

Em equilíbrio, a Taxa Marginal de Substituição Técnica é igual à razão entre as produtividades marginais dos fatores, ou seja, $TMgST = \frac{PMg_L}{PMg_K} = \frac{a}{b}\left(\frac{K}{L}\right)^{1-\rho}$.

Para encontrar a elasticidade de substituição entre os fatores, σ, pode-se fazer:

$$\ln A + \ln\left[\frac{K}{L}\right] = \left(\frac{1}{1-\rho}\right)\ln TMgST$$

$$\sigma = \frac{d\ln\frac{K}{L}}{d\ln TMgST} = \frac{1}{1-\rho}$$

A função CES apresenta:

- $\rho = 0$, σ = 1, a função CES converge para uma Cobb-Douglas.
- $\rho = 1$, σ → ∞ ⇒ a função CES converge para uma função substitutos perfeitos.
- $\rho \to -\infty$, σ = 0 ⇒ a função CES converge para uma função complementares perfeitos.

Além disso:

$$\sigma = \frac{1}{1-\rho}$$ ⇒ σ denota a elasticidade de substituição, e não ρ.

(3) Falso.

Ver item (2) acima.

(4) Falso.

Ver item (2) acima.

Questão 6

De acordo com a teoria dos custos de produção, julgue as afirmações:

⓪ O custo de oportunidade do uso de um recurso econômico no longo prazo não precisa ser igual ao custo de oportunidade de seu uso no curto prazo.

① Custo de oportunidade é um conceito absoluto, e não relativo.

② Se a função de produção de uma firma é f (K, L) = K + L, em que K é capital e L trabalho e se r > 0 e w > 0 são, respectivamente, o custo de oportunidade do capital e do trabalho, então a função custo é c(r, w, q) = q min{r, w}.

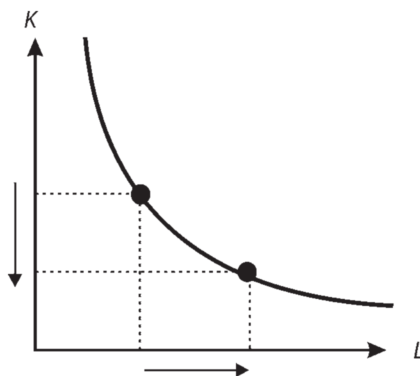
③ Se a função de produção de uma firma é f (K, L) = min{K, L}, em que K é capital e L trabalho e se o custo de oportunidade do capital é r > 0 e o do trabalho é w > 0, então o custo marginal de cada unidade de produto é r + w.

④ Se a função custo de uma empresa é $C(q_x, q_y)$, em que q_x é a quantidade produzida de x e q_y é a quantidade produzida de y e se C(10,100) = 220, C(0,100) = 160 e C(10,0) = 70, então a empresa não usufrui de economias de escopo ao produzir 10 unidades de x e 100 unidades de y.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

O custo de oportunidade da firma, no caso de Teoria da Firma, é medido pela Taxa Marginal de Substituição Técnica entre os insumos, $TMgST_{K \to L}$. Isto é, para o empresário aumentar a contratação de uma unidade adicional de L, quanto de K ele terá que abdicar?



No curto prazo (CP), como o capital é fixo ($\overline{K}$), o empresário não tem tanta mobilidade quanto no longo prazo (LP), quando todos os insumos podem variar. Assim, o custo de oportunidade de CP, além de não precisar ser igual ao de longo prazo (como afirma a questão), em geral é maior do que o custo de oportunidade no LP.

(1) Falso.

O custo de oportunidade, por definição, é um conceito relativo. Além disso, como visto no item anterior, tal custo depende do tempo em que nos referimos: se curto ou longo prazo.

(2) Verdadeiro.

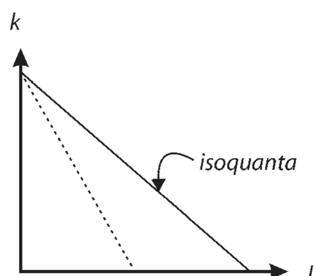
$f(K, L) = aK + bL \Rightarrow$ substitutos perfeitos com retornos constantes de escala.[3] Logo, a isoquanta é dada por: $K = \frac{Q}{a} - \frac{b}{a}L$. Assim, a Taxa Marginal de Substituição Técnica é dada por: $TMgST = \frac{b}{a}$.

Em equilíbrio, $TMgST$ é igual à razão entre os preços dos insumos: Logo, temos: $TMgST = \frac{w}{r}$.

Como no caso desta questão $\frac{b}{a} = 1 \Rightarrow TMgST = 1 \Rightarrow 1 = \frac{w}{r}$.

Se $w > r \Rightarrow L^* = 0 \Rightarrow K^* = \frac{Q}{a}$

Se $w < r \Rightarrow L^* = \frac{Q}{b} \Rightarrow K^* = 0$



A curva de custo total é obtida por meio da soma dos custos da empresa referentes ao capital, rK, e ao trabalho, wL, isto é: $CT = rK + wL$.

Se $w > r \Rightarrow L^* = 0 \Rightarrow K^* = \frac{Q}{a} \Rightarrow CT_1 = r\frac{Q}{a} + w(0) \Rightarrow CT_1 = r\frac{Q}{a}$

Se $w < r \Rightarrow L^* = \frac{Q}{b} \Rightarrow K^* = 0 \Rightarrow CT_2 = r(0) + w\frac{Q}{b} \Rightarrow CT_2 = w\frac{Q}{b}$

Como $a = b = 1 \Rightarrow CT = Q.Min\{r, w\}$

[3] De forma geral, uma função de substitutos perfeitos pode apresentar retornos constantes, crescentes ou decrescentes. Tudo dependerá do grau de ε, se igual, maior ou entre zero e um: $f(K,L) = (aK+bL)^{\varepsilon}$.

(3) Verdadeiro.

$Q = \text{Min}\{aK, bL\} \Rightarrow$ Solução: $aK = bL$

$Q = aK$

$Q = bL$

$$\Rightarrow CT^{*} = wL + rK \Rightarrow CT = w\frac{Q}{b} + r\frac{Q}{a} = Q\left(\frac{w}{a} + \frac{r}{b}\right)$$

Como a função de custo marginal é dada pela derivada da função custo total em relação a Q, então:

$$\frac{dCT}{dQ} = CMg = \left(\frac{w}{a} + \frac{r}{b}\right)$$

(4) Falso.

Economia de escopo ocorre quando o custo de produção de uma firma multiproduto é menor se ela produzir os bens em conjunto do que se ela produzi-los em separado. Em outras palavras, imagine o caso de dois bens. Há economia de escopo se a inequação abaixo ocorrer:

$$CT(q_x, q_y) < CT(q_x) + CT(q_y)$$

No caso dos valores desta questão, o custo total da produção conjunto é dado por: $CT(q_x, q_y) = 220$. Já os custos de produção de cada bem são de: $CT(q_x) = 160$ e $CT(q_y) = 70$.

Como 160 + 70 = 230 > 220, há economia de escopo na produção de x e y.

Para medir o grau da economia de escopo (GES), faça o seguinte cálculo:

$$GES = \frac{CT(q_x) + CT(q_y) - CT(q_x, q_y)}{CT(q_x, q_y)} = \frac{160 + 70 - 220}{220} = \frac{230 - 220}{220} = 0{,}045$$

Se GES > 0, há economia de escopo e, no caso, de grau 0,045.

Se GES < 0, não há economia de escopo.

PROVA DE 2009

Questão 4

Seja $Q = k^{\alpha}L^{1-\alpha}$ uma função de produção Cobb-Douglas. Julgue as afirmativas a seguir:

⓪ A demanda condicional pelo fator trabalho é $L^* = Q$.

① Supondo que a quantidade produzida seja de *3* unidades, a remuneração do trabalho igual a *1*, a remuneração do capital igual a *1* e que $\alpha = 0{,}5$, temos que a quantidade de trabalho demandada é igual a *3*.

② No longo prazo, a função custo associada a esta função de produção é do tipo ESC (Elasticidade de Substituição Constante), sendo que a elasticidade de substituição entre os fatores é *0,25*.

③ Supondo os mesmos dados do item ①, temos que o custo total de produção é *6* (seis).

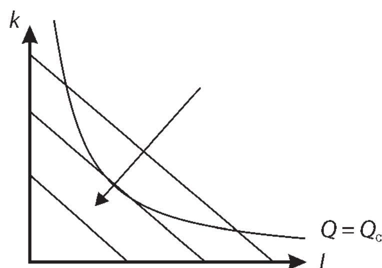
④ Esta função de produção, no curto prazo, supondo que o capital seja fixo, possui um custo marginal decrescente em relação à quantidade de capital.

Resolução:

(0) Falso.

Mesmo sem fazer conta alguma, já sabemos que a questão é falsa, pois uma função Cobb-Douglas não tem a demanda por L igual ao produto.

Para encontrar a demanda condicional do fator trabalho, L*, é necessário resolver o problema da firma, qual seja: minimizar o custo total dado por $CT = wL + rK$, sujeito a $\overline{Q} = K^{\alpha}L^{1-\alpha}$.



Seja, então, a função de Lagrange para este problema: $L = [wL + rK] + \lambda(\overline{Q} - K^{\alpha}L^{1-\alpha})$..

Condições de primeira ordem são:

$$(1)\frac{dL}{dL}=0\Rightarrow w=\lambda(1-\alpha)\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}$$
$$(2)\frac{dL}{dK}=0\Rightarrow r=\lambda\alpha\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha-1}$$
$$(3)\frac{dL}{d\lambda}=0\Rightarrow Q=K^{\alpha}L^{\alpha-1}$$

Em equilíbrio, a Taxa Marginal de Substituição Técnica é igual à razão entre os preços dos insumos,[4] ou seja, $TMgST=\frac{w}{r}$. Assim: $\frac{w}{r}=\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\frac{K}{L}(4)$.

Logo, podemos explicitar K em (4) e tê-lo em função de L, da seguinte forma: $K=\frac{w}{r}\frac{\alpha}{(1-\alpha)}L$. Esta é a curva (reta, caminho) de expansão.

De (4) em (3):

$$Q=\left(\frac{w}{r}\frac{\alpha}{(1-\alpha)}L\right)^{\alpha}L^{1-\alpha}$$
$$Q=\left(\frac{w}{r}\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)^{\alpha}L$$
$$L^*=\left[\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\frac{r}{w}\right]^{\alpha}Q$$

(1) Verdadeiro.

Se $Q = 3$, $w = 1$, $r = 1$e $\alpha=\frac{1}{2}$, pela equação identificada no item (0) anterior, temos: $L^*=\left[\frac{(1-\frac{1}{2})}{\frac{1}{2}}\frac{1}{1}\right]^{1/2}3=3.$

[4] Vale ressaltar que, assim como na Teoria do Consumidor em que de forma geral a curva de indiferença é negativamente inclinada, a isoquanta é também negativamente inclinada. Assim, há livros (Walter Nicholson e Mas-Colell) que definem a TMgS ou a TMgST como sendo o negativo da derivada da curva. Há outros (como o Varian), no entanto, que preferem definir tais taxas como sendo a derivada da curva que é, portanto, negativa. Aqui estaremos utilizando a primeira definição.

(2) Falso.

De modo geral, a função de elasticidade de substituição constante (CES) pode ser apresentada no seguinte formato $\Rightarrow F(K,L) = A[aK^{\rho} + bL^{\rho}]^{\varepsilon/\rho}$, onde A > 0, $\rho \leq 1$, $\rho \neq 0$, $\varepsilon > 0$, ε representa o grau da homogeneidade da função. Se ε > 1, há rendimentos crescentes de escala. Se ε < 1, há rendimentos decrescentes de escala. Se ε = 1, há rendimentos constantes de escala.

Para mostrar que a função Cobb-Douglas é um caso particular da CES, verifiquemos, inicialmente, que, em equilíbrio, a Taxa Marginal de Substituição Técnica é igual à razão entre as produtividades marginais dos fatores, ou seja: $TMgT = \dfrac{PMg_L}{PMg_K}$.

$$TMgT = \frac{PMg_L}{PMg_K} = \frac{\frac{1}{\rho}}{\frac{1}{\rho}} \frac{(a_1 L^{\rho} + a_2 K^{\rho})}{(a_1 L^{\rho} + a_2 K^{\rho})} \frac{a_1 L^{\rho-1}}{a_2 K^{\sigma-1}} = \frac{a_1}{a_2}\left(\frac{K}{L}\right)^{1-\rho}.$$

Por definição, a elasticidade de substituição entre os fatores σ é:

$$\sigma = \frac{d \ln\left(\frac{K}{L}\right)}{d \ln TMgT} = \frac{1}{1-\rho}$$

Para encontrá-la, linearizemos a função da TMgST e coloquemos em função de $\ln\left(\frac{K}{L}\right)$, da seguinte forma:

$$\ln TMgT = \ln\left(\frac{a_1}{a_2}\right) + (1-\rho)\ln\left(\frac{K}{L}\right)$$

$$\ln\left(\frac{K}{L}\right) = \frac{1}{(1-\rho)} \ln TMgT - \frac{1}{1-\rho} \ln\left(\frac{a_1}{a_2}\right)$$

E, agora, basta fazermos a derivada do lado esquerdo da função acima com relação ao Ln da TMgST.

Desse modo, teremos:

$$\sigma = \frac{d\ln\left(\frac{K}{L}\right)}{d\ln TMgT} = \frac{1}{1-\rho}$$

Quando $\rho \rightarrow 0$ a elasticidade de substituição da função CES converge para 1, que é a mesma elasticidade de substituição de uma função Cobb-Douglas.

(3) Verdadeiro.

Já temos do item ①, L* = 3. Para encontrar o custo total, precisamos encontrar o K*, pois CT = wL*+rK*, onde CT* = (1)(3) + (1)(K*).

De ⟨3⟩ em ⟨4⟩:

$$Q = K^{\alpha}\left[\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\frac{r}{w}\right]^{1-\alpha} K^{1-\alpha} \Rightarrow Q = \left[\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\frac{r}{w}\right]^{1-\alpha} K \Rightarrow K^{*} = \left[\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\frac{r}{w}\right]^{1-\alpha} Q$$

$$K^{*} = \left[\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{1}\right)\right]^{1/2} 3 = 3$$

Assim, o custo total será dado por: $CT = wL + rK \Rightarrow [(1)(3)] + [(1)(3)] = 6$

(4) Verdadeiro.

$$CT_{CP}(\overline{K}) = wL^{*} + rK_{1}$$

Como

$$Q = K_{1}^{\alpha}L^{1-\alpha} \Rightarrow L^{1-\alpha} = QK_{1}^{-\alpha} \Rightarrow L^{*} = (QK_{1}^{-\alpha})^{1/(1-\alpha)} \Rightarrow CT_{CP}(\overline{K}) = wL^{*} + r\left[\frac{Q}{K_{1}}\right]^{1/(1-\alpha)}$$

$$\frac{dCT_{CP}}{dK} = w\frac{1}{(1-\alpha)}Q^{\alpha/(1-\alpha)}\frac{1}{K^{\alpha}} < 0 \Rightarrow K \uparrow CMg_{CP} \downarrow$$

PROVA DE 2010

Questão 6

Uma empresa produzindo bolas de futebol possui função de produção $Q = 2\sqrt{KL}$. Suponha que no curto prazo a quantidade de capital é fixa em $K = 100$, e seja L a quantidade de trabalho. Responda V ou F às seguintes alternativas:

⓪ A função custo marginal de curto prazo é igual a $CMg_{CP} = \frac{wQ}{400}$, em que w é a remuneração do capital e L a quantidade de trabalho;

① A função custo médio de curto prazo é dada por $CMe_{CP} = \frac{100r}{Q} + \frac{wQ}{400}$;

② No curto prazo, a curva de custo fixo médio é decrescente;

③ Esta função de produção possui produto marginal decrescente para o trabalho;

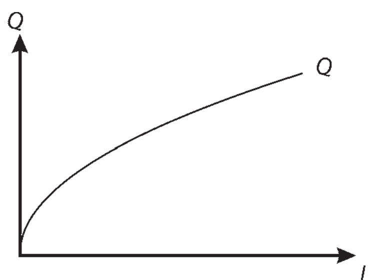
④ Esta função de produção possui retornos constantes de escala.

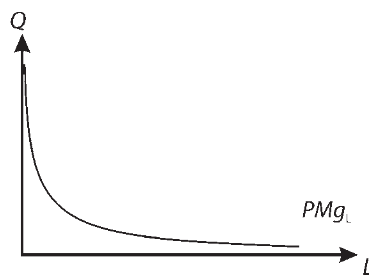
Resolução:

O valor do capital fixo de curto prazo (CP) é $100 \Rightarrow \overline{K} = 100$. Logo, substituindo $\overline{K}$ na função de produção, temos: $Q = 2\sqrt{KL} \Rightarrow Q = 2\sqrt{100L} \Rightarrow Q = 20\sqrt{L}$. Assim: $L^* = \frac{Q^2}{400}$.

A curva de custo total de curto prazo, $CT_{CP}(\overline{K})$, é obtida por meio da soma dos custos da empresa referentes ao capital fixo, $\overline{K}r$, e ao trabalho, Lw, isto é: $CT_{CP}(\overline{K}) = \overline{K}r + Lw$. Esta equação representa as famílias de curvas de custos totais no curto prazo para $\overline{K}$.

Substituindo $\overline{K}$ = 100 e L, temos: $CT_{CP}(\overline{K} = 100) = r100 + w\frac{Q^2}{400}$.





(0) Falso.

A função de custo marginal de CP é dada pela derivada do custo total de CP em relação a Q, isto é:

$$CMg_{CP} = \frac{dCT_{CP}}{dQ} \Rightarrow CMg_{CP} = \frac{2wQ}{400} \Rightarrow CMg_{CP} = \frac{wQ}{200}.$$

(1) Verdadeiro.

A função de custo médio de CP é dada pelo quociente entre o custo total de CP e Q, isto é:

$$CMe_{CP} = \frac{CT_{CP}(\overline{K})}{Q} \Rightarrow CMe_{CP} = \frac{100r}{Q} + \frac{wQ}{400}$$

(2) Verdadeiro.

A curva de custo fixo médio, a curto prazo, é dada pelo quociente entre o custo fixo (CF) e Q, isto é: $CFM_{CP} = \frac{CF}{Q} = \frac{100r}{Q}$.

A curva de custo fixo média é decrescente se $\frac{dCFM_{CP}}{dQ} < 0$. De fato, $\Rightarrow \frac{dCFM_{CP}}{dQ} = -\frac{(100r)}{Q^2} < 0$.

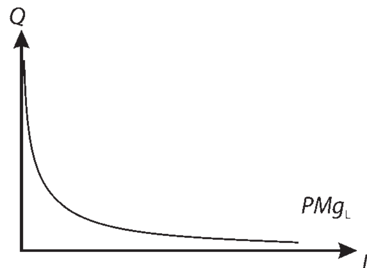
(3) Verdadeiro.

O produto marginal para o trabalho é dado pela derivada da função de produção em relação a L, isto é: $PMg_L = \frac{dQ}{dL}$.

Como $Q = 20\sqrt{L}$, temos $PMg_L = \frac{dQ}{dL} = 20\frac{1}{2}L^{-1/2} \Rightarrow PMg = \frac{10}{\sqrt{L}}$.

O produto marginal do trabalho é decrescente se $\frac{dPMg_L}{dL} < 0$. De fato,

$$\Rightarrow \frac{dPMg_L}{dL} = -\frac{10\frac{1}{2}L^{-1/2}}{\sqrt{L}} = -\frac{5}{L} < 0$$



(4) Verdadeiro.

De forma geral, dada a função de produção Cobb-Douglas $Q = K^{\alpha} L^{\beta}$, a soma dos parâmetros α e β determinará se a função de produção tem rendimentos constantes, decrescentes ou crescentes de escala.

Se $\alpha + \beta = 1$, como é o caso, a firma tem rendimentos constantes de escala. Assim, se, por exemplo, duplicarmos os fatores de produção K e L, a produção também será duplicada. Para verificarmos, notemos que a função de produção da questão, $Q = 2\sqrt{KL}$, pode ser reescrita da seguinte forma: $Q = 2K^{1/2}L^{1/2}$. Logo, ½+ ½=1.

Se $\alpha + \beta > 1$, a firma terá rendimentos crescentes de escala.

Se $\alpha + \beta < 1$, a firma terá rendimentos decrescentes de escala.

PROVA DE 2011

Questão 3

Sobre a Teoria da Produção analise as alternativas abaixo:

⓪ A função de produção que exibe retornos constantes de escala é uma função homogênea do grau 0.

① Suponha uma função de produção do tipo Cobb-Douglas, sendo os coeficientes técnicos a e b, tal que a+b>1. A elasticidade de substituição desta função também é superior à unidade.

② Suponha uma função de produção do tipo CES, definida da seguinte forma: $q = f(k,l) = \left[k^{\rho} + l^{\rho}\right]^{\gamma/\rho}$. A elasticidade de substituição referente a essa função é definida por: $\sigma = \frac{1}{1-\gamma}$.

③ Suponha que $\pi(.)$ é a função lucro do conjunto de produção Y e que y(.) é a correspondência de oferta associada. Suponha também que Y é fechado e satisfaz a propriedade do *free disposal* (livre descarte). Nesse contexto, segundo o Lema de Hoteling: se y(p) consiste de um único ponto, então $\pi(.)$ é diferenciável em p e $Dp\pi(p) = y(p)$.

④ A função lucro atende às propriedades de ser homogênea de grau 1 em preços e convexa nos preços.

Resolução:

(0) Falso.

Quando ocorrem retornos constantes de escala a função é homogênea de grau 1. Por exemplo: $Q = L^{0,5}K^{0,5} \rightarrow Q(\lambda L, \lambda K) = (\lambda L)^{0,5}(\lambda K)^{0,5} = \lambda^{1}(KL)^{0,5}$;

(1) Falso.

Uma função de produção do tipo Cobb-Douglas, com coeficientes técnicos a e b, tal que $a + b > 1$, pode ser escrita como $f(k,l) = k^a l^b$.

A elasticidade-substituição é definida por:

$$\sigma = \frac{\dfrac{\Delta\left(\dfrac{k}{l}\right)}{\left(\dfrac{k}{l}\right)}}{\dfrac{\Delta|TMgST|}{|TMgST|}} = \frac{\partial \ln \dfrac{k}{l}}{\partial \ln |TMgST|}$$

Sabemos que, no caso da Cobb-Douglas acima: $TMgST = -\dfrac{b}{a}\dfrac{k}{l}$

Que pode ser reescrito como: $\dfrac{k}{l} = -\dfrac{a}{b} TMgST$

Segue-se que: $\ln \dfrac{k}{l} = \ln \dfrac{a}{b} + \ln |TMgST|$

Logo, isto implica que:

$$\sigma = \frac{\partial \dfrac{k}{l}}{\partial |TMgST|} = 1$$

Que, portanto, independente dos valores dos coeficientes técnicos.

(2) Falso.

Considerando a função de produção $f(k,l) = [k^p + l^p]^{y/p}$, sabemos que:

$$TMgST = \left[\frac{k}{l}\right]^{1-p}$$

Segue-se que: $\ln |TMgST| = (1-\rho)\ln\left(\dfrac{k}{l}\right)$

Logo, isto implica que: $\sigma = \dfrac{\partial \ln \dfrac{k}{l}}{\partial \ln |TMgST|} = \dfrac{1}{1-\rho}$.

Ver 2009, questão 04, item 2.

(3) Verdadeiro.

Se a função de produção possui rendimentos decrescentes de escala (conjunto fechado) e se satisfaz a proposição do livre descarte, segundo o Lema de Hotelling: $D_p\pi(p) = y(p)$, que é a função de oferta.

O conteúdo deste item não se encontra na bibliografia exigida para o exame ANPEC. Ele pode ser encontrado, no entanto, em livros dados nas pós-graduações. Um deles é o Hal Varian, *Microeconomic Analysis*, Capítulo 3 (*profit function*).

(4) Verdadeiro.

As propriedades da função lucro são:

i) Não decrescente nos preços dos produtos e não crescente nos preços dos insumos;

ii) Homogênea de grau 1 em p;

iii) Convexa em p;

iv) Contínua em p.

O conteúdo deste item não se encontra na bibliografia exigida para o exame ANPEC. Ele pode ser encontrado, no entanto, em livros dados nas pós-graduações. Um deles é o Hal Varian, *Microeconomic Analysis*, Capítulo 3 (*profit function*).

Questão 15

Uma firma possui duas plantas com funções custos distintas. A planta 1 apresenta a seguinte função custo total: $C_1(Y_1) = \frac{Y_1}{2}$. A planta 2 apresenta a seguinte função custo total: $C_2(Y_2) = Y_2$. Calcule o custo total que o produtor proprietário dessas duas plantas irá incorrer se decidir produzir 1,5 unidade.

Resolução:

O problema do produtor será:

$$\begin{cases} \min \ y_1^2/2 + y_2 \\ s.a \ \ y_1 + y_2 = 1,5 \end{cases}$$

$$L = \frac{y_1^2}{2} + y_2 - \lambda(y_1 + y_2 - 1{,}5)$$

$$\left.\begin{array}{l} \partial L/\partial y_1 = 0 \Rightarrow y_1 = \lambda \\ \partial L/\partial y_2 = 0 \Rightarrow 1 = \lambda \end{array}\right\} y_1 = 1 \ (1)$$

$$\partial L/\partial \lambda = 0 \Rightarrow y_1 + y_2 = 1{,}5 \ (2)$$

$$(1) \ em \ (2) \Rightarrow 1 + y_2 = 1{,}5 \Rightarrow y_2 = 0{,}5$$

Logo, o custo total dado por: $\frac{y_1^2}{2} + y_2$= ½ + ½ = 1

PROVA DE 2012

Questão 04

No que se refere à teoria da produção, avalie a validade das seguintes afirmações:

⓪ Se a função de produção de uma empresa é dada por $F(L, K) = L + \sqrt{LK}$, então a empresa opera com rendimentos de escala decrescentes.

① Se uma empresa opera com economias de escala, então seu custo médio e decrescente é maior que seu custo marginal.

② Se a função de produção de uma firma é dada por $F(L, K) = L\sqrt{K}$ e os mercados de fatores são competitivos, então a mesma opera com custos marginais decrescentes.

③ Uma função de produção Cobb-Douglas apresenta uma Elasticidade-Substituição de Fatores decrescente.

④ Uma empresa cuja função custo total e dada por $CT(Q) = 5Q + 7$ opera com economias de escala.

Resolução:

(0) Falso.

Para verificar se há rendimentos decrescentes, constantes ou crescentes, basta multiplicar por um λ cada termo da função. Se λ for elevado a 1, é porque a função apresenta rendimentos constantes de escala. Tomando a função do enunciado e fazendo o procedimento ora exposto, nota-se que pode-se colocar

o λ em evidência, o que mostra que esta não é uma função com rendimentos de escala decrescentes, mas constantes.

$$f(\lambda L, \lambda K) = \lambda L + \sqrt{\lambda L \lambda K}$$

$$f(\lambda L, \lambda K) = \lambda L + \lambda\sqrt{LK}$$

$$f(\lambda L, \lambda K) = \lambda\left(L + \sqrt{LK}\right)$$

$$f(\lambda L, lK) = \lambda f(L, K)$$

(1) Verdadeiro.

O enunciado diz respeito a uma propriedade da função custo. $\frac{dCme}{dQ} = \frac{1}{Q}\left[Cmg - Cme\right]$. Se $\frac{dCme}{dQ} < 0$ (parte decrescente da curva de Cme), tem-se que: Cme > Cmg.

(2) Verdadeiro.

A função de produção dada neste item apresenta retornos crescentes de escala, uma vez que, fazendo o procedimento apresentado no item (0) acima, tem-se λ = 3/2 > 1. Pela dualidade entre as funções de produção e custo, sabe-se, portanto, que a empresa opera com economias de escala. Mas ainda, sabe-se que a função em questão é uma Cobb-Douglas. Portanto, a curva de custo médio é sempre decrescente e, consequentemente, a curva de custo marginal também será decrescente.

(3) Falso.

Por definição, a elasticidade de substituição de uma função de produção do tipo Cobb-Douglas é constante.

(4) Verdadeiro.

Uma vez que $Cme = 5 + \frac{7}{Q}$, o Cme é sempre decrescente com respeito a Q. Assim, a empresa opera com economias de escala.

Questão 06

Sobre a Teoria da Produção analise as afirmativas abaixo:

⓪ Se uma firma apresenta função de produção dada por $f(z) = z_1 + z_2$, em que z_1 e z_2 são, respectivamente, a quantidade utilizada do insumo 1 e 2, então a função custo será dada por $C(w, q) = \min\{w_1, w_2\}.q$, em que w_1 e w_2 são, respectivamente, os preços do insumo 1 e 2, e q é a quantidade produzida.

① A função de produção indica a menor quantidade de produto que pode ser obtida a partir de determinada quantidade de insumos.

② Se uma firma apresenta tecnologia de produção com rendimentos constantes de escala, então ela não poderá apresentar produto marginal decrescente para cada fator.

③ Se uma empresa apresenta tecnologia de produção representada por uma função Cobb--Douglas, $f(x_1, x_2) = x^a{}_1\, x^b{}_2$, sendo *a e b* parâmetros, então ela apresentará rendimentos constantes de escala.

④ Na função de produção $f(z) = \min\{z_1, z_2\}$, a demanda condicional do fator z_1 será igual à demanda condicional do fator z_2.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Se a função de produção é do tipo substituto perfeito, a função custo é do tipo complementar perfeito. E vice-versa. Para ver isto, basta resolver o problema primário da firma (minimização da função custo, dada uma determinada produção) e, depois que encontrar as demandas ótimas pelos insumos, substituí-las na função custo.

(1) Falso.

A função de produção é a fronteira do conjunto de possibilidades de produção, logo, indica a <u>MAIOR</u> quantidade de produto que pode ser obtida a partir de determinada quantidade de insumo.

(2) Falso.

São dois conceitos diferentes e recorrentes nas provas da ANPEC. Um conceito (rendimentos de escala) diz respeito ao longo prazo, onde todos os insumos variam. O outro (produto marginal decrescente), concerne ao curto prazo.

Para observar que a resposta é falsa, basta tomar uma função Cobb-Douglas com parâmetros α e $(1-\alpha)$. Como a soma destes parâmetros é um, então

há rendimentos constantes. Se fosse positiva, maior do que um, seria crescente, e se fosse positiva, menor do que um, seria decrescente. Encontre a Pmg e faça derivada da Pmg com relação à L. Note que $\frac{dPmg}{dL} = \alpha(\alpha - 1)K^{1-\alpha}L^{\alpha} < 0$, que é o conceito da produtividade marginal decrescente.

(3) Falso.

Como dito no item anterior, se a soma destes parâmetros é um, então os rendimentos são constantes. Se fosse positiva, maior do que um, seria crescente, e se fosse positiva, menor do que um, seria decrescente. Assim, nada se pode afirmar com a frase deste item.

(4) Verdadeiro.

Sim, resolvendo o problema primário da firma (minimização da função custo, dada uma determinada produção) é possível observar esta simetria.

4 Mercados

PROVA DE 2003

Questão 5

Para mercados em concorrência perfeita, são corretas as afirmativas:

⓪ A condição de que a receita marginal seja igual ao custo marginal aplica-se tanto ao monopolista quanto à firma em concorrência perfeita. A diferença é que, no caso da última, a receita marginal independe da quantidade produzida.

① A curva de demanda percebida para o produto de uma firma específica será perfeitamente elástica mesmo que a curva de demanda do mercado seja negativamente inclinada.

② Como a rivalidade entre firmas é intensa, cada uma deve levar em conta as quantidades produzidas pelos concorrentes ao definir seu próprio nível ótimo de produção.

③ No equilíbrio de longo prazo, informação perfeita e livre entrada de agentes no mercado garantem que lucros anormais sejam insustentáveis.

④ A estática comparativa entre equilíbrios de longo prazo indica que a incidência de um imposto *ad valorem* sobre o produtor será tanto maior quanto mais elástica for a demanda do bem.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

A condição para que a receita marginal seja igual ao custo marginal aplica-se a todos os mercados. No caso da concorrência perfeita, em particular, temos que a receita marginal iguala-se ao preço (RMg = p) e, portanto, independe da quantidade produzida.

(1) Verdadeiro.

A demanda da firma é diferente da demanda do mercado. O preço, em concorrência perfeita, é formado pela interação do conjunto de consumidores (demanda) e da curva de oferta de mercado. A curva de demanda, em particular, é

negativamente inclinada. Já a curva de demanda da firma é infinitamente elástica, indicando que ela é "tomadora de preços", isto é, seu poder de monopólio é zero.

(2) Falso.

Sob as hipóteses de concorrência perfeita, a decisão de produção de cada uma das firmas é insignificante em relação ao mercado como um todo. Não há, nesse tipo de mercado, curva de reação ou movimento estratégico, como ocorre nos modelos de oligopólio.

(3) Verdadeiro.

O lucro das firmas que operam em concorrência perfeita em um equilíbrio de longo prazo é igual a zero, devido, principalmente, à livre entrada e saída das empresas.

(4) Verdadeiro.

De acordo com o gabarito ANPEC, esta questão é falsa. Para podermos precisar sobre quem recairá a maior parcela da incidência de um imposto sobre um produtor, é preciso conhecer não somente a elasticidade-preço da demanda como também a elasticidade-preço da oferta. No entanto, *ceteris paribus*, quanto mais elástica for a demanda do bem, maior será a incidência sobre o produtor.

Questão 6

Para mercados em concorrência monopolística, são corretas as afirmativas:

⓪ O equilíbrio de longo prazo de uma firma em concorrência monopolística se dá em um ponto em que a curva de custo médio é negativamente inclinada.

① Uma das diferenças entre concorrência perfeita e concorrência monopolística é que, no caso da última, a demanda de mercado é negativamente inclinada.

② No equilíbrio de longo prazo, o custo marginal deve ser igual à receita marginal obtida a partir da curva de demanda de mercado.

③ O equilíbrio de curto prazo da firma requer que a receita marginal (em termos da demanda residual) seja igual ao custo marginal, mesmo que a receita média seja diferente do custo médio. No equilíbrio de longo prazo, a receita média deve ser igual ao custo médio mesmo que a receita marginal seja diferente do custo marginal.

④ No equilíbrio de longo prazo do mercado, o preço é maior do que o custo médio.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

No ajustamento de longo prazo em um mercado em concorrência monopolista, o equilíbrio se dará num ponto onde a curva de demanda, que é negativamente inclinada (indicando que a firma tem algum poder de mercado do seu produto, de sua marca), tangencia a curva de custo médio de longo prazo. Com isso, apesar desse ponto não ser o ponto de mínimo do custo médio de longo prazo, como ocorre em concorrência perfeita, a firma tem lucro econômico igual a zero. Esse é um mercado que tem características de monopólio e de concorrência perfeita.

(1) Falso.

Em ambos os casos, a curva de demanda de **mercado** é negativamente inclinada. O que difere é a curva de demanda da firma, que, em concorrência perfeita, é totalmente elástica (*price taker*).

(2) Falso.

No curto prazo, o equilíbrio se dá no ponto onde RMg é igual ao CMg e pode haver lucro. No longo prazo, por outro lado, há entrada e saída de firmas que produzem produtos semelhantes. Com isso, o equilíbrio final de longo prazo ocorre quando RMg = CMg e quando a demanda residual tangencia a curva de custo médio de longo prazo, gerando lucro econômico igual a zero.

(3) Falso.

De acordo com o gabarito ANPEC esta questão é Verdadeira. Como respondido nos itens anteriores, o equilíbrio no curto prazo ocorre quando RMg = CMg. Neste caso, a firma pode ter lucro ou prejuízo, isto é, pode ter RMe diferindo do CMe. Já no longo prazo, o equilíbrio é tal que a demanda tangencia com a curva de CMe_{LP}. Neste caso, RMe = P = CMe, mas **RMg continua igualando ao CMg. Esta é uma condição de equilíbrio em qualquer tipo de estrutura de mercado.**

(4) Falso.

No equilíbrio de longo prazo de um mercado em concorrência monopolista P = CMe > CMg.

Questão 7

Um monopolista atende a dois mercados distintos. A função $q_1 = 32 - 0{,}4\,p_1$ representa a demanda do primeiro e a função $q_2 = 18 - 0{,}1\,p_2$, a demanda do segundo. A função custo da firma é dada por $CT = 50 + 40q$. O monopolista pode discriminar entre os dois mercados. Julgue as seguintes afirmações:

⓪ Em equilíbrio, as quantidades destinadas a cada um dos mercados são tais que a soma das receitas marginais (nos dois mercados) é igual ao custo marginal.

① A quantidade de equilíbrio é mais elevada no primeiro mercado.

② No equilíbrio, o módulo da elasticidade é igual a 3 no primeiro mercado e igual a 0,8, no segundo.

③ O excedente do consumidor no primeiro mercado é 70.

④ Do ponto de vista do bem-estar, a ineficiência de um monopólio é medida pela perda de peso morto.

Resolução:

(0) Falso.

O problema geral do empresário é maximizar o lucro total, o qual pode ser apresentado em três partes: RT no mercado 1, RT no mercado 2 e o custo total. Assim, o Lagrangeano do seu problema de maximização será: $L = RT_1(q_1) + RT_2(q_2) - CT(q)$ e suas condições de primeira ordem seriam:

$$\frac{dL}{dq_1} = 0 \rightarrow RMg_1 = CMg$$

$$\frac{dL}{dq_2} = 0 \rightarrow RMg_2 = CMg$$

Assim, em equilíbrio, teremos: $RMg_1(q_1) = RMg_2(q_2) = CMg(q)$, e não que a soma das RMgs são iguais ao CMg. Da igualdade desta última equação obtemos a quantidade total!

(1) Verdadeiro.

Para encontrar o equilíbrio, primeiramente, tomemos a demanda na forma inversa, nos dois mercados, da seguinte forma:

$q_1 = 32 - 0{,}4p_1 \Rightarrow p_1 = 80 - 2{,}5q_1$

$q_2 = 18 - 0{,}1p_2 \Rightarrow p_2 = 180 - 10q_2$

Desse modo:

$\pi = (80 - 2{,}5q_1)q_1 + (180 - 10q_2)q_2 - 50 - 40(q_1 + q_2)$

Assim:

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_1} = 80 - 2{,}5q_1 - 2{,}5q_1 - 40 = 0 \Rightarrow q_1^* = 8$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_2} = 180 - 10q_2 - 10q_2 - 40 = 0 \Rightarrow q_2^* = 7$$

Portanto, a quantidade de equilíbrio é mais elevada no primeiro mercado.

(2) Falso.

Calculando as elasticidades-preço da demanda de cada mercado temos que:

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial q_1}{\partial p_1}\frac{p_1}{q_1} = -0{,}4\,\frac{60}{8} = -3 \Rightarrow |\varepsilon_1| = 3$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\partial q_2}{\partial p_2}\frac{p_2}{q_2} = -0{,}1\,\frac{110}{7} = \frac{11}{7} \Rightarrow |\varepsilon_2| = \frac{11}{7} \approx 1{,}6$$

Assim, em equilíbrio, o módulo da elasticidade no mercado um é, de fato, igual a 3; mas o da elasticidade no mercado 2 não é igual a 0,8, mas a 1,6. Note que: $P_2 > P_1 \Leftrightarrow |\varepsilon_2| < |\varepsilon_1|$.

(3) Falso.

Para calcular o excedente do consumidor no primeiro mercado, temos que partir do seu ponto de equilíbrio: $q_1{}^* = 8$ (onde RMg = CMg). A esta quantidade, pela curva de demanda inversa do mercado 1 ($p_1 = 80 - 2{,}5q_1$), teremos $P_1{}^* = 60$.

Logo, o excedente do consumidor será: $EC = (80 - 60)\,\frac{8}{2} = 80$

(4) Verdadeiro.

Do ponto de vista do bem-estar, a ineficiência de qualquer tipo de mercado, em particular o de monopólio, é medida pela perda de peso morto (DWL).

Questão 13

Considere um duopólio de Cournot, no qual as firmas escolhem simultaneamente as quantidades. A função de demanda inversa é dada por p = 6 – q. Suponha que as firmas possuam custos marginais constantes respectivamente iguais a $c_1 = 1$ e $c_2 = 2$ (os custos fixos para ambas as firmas são nulos). Em equilíbrio, qual a razão entre os lucros das firmas 1 e 2 (isto é π_1/π_2)?

Resolução:

Para a firma 1: $\pi_1 = (6 - q_1 - q_2)q_1 - q_1$

A condição de primeira ordem será dada por: $6 - q_1 - q_2 - q_1 - 1 = 0 \Rightarrow q_1 = \frac{5 - q_2}{2}$

Esta é a curva de reação da firma 1.

Para a firma 2: $\pi_1 = (6 - q_1 - q_2)q_2 - 2q_2$.

A condição de primeira ordem será dada por: $6 - q_1 - q_2 - q_2 - 2 = 0 \Rightarrow q_2 = \frac{4 - q_1}{2}$.

Esta é a curva de reação da firma 2.

Com um sistema de duas equações e duas incógnitas, podemos determinar a solução deste problema. Substitua na função de reação de 2, a função de reação de 1 e encontre q_2.

$$q_2 = \frac{4 - \left(\frac{5 - q_2}{2}\right)}{2} = 1$$

Substituindo em $q_1 = \frac{5 - q_2}{2} = 2$.

Desse modo, a solução: é: $(q_1 + q_2) = (2,1)$.

Portanto: $(\pi_1, \pi_2) = (4,1)$.

Logo, teremos: $\frac{\pi_1}{\pi_2} = \frac{4}{1} = 4$.

Questão 15

Uma firma utiliza dois fatores de produção (trabalho e capital) para produzir um único produto. Seu produto é vendido e o capital comprado sob condições de competição perfeita, ao passo que a firma possui poder de monopsônio no mercado de trabalho. A função de produção é dada por $Q = 2000\, L^{0,5}\, K^{0,5}$, em que Q mede o produto anual da firma em unidades, L o número de empregados e K denota o número de unidades de capital. A oferta de trabalho defrontada pela firma é dada por $L = (36)10^{-8}w^2$, em que w representa o salário anual. Sabe-se também que o preço do produto é dado por $p = 18$ e que $K = 25$. Qual o produto médio do trabalho associado à solução ótima dessa firma? Divida o valor por mil e arredonde para o número inteiro imediatamente superior.

Resolução:

Ver questão 12 da prova da ANPEC de 2007.

O equilíbrio no mercado de fatores requer que se tenha: $RMg \cdot PMg_i = DMg_i$.

Onde:

- $RMg = \dfrac{dRT}{dQ}$ *é a receita marginal da firma*
- $PMg_i = \dfrac{dQ}{di}$ *é o produto marginal do insumo i (L ou K)*
- $DMg_i = \dfrac{dRT}{di}$ *é o dispêndio marginal do insumo i*
- $RMg \cdot PMg_i = RPMg_i$ *= Receita do Produto Marginal do insumo i*

Assim, temos que:

(1) $RPMg_L = DMg_L$

(2) $RPMg_K = DMg_K$

Mas, como há concorrência perfeita no mercado de bens, temos que $RMg = P$ e $RPMg_i$ passa a chamar-se Valor do Produto Marginal do insumo i. Assim, teremos:

(1) $VPMg_L = DMg_L$

(2) $VPMg_K = DMg_K$

Onde $VPMg_i = P^*PMg_i$ = Valor do Produto Marginal do insumo i

Assim, substituindo pelos valores da questão, temos que:

(1) $18 \cdot PMg_L = DMg_L$

(2) $18 \cdot PMg_K = DMg_K$

Mas o mercado de capital também é competitivo, então, temos que $DMg_K = r$.

(1) $18 \,.\, PMg_L = DMg_L$

(2) $18 \,.\, PMg_K = r$

$$PMg_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{1}{2}.2000.\left(\frac{K}{L}\right)^{1/2} = 5000L^{-1/2}$$

$$PMg_K = \frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{1}{2}.2000.\left(\frac{L}{K}\right)^{1/2} = 200L^{1/2}$$

Assim, teremos:

(1) $18 \,.\, 5000L^{1/2} = DMg_L$

(2) $18 \,.\, 200L^{1/2} = r$

Se K não tivesse sido dado, e se quiséssemos encontrar o equilíbrio no mercado de K, teríamos que saber quanto vale o preço de K (no caso r). Daí, teríamos duas equações e duas incógnitas. Mas não é o caso. K* = 25.

Para calcular a quantidade de trabalho (L*), teremos que calcular o dispêndio marginal do trabalho. Para isso, temos primeiro que ter a equação do dispêndio total, qual seja: $DT_L(w) = w(L) \,.\, L$

$$DT_L(w) = w(L) \,.\, L = \left(\frac{1}{36 \,.\, 10^{-8}} \,.\, L\right)^{1/2} .\, L = 1.666,7L^{3/2}$$

Assim, o dispêndio marginal é: $DMg_L(w) = \frac{\partial DT_L(w)}{\partial L} = 2.500L^{1/2}$ (11).

Substituindo (11) na equação (9) teremos:

$$90.000L^{-1/2} = 2500L^{1/2} \rightarrow L^* = 36.$$

Por definição, a $Pme_L = \frac{PT}{L} = 10.000L^{-1/2} = 10.000 \,.\, (36)^{-1/2} = 1.666,7.$

Portanto, dividindo esse resultado por 1000 e aproximando, temos que a resposta será 2.

PROVA DE 2004

Questão 5

Indique as afirmativas corretas:

⓪ Um monopolista que seja capaz de praticar discriminação de preços de 1º grau pode exaurir a totalidade dos ganhos de troca do consumidor.

① Um monopolista que é capaz de praticar discriminação de preços de 1º grau pode optar por vender uma quantidade *y* tal que a curva de demanda seja inelástica neste nível de produto.

② Os descontos dados nas compras por atacado constituem discriminação de 2º grau.

③ Por maximizar o bem-estar agregado da economia, a oferta de equilíbrio na discriminação de preços é uma alocação eficiente.

④ Na discriminação de 3º grau, o grupo com demanda menos elástica paga um preço unitário maior que o grupo com demanda mais elástica.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Quando uma empresa é capaz de praticar uma perfeita discriminação de preços de 1º grau, cada unidade é vendida ao preço de reserva de cada consumidor, supondo que cada consumidor adquira uma unidade. Isto é, o monopolista vende unidades diferentes do produto a preços diferentes de pessoa para pessoa. Por isso, essa discriminação chama-se perfeita.

Dado que cada unidade é vendida ao preço de reserva do consumidor, a receita marginal é simplesmente o preço da última unidade. Assim, a quantidade ótima é dada pelo ponto em que a curva de custo marginal intercepta a curva de demanda. Neste caso, não há excedente do consumidor – todo o excedente é apropriado pelo produtor. Logo, uma discriminação perfeita de preços produz um nível de produto eficiente – temos um equilíbrio eficiente de Pareto –, mas transfere todo o excedente do consumidor para o produtor.

(1) Verdadeiro.

O monopolista que discrimina preço perfeitamente aumentará a sua produção da quantidade de monopólio até a quantidade de concorrência perfeita, onde P = CMg, independentemente da elasticidade-preço da demanda. A afirmativa é Verdadeira, portanto, porque, em particular, abarca o caso em que a demanda seja inelástica neste nível de produto.

Por outro lado, a afirmativa seria Falsa se estivéssemos falando de um monopolista não discriminador, pois, no ponto resultante da sua condição de primeira ordem, onde RMg = CMg, ele não pode produzir na parte inelástica da curva de demanda.

De fato, da condição de primeira ordem, onde *RMg* = *CMg*, podemos reescrever esta expressão como: $p(y)\left[1-\frac{1}{|\varepsilon(y)|}\right]=Cmg(y)$. Assim, o monopolista nunca operará onde a curva de demanda é inelástica. Se $|\varepsilon|<1$, então $1/|\varepsilon|>1$ e, portanto, a receita marginal é negativa e não haverá possibilidade de se igualar ao custo marginal. Podemos pensar, intuitivamente, se $|\varepsilon|<1$, então reduzir o produto aumentará a receita. Consequentemente, haverá uma redução do custo total e os lucros irão aumentar. Portanto, qualquer ponto onde $|\varepsilon|<1$ não pode ser um ponto de lucro máximo para um monopolista, uma vez que poderia aumentar seus lucros produzindo menos. Logo, um ponto ótimo só ocorre onde $|\varepsilon|\geq 1$.

(2) Verdadeiro.

No caso da discriminação de preços do 2º grau, o monopolista vende diferentes unidades (ou intervalos de quantidades) do produto por preços diferentes, mas cada indivíduo que compra a mesma quantidade do bem paga o mesmo preço. Um exemplo: descontos de volume: quanto maior a quantidade comprada, menor é o preço unitário cobrado, que é o caso da venda no atacado.

(3) Falso.

A resposta seria Verdadeira se se tratasse tão somente de discriminação de preço de 1º grau. Quando o monopolista discrimina é porque ele visa aumentar o seu excedente (lucro), diminuindo, assim, ou o excedente do consumidor ou o peso morto, ou os dois. No caso da discriminação de preços de 1º grau, a alocação final, embora "injusta" em termos de excedentes, pois o consumidor passa a ter EC = 0, ela é eficiente no sentido de Pareto. O mesmo, no entanto, não se pode afirmar com relação às demais discriminações. Cada caso precisa ser analisado de forma individual, pela regra da razão (análise de custos – benefícios).

(4) Verdadeiro.

No caso da discriminação de preços de 3º grau, o monopolista vende o produto para diferentes pessoas por preços diferentes, mas cada unidade vendida para uma pessoa é vendida ao mesmo preço, de forma a maximizar o seu lucro total. É uma forma comum de discriminação de preços. Exemplos: descontos para idosos, estudantes etc. Assim, se o monopolista discrimina preços entre dois mercados diferentes, ele estabelecerá um preço mais baixo para o grupo mais sensível (mais elástico) e um preço mais alto para o grupo que é relativamente insensível aos preços (mais inelástico).

Questão 6

São corretas as afirmativas:

⓪ O modelo de duopólio em que cada firma defronta-se com uma demanda quebrada permite explicar a rigidez do preço do produto em relação a variações nos preços dos insumos.

① O paradoxo de Bertrand afirma que duopolistas que usam como estratégias os preços dos produtos que oferecem não se comportam racionalmente.

② Assuma que uma indústria seja constituída por firmas idênticas. É correto afirmar que a produção da indústria na conjuntura de Cournot é maior do que aquela que seria observada se as firmas constituíssem um cartel.

③ No modelo de Stackelberg, a firma com menor custo médio é a firma líder, por definição.

④ Sejam $c(y_1) = 8y_1$ e $c(y_2) = 10y_2$, os custos totais das firmas 1 e 2, respectivamente. É correto afirmar que, numa conjuntura de Cournot, a produção da firma 2 será menor que a da firma 1.

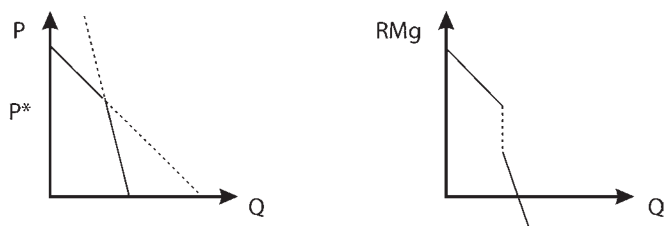
Resolução:

(0) Verdadeiro.

O modelo da curva de demanda quebrada (modelo de Paul Sweezy) descreve a rigidez de preços em mercados oligopolistas. De acordo com este modelo, cada empresa se defronta com uma curva de demanda que é quebrada ao preço corrente P*. Partindo de um P* de monopólio, se a empresa aumenta seus preços, a maioria dos consumidores passaria a adquirir produtos do concorrente. Esse raciocínio implica uma **curva de demanda altamente elástica para aumentos de preço** (do que para diminuição de preço). Se a empresa,

entretanto, diminuísse os preços, os concorrentes também reduziriam os seus. Isso implica uma **curva de demanda mais inelástica para reduções de preço** (do que para aumentos de preço).

Essa quebra na curva de demanda implica uma descontinuidade na curva de receita marginal no ponto (P*, Q*), tal que apenas grandes variações no custo marginal levam a variações no preço. Pequenas variações nos custos (decorrentes, por exemplo, de variações nos preços dos insumos) deslocam a curva de CMg, mas não alteram o plano de (P* e Q*). Apesar de conseguir reproduzir o fenômeno da rigidez de preço, esse modelo não explica **como** o preço rígido é determinado. A origem do preço rígido é explicada por outros modelos, tal como o desejo das empresas de evitar competição de preços mutuamente destrutiva.



(1) Falso.

No modelo de Bertrand o comportamento é racional, pois o equilíbrio final é um equilíbrio de Nash. Não há paradoxo. Neste modelo de oligopólio, em que a estratégia é preço, se os produtos forem homogêneos e as firmas tiverem CMgs iguais, o equilíbrio final é o de concorrência perfeita. Apesar de parecer um "paradoxo", afinal um mercado com poucos jogadores deveria gerar lucros positivos, a racionalidade está na competição via preço, em que o melhor que uma firma pode fazer, dado um determinado preço fixado pela concorrente, é diminuir um pouquinho o seu preço. Mas, como o concorrente pensa o mesmo, no limite o equilíbrio final será aquele que for o menor preço sem dar prejuízos para as empresas, sendo este P = CMg.

(2) Verdadeiro.

No equilíbrio de Cournot, o preço é maior do que o de concorrência perfeita, porém menor do que o de monopólio. Já a produção é o oposto: ela é maior do que o de monopólio, porém menor do que o de concorrência perfeita.

Dito isso, como cartel é uma reprodução do equilíbrio de monopólio, a afirmação é verdadeira.

Exemplo: Se tivermos uma demanda P = a – bP a solução de Cournot seria: $Q_{total} = 2 \cdot \frac{a-c}{3}$, enquanto a de Cartel seria: $Q_{cartel} = \frac{a-c}{2b}$. Se compararmos os resultados, veremos que a solução de cartel é maior que a de Cournot.

(3) Falso.

Não necessariamente a firma líder tem o menor custo. De acordo com o modelo de Stackelberg, a firma líder é aquela que, por alguma razão (que até pode ser por ter o menor custo) tem uma vantagem com relação aos seus concorrentes, que a faz ser líder e, portanto, escolher primeiro a quantidade que produzirá.

(4) Verdadeiro.

No modelo de Cournot, se as firmas têm custos idênticos, suas produções ótimas serão iguais. Se, no entanto, em um modelo de duopólio, uma empresa apresentar CMg menor do que a outra (1 é mais eficiente do que 2), ela terá uma participação maior no mercado (s_1 será maior do que s_2), produzindo mais do que a outra, mais ineficiente.

Repare que:

$$P\left(1-\frac{S_1}{|\varepsilon_1|}\right)=8$$

$$P\left(1-\frac{S_2}{|\varepsilon_2|}\right)=10$$

Assim: Se $CMg_1 < CMg_2 \Leftrightarrow s_1 > s_2 \Rightarrow q_1 > q_2$

Questão 10

Um monopolista cujos custos de produção são dados por $c(q) = q^2 + 100$ defronta-se com a demanda de mercado $p = A - 3q$, em que $A > 0$ é uma constante. É correto afirmar:

⓪ Se $A < 40$, o monopolista, no equilíbrio, terá prejuízo.

① A alocação eficiente nesse mercado é $q^e = (2/5)A$.

② Se $A = 45$, será possível regular o monopólio de modo que este produza quantidade competitiva sem ter prejuízo.

③ Considerando $A = 48$, um regulador que estipule um preço mínimo de R$ 30,00 estará agindo conforme o interesse do monopolista de maximizar lucro em detrimento do ótimo social.

④ O peso morto do monopólio quando $A = 48$ é (3) 36.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

O problema do monopolista consiste em: $\max_q (A - 3q)q - (q^2 + 100)$.

A condição de primeira ordem será dada por:

$A - 3q - 3q - 2q = 0 \Rightarrow q = \frac{A}{8}$.

Assim, o lucro do monopolista será: $\left(A - 3.\frac{A}{8}\right)\frac{A}{8} - \left(\left(\frac{A}{8}\right)^2 + 100\right) = \frac{A^2}{16} - 100.$

O monopolista incorrerá em prejuízo se $\frac{A^2}{16} - 100 < 0 \Leftrightarrow A < 40$.

(1) Falso.

A alocação eficiente é aquela onde o preço iguala-se ao custo marginal.

$P = CMg \Rightarrow A - 3q = 2q \Rightarrow q = \frac{A}{5}$.

(2) Falso.

Substituindo A = 45 na solução do item (1): $q = \frac{45}{5} = 9$.

Se $q = 9$, $Lucro = 9.(45 - (3.9)) - (9^2 + 100) = 162 - 181 = -19$

Assim, se o regulador regrar esse monopólio no resultado *first best*, a firma terá prejuízo.

(3) Verdadeiro.

Substituindo A = 48 na solução do item (2): $q = \frac{48}{8} = 6$.

Assim, o preço do monopolista será igual a: $p = 48 - 3 . 6 = 30$.

Logo, se o regulador estipular um preço mínimo de R$ 30,00, ele estará agindo conforme o interesse do monopolista de maximizar lucro em detrimento do ótimo social.

(4) Falso.

Como foi visto em (3), quando A = 48, o monopolista irá produzir $q = \frac{48}{8} = 6$, e o preço será $p = 30$.

Substituindo $A = 48$ em q obtido em (3) teremos $q = \frac{48}{5} = 9{,}6$ e, desse modo:

$p = 48 - 3.9{,}6 = 19{,}2$.

A perda de peso morto do monopólio corresponde à área situada entre a curva da demanda e a curva de custo marginal entre 6 e 9,6 unidades produzidas:

$\int_{6}^{9,6}((48 - 3q) - 2q)dq = 32{,}4$

Ou, pode-se fazer o seguinte cálculo:

$$PM = \left[\frac{(30-19{,}2)(9{,}6-6)}{2}\right] + \left[\frac{(19{,}2-12)(9{,}6-6)}{2}\right] = 19{,}44 + 12{,}96 = 32{,}4$$

Questão 12

A indústria de aviões é composta por 16 firmas. A função custo de longo prazo de 10 dessas firmas é definida por $c(y) = 2 + \frac{y^2}{2}$ e a das 6 restantes por $c(y) = \frac{y}{10}$. Nenhuma firma nova pode entrar na indústria. Supondo-se que o preço de um avião seja igual a 1, pergunta-se: qual será a quantidade ofertada da indústria no longo prazo? Qual a oferta de longo prazo da indústria se o preço do produto for 1 (isto é, $p_y = 1$)?

Resolução:

Para 10 das 16 firmas, o custo marginal será dado por: $CMg = y$.

Para 6 das 16 firmas, o custo marginal será dado por: $CMg = \frac{y}{5}$.

A condição de equilíbrio requer que:

i) $p = CMg$;

ii) $\pi \geq 0$.

Para 10 das 16 firmas, dado que P = 1, teremos:

i) $1 = y$;

ii) $\pi = 1.1 - 2 - \frac{1^2}{2} = -\frac{3}{2} < 0$.

O que implicará que nenhuma dessas firmas irá produzir aviões. Elas saem do mercado.

Para 6 das 16 firmas, teremos:

i) $1 = \frac{y}{5} \Rightarrow y = 5$;

ii) $\pi = 1.5 - \frac{5^2}{10} = 2{,}5 > 0$.

Logo, cada uma dessas 6 firmas irá produzir 5 aviões, resultando em uma produção total de 30 aviões.

PROVA DE 2005

Questão 6

Considere um mercado em concorrência perfeita, avalie as afirmativas:

⓪ A igualdade entre preço e custo marginal é condição necessária, mas não suficiente para a maximização dos lucros da firma.

① No curto prazo, se o lucro econômico do produtor é positivo, a produção se faz com custo marginal superior ao custo médio.

② Se a função de custo total da firma for $C(q) = q^3 - 9q^2 + 42q$, então, a função de oferta será $p(q) = 3q^2 - 18q + 42$, para valores de q maiores que 3.

③ Se a função de custo total de uma firma for $C(q) = q^3 - 9q^2 + 42q$ e se o preço de mercado for igual a 42, a elasticidade-preço da oferta deste produtor será igual a $\frac{18}{7}$.

④ O valor do excedente do produtor iguala-se aos lucros totais da firma mais o valor do custo fixo.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

A condição de primeira ordem (CPO), isto é, a condição de igualdade entre receita marginal e custo marginal, é necessária, mas não suficiente. A condição suficiente vem da condição de segunda ordem (CSO).

A função CMg "corta" a função RMg em dois pontos, digamos A e B. Muito embora os dois equilíbrios satisfaçam a CPO, o primeiro ponto minimiza a função lucro, enquanto o outro maximiza.

A e B $\Rightarrow CMg = RMg$

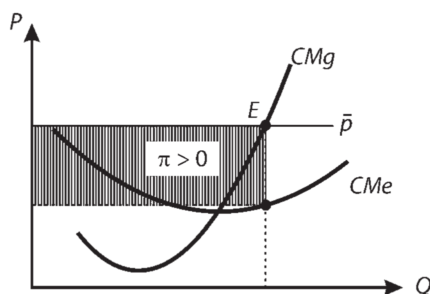
B $\Rightarrow Max\pi$

A $\Rightarrow Min\pi$

Muito embora, do ponto de vista econômico, seja lógico que o empresário escolha o ponto B, a condição matemática vem da condição de segunda ordem (CSO), que é a segunda derivada da função lucro, a qual impomos que deve ser negativa, pois queremos uma função lucro côncava.

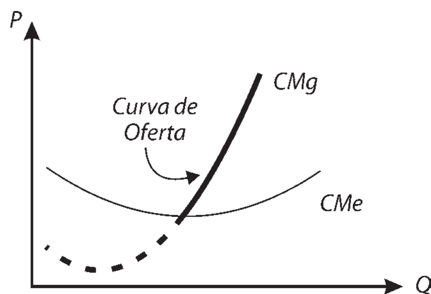
A partir desta segunda condição: CSO $\Rightarrow \frac{d^2\pi}{dQ^2} < 0 \Rightarrow \frac{dRMg}{dQ} < \frac{dCMg}{dQ}$, podemos identificar o ponto B como sendo o equilíbrio do empresário maximizador de lucro.

(1) Verdadeiro.



Em concorrência perfeita, no ponto de ótimo temos P = CMg. Como há lucro maior do que zero, a curva de CMe (CTM) necessariamente tem que estar passando por debaixo da curva de CMg para a quantidade ótima escolhida pela firma.

(2) Falso.



Seja a função custo total da empresa: $C(q) = q^3 - 9q^2 + 42q \Rightarrow CMg = 3q^2 - 18q + 42$.

Em equilíbrio temos que: $p = CMg \Rightarrow p = 3q^2 - 18q + 42$. Esta é a curva de oferta da firma, acima do CMe.

Sabe-se que o encontro das curvas se dá quando a curva de CMe atinge o seu valor mínimo e que neste ponto a firma está maximizando o seu lucro. Assim:

$\Rightarrow \text{CMe} = q^2 - 9q + 42.$

$$\frac{dCMe}{dq} = 0 \Rightarrow 2q - 9 = 0 \Rightarrow q = 4{,}5$$

A função de oferta será $p(q) = 3q^2 - 18q + 42$, para valores maiores ou iguais a $q = 4{,}5$.

(3) Falso.

De acordo com o gabarito da ANPEC esta questão é Verdadeira.

Sabe-se que a função custo da firma é: $C(q) = q^3 - 9q^2 + 42q \Rightarrow CMg = 3q^2 - 18q + 42$.

Em equilíbrio $p = CMg \Rightarrow p = 3q^2 - 18q + 42$

Pela questão, $p = 42$, assim, $42 = 3q^2 - 18q + 42 \Rightarrow q = 6$

A elasticidade-preço da oferta deste produtor será igual:

$$\varepsilon = \frac{dq}{dp}\left(\frac{p}{q}\right) = \frac{1}{\left(\frac{dp}{dq}\right)}\left(\frac{p}{q}\right) = \left(\frac{1}{6q-18}\right)\left(\frac{42}{6}\right) = \frac{7}{18}$$

No gabarito esta questão é 18/7.

(4) Verdadeiro.

No curto prazo, temos por definição que:

EP = RT – CV

Lucro = RT – CT = RT – CV – CF

Logo, Lucro = EP – CF ou EP = Lucro + CF

Ou, de forma análoga, pode-se fazer:

$$\int_0^{q^*}(P - CMg)dq = Pq - CT(q)\Big|_0^{q^*} = [p \cdot q^* - CT(q^*)] - [p \cdot 0 - CT(0)] = \pi^* - CF$$

Ver item 1, questão 5, da prova da ANPEC de 2006.

Questão 7

Sobre as condições de maximização do lucro em diferentes estruturas de mercado, avalie as afirmativas:

⓪ No curto prazo, para uma firma que opere em concorrência perfeita, a condição para a maximização dos lucros, de que a receita marginal seja igual ao custo marginal, impõe lucros econômicos nulos ao produtor.

① Para calcular o custo social do monopólio comparam-se os excedentes do consumidor e do produtor de uma indústria competitiva e de um monopolista. No caso do último, há uma transferência de excedente do consumidor para o produtor, cujo valor é dado pelo total da produção do monopólio multiplicado pela diferença entre o preço praticado pelo monopolista e o preço competitivo.

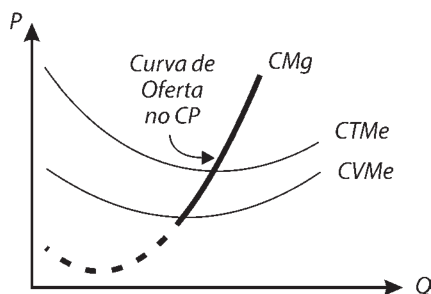
② No longo prazo, em concorrência monopolística, o fato de o preço permanecer em patamar acima do custo marginal implica que o produtor usufruirá lucro econômico estritamente positivo.

③ Duas empresas *A* e *B*, num duopólio com produtos diferenciados, concorrem via preços. Neste caso, ao contrário do que ocorre no modelo de Stakelberg de concorrência via quantidades, se a empresa *A* fixar seu preço antes da empresa *B*, ela estará em clara desvantagem por mover-se primeiro.

④ Para um monopsonista, a curva de custo marginal de um fator será mais inclinada do que a curva de oferta daquele fator, de modo que o monopsonista comprará uma quantidade menor do fator do que a quantidade que seria adquirida caso o mercado fosse competitivo.

Resolução:

(0) Falso.



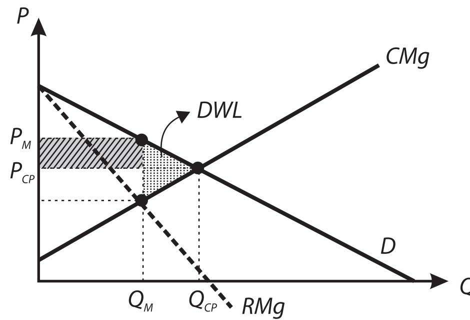
A condição *RMg* = *CMg* vale sempre para qualquer mercado, inclusive para o de concorrência perfeita. Outra forma de expressar tal igualdade é a seguinte: $RMg(q) = p\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right)$.

Em concorrência perfeita, particularmente, temos que RMg = P, logo, P = CMg. Assim, sob este modelo, a empresa defronta-se com uma curva de demanda infinitamente elástica. Isso significa que, $\left(\frac{1}{|\varepsilon|}\right) = \left(\frac{1}{\infty}\right) = 0$, o preço se iguale ao custo marginal.

No curto prazo, pode haver $\pi > 0$ ou $\pi < 0$. A curva de oferta da firma neste caso é a curva de CMg, que começa a partir do CVM. Entre o CVM e o CTM, a firma continua operando, ainda que com prejuízo, pois esse prejuízo é menor do que se ela fechasse as portas (*shut down*), uma vez que incorreria em custos fixos.

(1) Verdadeiro.

Além da afirmação do texto (que está correta), vale lembrar que a área de perda de peso morto (*deadweight loss*, ou DWL) pode ser medida como a soma de duas áreas. A primeira área é a diferença entre as quantidades produzidas de concorrência perfeita e monopólio, multiplicada pela diferença de preços (monopólio e concorrência perfeita) dividida por dois. E a segunda área é a diferença entre as quantidades de concorrência perfeita e monopólio, multiplicada pela diferença do preço de concorrência perfeita e o CMg, quando a quantidade é de monopólio, dividida por dois.



(2) Falso.

O modelo de concorrência monopolística é semelhante ao mercado competitivo em dois aspectos: há muitas empresas e há entrada/saída de firmas, levando o lucro de longo prazo a zero. Contudo, ela difere pelo fato de os produtos serem diferenciados. No curto prazo, uma empresa que atua no mercado de concorrência monopolística age como monopolista, já que tal empresa é a única produtora de sua marca. Assim, $RMg = CMg$ e $\pi > 0$. No equilíbrio de longo prazo, ainda que P > CMg, o lucro é zero, pois P = CMe. As firmas não produzem no que seria o ótimo social, pois há um excesso de capacidade. Por outro lado, os consumidores têm acesso a um número maior de produtos semelhantes para escolher.

(3) Verdadeiro.

Este modelo é um Bertrand com produtos diferenciados e substitutos entre si. Neste caso, se a empresa *A* fixar seu preço antes da empresa *B*, ela estará em desvantagem por mover-se primeiro. No modelo de Stakelberg de concorrência via quantidades, se a empresa *A* fixar sua quantidade antes da empresa *B*, ela estará em vantagem por mover-se primeiro.

A mensagem principal desta questão é que, de forma geral, não se pode afirmar que o jogador que se move primeiro sempre levará vantagem. Nem sempre é assim. Às vezes, ter mais informação é pior!

Ver também questão 14 da prova da ANPEC de 2005.

(4) Verdadeiro.

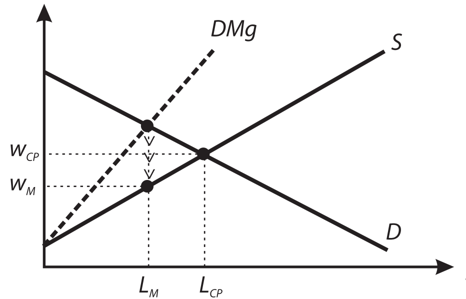
A curva de oferta inversa por L é dada por: w = w(L).

O dispêndio total é dado por: DT = w(L)*L

E o $DMg = \dfrac{dDT}{dL}$

Em equilíbrio, DMg = RPMg.

Quando a firma não tem poder de monopsônio (poder de monopólio no mercado de fator), o salário é dado pelo mercado. Ele é um *price taker* no mercado de fator. Mas, se ele tiver poder de monopsônio, colocará o salário abaixo do salário de mercado.



Questão 13

A função de custo médio de um produtor monopolista é dada por $CMe(q) = \frac{q}{2} + \frac{120}{q} + 10$, em que q é a quantidade produzida expressa em unidades. Para maximizar seus lucros sabe-se que o produtor deve produzir 6 unidades do produto e que neste ponto a elasticidade da demanda por seus produtos é igual a – 3/2. Qual o valor do lucro total do monopolista expresso em de unidades monetárias?

Resolução:

A condição de maximização de lucros de uma empresa monopolista é no ponto que iguala a receita marginal ao custo marginal $\Rightarrow RMg(q) = CMg(q)$. A receita marginal pode ser expressa em termos da elasticidade $\Rightarrow RMg(q) = \text{p}\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right)$.

A partir do custo médio, podemos obter o custo total e o custo marginal:

$$CMe(q) = \frac{q}{2} + \frac{120}{q} + 10 \Rightarrow CT(q) = \frac{q^2}{2} + 120 + 10q \Rightarrow CMg(q) = q + 10 \Rightarrow CMg(6) = 16$$

$$\left(p - \frac{p}{|\varepsilon|}\right) = 16 \Rightarrow p - \frac{2}{3}p = 16 \Rightarrow p = 48$$

$$\pi = RT - CT \Rightarrow \pi = (48)(6) - \left(\frac{1}{2}(36) + 120 + 60\right) = 288 - 198$$

$$\pi = 90$$

Questão 14

Considere duas empresas duopolistas, denominadas *A* e *B*, atuando num mercado caracterizado por uma curva de demanda inversa igual a P = 100 – *q*. Sabe-se que as curvas de custo total das empresas *A* e *B* são, respectivamente, $C_A(q_A) = 100 + 45\ q_A$ e $C_B(q_B) = 50 + q_B^2$, em que q_A e q_B são as quantidades produzidas pelas empresas *A* e *B*. Qual a quantidade que a empresa *A* irá produzir se ela puder decidir seu nível de produção antes da empresa *B*, caracterizando um equilíbrio de Stakelberg?

Resolução:

Stakelberg é um modelo de duopólio no qual uma empresa determina seu nível de produção antes que a outra empresa o faça. A empresa que determina a quantidade a ser produzida antes é chamada de líder (empresa A) e, a outra, que determina a quantidade a ser produzida depois da líder, é a seguidora (empresa B).

Iniciemos com a empresa B. Pelo fato de tomar sua decisão após a empresa A, ela considera como determinada a produção da empresa A. Portanto, a quantidade produzida capaz de maximizar o lucro da empresa B é obtida por sua curva de reação de Cournot:

Empresa B (seguidora)

O lucro da empresa B é igual à receita total de B menos o custo total de B $\Rightarrow \pi_B = RT_B - CT_B$

$$\pi_B = (100 - q_A - q_B)q_B - (50 + q_B^2)$$

$$\frac{d\pi_B}{dq_B} = 0 \Rightarrow (100 - q_A - q_B)1 + q_B(-1) - 2q_B = 0$$

$$100 - q_A - 4q_B = 0 \Rightarrow q_B = \frac{100 - q_A}{4} \Rightarrow \text{Função de reação de B.}$$

Empresa A (líder)

O lucro da empresa A é igual à receita total de A menos o custo total de A $\Rightarrow \pi_A = RT_A - CT_A$

$$\pi_A = (100 - q_A - q_B)q_A - 100 + 45q_A$$

$$\pi_A = 100q_A - q_B^2 - (100q_A - q_A^2)/4 - 100 - 45q_A$$

$$\frac{d\pi_A}{dq_A} = 0 \Rightarrow 100 - 2q_A - (100/4) + (2q_A/4) - 45 = 0 \Rightarrow 30 - (3/2)q_A = 0 \Rightarrow q_A^* = 20$$

$$q_B = \frac{100 - q_A}{4} \Rightarrow q_B = \frac{100 - 20}{4} \Rightarrow q_B^* = 20$$

A produção total é dada por $Q^T = q_A + q_B \Rightarrow Q^T = 20 + 20 = 40$. Note que, neste caso, as empresas dividem o mercado.

A questão pergunta a quantidade que a empresa *A* irá produzir. A resposta é 20.

PROVA DE 2006

Questão 5

As funções de demanda e oferta do produto *X*, em um mercado competitivo, são dadas, respectivamente, por $D(p) = 100.000 - 1.000p^2$ e $S(p) = 46.000 + 500p^2$. A função de custo total da firma *A* neste mercado é $C_A(x) = \frac{1}{450}x^3 + 30$, em que *x* é o número de unidades produzidas de *X*. Com base nesses dados, avalie as afirmativas:

⓪ O preço de equilíbrio será 6 unidades monetárias e a quantidade de equilíbrio será 64.000 unidades.

① Conhecendo-se a quantidade de produto que maximiza os lucros da firma, para calcular o valor de seu excedente, basta subtrair, da receita total, o custo total de produção.

② No ponto de equilíbrio, a elasticidade da demanda de mercado em relação ao preço é –1,125.

③ Em equilíbrio competitivo, o excedente do consumidor é 528.000.

④ Suponha que em vez da firma *A* tenha-se uma indústria monopolista com a mesma função demanda. Este monopolista quer saber quanto deve produzir em dois períodos consecutivos. No primeiro período, devido aos custos de instalação, o custo de produção é $C_A(x) = \frac{1}{450}x^3 + 30$, enquanto no segundo o custo é $C_A(x) = \frac{1}{450}x^3$. Mantendo-se a demanda inalterada, a produção do monopolista no segundo período será maior que no primeiro.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Para encontrarmos o preço em que cada firma tomará como dado, temos que saber como a demanda e a oferta reagem no mercado de um determinado produto. Assim, nossa análise parte da igualdade de demanda e oferta no mercado (indústria): $S(p) = D(p)$.

$100.000 - 1.000p^2 = 46.000 + 500p^2$

$1.500p^2 = 54.000$

$p^2 = 36 \Rightarrow p = 6$

Substituindo o preço na função de demanda de mercado ou oferta de mercado, chegamos à quantidade total de equilíbrio desta sociedade.

$D(p) = 100.000 - 1.000(6)^2 = 100.000 - 36.000 = 64.000$

$S(p) = 46.000 + 500(6)^2 = 46.000 + 18.000 = 64.000$

(1) Falso.

Esta afirmativa estaria correta se estivéssemos considerando tão somente o longo prazo, em que CF é zero e o excedente do produtor se confunde com o lucro. No curto prazo, no entanto, temos por definição que EP = Lucro + CF (veja demonstração abaixo). Como não houve nenhuma referência na questão sobre o curto ou o longo prazo, a afirmativa está incorreta.

EP = RT – CV

Lucro = RT – CT = RT – CV – CF

Logo, Lucro = EP – CF ou EP = Lucro + CF

Ou, de forma análoga, pode-se fazer:

$$\int_0^{q^*}(P - CMg)dq = Pq - \text{CT}(q)\big|_0^{q^*} = [p \,.\, q^* - \text{CT}(q^*)] - [\text{p} \,.\, 0 - CT(0)] = \pi^* - CF$$

Ver item 4, questão 6, da prova da ANPEC de 2005.

(2) Verdadeiro.

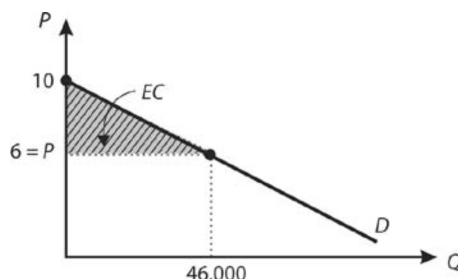
$$\varepsilon_P = \frac{\Delta\% Q^d}{\Delta\% p} = \left(\frac{dQ}{dp}\right)\left(\frac{p}{Q}\right) = -1.000(2p)\left(\frac{p}{Q}\right) \Rightarrow \varepsilon_P = -1.000(12)\left(\frac{6}{46.000}\right) = -\frac{72.000}{46.000} = -1{,}125$$

(3) Falso.

$$EC = \frac{4(46.000)}{2} = 128.000$$

$$p^2 = \frac{100.000 - Q^d}{1.000} \Rightarrow p = \left[\frac{100.000 - Q^d}{1.000}\right]^{1/2}$$

Se $Q^d = 0 \Rightarrow p = 10$



(4) Falso.

Não é necessário fazer conta. No processo de maximização, o que vale é RMg = CMg. O CMg não inclui o custo fixo (30 no primeiro período). Assim, CMg 1º período = CMg 2º período. Dado que a demanda é inalterada e os CMgs são iguais nos dois períodos, as quantidades em cada período serão iguais: $q_1 = q_2$.

Questão 6

A respeito de mercados de competição monopolística, são corretas as afirmativas:

⓪ Os produtos vendidos caracterizam-se por serem diferenciados e altamente complementares entre si.

① Há livre entrada e saída de firmas no mercado.

② No equilíbrio de longo prazo, haverá lucros econômicos maiores que zero, mesmo com a ausência de barreiras à entrada no mercado.

③ Em contraste com os mercados puramente competitivos, o preço de equilíbrio é maior que o custo marginal.

④ Uma fonte de ineficiência clássica desses mercados é a existência de capacidade ociosa na produção.

Resolução:

(0) Falso.

Em mercados de competição monopolística, os produtos são diferenciados, mas altamente substitutos entre si. Esta é a principal diferença entre esse modelo e a concorrência perfeita.

(1) Verdadeiro.

A concorrência monopolística é semelhante ao mercado competitivo em dois aspectos: há muitas empresas e a entrada de novas não é limitada. Portanto, a livre entrada é uma das características do modelo. É ela, inclusive, que levará o equilíbrio de longo prazo a apresentar lucro zero.

(2) Falso.

O lucro econômico é igual a zero e não há barreiras à entrada, de forma geral.

(3) Verdadeiro.

Em concorrência monopolística, o preço é superior ao de concorrência perfeita. Em concorrência perfeita, $P = CMe$ e CMe é mínimo. Em concorrência monopolística $P = CMe$, mas o CMe não é mínimo. Por isso, há perda de peso morto nesse mercado.

(4) Verdadeiro.

Esta é uma das características desse mercado, justamente porque a produção de longo prazo não é aquela em que CMe é mínimo.

Questão 13

As funções de custo médio e de receita marginal de um monopolista são, respectivamente, $CMe(q) = q + 10 + \frac{50}{q}$ e $RMg(q) = 70 - 8q$, em que custo e receita são expressos em unidades monetárias e q é a quantidade produzida. Encontre o valor, em unidades monetárias, da área conhecida como ônus devido ao monopólio (perda social ou ainda perda de peso morto).

Resolução:

A condição de maximização de lucros de uma empresa monopolista é no ponto que iguala a receita marginal ao custo marginal $\Rightarrow RMg(q) = CMg(q)$. A partir do custo médio, podemos obter o custo total e o custo marginal:

$$CMe(q) = q + 10 + \frac{50}{q} \Rightarrow CT(q) = q^2 + 10q + 50 \Rightarrow CMg(q) = 2q + 10$$

A partir da receita marginal, podemos obter a receita total:

$RMg(q) = 70 - 8q \Rightarrow RT(q) = 70q - 4q^2 \Rightarrow p = (70 - 4q)$

Em equilíbrio de monopólio:

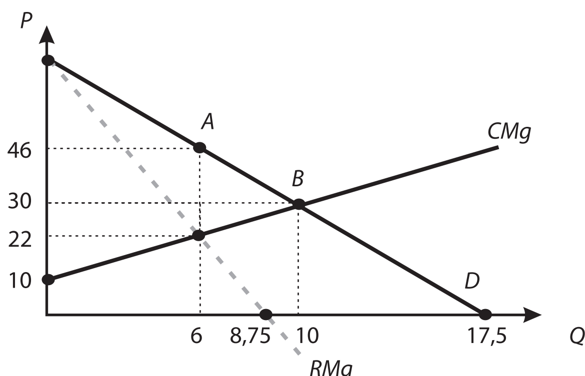
$RMg(q) = CMg(q) \Rightarrow 70 - 8q \Rightarrow 2q + 10 \Rightarrow q^* = 6 \Rightarrow p^* = 46$

Em equilíbrio de concorrência perfeita:

$p(q) = CMg(q) \Rightarrow (70 - 4q) = 2q + 10 \Rightarrow q^* = 10 \Rightarrow p^* = 30$

O ônus devido ao monopólio (perda social ou ainda perda de peso morto) é calculado fazendo a diferença entre os equilíbrios de monopólio e concorrência perfeita, que corresponde exatamente à área do triângulo da figura abaixo, conhecida como triângulo de Harberger (DWL):

$$DWL = \frac{(46-30)(10-6)}{2} + \frac{(30-22)(10-6)}{2} = \frac{(16)(4)}{2} + \frac{(8)(4)}{2} = 32+16=48$$



Questão 14

Duopolistas, denominados *A* e *B*, concorrem em um mercado com produtos diferenciados por meio da escolha de preços. Os dois determinam seus preços simultaneamente, configurando um equilíbrio de Nash. São dadas as funções:

Demanda: $q_A = 21 - p_A + p_B$ e $q_B = 20 - 2p_B + p_A$

Custos: $C_A(q_A) = q_A + 175$ e $C_B(q_B) = 2q_B + 100$, em que q_A e q_B são as quantidades e p_A e p_B os preços dos produtos de *A* e *B*, respectivamente. Pede-se: o somatório dos lucros das duas empresas.

Resolução:

A questão trata de um duopólio de Bertrand com produtos diferenciados. O equilíbrio de Bertrand é dado via preços.

Empresa A

O lucro da empresa A é igual à receita total de A menos o custo total de A $\Rightarrow \pi_A = RT_A - CT_A$

$$\pi_A = (21 - p_A + p_B)p_A - (21 - p_A + p_B) - 175$$

$$\frac{d\pi_A}{dp_A} = 0 \Rightarrow (21 - p_A - p_B)1 + p_A(-1) + 1 = 0 \Rightarrow 22 - 2p_A + p_B = 0$$

$p_A = \frac{22 - p_B}{2} \Rightarrow$ Função de reação da empresa A.

Empresa B

O lucro da empresa B é igual à receita total de B menos o custo total de B $\Rightarrow \pi_B = RT_B - CT_B$

$\pi_B = (20 - 2p_B + p_A)p_B - 2(20 - 2p_B + p_A) - 100$

$\frac{d\pi_B}{dp_B} = (20 - 2p_B + p_A)1 + p_B(-2) + 4 = 0 \Rightarrow 24 - 4p_B + p_A = 0$

$p_B = \frac{24 - p_A}{4} \Rightarrow$ Função de reação da empresa B.

Substituindo a função de reação de B na função de reação de A, temos:

$$p_A = \frac{22 + \left(\frac{24 + p_A}{4}\right)}{2} \Rightarrow 8p_A = 88 + 24 + p_A \Rightarrow 112 = 7p_A \Rightarrow p_A = 16 \Rightarrow p_B = 10$$

$\pi_A = (21 - 16 + 10)16 - (21 - 16 + 10) - 175 \Rightarrow \pi_A = 240 - 15 - 175 = 50$

$\pi_B = (20 - 2(10) + 16)8 - 100 = 28$

Resposta: $\pi^T = \pi_A + \pi_B = \pi^T = 50 + 28 = 78$

PROVA DE 2007

Questão 6

Uma indústria competitiva opera com N firmas idênticas, cuja curva de custo médio é CMe(q) = q + 5 + 100/q, em que q é a quantidade produzida por cada firma. A demanda de mercado é dada por D(p) = 1000 – 2p, em que p é o preço. Avalie as afirmativas:

⓪ O preço de equilíbrio de longo prazo é igual a 25.

① O número de firmas de equilíbrio de longo prazo é igual a 950.

② Se a quantidade demandada aumenta em 50%, o preço de equilíbrio de longo prazo aumenta 37,5%.

③ Se a quantidade demandada dobrar, o número de firmas no equilíbrio de longo prazo aumenta em 95 unidades.

④ O lucro de cada firma no equilíbrio de longo prazo aumenta na mesma proporção do aumento da demanda.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

A condição de equilíbrio de longo prazo para uma empresa de concorrência perfeita é custo marginal igual ao custo médio ⇒ $CMg = CMe$. A partir do custo médio (dado na questão), podemos obter o custo total e o custo marginal:

$$CMe(q) = q + 5 + \frac{100}{q} \Rightarrow CT(q) = q^2 + 5q + 100 \Rightarrow CMg(q) = 2q + 5$$

Em equilíbrio ⇒ $CMg = CMe \Rightarrow 2q + 5 + \frac{100}{q} \Rightarrow q = 10$.

Quando $q = 10 \Rightarrow CMe = 10 + 5 + \frac{100}{10} = 25$ e $CMg = 2(10) + 5 = 25$.

Logo, como o equilíbrio de longo prazo de uma firma em concorrência perfeita ocorre para o nível observa-se $p = CMg = CMe$. Temos que $P = 25$.

(1) Falso.

Com $p = 25 \Rightarrow Q^d(p) = 1000 - 2(25) \Rightarrow Q^d(p) = 950$

O número ótimo de firmas é: $N^* = \frac{Q^d}{q_i} = \frac{950}{10} = 95$

(2) Falso.

$$Q^d = 1000 - 2p$$

$$p^0 = 500 - \frac{1}{2} Q^d$$

Usando a informação do item 1, sabe-se que a quantidade demandada do mercado é de $Q_M = 950$.

Como houve um aumento de 50% na quantidade demandada do mercado, a nova demanda será de:

$Q_M' = 950\ (1+50\%) = 950\ (1 + 0{,}5)$.

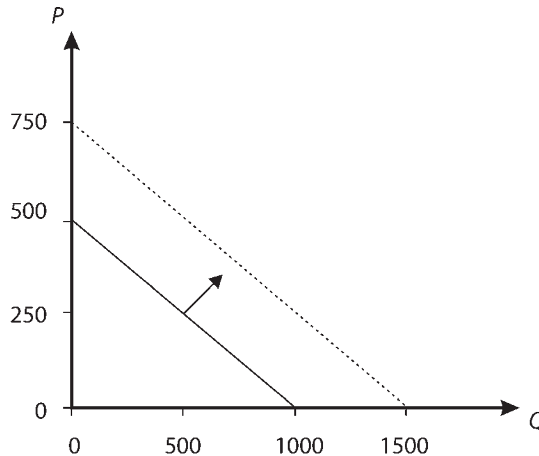
Assim, o novo preço terá o coeficiente linear também aumentado em 50%, saindo de 500 para 750, da seguinte forma:

$$p^1 = 750 - \frac{1}{2}[950(1{,}5)] \Rightarrow p^1 = 37{,}50$$

Assim, a variação percentual dos preços (25 para 37,5) será de:

Portanto, $\dfrac{p^1 - p^0}{p^0} = \dfrac{37{,}50 - 25}{25} = \dfrac{12{,}5}{25} = \dfrac{1}{2}$

Ou seja, houve um aumento de preço de 50% no curto prazo.



(3) Verdadeiro.

Se $N^* = \dfrac{Q_0^d}{q_i}$ e se $Q_0^d = (950)(2) = 1900 \Rightarrow N^{**} = \dfrac{1900}{10} = 190$

$N^{**} - N = 190 - 95 = 95$

(4) Falso.

No longo prazo, o lucro é igual a zero, pois o preço iguala-se ao custo médio.

Questão 9

Julgue as proposições:

⓪ Tudo o mais constante, se a elasticidade-preço da demanda em um mercado aumentar de 2,5 para 4 em valor absoluto, o *mark-up* do monopolista se reduzirá em 20%.

① Um restaurante universitário cobra três preços diferentes: um para professores, um para funcionários e outro para alunos. Aquele restaurante é um monopolista discriminador de 3º grau.

② Mesmo sem conhecer o preço de reserva de cada agente, um monopolista conseguirá praticar discriminação de preços de 1º grau se implementar um mecanismo de autosseleção baseado nas características qualitativas do bem.

③ Mantendo a demanda constante, uma redução exógena no custo marginal irá reduzir tanto o preço quanto a perda de peso morto do monopólio.

④ Em um equilíbrio de concorrência monopolística com lucro zero, não haverá ineficiência, dado que o preço é igual ao custo médio e, consequentemente, ao custo marginal.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Usamos a fórmula que segue para calcular a elasticidade nos dois mercados

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{1-\frac{1}{\varepsilon}} \right)$$

Mercado 1: $\left(\frac{1}{1-\frac{1}{2,5}} \right) = \frac{1}{0,6} = 1,66$ Mercado 2: $\left(\frac{1}{1-\frac{1}{4}} \right) = \frac{1}{0,75} = 1,33$

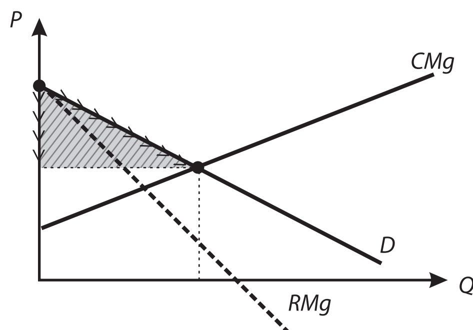
A variação percentual é: $\frac{1,33-1,66}{1,66} \cong -20\%$

(1) Verdadeiro.

A discriminação de preços de 3º grau é uma prática monopolista que divide os consumidores em dois ou mais grupos e cobra preços diferentes para cada um, uma vez que há elasticidade-preço diferente para cada grupo.

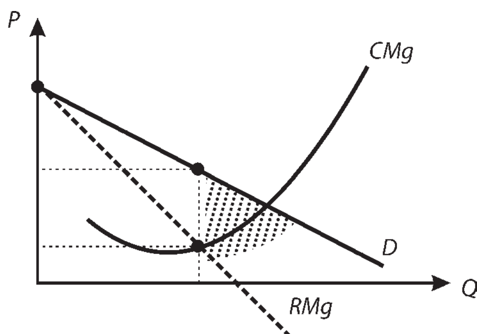
(2) Falso.

A discriminação de preços do 1º grau ocorrerá quando o monopolista puder cobrar de cada consumidor o seu preço de reserva (que corresponde à quantia máxima que uma pessoa está disposta a pagar por algum bem) para um bem homogêneo, que independe de "características qualitativas do bem". Assim, quando o monopolista conhece o preço de reserva de cada consumidor, ele pode extrair para si todo o excedente do consumidor. Quando não conhece, para tentar inferir, o mecanismo de seleção tem que ser de acordo com o consumidor e não com relação ao produto.



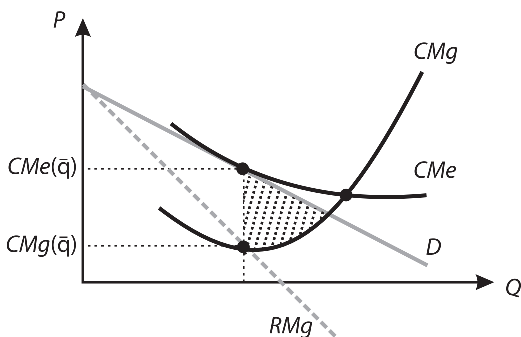
(3) Falso.

O *CMg* em monopólio não é a curva de oferta da empresa, como ocorre em concorrência perfeita. Assim, nada se pode afirmar. Tudo depende do formato das curvas.



(4) Falso.

Em concorrência monopolística, o excedente total não é máximo, ainda que se observe preço igual ao custo médio ⇒ $p = CMe$ (lucro igual a zero) > CMg. Portanto, há ineficiência.



Questão 12

A função de produção de uma firma é dada por y = *f*(L) = 11L, em que L é a quantidade de trabalho. O bem y é vendido em um mercado competitivo ao preço de 5. A firma, por sua vez, tem poder de monopsônio no mercado de fatores e se depara com uma curva de oferta inversa de trabalho igual a *w*(L) = 1+2L², sendo w o salário. Encontre o custo total da firma, no equilíbrio.

Resolução:

Ver questão 15 da prova da ANPEC de 2003.

O equilíbrio no mercado de fatores requer que se tenha: $RMg \,.\, PMg_i = DMg_i$, onde:

- $RMg = \dfrac{dRT}{dQ}$ *é a receita marginal da firma*
- $PMg_i = \dfrac{dQ}{di}$ *é o produto marginal do insumo i (L ou K)*
- $DMg_i = \dfrac{dDT}{di}$ *é o dispêndio marginal do insumo i*
- $RMg \,.\, PMg_i = RPMg_i =$ *Receita do Produto Marginal do insumo i*

Assim, temos que: $RPMg_L = DMg_L$. Mas, como há concorrência perfeita no mercado de bens, temos que $RMg = P$ e $RPMg_i$ passa a chamar-se Valor do Produto Marginal do insumo i. Então, teremos: $VPMg_L = DMg_L$, onde $VPMgi = P \,.\, PMgi$.

Por outro lado, $PMg_L = \dfrac{\partial q}{\partial L} = 11$.

Assim, substituindo pelos valores da questão, temos que: $5 \,.\, 11 = VPMg_L$. Para calcular a quantidade de trabalho (L*), teremos que calcular o dispêndio marginal do trabalho. Para isso, temos primeiro que ter a equação do dispêndio total, qual seja: $DT_L(w) = w(L) \,.\, L$

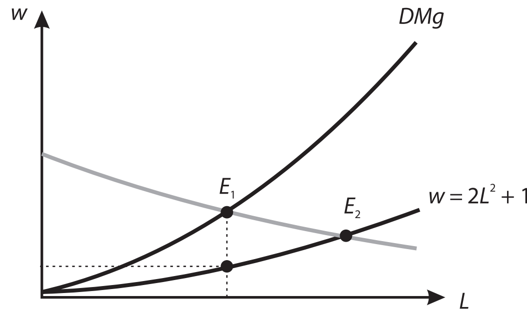
$DT_L(w) = w(L) \,.\, L = (1 + 2L^2) \,.\, L = L + 2L^3$

Assim, o dispêndio marginal é: $DMg_L\,(w) = \dfrac{\partial DT_L(w)}{\partial L} = 1 + 6L^2$

Substituindo o DMg na equação, teremos: $55 = 1 + 6L^2 \Rightarrow L^* = 3$

$w^* = 1+2L^2 = 1 + 2(3)^2 = 19$.

Logo, substituindo em $DT_L(w) = L + 2L^3 = 3 + 2 \,.\, 27 =$ **57 → Resposta.**



Questão 13

Seja um setor com duas empresas: 1 e 2, ambas produzindo um bem homogêneo. O custo total da empresa 1 é $c_1 = 5q_1$ e o da empresa 2 é $c_2 = 0{,}5q_2^2$. A demanda é dada por Q = 200 – 2p. Se as duas empresas resolverem formar um cartel, quanto a empresa 1 produzirá a mais que a empresa 2?

Resolução:

Cartel é um acordo feito entre empresas que concordam explicitamente em determinação de preços e níveis de produção. O objetivo é maximizar o lucro total do setor, simulando uma situação de monopólio.

$$\pi = RT - CT_1 - CT_2$$

$$\pi = \left(100 - \frac{q_1}{2} - \frac{q_2}{2}\right)(q_1 + q_2) - 5q_1 - 0{,}5q_2^2$$

$$\frac{d\pi}{dq_1} = 0 \Rightarrow \left(100 - \frac{q_1}{2} - \frac{q_2}{2}\right)1 + (q_1 + q_2)*\left(-\frac{1}{2}\right) - 5 = 0$$

$$100 - q_1 - q_2 - 5 = 0 \Rightarrow q_1 = 95 - q_2$$

$$\frac{d\pi}{dq_2} = 0 \Rightarrow \left(100 - \frac{q_1}{2} - \frac{q_2}{2}\right)1 + (q_1 + q_2)*\left(-\frac{1}{2}\right) - q_2 = 0$$

$$100 - q_1 - q_2 - q_2 = 0 \Rightarrow q_1 = 100 - 2q_2$$

Em equilíbrio:

$$95 - q_2 = 100 - 2q_2 \Rightarrow q_2 = 5 \Rightarrow q_1 = 90$$

Observe que se uma empresa tiver uma vantagem de custos, de modo que sua curva de custo marginal sempre se situe abaixo da curva da outra empresa, ela então produzirá necessariamente mais em equilíbrio na solução de cartel.

Resposta: A empresa 1 produzirá 85 unidades a mais que a empresa 2.

Questão 14

Seja um duopólio diferenciado em que a demanda enfrentada pela empresa 1 é dada por $q_1 = 12 - 2p_1 + p_2$ e a demanda enfrentada pela empresa 2 é dada por $q_2 = 12 - 2p_2 + p_1$, sendo p1 o preço cobrado pela empresa 1 e p_2 o preço cobrado pela empresa 2. Os custos totais da empresa 1 são dados por $c_1 = q_1$ e os custos totais da empresa 2 são dados por $c_2 = 2q_2$. Encontre a soma das quantidades produzidas pelas duas empresas.

Resolução:

Demanda: $q_1 = 12 - 2p_1 + p_2$ e $q_2 = 12 - 2p_2 + p_1 \Rightarrow$ Os produtos são diferenciados. Observe que quando p_1 aumenta, q_1 diminui e q_2 aumenta, ou seja, os bens são substitutos.

Assim, o problema trata de um duopólio de Bertrand com produtos diferenciados. O equilíbrio de Bertrand é dado via preços.

Empresa 1:

O lucro da empresa 1 é igual à receita total de 1 menos o custo total de 1 $\Rightarrow \pi_1 = RT_1 - CT_1$

$$\pi_1 = (12 - 2p_1 + p_2)p_1 - (12 - p_1 + p_2)$$

$$\frac{d\pi_1}{dp_1} = 0 \Rightarrow (12 - 2p_1 - p_2)1 + p_1(-2) + 2 = 0 \Rightarrow 14 - 4p_1 + p_2 = 0$$

$$p_1 = \frac{14 + p_2}{4} \Rightarrow \text{Função de reação da empresa 1.}$$

Empresa 2:

O lucro da empresa 2 é igual à receita total de 2 menos o custo total de 2 $\Rightarrow \pi_2 = RT_2 - CT_2$

$$\pi_2 = (12 - 2p_2 + p_1)p_2 - 2(12 - 2p_2 + p_1)$$

$$\frac{d\pi_2}{dp_2} = 0 \Rightarrow (12 - 2p_2 - p_1)1 + p_2(-2) + 4 = 0 \Rightarrow 16 - 4p_2 + p_1 = 0$$

$$p_2 = \frac{16 - p_1}{4} \Rightarrow \text{Função de reação da empresa 2.}$$

Substituindo a função de reação da empresa 2 na função de reação da empresa 1, temos:

$$p_1 = \frac{14 + \left(\dfrac{16 + p_1}{4}\right)}{4} \Rightarrow 16p_1 = 56 + 16 + p_1 \Rightarrow 72 = 15p_1 \Rightarrow p_1 = 4{,}8 \Rightarrow p_2 = 5{,}2$$

Resposta:

$q_1 = 12 - 2(4{,}8) + 5{,}2 = 7{,}6$

$q_2 = 12 - 2(5{,}2) + 4{,}8 = 6{,}4$

$q_1 + q_2 = 7{,}6 + 6{,}4 = 14$

PROVA DE 2008

Questão 8

Com relação à teoria de monopólio, julgue as afirmações:

⓪ O monopolista que determina o preço pela regra de *mark-up* sempre opera numa faixa de preços para os quais a demanda de mercado é inelástica.

① Descontos a estudantes ou a idosos podem ser interpretados como discriminação de preços de 3º grau.

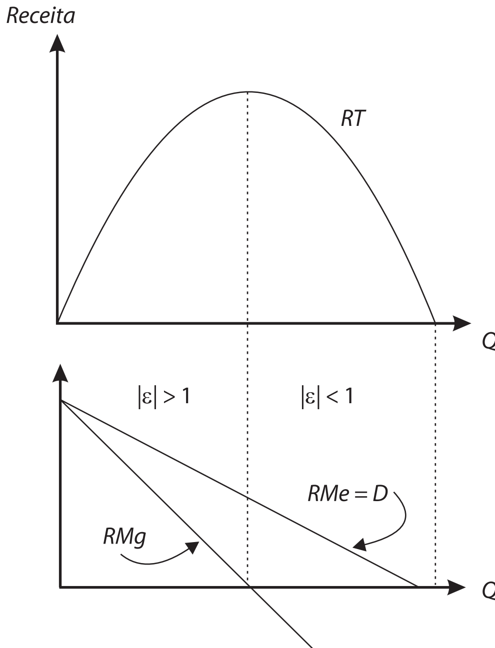
② Monopólios que praticam discriminação de preços de 1º grau extraem todo o excedente do consumidor.

③ Considere um monopólio com custos médios estritamente decrescentes. Ao determinar que a firma cobre o preço em que o custo médio iguale a demanda inversa de mercado, o regulador pode fazer com que a firma produza uma quantidade intermediária entre a quantidade de monopólio determinada pela regra de *mark-up* e a quantidade socialmente eficiente.

④ Um monopolista tem custo marginal constante, todos os consumidores são idênticos e têm curvas de demanda estritamente decrescentes, com efeito-renda nulo. Então, uma tarifa bipartida, com uma parcela dada pelo custo marginal e outra dada pelo excedente médio dos consumidores no ponto em que o custo marginal iguala a demanda, permite que o monopolista extraia todo o excedente das trocas.

Resolução:

(0) Falso.



Quando o monopolista segue a regra de *mark-up* para determinar o seu preço, ele está respeitando a condição de primeira ordem (CPO), que é RMg = CMg.

Portanto, ele está operando na parte elástica da curva de demanda, onde RMg > 0.

$$P = \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{|\varepsilon|}} \right) * CMg \qquad p > CMg$$

(1) Verdadeiro.

A discriminação de preços de 3º grau é uma prática monopolista que divide os consumidores em dois ou mais grupos, dependendo da sua elasticidade, ou seja, dependendo a sua sensibilidade ao preço do produto em questão. Assim, o preço será mais elevado para aquele grupo de consumidores que for mais inelástico e mais baixo para o grupo mais inelástico.

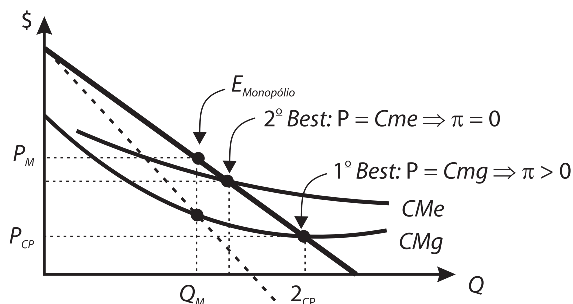
$$p_1 > p_2 \Leftrightarrow |\varepsilon_1| < |\varepsilon_2| \Rightarrow P_1\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_{p1}}\right) = P_2\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_{p2}}\right)$$

Na questão em tela, o grupo 1 seria constituído de não idosos ou estudantes, e o grupo 2, de idosos ou estudantes.

(2) Verdadeiro.

Por definição, monopólios que praticam discriminação de preços de 1º grau extraem todo o excedente do consumidor.

(3) Verdadeiro.



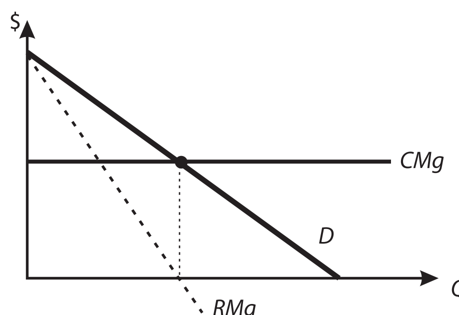
Um monopólio com CMe decrescente é um monopólio natural. Se o regulador determinar que o preço deve ser o chamado *first best*, onde P = CMg, o monopolista terá prejuízo, dado que a sua curva de CMg está debaixo da curva de CMe. Neste caso, o regulador pode criar incentivos para que a firma produza neste equilíbrio, mas terá que dar algum subsídio para que ela "mantenha suas portas abertas".

Uma alternativa é o regulador cobrar o que chamamos situação *second best*, onde P = CMe, situação em que a produção é maior do que a de monopólio (RMg = CMg). A quantidade produzida será inferior à da solução *first best* e, o preço, maior, mas é quando a empresa tem lucro econômico igual a zero e o regulador não necessitará mais dar qualquer tipo de subsídio.

(4) Verdadeiro.

O monopolista quer fazer uma discriminação de 2º grau via tarifa bipartite (*two-part tariff*), e seu objetivo é aumentar o lucro. Se o monopolista cobrar dos N consumidores $T = EC + CMg\ Q$ ou T média = $\frac{EC}{N} + CMg$, ele terá para si todo o EC, além de estar operando na quantidade social eficiente.

Ver item 2, questão 10, da prova da ANPEC de 2009.



Questão 14

Considere um modelo de determinação simultânea de preços com duas empresas: a empresa 1 e a empresa 2, com diferenciação de produtos e sem restrição de capacidade. A demanda de qualquer uma das duas empresas é dada por $q_i = 200 - 4p_i + 2\,p_j$, em que i, j = 1,2 e $i \neq j$. O custo de qualquer uma das empresas é dado por $C_i(q_i) = q_i$. No equilíbrio de Nash, os preços cobrados por qualquer uma dessas empresas serão idênticos. Calcule esse preço.

Resolução:

A questão trata de um duopólio de Bertrand com produtos diferenciados. O equilíbrio de Bertrand é dado via preços.

Empresa 1

O lucro da empresa 1 é igual à receita total de 1 menos o custo total de 1 $\Rightarrow \pi_1 = RT_1 - CT_1$

$$\pi_1 = (200 - 4p_1 + 2p_2)p_1 - (200 - 4p_1 + 2p_2)$$

$$\pi_1 = 200p_1 - 4p_1^2 + 2p_2p_1 - 200 + 4p_1 - 2p_2$$

$$\frac{d\pi_1}{dp_1} = 0 \Rightarrow 200 - 8p_1 + 2p_2 + 4 = 0 \Rightarrow 204 - 8p_1 + 2p_2 = 0$$

$$p_1 = \frac{204 + 2p_2}{8} \Rightarrow \text{Função de reação da empresa 1.}$$

$$p_2 = \frac{204 + 2p_1}{8} \Rightarrow \text{Função de reação da empresa 2.}$$

Substituindo a função de reação da empresa 2 na função de reação da empresa 1, temos:

$$p_1 = \frac{204 - \left(\frac{408 + 4p_1}{8}\right)}{8} \Rightarrow 64p_1 = 1632 + 408 + 4p_1 \Rightarrow 2040 = 60p_1 \Rightarrow p_1 = 34 \Rightarrow p_2 = 34$$

Outra forma de responder:

Como $p_1 = p_2 = p^*$, da curva de reação da empresa 1 temos:

$8p^* = 204 + 2p^* \Rightarrow 6p^* = 204 \Rightarrow p^* = 34$

Resposta: P = 34.

PROVA DE 2009

Questão 10

Um monopolista produz certo bem, de acordo com uma tecnologia para a qual o custo marginal de produção é constante e igual a *4*. Existem *N* consumidores idênticos e de tal sorte que a demanda inversa agregada por esse bem é dada por *P = 10 – Q*, em que *P* é o preço e *Q* a quantidade total demandada. Julgue as seguintes afirmativas:

⓪ Se o monopolista aplica a regra de *mark-u*p como regra de preço, então o preço de monopólio é *Pm = 7* e a quantidade produzida é *Qm = 3*.

① A perda de bem-estar (ou *deadweight loss*) decorrente do uso da regra de *mark-u*p pelo monopolista é *DWL = 9*.

② Suponha que em vez da regra de *mark-up*, o monopolista adote uma tarifa bipartite (*two-part tariff*), segundo a qual ele cobra, de cada consumidor, uma tarifa de entrada igual a *t = 18/N* e depois cobra o custo marginal por cada unidade ofertada. Então, o monopolista produzirá a quantidade socialmente eficiente.

③ Adotando uma tarifa bipartite, o monopolista jamais poderá obter um lucro maior do que aquele obtido mediante a regra de *mark-up*.

④ Se o monopolista pratica discriminação perfeita de preços, então seu lucro privado coincidirá com o excedente social.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

O equilíbrio de monopólio é dado pela igualdade entre receita marginal e custo marginal ⇒ *RMg* = *CMg*. Pela condição de primeira ordem (CPO), podemos encontrar a receita marginal, e reescrevendo em termos de elasticidade:

$$\frac{dRT}{dq} = Q\frac{dP}{dQ} + P\frac{dQ}{dQ} = P\left(\frac{Q}{P}\frac{dP}{dQ} + 1\right) = P\left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right).$$

Em equilíbrio, quando RMg = CMg, teremos:

$$P\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right) = CMg \quad \Rightarrow \quad P = \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{|\varepsilon|}}\right)CMg.$$

Dado no problema: CMg = 4. Pela curva de demanda de mercado, temos que: P = 10 – Q.

Logo ⇒ $RT = 10Q - Q^2 \Rightarrow RMg = 10 - 2Q$

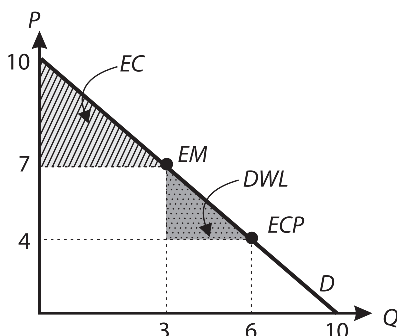
Como $CMg = RMg \Rightarrow 4 = 10 - 2Q \Rightarrow Q^* = 3 \Rightarrow P^* = 7$

Note que $|\varepsilon| = -\frac{\partial Q}{\partial P}\frac{P}{Q} = -(-1)\frac{7}{3} = \frac{7}{3}$. Assim, podemos corroborar que o preço é igual a 7, aplicando a regra de *mark-up*: $P = \left(\frac{1}{1-\frac{1}{|\varepsilon|}}\right) Cmg = \left(\frac{1}{1-\frac{1}{\frac{7}{3}}}\right) 4 = 7$

(1) Falso.

Se houver competição perfeita, o equilíbrio será $P = CMg \Rightarrow P^*_{CP} = 4 \Rightarrow Q_{CP} = 10 - 4 \Rightarrow Q_{CP} = 6$

$$DWL = \frac{(6-3)(7-4)}{2} = \frac{(3)(3)}{2} = 4{,}5$$



(2) Verdadeiro.

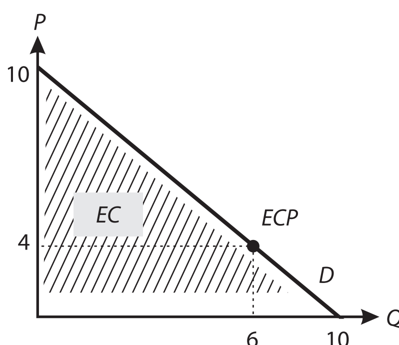
O monopolista quer fazer uma discriminação de 2º grau via tarifa bipartite (*two-part tariff*). O objetivo é aumentar o lucro. Se o monopolista cobrar dos N consumidores $T = EC + CMg\ Q$, onde T é a tarifa, EC o excedente do consumidor e CMg o custo marginal – ou T média $= \frac{EC}{N} + CMg$, ele conseguirá produzir Q = 6 e terá para si todo o EC. Como o EC é $EC = \frac{(10-4)(6-0)}{2} = 18$, se ele cobrar $Tarifa\ Média = \frac{18}{N} + CMg$, de fato estará operando na quantidade social eficiente. Ver item 4, Questão 8 da prova da ANPEC de 2008.

(3) Falso.

Quando o monopolista discrimina, a sua intenção é tirar o excedente do consumidor para ele, além da perda do peso morto (DWL), com intuito de elevar ainda mais o seu lucro. Se não fosse assim, ele não discriminaria.

(4) Verdadeiro.

Discriminação perfeita ocorre quando o monopolista cobra de cada consumidor exatamente o seu preço de reserva. Portanto, ele consegue extrair todo o excedente do consumidor e o DWL.



Questão 13

Considere uma indústria com *35* firmas, todas com a mesma função de custo dada por $c(q_i) = 2q_i$, em que q_i é a produção da firma *i* ($i=1,...,35$). Defina $Q = \sum_{i=1}^{35} q_i$. A demanda de mercado é dada por $p(Q) = 362 - 2Q$. Supondo que as firmas se comportam como no modelo de Cournot e dado que elas são idênticas, cada firma produzirá a mesma quantidade q^*. Determine q^*.

Resolução:

Cada firma *i* maximiza o lucro escolhendo a sua quantidade, dada a quantidade das demais firmas, sendo esta escolha de forma simultânea.

Firma 1:

$$Max\pi_1 \Rightarrow \pi_1 = P(Q)q_1 - CT(q_1)$$
$$\pi_1 = [362 - 2(q_1 + q_2 + ... + q_{35}]q_1 - CT(q_1)$$
$$\pi_1 = [362q_1 - 2q_1^2 + 2q_1q_2 + ... + 2\ q_1q_{35} - 2q_1$$

$$\frac{d\pi_1}{dp_1} = 0 \Rightarrow 362 - 4q_1 - 2(q_2 + q_3 + ... + q_{35}) - 2 = 0$$

$$q_1 = 90 - \frac{1}{2}(q_2 + q_3 + ... + q_{35}) \Rightarrow \text{Função de reação da firma 1.}$$

Como todas as firmas produzem $q^* = q_1 = q_2 = q_3 = ... + q_{35}$, temos que:

$q^* = 90 - \frac{1}{2}(q^* + q^* + ... + q^*)$ onde $q^* + q^* + ... + q^* = 34q^*$

Assim, $q^* = 90 - \frac{34}{2}q^* \Rightarrow q^* = 90 - 17q^* \Rightarrow 18q^* = 90 \Rightarrow q^* = 5$

Resposta: q = 5.

Observação: Se houver um exercício em que haja um duopólio, esta é uma maneira conveniente para resolvê-lo. Faça $q^* = 90 - \frac{1}{2}q^* \Rightarrow q^* = 120$. Mas podemos usar a fórmula: $q_1^* = q_2^* = \frac{a - c}{3} = 120$, que chegaremos ao mesmo resultado.

PROVA DE 2010

Questão 7

Todas as empresas em um determinado mercado – em concorrência perfeita – possuem uma função de custo total $CT = q^3 - 10q^2 + 36q$, em que q representa a quantidade produzida pela empresa. A demanda de mercado é $Q = 111 - p$, em que Q é a quantidade de mercado e p o preço. Julgue os itens a seguir:

⓪ No longo prazo, com livre entrada e saída de empresas, o preço de mercado será $p_0 = 5$.

① Supondo a livre entrada e saída de empresas, a curva de oferta de mercado de longo prazo será igual a $p = 3Q^3 - 20Q + 36$.

② Ao preço de equilíbrio de longo prazo, com livre entrada e saída, existirão 10 empresas no mercado.

③ Se em uma determinada situação existirem 3 empresas, elas estarão operando com preços superiores ao custo variável médio, mas inferiores ao custo médio.

④ O custo marginal de uma empresa é decrescente para quantidades inferiores a 5 unidades.

Resolução:

(0) Falso.

A condição de equilíbrio de curto prazo para uma empresa de concorrência perfeita é custo marginal igual ao custo médio $\Rightarrow$ $CMg = CMe$. A partir do custo total (dado na questão), podemos obter tanto o custo médio quanto o custo marginal:

$$CT = q^3 - 10q^2 + 36q$$

$$CMg = \frac{dCT}{dq} = 3q^2 - 20q + 36$$

$$CMe = \frac{CT}{q} = q^2 - 10q + 36$$

No equilíbrio de longo prazo $\Rightarrow$ $CMg = CMe$, assim:

$$3q^2 - 20q + 36 = q^2 - 10q + 36 \Rightarrow 2q^2 = 10q \Rightarrow q^* = 5$$

Quando $q_i = 5 \Rightarrow CMe = (5)^2 - 10(5) + 36 = 11$ e $CMg = 3(5)^2 - 20(5) + 36 = 11$

Logo, como as firmas operam quando $P = CMg$, temos que $\boldsymbol{p^*=11}$.

Há outra forma de encontrar a quantidade de equilíbrio: como a curva de *CMg* cruza com a curva de *CMe* em seu ponto mínimo, podemos calcular o ponto mínimo de *CMe*: $\frac{dCMe}{dq} = 0 \Rightarrow 2q - 10 = 0 \Rightarrow q_{MIN} = 5$.

(1) Falso.

A curva de oferta de longo prazo de cada **firma** é dada pela curva de custo marginal: $p = 3q^2 - 20q + 36$, para valores maiores do que q = 5 e P = 11, que é a quantidade de mínimo da curva de CMe.

A curva de curto prazo do **mercado** será: $S^M = \sum q_i$, também para valores acima de P = 11.

Já a **curva de oferta de longo prazo do mercado não** é dada pela curva de custo marginal. O formato dessa curva depende se a indústria tem custos constantes (daí a curva de oferta será infinitamente elástica), crescentes (daí a curva de oferta será positivamente inclinada) ou decrescentes (daí a curva de oferta será negativamente inclinada). Então, não há informações para dizer como é o formato da curva de oferta de longo prazo da indústria (mercado).

(2) Falso.

Com $p^* = 11$, encontramos a demanda de mercado, que é igual a: $Q^D = 111 - 1 \Rightarrow Q^D = 100$. Assim, o número ótimo de firmas é: $N^* = \frac{Q^D}{q_i} = \frac{100}{5} = 20$.

(3) Falso.

Antes de fazer qualquer conta, cabe observar que, se o número ótimo em concorrência perfeita é de 20 empresas, se houver menos empresa do que este valor, cada empresa terá lucro > 0. Assim, já é possível afirmar que cada empresa terá: P > CTM, o que torna a questão falsa. Mas vamos aos cálculos, para confirmar essa *rationale econômica*:

Se $N = 3$, e se cada firma continuar produzindo $q = 5$ (imagine a curva de oferta de mercado se contraindo), teremos: $Q^D = (q_i)(N) \Rightarrow Q^D = (5)(3) = (15)$. Dada a demanda de mercado, podemos encontrar o novo preço de equilíbrio, qual seja: $Q^D = 111 - p \Rightarrow 15 = 111 - p \Rightarrow p = 96$.

Quando $q_i = 5 \Rightarrow CMe = (5)^2 - 10(5) + 36 = 11$ e $CMg = 3(5)^2 - 20(5) + 36 = 11$. Assim, $p > CMe$, o que invalida a questão.

Observe que quando $N < N^*$, o lucro será maior que zero para cada firma. De fato, veja que, se as empresas aumentam o preço de venda e mantêm a quantidade vendida, o lucro de cada empresário será de: Lucro = P*Q – CT = 96*5 – $[(5)^3-10(5)^2+36(5)]$ = 480 – 55 = 425. Logo, $p>CMg$.

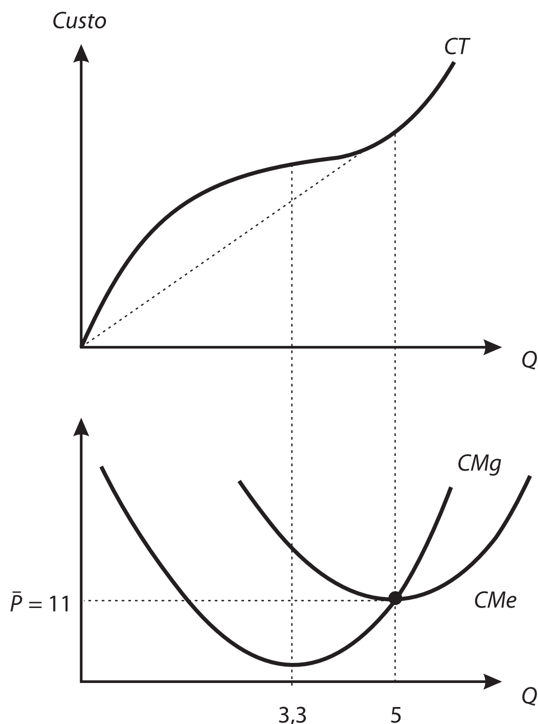
(4) Falso.

Derivando as funções *CMg* e o *CMe*, e as igualando a zero, encontramos a quantidade mínima de cada uma das curvas, isto é:

$$\frac{dCMg}{dq} = 0 \Rightarrow 6q - 20 = 0 \Rightarrow q_{MIN} = 3{,}3$$

$$\frac{dCMe}{dq} = 0 \Rightarrow 2q - 10 = 0 \Rightarrow q_{MIN} = 5$$

A curva de CMg é decrescente até a quantidade q = 3,3, quando passa a ser crescente. Portanto, a questão está incorreta.



Questão 9

Com relação às práticas monopolistas de preços, julgue as alternativas a seguir:

⓪ Um monopolista pratica discriminação de preço de 2º grau se o preço cobrado varia conforme o número de unidades compradas, independentemente de quem seja o consumidor.

① Considere um monopolista que produz um único bem. Se esse monopolista adota a regra de *mark-up* para a determinação de preço, então ele sempre operará em escalas de produção para as quais a demanda é preço-elástico.

② Um monopolista biproduto tem função custo $c(q_1,q_2) = 60\, q_1 + 30\, q_2 - 5q_1q_2$ em que q_1 e q_2 são as quantidades dos produtos 1 e 2, respectivamente. Então existe economia de escopo.

③ Suponha que um monopolista produz dois bens complementares, A e B, e que o custo marginal de cada um é \$50. Suponha que há dois consumidores, I e II, e que seus preços de reserva são como os descritos na tabela abaixo:

	Produto A	Produto B
Consumidor I	\$300	\$100
Consumidor II	\$200	\$150

Se esse monopolista praticar *bundling*, ele terá um aumento de $250 em seu lucro, relativamente à ausência de *bundling*;

④ Considere a situação descrita no item (3). Então a prática de *bundling* permite que o monopolista se aproprie de parte dos excedentes privados dos consumidores, mas o excedente total não varia.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Por definição, a questão é Verdadeira. Isto é, discriminação de preço de 2º grau é uma prática monopolista de cobrar preços diferentes para quantidades diferentes da mesma mercadoria ou do mesmo serviço, independentemente do consumidor. Venda por volume (atacado e varejo) é um exemplo de discriminação de preço de 2º grau. Neste caso, haverá um preço unitário para quem comprar quantidades entre 0 e 100, por exemplo, e outro preço unitário, menor que o preço anterior, para quem comprar acima de 100 quantidades.

(1) Verdadeiro.

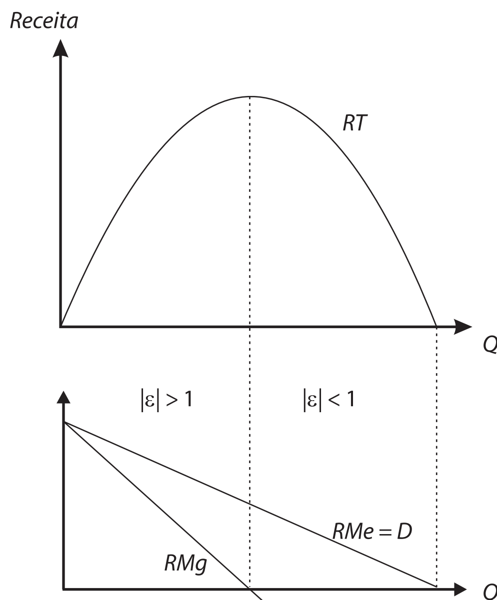
O equilíbrio de monopólio é dado pela igualdade entre receita marginal e custo marginal $\Rightarrow RMg = CMg$. Pela condição de primeira ordem (CPO), podemos encontrar a receita marginal expressa em termos da elasticidade:

$$RMg = \frac{dRT}{dq} = Q\frac{dP}{dQ} + P\frac{dQ}{dQ} = P\left(\frac{Q}{P}\frac{dP}{dQ} + 1\right) = P\left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right)$$

Em equilíbrio, quando RMg = CMg, teremos:

$$P\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right) = CMg \quad \Rightarrow \quad P = \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{|\varepsilon|}}\right) CMg$$

O resultado acima indica que o preço de mercado é um *mark-up* sobre o *CMg*, ou seja, o monopolista cobra um preço superior ao *CMg*, mas o valor superior depende do inverso da elasticidade da demanda. Se a demanda for demasiadamente elástica, $\varepsilon \to -\infty$, o preço resultante estará muito próximo do custo marginal, isto é, $P \to CMg$. Se a demanda for inelástica ($|\varepsilon| < 1$), a $RMg < 0$. Assim, o monopolista sempre opera na parte em que $RMg > 0$ ou que $|\varepsilon| > 1$.



(2) Verdadeiro.

Economia de escopo ocorre quando o custo de produção conjunto de dois bens é menor do que o custo de produção em separado. Em outras palavras, isso ocorre quando:

$\Rightarrow CT(q_x, q_y) < CT(q_x) + CT(q_y)$

Pelo problema, $CT(q_1, q_2) = 60q_1 + 30q_2 - 5q_1q_2$, $CT(q_1) = 60q_1$ e $CT(q_2) = 30q_2$. Logo, observamos que $CT(q_1, q_2) < CT(q_1) + CT(q_2)$, já que $CT(q_1, q_2)$ inclui o termo negativo $-5q_1q_2$.

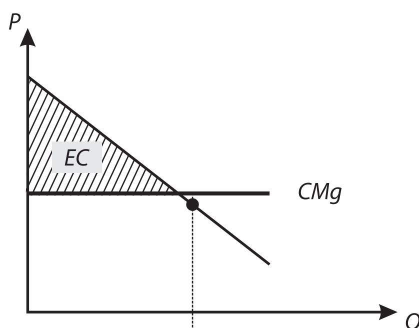
(3) Falso.

Quando não se pode fazer discriminação de preços de 1º, 2º ou 3º grau, pois não é permitido cobrar preços diferentes de diferentes consumidores (1º e 3º) ou não é permitido cobrar preços diferentes por diferentes quantidades vendidas (2º), pode-se oferecer pacotes aos consumidores, também chamados *bundling*.

Essas são técnicas usadas por uma firma multiproduto como forma de extrair um excedente do consumidor adicional. Em português, podíamos traduzir como "vendas em pacotes" ou "vendas em cesta". Um exemplo bem comum é quando uma empresa de cosméticos coloca à venda um "único produto" que contém mais de um bem, como: "1 shampoo, 2 sabonetes e um perfume." Ou

o consumidor compra o pacote por um determinado preço ou compra os itens separadamente, normalmente com um somatório de preços maior.

A diferença do *bundling* para o *tie-in-sales* é que no primeiro caso nem sempre a venda ocorre em proporções fixas. Já, no segundo, a venda é feita em proporções fixas. Exemplos no caso de proporções fixas: 1 carro mais rádio; 2 jornais de domingo mais revista; 3 *Office packages da Microsoft;* 4 o exemplo dado no parágrafo anterior.



Solução:

Primeiro passo: escrever a equação de lucro de um monopolista multiproduto (X_A e X_B) e a utilidade de cada consumidor.

Monopolista: $\pi_{Total} = P_A(X_{IA} + X_{IIA}) + P_B(X_{IB} + X_{IIB}) - CT_A(X_{IA} + X_{IIA}) - CT_B(X_{IB} + X_{IIB})$

Consumidor I: $U_I = (300 - P_A) + (100 - P_B)$

Consumidor II: $U_{II} = (200 - P_A) + (150 - P_B)$

Para cada consumidor, a quantidade consumida será:

$$\begin{cases} X_{IA} = \begin{cases} 1 \ se \ 300 - P_A \geq 0 \\ 0 \ se \ 300 - P_A < 0 \end{cases} \\ X_{IB} = \begin{cases} 1 \ se \ 100 - P_B \geq 0 \\ 0 \ se \ 100 - P_B < 0 \end{cases} \end{cases} \qquad \begin{cases} X_{IIA} = \begin{cases} 1 \ se \ 200 - P_A \geq 0 \\ 0 \ se \ 200 - P_A < 0 \end{cases} \\ X_{IIB} = \begin{cases} 1 \ se \ 150 - P_B \geq 0 \\ 0 \ se \ 150 - P_B < 0 \end{cases} \end{cases}$$

Segundo passo: resolver o problema sem que tenha ocorrido discriminação, isto é, sem que tenha ocorrido *bundling*. Assim, o monopolista venderia o produto A e o produto B separadamente.

Primeiro, faremos a maximização com relação ao **produto A**:

$$\left.\begin{array}{l} Se\ P_A = 300 \Rightarrow \begin{cases} X_{IA} = 1 \\ X_{IIA} = 0 \Rightarrow \pi_A(300) = 300(1+0) - 50(1+0) = 250 \end{cases} \\ Se\ P_A = 200 \Rightarrow \begin{cases} X_{IA} = 1 \\ X_{IIA} = 1 \Rightarrow \pi_A(200) = 200(1+1) - 50(1+1) = 300 \end{cases} \end{array}\right\} \pi_A(200)\ \pi_A(300)$$

Depois, faremos a maximização com relação ao **produto B:**

$$\left.\begin{array}{l} Se\ P_B = 150 \Rightarrow \begin{cases} X_{IB} = 1 \\ X_{IIB} = 0 \Rightarrow \pi_A(150) = 150(1+0) - 50(1+0) = 100 \end{cases} \\ Se\ P_B = 100 \Rightarrow \begin{cases} X_{IB} = 1 \\ X_{IIB} = 1 \Rightarrow \pi_B(100) = 100(1+1) - 50(1+1) = 100 \end{cases} \end{array}\right\} \pi_B(150)\ \pi_B(100)$$

Portanto, $\pi_{Total} = \pi_A + \pi_B = 300 + 100 = 400$

Repare que o preço usado para o produto B será o segundo, $P_B = 100$. Não só porque o excedente do consumidor é maior, para um mesmo excedente do produtor, havendo, portanto uma melhora no sentido de Pareto, mas porque no enunciado há uma informação importante: os bens são complementares. Portanto, se os consumidores I e II compram ao preço de P = 200 o produto A, eles compraram também o produto B, ao preço de 100.

Terceiro passo: resolver o problema com discriminação do tipo *bundling*. Assim, o monopolista venderia os produtos A e B conjuntamente, a um determinado preço único.

Some os preços de reserva de cada consumidor:

Para o consumidor I: $P_{I(A+B)} = 300 + 100 = 400 \Rightarrow U_I = 400 - P$

Para o consumidor II: $P_{II(A+B)} = 200 + 150 = 350$

E o lucro do monopolista será:

$$\left.\begin{array}{l} Se\ P = 400 \Rightarrow \begin{cases} X_{IA} = X_{IB} = 1 \\ X_{IA} = X_{IB} = 0 \Rightarrow \pi_1(400) = (400 \cdot 1) - (50+50)(1) = 300 \end{cases} \\ Se\ P = 350 \Rightarrow \begin{cases} X_{IA} = X_{IB} = 1 \\ X_{IIA} = X_{IIB} = 1 \Rightarrow \pi_2(350) = (350 \cdot 2) - (50+50)(2) = 500 \end{cases} \end{array}\right\} \pi_1 < \pi_2$$

A solução deste problema é:

Sem *Bundling*, o monopolista terá $\pi_{Total} = 400$. Se $P^* = (P^*_A, P^*_B)$, $P^* = (200, 100)$

Com *Bundling*, o monopolista terá $\pi_{Total} = 500$. Se $P^* = 350$

Falso.

Assim, a diferença de lucro entre discriminar e não discriminar é $100 (isto é, 500 – 400) e não $250.

(4) Verdadeiro.

A ideia geral da venda de pacote é essa que menciona o enunciado. O monopolista se apropria de parte do excedente do consumidor, sem que o excedente total seja alterado. Isto é, não há incorporação de peso morto.

Quando há complementariedade entre os produtos é natural que o consumidor queira comprá-los em conjunto, com ou sem oferta da venda casada. Assim, se houver uma oferta com preços interessantes, caso a venda seja feita conjunta e haja a possibilidade do consumidor consumir em conjunto ou em separado, pode até ser que a demanda pelos produtos aumente. Mas é de se esperar que quem não comprava esses produtos antes, também não os comprará agora.

Portanto, imagine que temos um grupo fixo de consumidores que comprava os produtos separadamente (consumidores I e II). Assim, quem não comprava os produtos (A e B) em separado também não deve se interessar em comprá-los em conjunto, mesmo se a oferta dos produtos em conjunto for feita por um preço menor do que em separado. Portanto, o excedente total será dado pela soma dos excedentes desses agentes: 2 consumidores e um produtor.

Do ponto de vista do monopolista multiproduto, que quer aumentar ainda mais o seu lucro de monopólio, ele só conseguirá fazê-lo (excedente do produtor) se retirar parte do excedente dos consumidores que compram esses produtos, fazendo uma venda casada, não dando a opção da venda em separado e colocando um preço de *bundling* pelo menos igual ao preço anterior.

De fato, pelos números acima, antes, sem *bundling*, cada consumidor paga PA = 200 e Pb = 100, logo, a soma desses preços é 300. Com *bundling*, ele vende a P = 350. Preço *bundling* $\geq$ Pa + Pb.

Portanto, a questão está correta. A prática de *bundling* permite que o monopolista se aproprie de parte dos excedentes privados dos consumidores, mas o excedente total não varia.

Vamos às contas:

$$\begin{cases} \text{Excedente Total = Excedente do Consumidor + Excedente do Produtor.} \\ \text{Excedente do Produtor = Lucro} \\ \text{Excedente do Consumidor} = \sum \textit{Utilidades} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Excedente do Produtor } \textbf{sem} \text{ Bundling = \$400} \\ \text{Excedente do Produtor } \textbf{com} \text{ Bundling = \$500} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Excedente do Consumidor } \textbf{sem} \text{ Bundling (1)} = U_I + U_{II} \\ EC(200, 100) = [(300 - 200) + (100 - 100)] + [0 + (150 - 100)] = 150 \\ \text{Excedente do Consumidor } \textbf{com} \text{ Bundling} = U_I + U_{II} \\ EC(350) = [(400 - 350)] + [(350 - 350)] = 50 \end{cases}$$

Pelas contas, nota-se que a discriminação fez com que o EC diminuísse em 100, exatamente o valor de quanto o monopolista ganhou.

O Excedente Total = Excedente do Consumidor + Excedente do Produtor.
ET sem Bundling = 400 + 150 = 550
ET com Bundling = 500 + 50 = 550

Assim, o ET, de fato, não foi alterado. A perda do excedente do consumidor (ΔEC = – 100) é exatamente igual ao ganho do produtor (ΔEP = 100).

Questão 11

Considere o modelo de Cournot, em que 49 empresas produzem um produto homogêneo. A empresa i produz de acordo com a função de custo $C(q_i) = 2q_i$, em que q_i é a quantidade produzida pela empresa i, com $i=1,...,49$. Suponha uma demanda de mercado dada por $p = 402 - 2Q$, em que p é o preço e $Q = \sum_{i=1}^{49} q_i$ é a quantidade total produzida pelas 49 empresas. Calcule a quantidade que cada empresa irá produzir no equilíbrio de Cournot.

Resolução:

Cada firma i maximiza o lucro escolhendo a sua quantidade, dada a quantidade das demais firmas, sendo esta escolha de forma simultânea.

Firma 1:

$Max\pi_1 \Rightarrow \pi_1 = P(Q)q_1 - CT(q_1)$

$\pi_1 = [402q_1 - 2q_1(q_1 + q_2 + ... + q_{49})] - 2q_1$

$\frac{d\pi_1}{dp_1} = 0 \Rightarrow 402 - 4q_1 - 2(q_2 + q_3 + ... + q_{49})] - 2 = 0 \Rightarrow 4q_1 = 400 - 2(q_2 + q_3 + ... + q_{49})$

$q_1 = 100 - \frac{1}{2}(q_2 + q_3 + ... + q_{49}) \Rightarrow$ Função de reação da firma 1.

Como todas as firmas produzem $q^* = q_1 = q_2 = q_3 = ... + q_{49}$, temos que:

$q^* = 90 - \frac{1}{2}(q^* + q^* + ... + q^*)$, onde $q^* + q^* + ... + q^* = 48q^*$

Assim, $q^* = 100 - \frac{48}{2}q^* \Rightarrow q^* = 100 - 24q^* \Rightarrow 25q^* = 100 \Rightarrow q^* = 4$

Resposta: q = 4.

PROVA DE 2011

Questão 8

No que se refere ao processo de precificação em condições de concorrência imperfeita, é possível afirmar que:

⓪ No equilíbrio de longo prazo em condições de Concorrência Monopolista o lucro supranormal é eliminado e o preço se iguala ao custo marginal.

① Um Monopólio perfeitamente discriminador é eficiente de Pareto.

② Em uma situação de Monopólio, o *mark-up* da firma (medido pelo Índice de Lerner) será inversamente proporcional ao valor da elasticidade preço da demanda da firma.

③ Um monopolista que discrimina preços em dois mercados, fixa preço maior no mercado que apresenta elasticidade preço mais elevada.

④ Se um monopolista vende determinado produto atrelado a serviço pós-venda (caracterizando "vendas casadas") para quatro tipos de consumidores, cujos preços de reserva são apresentados no quadro abaixo, então a melhor opção para maximizar seus lucros é vender o produto a $8 e o serviço a $3, auferindo um lucro total de $25.

Consumidor	Produto	Serviço
1	$8	$3
2	$8	$4
3	$4	$6
4	$3	$2

Solução:

(0) Falso.

Em concorrência monopolista no equilíbrio de longo prazo tem-se que P = CMe > CMg.

(1) Verdadeiro.

Quando o monopolista faz discriminação de preços de primeiro grau, isto é, quando ele discrimina perfeitamente, a alocação final é ótima no sentido de Pareto.

(2)Verdadeiro.

O índice de markup é: $\frac{P - CMg}{P} = \frac{1}{|\varepsilon_d|}$, assim quanto maior o índice de markup, menor $|\varepsilon_d|$.

(3) Falso.

Ao contrário. A relação entre preço e elasticidade preço da demanda é a seguinte: $P_2 > P_1 \Rightarrow |\varepsilon_{d2}| < |\varepsilon_{d1}|$, isto é, o monopolista fixa um preço maior quando os indivíduos forem menos elásticos (discriminação de preço de terceiro grau).

(4) Falso.

Supondo que a venda casada pudesse ser feira separadamente e não casada, os preços que maximizariam o lucro seriam os dados no enunciado, isto é: Preço do produto igual a R$8 e Preço do serviço igual a R$ 3, gerando um lucro de: 16 + 9 = 25.

Veja neste esquema abaixo: a primeira coluna refere-se ao preço do produto e a sua respectiva quantidade vendida, enquanto a segunda coluna refere-se ao preço do serviço e a sua respectiva quantidade vendida. O número que está fora do parêntese é o preço. O número dentro do parêntese é a quantidade vendida, que vai depender do valor de reserva de cada um, dado na tabela do problema. Exemplo: ao preço igual a R$8, somente os indivíduos 1 e 2 compraram este produto, logo Q = 2, resultando em receita igual a R$ 16.

$P_P \Rightarrow P \times Q$	$P_S \Rightarrow P \times Q$
3(4) = 12	2(4) = 8
4(3) = 12	3(3) = 9
8(2) = 16	4(2) = 8
	6(1) = 6

Mas, há um problema. Como é venda casada, o produto e serviço precisam ser vendidos juntos. Não só o número de consumidores tem que coincidir como os consumidores em si. Assim, se $P_P = 8$, os consumidores 1 e 2 precisam poder comprar o serviço. Assim, o preço seria $P_S = 4$. Neste caso, o lucro total seria: 16 + 8 = R$ 24.

Haveria uma forma de maximizar ainda mais o lucro? Sim. Na matriz dada no problema, adicione uma terceira, somando os valores de reserva de cada tipo de consumidor, como mostra a tabela abaixo:

Consumidor	Produto	Serviço	Total
1	$8	$3	$11
2	$8	$4	$12
3	$4	$6	$10
4	$3	$2	$6

De todas as quatro possibilidades, note que $\pi = 10(3) = 30$ (só compram os indivíduos 1, 2 e 3) é a que maximiza o lucro. Assim $P_P = 4$ e $P_S = 6$ maximizar o lucro do monopolista.

Questão 10

No que se refere à intervenção pública nos mercados, observa-se que:

⓪ Supondo que a demanda em dois mercados *(A e B)* é dada por $D(X) = 8 - P$, com a oferta da indústria no mercado A sendo dada por $S(X_A) = P_A$ e no mercado B por $S(X_B) = 2P_B - 4$, então o "peso morto" resultante da imposição de um imposto específico é maior no mercado B.

① A imposição de preço máximo ("teto") necessariamente conduz à perda de bem-estar e ao desabastecimento, independente da estrutura de mercado prevalecente.

② Em condições de Monopólio, a imposição de um imposto sobre os lucros irá acarretar aumento do preço e queda da quantidade produzida pela firma monopolista.

③ A eliminação de tarifas de importação conduz a redução do excedente apropriado pelos produtores locais, acompanhada por elevação do nível de bem-estar medido pelo excedente total.

④ Supondo uma demanda inversa dada pela equação $P = 210 - 2Q$, bem como um custo marginal privado (refletido na oferta de mercado) dado por $CMg = 150 + 2Q$, e admitindo que o processo de produção gera resíduos tóxicos cujo custo marginal para a sociedade é dado por $CMgS = 2Q$, então, neste caso, a taxa de imposto específico que deve incidir sobre os produtores para atingir um ótimo social equivale a $10 por unidade produzida.

Solução:

(0) Verdadeiro.

$Q_d = 8 - P$

$Q_S^A = P_A$

$Q_S^B = 2P_B - 4$

Imposto Específico $\rightarrow P^d = P^S + t$

$D(P^\alpha) = S(P^s) \rightarrow D(P^\alpha) = S(P^d - t)$

$a - bP^d = c + \alpha(P^d - t)$

$$P^{*\alpha} = \frac{a - c + td}{(d + b)}$$

$$P^{*S} = \frac{a - c + td}{(d + b)}$$

$$\frac{dP^\alpha}{td} = -\frac{b}{\alpha + b}$$

$$\frac{dP^s}{td} = -\frac{\alpha}{\alpha + b}$$

$$DWL = \frac{(P^\alpha - P^*)(Q' - Q^\alpha)}{2} + \frac{(P^* - P^s)(Q' - Q^*)}{2}$$

$Q^\alpha = a - bP^\alpha$

$Q^s = c + \alpha P^s$

$$\text{Situação 1} \Rightarrow \begin{cases} Q^\alpha = 8 - P \\ Q_A^s = P \end{cases}$$

$$P^{*\alpha} = \frac{8 - 0 + 1t}{2} = \frac{8 + t}{2}$$

$$P^{*s} = \frac{8 - t}{2}$$

$$\text{Se } t = 4 \Rightarrow \begin{cases} P^{*\alpha} = \dfrac{8 + 4}{2} = 6 \\ P^{*s} = \dfrac{8 - 4}{2} = 2 \end{cases} \qquad DWL^A = \frac{(6 - 4)2}{2} + \frac{(4 - 2)2}{2} = 4$$

$$\text{Situação 2} \Rightarrow \begin{cases} Q^{\alpha} = 8 - P \\ Q_B^s = 2P - 4 \end{cases}$$

$$P^{*\alpha} = \frac{(8+4)+2t}{3} = \frac{12+2t}{3}$$

$$P^{*s} = \frac{(8+4)-2t}{3} = \frac{12-2t}{3}$$

$$\text{Se } t = 4 \Rightarrow \begin{cases} P^{*\alpha} = \frac{20}{3} \\ P^{*s} = \frac{4}{3} \end{cases} \quad DWL^B = \frac{\left(20/3 - 12/3\right)2}{2} + \frac{\left(12/3 - 4/3\right)2}{2} = \frac{8}{3} + \frac{8}{3} = \frac{16}{3} = 5{,}33$$

Note que $DWL^B > DWL^A$, confirmando a afirmativa da questão.

(1) Falso.

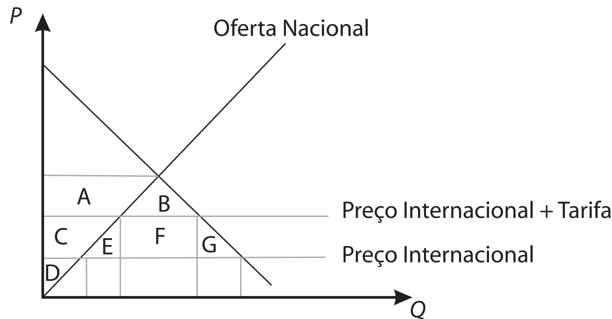
Se o mercado for competitivo, a imposição de um preço máximo resultará em desabastecimento. Mas se a estrutura for de monopólio, por exemplo, poderá aumentar as quantidades e reduzir o peso morto.

(2) Falso.

A imposição de um imposto sobre o lucro não afeta a condição de primeira ordem (RMg = CMg), logo não ocorrerá variação de preços ou quantidades.

(3) Verdadeiro.

	S/ TARIFA	*COM TARIFA*
EC	A+B+C+E+F+G	A+B
EP	D	C+D
GOV	-	F
ET	A+B+C+D+E+F+G	A+B+C+D+F
PESO MORTO	-	E+G



Houve aumento do bem-estar social.

(4) Falso.

$$\begin{cases} P = 210 - 2Q \\ CMg^{p} = 150 + 2Q \end{cases}$$

$$210 - 2Q = 150 + 2Q$$

$$4Q = 60 \Rightarrow Q = 15 \Rightarrow P = 180$$

$$CMg^{s} = \underbrace{150 + 2Q}_{CMgP} + \underbrace{2Q}_{CMgE} \Rightarrow CMg^{s} = 150 + 4Q$$

$$Eq \Rightarrow 210 - 2Q = 150 + 4Q \Rightarrow 6Q = 60 \Rightarrow Q = 10 \Rightarrow P = 190$$

Assim, o imposto deve ser de:

$t = 190 - P^0$

$P^0 = 150 + 2(10) = 170$

$t = 20$

Questão 14

Suponha que uma firma opere em dois submercados cujas demandas são dadas, respectivamente, pelas equações $D_A(P) = 3 - \frac{P}{2}$ para p < 6 (e zero em outras situações) e $D_B(P) = 4 - \frac{P}{2}$ para p < 8 (e zero em outras situações). Sabendo que a firma opera com uma função custo total dada por $CT(X) = X$, diga qual a relação (Lucro1 / Lucro2) estabelecida entre o montante de lucros gerados em duas situações distintas: (1) quando a firma pratica uma discriminação de perfeita através do estabelecimento de uma "tarifa duas partes"; (2) quando a firma estabelece preços diferentes para os dois submercados, segundo o princípio da "discriminação de 3º grau".

Solução:

Sejam as seguintes funções inversas da demanda:

$$\begin{cases} Q_A = 3 - \frac{P_A}{2} \Rightarrow P_A = 6 - 2Q_A \\ Q_B = 4 - \frac{P_B}{2} \Rightarrow P_B = 8 - 2Q_B \end{cases}$$

O lucro do monopolista quando se faz **discriminação de preços do terceiro grau** será:

$$RMg_A = RMg_B = CMg$$

$$RMg_A = 6 - 4q_A \Rightarrow 6 - 4q_A = 1 \Rightarrow 4q_A = 5 \Rightarrow q_A = 5/4$$

$$P_A = 6 - 2(5/4) = 3{,}5$$

$$RMg_B = 8 - 4q_B \Rightarrow 8 - 4q_B = 1 \Rightarrow 4q_B = 7 \Rightarrow q_B = 7/4$$

$$P_B = 8 - 2(7/4) = 4{,}5$$

$$\pi^{3^oG} = P_A Q_A + P_B Q_B - CT$$

$$\pi^{3^oG} = (3{,}5 \times 1{,}25) + (4{,}5 \times 1{,}75) - 3$$

$$\pi^{3^oG} = 4{,}375 + 7{,}875 - 3 = 9{,}15 = 37/4 \Rightarrow Lucro\ 2$$

O lucro do monopolista quando se faz **discriminação PERFEITA de preços de segundo grau** (do tipo tarifa em duas partes) será:

De forma genérica, ele cobrará o preço da seguinte forma: $\boldsymbol{T = P_A + P_U * Q}$, onde P_A é o preço do acesso, que neste caso será o excedente do consumidor (**EC**) em cada mercado; e P_U é o preço do uso, que será o CMg, pois o monopolista discrimina perfeitamente. Assim, o lucro do monopolista em cada mercado será: $\pi_i = EC_i + (Pu - CMg) * Q$. Mas como P_U = CMg, $\pi_i = EC_i$. Assim, o lucro total será a soma dos ECs.

$$\left.\begin{array}{l} P_A = EC_A \\ P_u = CMg \end{array}\right\} T = P_A + P_u Q$$

$$q_A = 3 - \frac{1}{2} = 2{,}5 = \frac{5}{2}$$
$$q_B = 4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$EC_A = \frac{(6 - CMg)\,\frac{5}{2}}{2} = \frac{(6-1)\,\frac{5}{2}}{2} = \frac{25}{4}$$
$$\pi_1 = EC_A + (P - CMg)q_A = EC_A + (P - 0)q_A = \frac{25}{4}$$

$$EC_B = \frac{(8 - CMg)\,\frac{7}{2}}{2} = \frac{(8-1)\,\frac{7}{2}}{2} = \frac{49}{4}$$
$$\pi_2 = EC_B + (P - CMg)q_B = EC_B + (P - 0)q_B = \frac{49}{4}$$

$$\pi_{TOTAL} = \frac{49 + 15}{4} = \frac{74}{4} = \frac{37}{2} \Rightarrow Lucro\ 1$$

Assim, a resposta será: $\frac{Lucro\ 1}{Lucro\ 2} = 2$

Observação: Se o problema não tivesse mencionando sobre discriminação perfeita através da tarifa de duas partes, o monopolista poderia cobrar esta tarifa da seguinte forma: cobrar o excedente do consumidor A para os dois submercados e cobrar $P_U > CMg$. Mas este não é o caso. Maiores detalhes sobre esta observação, ver *Pindyck e Rubinfeld*, capítulo de monopólio, discriminação de preços em duas partes.

PROVA DE 2012

Questão 07

No que se refere ao equilíbrio de mercados competitivos:

⓪ Em um mercado competitivo que opera com "custos crescentes" no longo prazo e livre entrada/saída, o preço de equilíbrio é independente da demanda do mercado.

① Na existência de custos fixos positivos, o "excedente do produtor" é sempre superior ao lucro total da firma.

② Se os Custos Totais de uma firma competitiva são dados por $C(Q) = 2Q^3 - 12Q^2 + 38Q$ e o preço de equilíbrio do mercado é dado por $P = 20$, então a empresa deve produzir $Q = 1$.

③ Se a função de produção da firma é dada por $Q = f(L, K) = (L(K\text{-}2))^{1/3}$, então a oferta agregada da indústria, supondo que a mesma opere com 10 empresas, é dada por $S(p) = (1/36)p^2$, sendo p o preço do produto.

④ Se o produtor apresenta as seguintes escolhas (Y, L e K), em termos de preços do bem (Py) e dos fatores ($P1$ e Pk), em dois momentos no tempo (t e s), então as escolhas apresentadas na tabela abaixo não satisfazem o Axioma Fraco da Rentabilidade Revelada.

Momento	Y	L	K	Py	P1	Pk
T	5	4	4	10	2	3
S	4	2	2	8	4	5

Resolução:

(0) **Falso ou Verdadeiro.**

Pelo gabarito da ANPEC, esta questão é Verdade.

O problema desta questão é que o enunciado não clarifica se o "preço de equilíbrio" diz respeito ao mercado ou à firma. Com isso a questão acabou se tornando incompleta, podendo ser F ou V, dependendo da interpretação do aluno. Veja o argumento:

Quando os *insumos adicionais*, para a obtenção de um nível mais elevado de produção, são adquiridos *com aumento no preço* deste insumo, diz-se que o mercado competitivo opera com custos crescentes. Neste caso, como a estrutura de custos da empresa aumenta, a curva de oferta da indústria de LP é ascendente. Logo, no final do processo de ajuste, mais firmas produzirão uma quantidade total maior (ainda que menos do que se os custos fossem constantes) a um preço maior. Um exemplo seria o caso de quando se trata de mão de obra especializada ou de alguns tipos de insumo mineral, onde a escassez é grande.

Assim, independentemente do quanto que a demanda do mercado tenha aumentado, digamos 10%, quando a oferta de curto prazo responde contratando mais insumos a um preço maior, a estrutura de custos aumenta e a curva de oferta de longo prazo fica positivamente inclinada. Por isso, o preço de equilíbrio do mercado final acaba sendo maior do que o anterior: por causa do tipo da curva de oferta.

Como o preço de equilíbrio é sempre, em qualquer mercado ou ocasião, uma interação entre demanda e oferta, se o "preço de equilíbrio" tiver se referindo "**do mercado**", o preço de equilíbrio final dependerá não só da curva de demanda de mercado, como também da de oferta de longo prazo de mercado. Neste caso, a questão seria falsa.

Mas, se o "preço de equilíbrio" tiver se referindo "**da firma**", então, a questão é verdadeira, pois a demanda da firma é totalmente elástica.

(1) Verdadeiro.

Uma das definições sobre o excedente do produtor é a seguinte: EP = Lucro – CF. Assim, se CF > 0, então Lucro > EP.

(2) Falso.

Em equilíbrio, em um mercado em concorrência perfeita, o custo marginal iguala ao preço de mercado. Logo: Cmg = P.

$\text{Cmg} = 6Q^2 - 24Q + 18 = 20 \Rightarrow 6Q^2 - 24Q - 2 = 0 \Rightarrow Q_1 = 1 \text{ ou } Q_2 = 3.$

Sabe-se, no entanto, que na primeira opção ($Q_1 = 1$), a firma está maximizando o prejuízo e na segunda opção ($Q_1 = 3$), ela está maximizando o lucro. Portanto, a empresa deve produzir em Q = 3 e não em Q = 1, como diz o enunciado.

(3) Falso.

Começe resolvendo o problema secundário da firma: Max Q, sujeito ao CT e encontre a condição de primeira ordem:

$$\text{CPO: } \frac{Pmg_L}{Pmg_K} = \frac{w}{r}$$

Sabemos que:

$$Pmg_L = \frac{1}{3}L^{-2/3}(K-2)^{1/3}$$

$$Pmg_K = \frac{1}{3}L^{1/3}\left(K-2\right)^{-2/3}$$

Portanto:

$$\frac{\frac{1}{3}L^{-2/3}(K-2)^{1/3}}{\frac{1}{3}L^{1/3}\left(K-2\right)^{-2/3}} = \frac{w}{r}$$

$$\frac{\left(K-2\right)}{L} = \frac{w}{r} \Rightarrow L = \frac{r}{w}(K-2) \qquad \text{(A)}$$

$$\Rightarrow CT = w\left[\frac{r}{w}(K-2)\right] + rK \Rightarrow CT = 2r\,(K-1) \Rightarrow K^* = \frac{CT+2r}{2r} \qquad \text{(B)}$$

(B) em (A) $\Rightarrow L^* = \dfrac{CT-2r}{2r}$ (C)

(B) e (C) na função objetivo, para encontrar seu nível máximo:

$$Q^* = \left[\frac{CT-2r}{w}\right]^{1/3}\left[\frac{CT-2r}{2r}\right]^{1/3}$$

$$CT = Q^{3/2}\left[2wr\right]^{1/2} + 2r$$

Com a função CT = f(Q), encontre a curva de Cmg da firma i e iguale ao preço do mercado, no caso P $\Rightarrow$ Cmg_i = P $\Rightarrow$ inverta e coloque a expressão Qi = f(P). Como são firmas idênticas, a **oferta do mercado** S(p) será $Q = \sum_{i=1}^{10} Q_i = 10Q_i$.

Assim: $Cmg = \dfrac{3}{2}Q_i^{1/2}\left[2wr\right]^{1/2} = \text{P} \Rightarrow S\left(p\right) = Q = 10\left(\dfrac{2P}{3\left[2wr\right]^{1/2}}\right)^2$

(4) Falso.

Este problema deve ser resolvido como se fosse o axioma fraco da preferência revelada, no caso da teoria do consumidor. O autor da questão fez uma analogia para o caso da firma. Por isso ele trocou "preferência" por "rentabilidade". Mas a forma de raciocinar é exatamente igual, como pode ser visto abaixo:

No tempo t: o valor da venda do bem será (Y.Py) = 5 x 10 = 50

No tempo t: o custo dos fatores será ($LP_L + KP_K$) = (4x**2**) + (4x**3**) = 20

No tempo s: o valor da venda do bem será (Y.Py) = 4 x 08 = 32

No tempo s: o custo dos fatores será ($LP_L + KP_K$) = (2x**4**) + (2x**5**) = 18

No tempo t: a restrição da firma será 20 = 2L + 3K

No tempo s: a restrição da firma será 18 = 4L + 5K

Repare que no espaço K x L, a restrição no tempo t é toda ela maior (sem cruzar) a restrição no tempo s. Isto quer dizer que qualquer cesta escolhida em s pode ser comprada em t, sem ambiguidade. Assim, as escolhas da tabela não violam o axioma fraco da *rentabilidade* revelada.

Questão 12

Num mercado com uma função de demanda $x = 8 - 2p$, sendo x a quantidade demandada e p o preço de mercado, existem 10 empresas idênticas que formam um cartel e que têm custos médios e marginais constantes e iguais a 3. Se um dos agentes abandona o cartel sem ser detectado, consegue elevar seus lucros no curto prazo. Suponha que o agente que rompe o acordo enfrente o seguinte problema: se ele abandona o cartel, só obterá lucro durante um período (t = 0), porque será detectado e expulso do mercado. Para que taxa de juros o agente preferirá agir desta forma em lugar de permanecer durante toda sua vida fiel ao cartel? (OBS.: em sua resposta multiplique o resultado obtido por 10).

Resolução:

Inicialmente, considere a demanda na sua forma inversa: $P(Q) = \left(\frac{8-Q}{2}\right)$.

O lucro da firma, caso participe do cartel corresponderá a $\frac{1}{10}$ do que seria o lucro de uma firma monopolista (pois em um cartel as firmas agem de modo conjunto como se fossem uma firma monopolista), isto é:

$$\max_{Q}\left(\frac{8-Q}{2}\right)Q-3Q$$

Cuja CPO é dada por:

$$\frac{(8-Q-Q)}{2}-3=0$$

Ou Q = 1, o que implica $\pi=\frac{1}{2}$ e, portanto, o lucro de uma firma seria igual a $\frac{1}{20}$.

Assim, caso a firma permaneça no cartel para sempre, seu lucro será:

$$\frac{1}{20}+\frac{1}{20}\frac{1}{(1+r)}+\frac{1}{20}\frac{1}{(1+r)^2}+\cdots=\frac{1}{20}\frac{(1+r)}{r}$$

Se, por outro lado, a firma tomar como dado que todas as outras continuarão participando do cartel (e, portanto, a produção total das demais firmas conjuntamente será igual a $\frac{9}{10}$) e decidir se desviar unilateralmente, então escolherá produzir x, tal que:

$$\max_{x}\left(\frac{8-\frac{9}{10}-x}{2}\right)x-3x$$

Cuja CPO é dada por:

$$\left(\frac{8-\frac{9}{10}-x-x}{2}\right)-3=0$$

Ou $x=\frac{11}{20}$, o que implica que seu lucro será igual a $\pi=\frac{121}{800}$.

Portanto, a taxa de juros que deixaria a firma indiferente entre se desviar ou não do cartel é aquela que satisfaz:

$$\frac{121}{800} = \frac{1}{20}\frac{(1+r)}{r}$$

Ou $r = \frac{40}{81}$. Assim, multiplicando por 10 chega-se a aprox. 5, que é a resposta.

Questão 15

Uma empresa é a única distribuidora de produtos alimentícios num mercado cuja demanda é dada pela função $P = 41 - Q$, sendo P o preço e Q a quantidade demandada. Os custos da empresa 1 seguem a função $C_1 = Q_1^2 + 2Q_1 + 6$. Se o governo fixa neste mercado um preço máximo de 30 unidades monetárias, identifique o valor da perda irrecuperável de eficiência.

Resolução:

Considerando a solução competitiva, teremos:

$P = CMg \Rightarrow 41 - Q = 2Q + 2 \Rightarrow Q = 13$

Neste caso, assim, o preço competitivo será: $P = 28$.

Considerando a condição de primeira ordem da solução de monopólio, deve-se ter:

$$RMg = CMg \Rightarrow 41 - 2Q = 2Q + 2 \Rightarrow Q = \frac{39}{4}$$

Desse modo, o preço associado à solução de monopólio será maior que 30 (pm = 31,25) e, portanto, o governo fixará o preço máximo a ser cobrado do monopolista em pm = 30. A esse preço, o monopolista ofertará Q = 11.

Vale a pena notar que o custo marginal do monopolista, quando produz 11 unidades, será igual a 24 (CMg = 24).

Assim, teremos que o valor da perda irrecuperável de eficiência corresponderá à região localizada acima da curva de custo marginal e abaixo da curva de demanda, compreendida entre as quantidades 11 e 13:

((30-28) (13-11))/2 + ((28-24)(13-11))/2 = 2 + 4 = 6.

página deixada intencionalmente em branco

5

Teoria dos Jogos

PROVA DE 2003

Questão 11

Considere um jogo na forma normal resumido em termos da seguinte matriz de ganhos:

		Jogador 2	
		L	R
Jogador 1	U	3,1	α,0
	D	0,0	β,β

⓪ Para $\beta = 1$, U é uma estratégia dominante para o jogador 1 desde que $\alpha > 1$.

① Para $\alpha = 2$ e $\beta = 1$, existe um único equilíbrio de Nash em estratégias puras.

② Para $\alpha = 7$ e $\beta = 6$, o equilíbrio de Nash em estratégias puras é Pareto eficiente.

③ Para $\alpha = 2$ e $\beta = 1$, existe um equilíbrio de Nash em estratégias mistas no qual o jogador 1 joga U com probabilidade 1/2 e o jogador 2 joga L com probabilidade ½.

④ Para $\alpha = 7$ e $\beta = 6$, caso o jogo seja repetido duas vezes, no equilíbrio perfeito em subjogos, as utilidades finais dos jogadores são (6,2).

Resolução:

(0) Falso.

De acordo com o gabarito da ANPEC esta é uma questão verdadeira.

De fato, para $\beta = 1$ e $\alpha > 1$, a escolha de U pelo jogador 1 proporcionará payoffs ao menos tão bons quanto a escolha de D, independente da escolha do outro jogador. Assim, a escolha de U pelo jogador 1 é <u>estritamente</u> dominante. Como há a expressão “desde que” e como uma estratégia dominante engloba a possibilidade do “fracamente dominante”, então, haveria que ser “desde que $\alpha \geq 1$e não $\alpha > 1$”.

Referência: Rasmusen, Eric. 2007. *Games and Information. An Introduction to Game Theory.* 4th ed. Blacwell, pp. 20.

"The strategy si* is a dominant strategy if it is a player's strictly best response to any strategies the other player might pick, in the sense that whatever strategies they pick his payoff is highest with si*. Mathematically, Πi(si*, s-i) ≥ Πi(si', s-i), for all s-i, for all si' ≠ si*". Assim, note que quando α=1, a condição continua sendo satisfeita (β = 1). Por isso é que a estratégia é dominante DESDE QUE α ≥ 1!

(1) Verdadeiro.

Para $\alpha = 2$ e $\beta = 1$, o único equilíbrio de Nash em estratégias puras corresponderá à combinação de estratégias (U,L). Sabe-se que ele é único, pois pode ser encontrado por eliminação iterada de estratégias estritamente dominadas (EIEED).

(2) Falso.

Para $\alpha = 7$ e $\beta = 6$, o equilíbrio de Nash em estratégias puras será (U,L). Tal equilíbrio não é eficiente de Pareto, pois ambos os jogadores poderiam melhorar sem que nenhum piorasse, jogando (D,R).

(3) Falso.

Suponha $\alpha = 2$ e $\beta = 1$. Uma estratégia estritamente dominante é uma estratégia que será escolhida pelos jogadores que a possuírem, independente das escolhas dos outros jogadores. É o que ocorre para o jogador 1, mas não para o jogador 2. A estratégia U para o jogador 1 é aquela que o faz jogar com probabilidade igual a 1, desconsiderando, assim, qualquer equilíbrio em estratégias mistas não degeneradas.

Mas, como não é possível resolver o jogo por estratégias estritamente dominantes, vamos tentar por EIEED, que, de fato, podemos. Assim, sem fazer conta alguma (randomização das estratégias puras), sabemos que esse equilíbrio de Nash, dado pela combinação de estratégias puras (U,L), é único, o que torna falsa a questão.

Seja um jogo na forma normal, em que são permitidas somente estratégias puras: $\Gamma_N=[I,\{S_i\},\{u_i(.)\}]$.

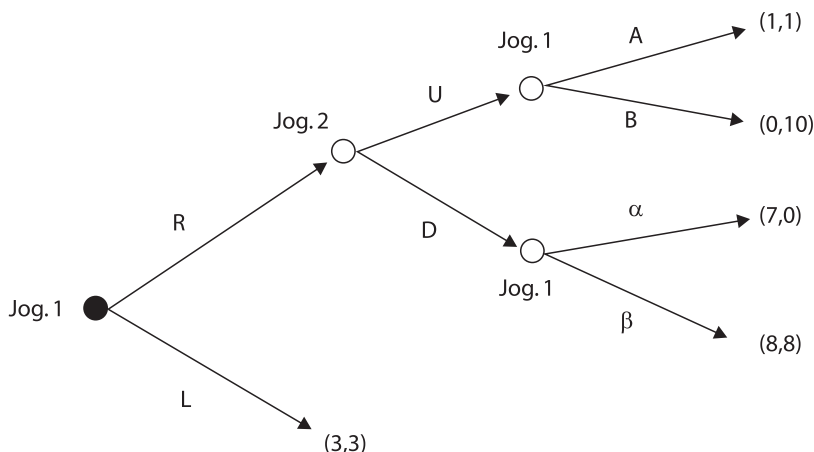
Definição – Uma estratégia $s_i \in S_i$ é uma **estratégia estritamente dominante** para o jogador i no jogo Γ_N se, para todas $s_i' \neq s_i$, tivermos que $u_i(s_i,s_{-i}) > u_i(s_i',s_{-i})$ para todo $s_{-i} \in S_{-i}$.

(4) Verdadeiro.

Para α = 7 e β = 6, o jogo de um estágio só possui um único equilíbrio de Nash, dado pela combinação de estratégias (U,L), cujo *payoff* associado é (3,1). Aplicando o procedimento de indução retroativa do jogo repetido duas vezes, em cada etapa em que os jogadores forem chamados a jogar, eles escolherão a combinação de estratégias do jogo de estágio que é repetido. Assim, as utilidades finais recebidas pelos jogadores serão iguais à soma das utilidades em cada jogo, que são (6, 2). Ou seja, o ENPS será jogar o EN em cada estágio e o *payoff* final será a soma dos *payoffs* em cada repetição.

Questão 12

Considere o seguinte jogo com 2 jogadores: jogador 1 e jogador 2.



Analise as questões abaixo:

⓪ Neste jogo há somente 2 equilíbrios de Nash em estratégias puras.

① Todos os equilíbrios de Nash em estratégias puras deste jogo são também equilíbrios perfeitos em subjogos.

② Em qualquer equilíbrio perfeito em subjogos, a estratégia *U* não é jogada pelo jogador 2.

③ O par de estratégias {*RA*β, *D*} é um equilíbrio perfeito em subjogos.

④ O *payoff* (1,1) resulta de estratégias que constituem um equilíbrio de Nash.

Resolução:

(0) Falso.

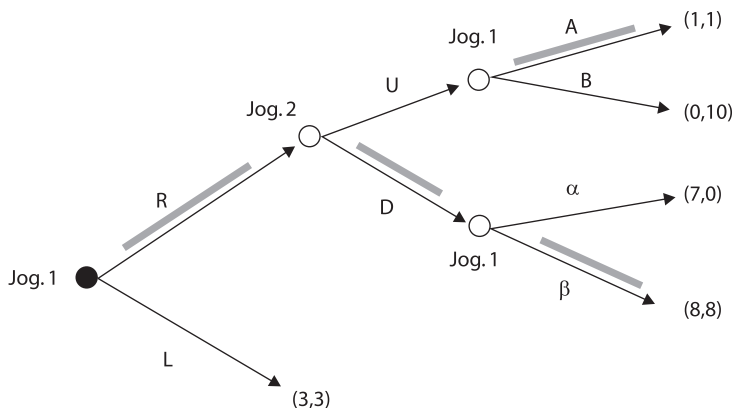
Notemos que existem 5 equilíbrios de Nash em estratégias puras: (RAβ,D), (LAα,U), (LAβ,U), (LBα,U) e (LBβ,U), de acordo com a represen-

tação da forma normal associada ao jogo do enunciado apresentado na forma extensiva:

	U	D
LAα	**3,3**	3,3
LAβ	**3,3**	3,3
LBα	**3,3**	3,3
LBβ	**3,3**	3,3
RAα	1,1	7,0
RAβ	1,1	**8,8**
RBα	0,10	7,0
RBβ	0,10	8,8

(1) Falso.

Apesar de cada subjogo apresentar um equilíbrio de Nash, somente a combinação de estratégias (RAβ,D) representa um equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos, conforme podemos observar abaixo:



(2) Verdadeiro.

Conforme vimos em (1), o equilíbrio perfeito em subjogos é encontrado solucionando o jogo por indução retroativa, como indicam as setas em retícula cinza no jogo. E, como pode ser observado, a estratégia U não é jogada. O perfil de estratégias é {(*R;β/D,A/u*);*D*} *ou* {(*R;βA*);*D*} *ou* {(*R; Aβ*);*D*}

(3) Verdadeiro.

Conforme vimos em (1), o par de estratégias (*RAβ, D)* é um equilíbrio perfeito em subjogos.

(4) Falso.

Nenhum dos equilíbrios de Nash resultará no *payoff* (1,1), conforme vimos no item (0).

PROVA DE 2004

Questão 11

Conforme a teoria dos jogos é correto afirmar que:

⓪ Em um jogo não cooperativo, a cooperação entre os jogadores é impossível.

① Um jogo que não possui estratégias dominantes para todos os seus jogadores também não possui um equilíbrio de Nash.

② Uma estratégia mista pode ser um equilíbrio de Nash.

③ Resolver um jogo dinâmico de informação completa e perfeita de modo retroativo resulta na determinação de um equilíbrio de Nash.

④ Uma alocação de equilíbrio conforme o conceito de Nash é uma alocação ótima de Pareto.

Resolução:

(0) Falso.

Pense no jogo Dilema dos Prisioneiros. Se esse for jogado em um número finito de repetições, em cada uma das repetições a combinação de estratégias escolhidas será a mesma do equilíbrio de Nash do jogo *stage game*, que corresponde à solução: não cooperativa e não ao equilíbrio cooperativo. Se considerarmos, no entanto, que o jogo pode ser repetido infinitas vezes, existe a possibilidade de cooperação entre os jogadores e o alcance do resultado Pareto eficiente.

(1) Falso.

Pense no jogo Par ou Ímpar. Nesse jogo, nenhum dos jogadores possui estratégia estritamente dominante e também não há equilíbrio de Nash em estratégias puras. No entanto, de acordo com o Teorema de Nash (1951), sabemos que todo jogo finito na forma normal possui ao menos um equilíbrio de Nash, ainda que possivelmente envolvendo estratégias mistas, que é o caso do jogo Par ou Ímpar.

Pode-se, também, pensar no jogo Batalha dos Sexos e notar que, mesmo não havendo estratégia dominante para os jogadores, existem dois equilíbrios de Nash em estratégias puras e um em mista.

(2) Falso.

De acordo com o gabarito da ANPEC, esta é uma questão Verdadeira.

A frase seria verdadeira se tivesse sido escrito: "uma combinação de estratégias mistas pode ser um equilíbrio de Nash" ou "um equilíbrio em estratégias mistas ...". No jogo Par ou Ímpar, por exemplo, o único equilíbrio de Nash do jogo consiste em uma combinação de estratégias mistas. No jogo Batalha dos Sexos, por outro lado, existem 3 equilíbrios, um dos quais formado por uma combinação de estratégias mistas.

Isso porque, um equilíbrio de Nash consiste em uma combinação das estratégias escolhidas por cada um dos jogadores, e, segundo o Teorema de Nash (1951), todo jogo possui ao menos um equilíbrio, podendo ser constituído por uma combinação de estratégias puras (que é um caso particular de estratégias mistas) ou uma combinação de estratégias (estritamente) mistas.

(3) Verdadeiro.

Antes de responder a questão, vale definir, ainda que sem formalidade, o que seria um jogo com informação completa e um jogo com informação perfeita. O segundo tipo consiste em um jogo dinâmico, em que cada conjunto de informação contém somente um nó de decisão. Assim, podemos resolver o jogo por "indução retroativa". Já um jogo de informação completa é aquele que não há assimetria de informação entre os jogadores, o que ocorre, por exemplo, quando o regulador não sabe se a firma está fazendo um esforço alto ou baixo.

No livro de Robert Gibbons (bibliografia complementar da ANPEC), o tópico de informação incompleta só começa a partir do Capítulo 3.

Vale observar que, no caso das questões da ANPEC dos últimos anos, nos exercícios referentes à teoria dos jogos, sempre se considerou informação completa. O que pode ser flexibilizada é a hipótese da informação ser perfeita ou não. No jogo de um duopólio de Stackelberg, por exemplo, temos um jogo com informação perfeita. Já no jogo de Cournot, a informação é imperfeita.

Feita esta introdução, vamos responder a questão: de acordo com o Teorema de Zermelo (Mas-Collel, 1995, p. 272 – proposição 9.B.1), todo jogo finito de informação perfeita tem **pelo menos um** equilíbrio de Nash em estratégias puras, que pode ser encontrado por indução retroativa, que será o ENPS. Este será único se nenhum jogador apresentar *payoffs* iguais em quaisquer dos nós

de decisão do jogo, mas não se pode generalizar. Isto é, pode haver mais de um equilíbrio de Nash. Tais equilíbrios refinam o conceito de equilíbrios de Nash e são conhecidos como equilíbrios de Nash Perfeito em Subjogos.[1]

(4) Falso.

Não existe uma relação direta entre equilíbrio de Nash e equilíbrio eficiente de Pareto. Pense no Dilema dos Prisioneiros. Nesse jogo, o equilíbrio de Nash não é o Pareto ótimo.

Questão 14

Em um duopólio com horizonte de vida infinito as firmas podem concordar em produzir conjuntamente, como um monopólio, ou concorrer ao estilo Cournot. No primeiro caso, em cada período, cada uma delas teria um lucro de 100 e, no segundo, de 50. Porém, se uma das firmas trair o acordo de comportar-se conjuntamente como monopólio seu lucro seria de 200 naquele período, enquanto nos seguintes o acordo seria desfeito, passando as firmas a concorrer ao estilo Cournot. Há um ativo financeiro que oferece rendimentos fixos de 100r% por período. Qual o valor de 100r que deixa as firmas indiferentes entre agir como monopólio ou trair a coalizão?

Resolução:

Se a firma *i* não desviar, o lucro dela será igual a 100, a cada período.

Ganho de não desviar:

$$VP^{ND} = 100 + 100\delta + 100\delta^2 + ... = \frac{100}{1-\delta}$$

Se, por outro lado, a firma desviar, o lucro dela será igual a 200 no período inicial, e do período seguinte em diante igual a 50.

---

[1] Em jogos dinâmicos de informação completa e perfeita, o método da indução retroativa permite-os encontrar todos os equilíbrios perfeitos em subjogos. Além disso, a representação na forma extensiva baseia-se geralmente numa estrutura em árvore que especifica:

1) os jogadores;
2) quando cada jogador (ou a natureza) escolhe as suas ações;
3) quais ações cada jogador pode escolher;
4) o que cada jogador sabe quando tem oportunidade para escolher uma ação;
5) o retorno recebido por cada jogador para cada combinação de ações escolhidas pelos jogadores e pela natureza.

Ganho de desviar:

$$VP^{D} = 200 + 50\delta + 50\delta^{2} + ... = 200 + 50\left(\frac{\delta}{1-\delta}\right)$$

$$VP^{ND} \geq VP^{D} \Leftrightarrow \frac{100}{1-\delta} \geq 200 + 50\left(\frac{\delta}{1-\delta}\right) \Rightarrow \delta \geq \frac{2}{3}$$

Mas, sabemos que:

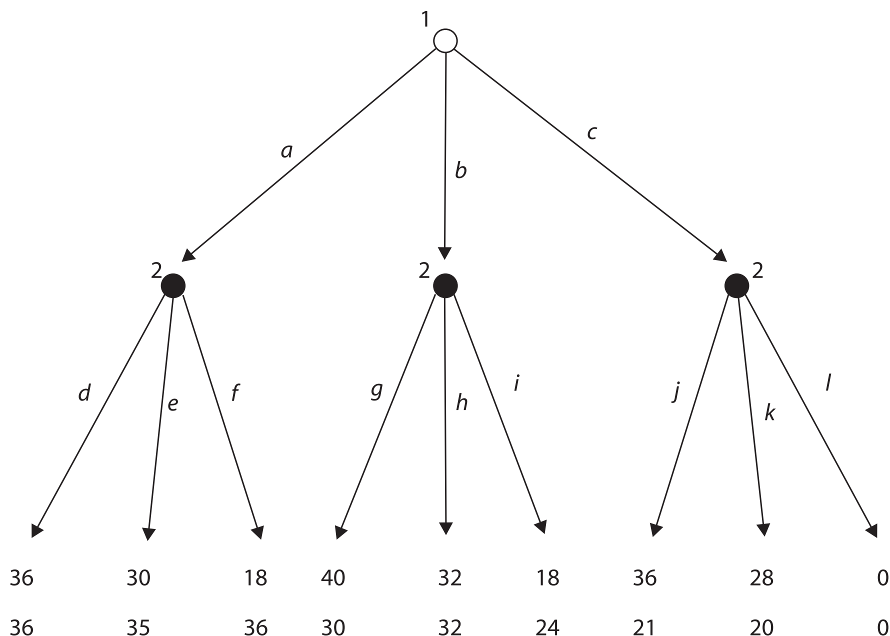
$$\delta = \frac{1}{1+r} \Rightarrow \frac{2}{3} \leq \frac{1}{1+r} \Rightarrow r \leq \frac{1}{2}$$

Portanto a resposta é: 100*r% = (100)*(0,5) =50.

PROVA DE 2005

Questão 11

Com base no jogo na forma extensiva apresentado abaixo, é correto dizer que:



⓪ O perfil de estratégias (a, (d, h, k)) corresponde a um equilíbrio perfeito em subjogos desse jogo.

① O perfil de estratégias (b, (f, h, l)) corresponde a um equilíbrio de Nash desse jogo.

② Todo equilíbrio de Nash desse jogo é um equilíbrio perfeito em subjogos.

③ O perfil de estratégias (*c*, (*f*, *h*, *j*)) corresponde a um equilíbrio perfeito em subjogos desse jogo.

④ Todo jogo na forma extensiva com informação completa possui um único equilíbrio perfeito em subjogos, que pode ser obtido pelo algoritmo de indução retroativa.

Resolução:

(0) Falso.

O perfil de estratégias (*a*,(*d*,*h*,*k*)) não corresponde a um equilíbrio perfeito em subjogos desse jogo, pois a melhor ação que o jogador 2 pode escolher em resposta à estratégia *c* do jogador 1 é *j* e não *k*.

Os equilíbrios de Nash Perfeito em Subjogos em estratégias puras são dados pelas três seguintes combinações de estratégias puras: (*a*,(*d*,*h*,*j*)), (*c*,(*d*,*h*,*j*)) e (*c*,(*f*,*h*,*j*)).

Obs.: Veja que (*a*,(*f*,*h*,*j*)) não é um ENPS. Isto porque, se a escolha de 2 for *f* quando 1 escolhe *a* (e, sabemos, que a escolha de 2 é *h* quando 1 escolhe *b* e a escolha de 2 é *j* quando 1 escolhe *c*), então, aplicando o procedimento de indução retroativa, teremos que 1 escolherá *c*. Logo, não há equilíbrio (*a*,(*f*,*h*,*i*)).

(1) Verdadeiro.

O perfil de estratégias (*b*,(*f*,*h*,*l*)) corresponde a um equilíbrio de Nash desse jogo, pois *h* corresponde à melhor resposta do jogador 2 em relação à escolha de *b* pelo jogador 1 e *b* corresponde à melhor resposta do jogador 1 em relação à escolha de *h* pelo jogador 2.

(2) Falso.

Todo equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos é um equilíbrio de Nash em cada subjogo (que pertence ao jogo), mas o inverso não é verdadeiro. Por exemplo, o perfil de estratégias (*b*,(*f*,*h*,*l*)) corresponde a um equilíbrio de Nash desse jogo, conforme vimos no item (1), mas não é um equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos.

(3) Verdadeiro.

Ver item (0).

(4) Falso.

A representação do jogo na forma extensiva deve ser tal que cada conjunto de informação reflita a informação que o jogador possui acerca das escolhas feitas antes da sua (inclusive suas decisões anteriores, eventualmente), no momento em que toma a decisão.

No caso de informação perfeita, esta ocorre quando cada conjunto de informação é constituído apenas por um nó de decisão.

A informação completa refere-se ao fato de que não há assimetria de informação.

Quando temos um jogo na forma extensiva com informação completa, podemos resolvê-lo através do procedimento da indução retroativa, o que não quer dizer que encontraremos um único equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos

De fato, de acordo com o item (0), esse jogo representado na forma extensiva, de informação perfeita e completa, possui três (3) equilíbrios de Nash Perfeito em Subjogos.

Questão 12

Considere o seguinte jogo conhecido como a Batalha Dos Sexos. Nesse jogo, ele prefere ir ao futebol e ela ao *shopping*. Porém, entre a opção de desfrutarem do lazer sozinhos ou acompanhados, ambos preferem estar acompanhados. Com base na teoria dos jogos, julgue as afirmativas.

		Ele	
		Shopping	**Futebol**
Ela	***Shopping***	**3, 2**	**0, 0**
	Futebol	**0, 0**	**2, 3**

⓪ Como para todos os jogos não cooperativos, a solução deste jogo envolve um equilíbrio de estratégias dominantes.

① Este jogo caracteriza-se por possuir dois equilíbrios de Nash em estratégias puras.

② O equilíbrio de Nash em estratégias mistas para este jogo é para Ela (*Shopping*: 3/5; Futebol: 2/5) e para Ele (*Shopping*: 2/5; Futebol: 3/5).

③ Se ao invés deste jogo simultâneo, Ele e Ela jogassem um jogo sequencial em que Ela fosse a primeira a jogar, a solução do jogo seria invariavelmente: {*Shopping*, *Shopping*}.

④ Um equilíbrio de Nash pode envolver uma situação em que um dos jogadores, dadas as escolhas dos demais, encontraria incentivo para mudar sua escolha unilateralmente.

Resolução:

(0) Falso.

Não é verdade que todo jogo não cooperativo possui solução que envolve equilíbrios em estratégias dominantes. O jogo Dilema dos Prisioneiros, em particular, tem esta característica, mas não se pode generalizar.

(1) Verdadeiro.

Há 2 equilíbrios de Nash em estratégia puras: (***Shopping*, *Shopping***) e (**Futebol**, **Futebol**).

(2) Verdadeiro.

		Ele S	Ele F	
Ela	S	3,2	0,0	***p***
	F	0,0	2,3	***(1-p)***
		q	***(1-q)***	

Este é um jogo que possui 3 equilíbrios de Nash: dois em puras, como vimos no item anterior, e um em mista, como podemos ver a seguir:

Para o jogador Ela:

$$EU_I(p,\bar{q}) = 3p\bar{q} + 2(1-p)(1-\bar{q})$$

$$EU_I(p,\bar{q}) = 3p\bar{q} + 2 - 2p - 2\bar{q} + 2p\bar{q}$$

$$EU_I(p,\bar{q}) = p(5\bar{q} - 2) - 2\bar{q} + 2$$

Se $5\bar{q} - 2 > 0 \Leftrightarrow \bar{q} > \frac{2}{5}$ então p = 1.

Se $5\bar{q} - 2 = 0 \Leftrightarrow \bar{q} = \frac{2}{5}$ então $p \in [0,1]$.

Se $5\bar{q} - 2 < 0 \Leftrightarrow \bar{q} < \frac{2}{5}$ então p = 0.

Para o jogador Ele:

$$EU_{II} = 2pq + 3(1-p)(1-q)$$

$$EU_{II}(\bar{p},q) = 2\bar{p}q + 3 - \bar{p} - 3q - 3\bar{p}q$$

$$EU_{II}(\bar{p},q) = q(5\bar{p} - 3) - 3\bar{p} + 3$$

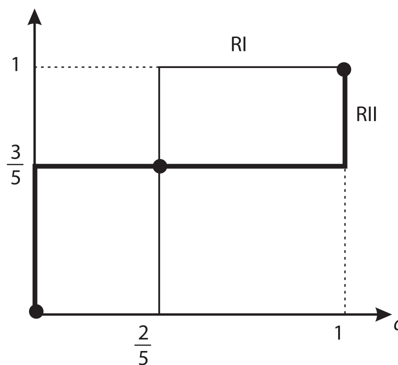
Se $5\bar{p} - 3 > 0 \Leftrightarrow \bar{p} > \frac{3}{5}$ então q = 1.

Se $5\bar{p} - 3 = 0 \Leftrightarrow \bar{p} = \frac{3}{5}$ então q $\in [0,1]$.

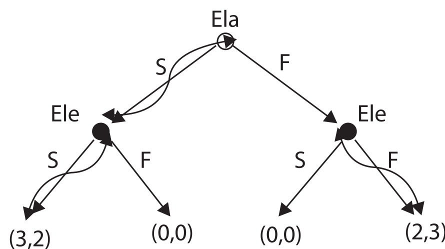
Se $5\bar{p} - 3 < 0 \Leftrightarrow \bar{p} < \frac{3}{5}$ então q = 0.

Desse modo teremos que o equilíbrio de Nash em estratégias mistas será dado por: $(p,q) = \left(\frac{3}{5}, \frac{2}{5}\right)$.

Assim, no equilíbrio de Nash em estratégias mistas Ela irá escolher (*Shopping*: 3/5; Futebol: 2/5) e Ele irá escolher (*Shopping*: 2/5; Futebol: 3/5).



(3) Falso.



Quando Ela tem a oportunidade de começar o jogo, no segundo período Ele escolhe S, se Ela escolhe S e Ele escolhe F, se Ela escolhe F. Quando Ela vai jogar, por sua vez, Ela escolherá o maior *payoff*, que é justamente a estratégia S.

Assim, o equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos será dado pela seguinte combinação de estratégias: **(S, (S se Ela joga S, F se Ela joga F))**. Portanto, **se por "solução deste jogo" entendemos que seja o ENPS**, então a resposta {*Shopping*, *Shopping*} é falsa.

(4) Falso.

De acordo com o gabarito da ANPEC esta é uma questão verdadeira.

Uma das propriedades de um equilíbrio de Nash é o fato de que nenhum dos jogadores se arrepende da escolha que fez, uma vez que a estratégia escolhida pertença a um equilíbrio. Desse modo, não é plausível considerar uma situação em que, considerando um equilíbrio de Nash, um dos jogadores, dadas as escolhas dos demais, encontraria incentivo para mudar sua escolha unilateralmente.

PROVA DE 2006

Questão 10

Suponha que a matriz de *payoff* abaixo represente um jogo entre dois times do campeonato brasileiro. Há três estratégias possíveis para cada time: realizar um esforço alto (A), médio (M) ou baixo (B) durante toda a partida de futebol. Com base na teoria dos jogos, é correto afirmar:

		TIME B		
		A	M	B
	A	(1,1)	(3,0)	(3,0)
TIME A	M	(0,3)	(1,1)	(3,0)
	B	(0,3)	(0,3)	(1,1)

⓪ A estratégia "A" é dominante para o TIME A.

① A estratégia "B", do TIME B, é estritamente dominada pela estratégia "A".

② Esse jogo possui três equilíbrios de Nash em estratégias puras, i.e., (A,A); (M,M) e (B,B).

③ Esse jogo não possui equilíbrio de Nash em estratégias mistas.

④ Suponha que esse jogo possa ser jogado sequencialmente, com o TIME A sendo o primeiro a escolher sua estratégia. Neste caso, não haverá solução para o jogo em estratégias puras.

Resolução:

(0) Anulada.

Para o TIME A, a escolha da estratégia A será tal que:

coluna A	coluna M	coluna B
1 > 0 (M)	3 > 1 (M)	**3 = 3 (M)**
1 > 0 (B)	3 > 0 (B)	3 > 1 (B)

A questão é verdadeira, pois a estratégia M domina estritamente a estratégia B. Logo, a estratégia "A" é dominante para o TIME A.

Por definição, uma estratégia é dominante se ela domina fracamente todas as outras estratégias (segundo Eric Rasmusen). Assim, a estratégia "A" domina fracamente a estratégia "M" e domina estritamente a estratégia "B" (que, por sua vez, implica que a estratégia A também domina fracamente a estratégia "B"). Assim, como a estratégia "A" domina fracamente todas as estratégias, segue que a estratégia "A" é dominante para o time "A".

Referência: Rasmusen, Eric. 2007. *Games and Information. An Introduction to Game Theory*. 4th ed. Blacwell, pp. 20.

"The strategy si* is a dominant strategy if it is a player´s strictly best response to any strategies the other player might pick, in the sense that whatever strategies they pick his payoff is highest with si*. Mathematically, Πi(si*, s-i) ≥ Πi(si', s-i), for all s-i, for all si' ≠ si*". Assim, note que quando $\alpha = 1$, a condição continua sendo satisfeita ($\beta = 1$). Por isso é que a estratégia é dominante DESDE QUE $\alpha \geq 1$!

(1) Verdadeiro.

"A" é sempre melhor que "B", para o TIME B:

	A		B
linha A ⇒	**1**	**>**	**0**
linha M ⇒	**3**	**>**	**0**
linha B ⇒	**3**	**>**	**1**

(2) Falso.

Esse jogo possui um único equilíbrio de Nash em estratégias puras, que é dado pela combinação de estratégias (A, A).

(3) Falso.

O jogo só possui uma única combinação de estratégias que resiste ao processo de eliminação iterada de estratégias estritamente dominadas (EIEED): (A,A), que, **portanto**, será o único equilíbrio do jogo e que é uma estratégia pura para cada jogador.

Entendemos que a questão é falsa, pois um equilíbrio de Nash em estratégias puras pode ser interpretado como "mistas degeneradas".

(4) Falso.

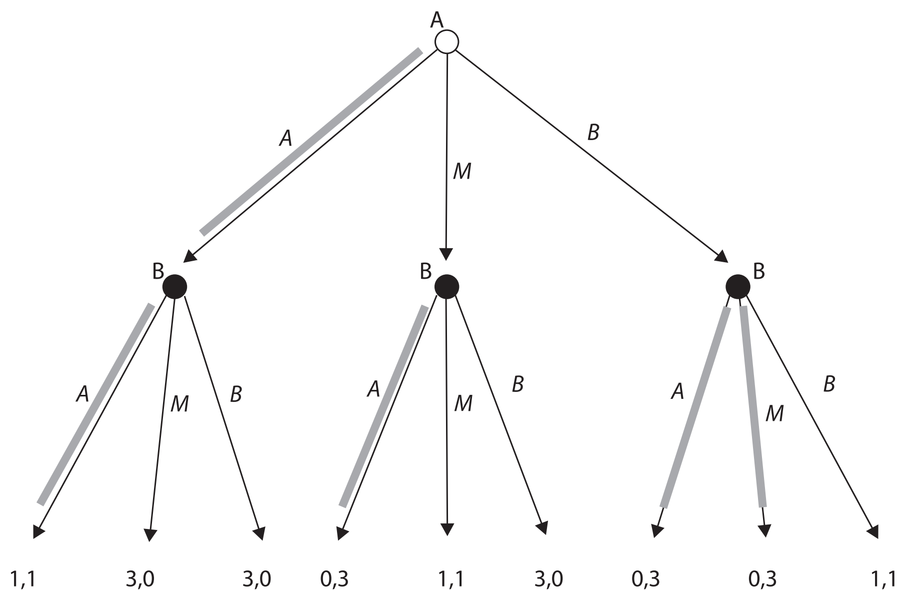
Note que, para responder o item precisamente, deveríamos construir uma matriz 3 x 27. No entanto, sabe-se, pelo Teorema de Zermelo, que haverá pelo menos um ENPS e que, como este é um refinamento do equilíbrio de Nash, haverá necessariamente pelo menos um equilíbrio de Nash. Daí a resposta é falsa.

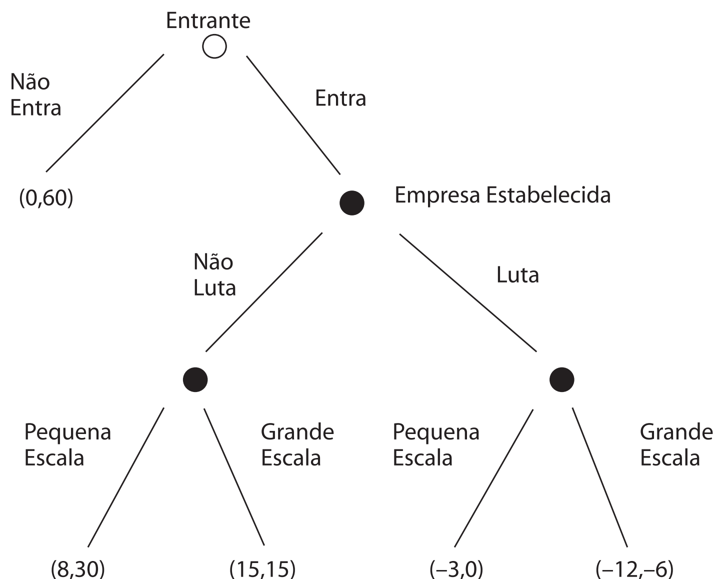
No caso desse jogo, há dois equilíbrios de Nash Perfeitos em Subjogos:

(A, (A se Time A escolher A, A se Time A escolher M, **A** se Time A escolher B)); e

(A, (A se Time A escolher A, A se Time A escolher M, **M** se Time A escolher B)).

Note que porque o Time B é indiferente a A, ou M, se Time A joga B, então existem dois equilíbrios de Nash Perfeitos em Subjogos. Veja a representação na forma extensiva do jogo abaixo. Assim, haverá pelo menos dois equilíbrios de Nash:





Questão 11

Considere o jogo na forma extensiva apresentado acima. Avalie as afirmativas abaixo, com base em seus conhecimentos de teoria dos jogos:

⓪ Este jogo comporta mais de um equilíbrio de Nash.

① Um equilíbrio perfeito em subjogos sempre implica que a combinação de estratégias selecionadas é ótima de Pareto.

② O perfil de estratégias (Entra; Grande Escala, quando a empresa estabelecida não luta; Pequena Escala, quando a empresa estabelecida luta; Não luta) corresponde a um equilíbrio perfeito em subjogos.

③ Se, antes do jogo ter início, a empresa estabelecida anunciasse sua disposição de adotar a estratégia de luta, a empresa entrante decidiria pela estratégia "não entrar".

④ A Empresa Estabelecida possui uma estratégia dominante no subjogo que tem início quando a Entrante decide entrar.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Para responder quantos equilíbrios de Nash em estratégias puras existem, há que considerar a representação na forma normal associada ao jogo apresentado na forma extensiva.

	NL	L
E,P,P	8,30	-3,0
E,P,G	8,30	-12,-6
E,G,P	**15,15**	-3,0
E,G,G	**15,15**	-12,-6
NE,P,P	0,60	**0,60**
NE,P,G	0,60	**0,60**
NE,G,P	0,60	**0,60**
NE,G,G	0,60	**0,60**

Pela matriz 8 x 2 acima, podemos verificar que existem seis equilíbrios de Nash em estratégias puras, quais sejam:

1. ((Entra, Grande Escala se Estabelecida Não Luta, Pequena Escala se Estabelecida Luta), Não Luta);
2. ((Entra, Grande Escala se Estabelecida Não Luta, Grande Escala se Estabelecida Luta), Não Luta);
3. ((Não Entra, Pequena Escala se Estabelecida Não Luta, Pequena Escala se Estabelecida Luta), Luta);
4. ((Não Entra, Pequena Escala se Estabelecida Não Luta, Grande Escala se Estabelecida Luta), Luta);
5. ((Não Entra, Grande Escala se Estabelecida Não Luta, Pequena Escala se Estabelecida Luta), Luta);
6. ((Não Entra, Grande Escala se Estabelecida Não Luta, Grande Escala se Estabelecida Luta), Luta).

(1) Falso.

Não existe relação entre otimalidade no sentido de Pareto e equilíbrio de Nash. Como equilíbrios de Nash Perfeito em Subjogos refinam equilíbrios de Nash, podemos concluir que tal relação também não existe em relação a esse conceito.

(2) Verdadeiro.

O único equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos do jogo do enunciado é dado pela seguinte combinação de estratégias: {(Entra, Grande Escala se Estabelecida Não Luta, Pequena Escala se Estabelecida Luta), Não Luta} ou {(E, G/NL, P/L), NL} ou {(E, GP), NL}.

(3) Falso.

A Empresa Estabelecida pode anunciar que irá escolher a estratégia Lutar caso haja Entrada, mas não irá jogar esta estratégia, pois ela não é crível.

(4) Verdadeiro.

Para confirmar, notemos que os *payoffs* da Empresa Estabelecida serão sempre maiores quando escolher a estratégia Não Luta do que quando escolher a estratégia Luta, pois 30 > 0 e 15 > – 6.

PROVA DE 2007

Questão 11

Considere o jogo simultâneo representado pela matriz de *payoffs*, com os jogadores J1 e J2. Julgue as afirmações:

		J2	
		Esquerda	Direita
J1	Alto	4, 2	–1, 0
	Baixo	0, –1	1, 3

⓪ Jogar Alto é estratégia dominante para J1.

① O jogo possui pelo menos um equilíbrio de Nash em estratégias puras.

② Jogar Alto com probabilidade 2/3 e jogar Esquerda com probabilidade 1/3 é equilíbrio de Nash em estratégias mistas.

③ Em caso de jogo sequencial, se J1 iniciar o jogo, o equilíbrio perfeito de subjogo em estratégia pura será {*Alto, (Esquerda se J1 joga Alto, Direita se J1 joga Baixo)*}.

④ Se o jogo for transformado em sequencial com J2 jogando primeiro, haverá um único equilíbrio de Nash em estratégia pura, mas não haverá equilíbrio perfeito de subjogo em estratégia pura.

Resolução:

(0) Falso.

Se **J2** joga *Esquerda*, a melhor escolha de **J1** é jogar *Alto*. E se **J2** joga *Direita*, a melhor escolha de **J1 é** jogar *Baixo*. Logo, não há estratégia dominante para o jogador **J1**.

(1) Verdadeiro.

O jogo possui dois equilíbrios de Nash em estratégias puras: (*Alto, Esquerda*) e (*Baixo, Direita*)**.**

(2) Verdadeiro.

		J2	
		Esquerda	Direita
J1	Alto	4, 2	−1, 0
	Baixo	0, −1	1, 3

Para o jogador J1:

$$EU_I(p,\bar{q}) = 4p\bar{q} - p(1-\bar{q}) + (1-p)(1-\bar{q})$$

$$EU_I(p,\bar{q}) = 4p\bar{q} - p + p\bar{q} + 1 - p - \bar{q} + p\bar{q}$$

$$EU_I(p,\bar{q}) = p(6\bar{q}-2) - \bar{q} + 1$$

$$\frac{dEU_I(p,\bar{q})}{dp} = 6\bar{q} - 2$$

Se $6\bar{q} - 2 > 0 \Leftrightarrow \bar{q} > \frac{1}{3}$ então p = 1.

Se $6\bar{q} - 2 = 0 \Leftrightarrow \bar{q} = \frac{1}{3}$ então p$\in[0,1]$.

Se $6\bar{q} - 2 < 0 \Leftrightarrow \bar{q} < \frac{1}{3}$ então p = 0.

Analogamente, para o jogador J2:

$$EU_{II}(\bar{p},q) = 2\bar{p}q - q(1-\bar{p}) + 3(1-\bar{p})(1-q)$$

$$EU_{II}(\bar{p},q) = 2\bar{p}q - q + \bar{p}q + 3 - 3q - 3\bar{p} + 3\bar{p}q$$

$$EU_{II}(\bar{p},q) = q(6\bar{p}-4) - 3\bar{p} + 3$$

$$\frac{dEU_{II}(\bar{p},q)}{dq} = 6\bar{p} - 4$$

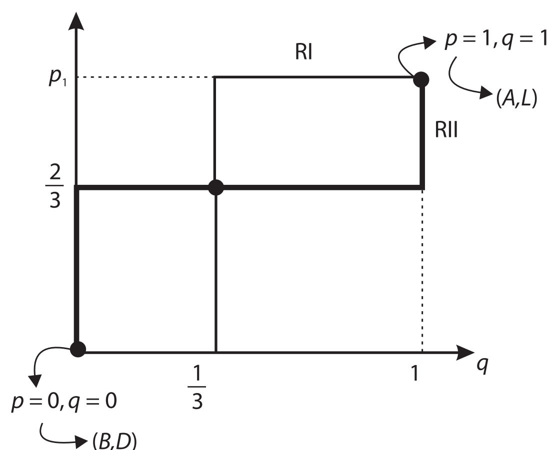
Se $6\bar{p} - 4 > 0 \Leftrightarrow \bar{p} > \frac{2}{3}$ então q = 1.

Se $6\bar{p} - 4 = 0 \Leftrightarrow \bar{p} = \frac{2}{3}$ então q$\in[0,1]$.

Se $6\bar{p} - 4 < 0 \Leftrightarrow \bar{p} < \frac{2}{3}$ então q = 0.

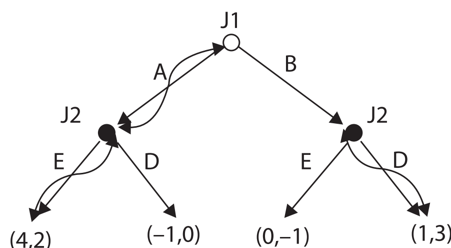
Desse modo, teremos que o equilíbrio de Nash em estratégias mistas será dado por $(p,q) = \left(\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)$. Assim, no equilíbrio em estratégias mistas o jogador

J1 irá escolher Alto com probabilidade igual a 2/3, e o jogador **J2** irá escolher Esquerda com probabilidade igual a 1/3.



(3) Verdadeiro.

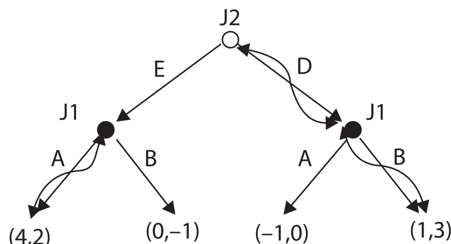
Notemos, inicialmente, que 2 subjogos próprios são definidos a seguir: o primeiro é aquele que se inicia quando o jogador J2 escolhe uma de suas estratégias, dado que o jogador J1 jogou A, e o outro é aquele em que o jogador J2 escolhe uma de suas estratégias, dado que o jogador J1 jogou B. No caso em que J1 joga A, a melhor escolha de J2 é jogar E. Já se J1 joga B, a melhor escolha de J2 é jogar D. Assim, os equilíbrios de Nash em cada um desses subjogos seriam, respectivamente: (Jogador J2 joga E, se jogador J1 joga A) e (Jogador J2 joga D, se jogador J1 joga B). Considerando essas escolhas do jogador J2, em cada subjogo próprio, e substituindo os *payoffs* resultantes nos nós de decisão, temos que o jogador J1 joga A, como ilustrado na forma extensiva abaixo.



Em resumo, utilizando o procedimento da indução retroativa encontraremos um único equilíbrio de Nash perfeito em subjogos (ENPS), qual seja: **(A, (E se J1 escolher A, D se J1 escolher B))**

(4) Falso.

Neste caso, teremos:



Utilizando o procedimento da indução retroativa encontraremos um único equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos (ENPS): **((A se J2 escolher E, B se J2 escolher D), D).** Pelo Teorema de Zermelo, nesse tipo de jogo, grosso modo, sempre há pelo menos um ENPS.

PROVA DE 2008

Questão 9

Jogador 1	Jogador 2	
	I	II
A	-1, 1	1, -1
B	2, -2	0, 0

Com base no jogo acima, julgue as afirmações:

⓪ Trata-se de um jogo do tipo dilema dos prisioneiros.

① O jogador 1 tem uma estratégia estritamente dominante.

② O jogo tem um equilíbrio em estratégias mistas em que os participantes jogam cada uma de suas estratégias com 50% de probabilidade.

③ O jogo somente pode ser analisado na forma extensiva.

④ O jogador 2 não tem estratégia estritamente dominante.

Resolução:

(0) Falso.

Não. O jogo descrito nesta questão não é do tipo Dilema dos Prisioneiros.

O jogo abaixo é um exemplo de jogo do tipo Dilema dos Prisioneiros, onde é possível notar que cada jogador possui uma estratégia estritamente dominante, que é a estratégia "confessa". O equilíbrio em estratégias estritamente dominantes (confessa, confessa), que também é o equilíbrio de Nash do jogo, não é um equilíbrio eficiente no sentido de Pareto.

		Prisioneiro 2	
		confessa	*não confessa*
Prisioneiro *1*	*confessa*	*1 , 1*	*5 , 0*
	não confessa	*0 , 5*	*4 , 4*

(1) Falso.

O **jogador 1** não possui uma estratégia estritamente dominante, pois 2 > -1, mas 0 < 1.

(2) Falso.

Não há equilíbrio de Nash em estratégias puras, só em mistas. Mas esse não é o que a questão sugere, mas $(p,q) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$. Vejamos a resolução abaixo:

Quando o **Jogador *1*** joga A, o melhor que o **Jogador *2*** tem a fazer é jogar *I*. Quando o **Jogador *2*** jogar *I*, o melhor que o **Jogador *1*** tem a fazer é jogar B. Quando o **Jogador *1*** joga B, o melhor que o **Jogador 2** tem a fazer é jogar *II*. Quando o **Jogador *2*** jogar *II*, o melhor que o **Jogador *2*** tem a fazer é jogar A. E recomeça o ciclo. Portanto, não há equilíbrio em estratégias puras.

Assim, de acordo com o Teorema de Nash (1951), sabe-se que o jogo terá apenas um equilíbrio em estratégias mistas. Basta agora conferir qual é. Sejam "p" e "q", respectivamente, as probabilidades do Jogador *1* jogar A e do Jogador 2 jogar I:

Jogador *1*	Jogador *2*	
	I **(q)**	*II* **(1-q)**
A **(p)**	-1, 1	1, -1
B **(1-p)**	2, -2	0, 0

Para o Jogador *1*:

$$EU_I(p,\bar{q}) = -p\bar{q} + p(1-\bar{q}) + 2\bar{q}(1-p)$$

$$EU_I(p,\bar{q}) = -p\bar{q} + p - p\bar{q} + 2\bar{q} - 2p\bar{q}$$

$$EU_I(p,\bar{q}) = p(1-4\bar{q}) + 2\bar{q}$$

$$\frac{dEU_I(p,\bar{q})}{dp} = 1 - 4\bar{q}$$

Se $1 - 4\bar{q} > 0 \Leftrightarrow \bar{q} > \frac{1}{4}$ então p = 1.

Se $1-4\bar{q}=0 \Leftrightarrow \bar{q}=\frac{1}{4}$ então p∈[0,1].

Se $1-4\bar{q}<0 \Leftrightarrow \bar{q}<\frac{1}{4}$ então p = 0.

De forma análoga, para o Jogador *2*:

$$EU_{II}(\bar{p},q)=\bar{p}q-\bar{p}(1-q)-2q(1-\bar{p})$$

$$U_{II}=pq-p+pq-2q+2pq$$

$$EU_{II}(\bar{p},q)=q(4\bar{p}-2)-\bar{p}$$

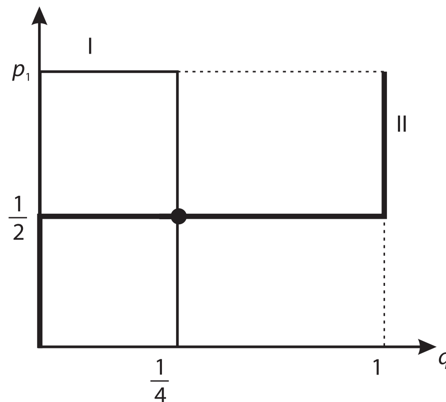
$$\frac{dEU_{II}(\bar{p},q)}{dq}=4\bar{p}-2$$

Se $4\bar{p}-2>0 \Leftrightarrow \bar{p}>\frac{1}{2}$ então q = 1.

Se $4\bar{p}-2=0 \Leftrightarrow \bar{p}=\frac{1}{2}$ então p∈[0,1].

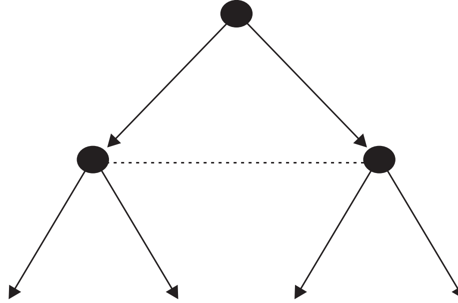
Se $4\bar{p}-2<0 \Leftrightarrow \bar{p}<\frac{1}{2}$ então p = 0.

Desse modo, teremos que o equilíbrio de Nash em estratégias mistas será dado por $(p,q)=\left(\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$. Assim, no equilíbrio em estratégias mistas o Jogador *2* irá escolher *I* com probabilidade igual a 1/4 (ou 25%) e irá escolher *II* com probabilidade igual a 3/4 (ou 75%).



(3) Falso.

A forma extensiva é representada por meio de uma "árvore", o que, normalmente, requer uma dinâmica. Quem começa primeiro? Este é um jogo simultâneo e, tal como foi feito no item (2), o jogo também pode ser analisado na forma normal (ou matricial), como está descrito no enunciado.



(4) Verdadeiro.

Nenhum dos dois jogadores possui estratégia estritamente dominante.

Questão 15

Jogador 1	Jogador 2	
	L	R
U	2, 2	6, 1
D	1, 6	5, 5

O jogo acima é repetido infinitas vezes. Seja d* o menor fator de desconto intertemporal que permite implementar a lista de estratégias Pareto-eficientes, como equilíbrio perfeito de subjogo, em que a estratégia de punição é do tipo gatilho (*trigger strategy*), isto é, se um jogador desvia-se do acordo, ele é punido com o equilíbrio de Nash Pareto-dominado do jogo-estágio para sempre.

Calcule 100 ×d* (ou seja, cem vezes d*).

Resolução:

A combinação de estratégias *(U, L)* representa o equilíbrio de Nash do jogo estático acima. Porém, se o jogo fosse repetido infinitas vezes, seria possível que os jogadores chegassem a um acordo no qual combinariam jogar *(D, R)*, o que daria o maior ganho para ambos. Caso ocorresse desvio por parte de algum jogador, a partir desse desvio, então, em resposta, os jogadores voltariam a escolher o equilíbrio de Nash *(U, L)*.

Então, vamos calcular o ganho do jogador *i* ao desviar em um dos períodos e o ganho de tal jogador ao cooperar infinitas vezes:

Se o jogador *i* não desviar, ele ganhará 5 para sempre.

Ganho de não desviar:

$$VP^{ND} = 5 + \delta 5 + \delta^2 5 + \ldots = 5 + 5\left(\frac{\delta}{1-\delta}\right) = \frac{5}{1-\delta}$$

Se tal jogador desviar no período *t*, ele terá um ganho de 6 nesse período, e receberá 2 daí em diante.

Ganho de se desviar:

$$VP^{D} = 6 + \delta 2 + \delta^2 2 + \ldots = 6 + 2\left(\frac{\delta}{1-\delta}\right) = \frac{6-6\delta+2\delta}{1-\delta} = \frac{6-4\delta}{1-\delta}$$

$$VP^{ND} \geq VP^{D} \Leftrightarrow \frac{5}{1-\delta} \geq \frac{6-4\delta}{1-\delta} \Rightarrow 4\delta \geq 1 \Rightarrow \delta \geq \frac{1}{4}$$

Portanto, o menor $\delta^* = 25\%$

PROVA DE 2009

Questão 11

Considere o jogo simultâneo na forma estratégica abaixo e julgue as afirmativas a seguir:

		Jogador 2	
		Estratégia A	*Estratégia B*
Jogador 1	*Estratégia A*	2 , 1	0 , 0
	Estratégia B	0 , 0	1 , 2

⓪ Trata-se de um jogo sequencial.

① Há apenas um equilíbrio de Nash, formado pelo par de estratégias *(A, A)*.

② A estratégia *A* é estritamente dominante para o jogador *2*.

③ O jogo acima é do tipo Dilema dos Prisioneiros.

④ O jogo acima é do tipo Batalha dos Sexos.

Resolução:

(0) Falso.

É um jogo simultâneo. Vide o enunciado!

(1) Falso.

Este jogo é chamado Batalha dos Sexos. Há dois equilíbrios de Nash em estratégias puras: (A, A) e (B, B), e um terceiro em estratégias mistas, qual seja: o jogador 1 prefere A com 2/3 de probabilidade, e escolhe B com 1/3 de probabilidade. O jogador 2 prefere A com 1/3 de probabilidade, e escolhe B com 2/3 de probabilidade. O *payoff* esperado de cada jogador é 2/3.

(2) Falso.

Observando a matriz de *payoffs* no enunciado, comparando os *payoffs* de cada jogador, dada uma estratégia de seu oponente, é fácil notar que nenhum dos jogadores possui uma estratégia nem estritamente dominante nem apenas dominante.

(3) Falso.

O jogo abaixo é um exemplo de jogo do tipo Dilema dos Prisioneiros, em que é possível notar que cada jogador possui uma estratégia estritamente dominante, que é a estratégia "confessa". O equilíbrio em estratégias estritamente dominantes (confessa, confessa), que também é o equilíbrio de Nash do jogo, não é um equilíbrio eficiente no sentido de Pareto.

		Prisioneiro 2	
		confessa	*não confessa*
Prisioneiro 1	*confessa*	*1 , 1*	*5 , 0*
	não confessa	*0 , 5*	*4 , 4*

(4) Verdadeiro.

Este é um jogo do tipo "Batalha dos Sexos", conforme observado no item.

Questão 12

		Jogador *2*	
		coopera	*não coopera*
Jogador *1*	*coopera*	*1 , 1*	*-1 , 2*
	não coopera	*2 , -1*	*0 , 0*

O jogo acima é repetido infinitas vezes. Seja δ^* o menor fator de desconto intertemporal que permite implementar a lista de estratégias Pareto-eficientes como equilíbrio perfeito de subjogo, em que a não cooperação é punida com o equilíbrio de Nash Pareto-dominado para sempre. Calcule 100 × δ^* (isto é, cem vezes δ^*).

Resolução:

Quando o **Jogador *1*** escolhe **coopera**, o melhor que o **Jogador *2*** tem a fazer é escolher **não coopera**. Quando o **Jogador *1*** escolhe **não coopera**, o melhor que o **Jogador *2*** tem a fazer é escolher **não coopera**. De forma análoga, quando o **Jogador *2*** escolhe **coopera**, o melhor que o **Jogador *1*** tem a fazer é escolher **não coopera**. E quando o **Jogador *2*** escolhe **não coopera**, o melhor que o **Jogador *1*** tem a fazer é escolher **não coopera**. Assim (**não coopera, não coopera**) é um equilíbrio de Nash quando o jogo é jogado uma só vez ou quando é jogado um número finito de vezes.

Se o jogo, no entanto, for **repetido infinitas vezes**, será possível que os jogadores cheguem a um acordo no qual eles joguem (**cooperar, cooperar**), o que resulta maior ganho para ambos. Assim, eles começam o jogo escolhendo a dita estratégia. Se ocorrer desvio por parte de algum jogador, então os jogadores voltariam a escolher o equilíbrio de Nash. Esta estratégia de punição é do tipo gatilho (*trigger strategy*), isto é, se um jogador desvia do acordo, ele é punido com o equilíbrio de Nash Pareto-dominado do jogo-estágio para sempre.

Então, há que calcular o ganho do Jogador *i* ao desviar em um dos períodos e o ganho de tal jogador se não desviar:

Se o Jogador *i* não desviar, ele ganhará 1 para sempre. Assim, seu *payoff* em um jogo infinito será:

Ganho de não desviar:

$$VP^{ND} = 1 + \delta 1 + \delta^2 1 + \ldots = 1 + 1\left(\frac{\delta}{1-\delta}\right) = \frac{1-\delta+\delta}{1-\delta} = \frac{1}{1-\delta}$$

Se tal jogador desviar no período *t*, ele terá um ganho de *2* neste período, e receberá 0 daí por diante. Assim, seu *payoff* em um jogo infinito será:

Ganho de desviar:

$$VP^{D} = 2 + \delta 0 + \delta^2 0 + \ldots = 2 + 0\left(\frac{\delta}{1-\delta}\right) = 2$$

$$VP^{ND} \geq VP^{D} \Leftrightarrow \frac{1}{1-\delta} \geq 2 \Rightarrow 1 \geq (1-\delta)2 \Rightarrow 1 \geq 2 - \delta 2 \Rightarrow 2\delta \geq 1 \Rightarrow \delta \geq \frac{1}{2}$$

Logo, a menor falta de desconto intertemporal será $\delta^{\star} = \frac{1}{2}$, e, desse modo, $100\delta^{\star} = 100\frac{1}{2} = 50$.

PROVA DE 2010

Questão 10

Considere o jogo conhecido como Caça ao Cervo, abaixo:

Caçador 1 \ Caçador 2	Cervo	Lebre
Cervo	3 , 3	x , 1
Lebre	1 , x	1 , 1

Em que $0 \leq x < 1$ constante. Com base nesse jogo, avalie as afirmações abaixo:

⓪ Trata-se de um jogo de informação imperfeita.

① Há dois equilíbrios de Nash.

② Os dois caçadores possuem estratégias fracamente dominantes.

③ Suponha que $x = 0$. Então, o equilíbrio em estratégias mistas prescreve que cada caçador cace Cervo com probabilidade 1/3 e cace Lebre com probabilidade 2/3.

④ Suponha que $0 \leq x \leq 1$. Se x converge para 1, então o equilíbrio em estratégias mistas converge para o equilíbrio de Nash Pareto-dominado em estratégias puras.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Todo jogo simultâneo é um jogo de informação imperfeita.

(1) Falso.

São três equilíbrios de Nash: dois em estratégias puras e um em estratégia mista.

Analisando o jogo em sua forma normal, é possível identificar que o jogo em questão possui dois equilíbrios de Nash em estratégias puras, ou, equivalentemente, em estratégias mistas degeneradas, quais sejam: $(p, q) = (1, 1)$ e $(p, q) = (0, 0)$, onde p é a probabilidade do Jogador *1* jogar Cervo e q a probabilidade do Jogador *2* jogar Cervo.

Além dos dois equilíbrios de Nash em estratégias puras, é preciso analisar se, para todo $x \in [0,1)$, há um equilíbrio de Nash em estratégias mistas (ou estratégias não degeneradas). Assim, cada jogador terá que analisar qual a sua melhor estratégia, dada a sua expectativa sobre a estratégia de seu oponente, da seguinte forma:

		Caçador 2	
		Cervo (q)	Lebre (1-q)
Caçador 1	Cervo (p)	3 , 3	*x* , 1
	Lebre (1-p)	1 , *x*	1 , 1

Para o Caçador 1:

$$EU_I(p,\bar{q}) = 3p\bar{q} + xp(1-\bar{q}) + \bar{q}(1-p) + (1-p)(1-\bar{q})$$

$$EU_I(p,\bar{q}) = 3p\bar{q} + xp - xp\bar{q} + \bar{q} - p\bar{q} + 1 - p - \bar{q} + p\bar{q}$$

$$EU_I(p,\bar{q}) = p[(x-1)+(3-x)\bar{q}]+1$$

$$\frac{dEU_I(p,\bar{q})}{dp} = (x-1)+(3-x)\bar{q}$$

Se $(x-1)+(3-x)\bar{q} > 0 \Leftrightarrow \bar{q} > \frac{1-x}{3-x}$ então p = 1.

Se $(x-1)+(3-x)\bar{q} = 0 \Leftrightarrow \bar{q} = \frac{1-x}{3-x}$ então p$\in$[0,1].

Se $(x-1)+(3-x)\bar{q} < 0 \Leftrightarrow \bar{q} < \frac{1-x}{3-x}$ então p = 0.

Analogamente, para o Caçador 2:

$$EU_{II}(\bar{p},q) = 3\bar{p}q + \bar{p}(1-q) + xq(1-\bar{p}) + (1-\bar{p})(1-q)$$

$$EU_{II}(\bar{p},q) = 3\bar{p}q + \bar{p} - \bar{p}q + xq - x\bar{p}q + 1 - q - \bar{p} - \bar{p}q$$

$$EU_{II}(\bar{p},q) = q[(x-1)+(3-x)\bar{p}]+1$$

$$\frac{dEU_{II}(\bar{p},q)}{dq} = (x-1)+(3-x)\bar{p}$$

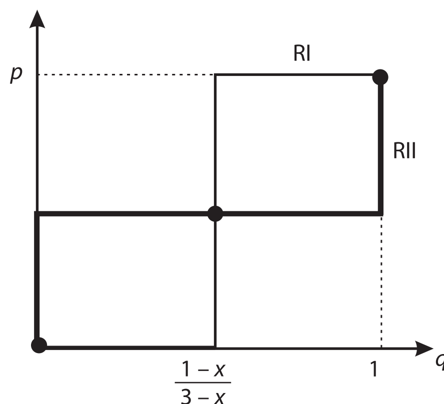
Se $(x-1)+(3-x)\bar{p} > 0 \Leftrightarrow \bar{p} > \frac{1-x}{3-x}$, então q = 1.

Se $(x-1)+(3-x)\bar{p} = 0 \Leftrightarrow \bar{p} = \frac{1-x}{3-x}$, então q$\in$[0,1].

Se $(x-1)+(3-x)\bar{p} < 0 \Leftrightarrow \bar{p} < \frac{1-x}{3-x}$, então q = 0.

Desse modo, para todo x$\in$[0,1), teremos um equilíbrio de Nash em estratégias mistas, que será dado por:

$$(p,q)=\left(\frac{1-x}{3-x},\frac{1-x}{3-x}\right),x\in[0,1).$$



Portanto, a resposta é falsa, pois há três equilíbrios de Nash e não dois.

Vale observar que, de acordo com a "interpretação da língua portuguesa" feita pela Banca da ANPEC com relação ao item (0), questão 13 da prova de 2002, essa pergunta (Questão 1 da prova de 2010) poderia ter sido considerada como "verdadeira" e não como "falsa". Isso porque o verbo "haver" comporta duas possibilidades: existir ou ter. Se o aluno considerasse a primeira alternativa, a resposta seguiria a lógica da questão mencionada de 2002, sendo, então, verdadeira. Já se o aluno considerasse a segunda alternativa, seria falsa.

(2) Falso.

Se $x\in[0,1)$, então nenhum dos jogadores possui estratégia fracamente dominante, o que ocorreria somente quando $x = 1$.

(3) Verdadeiro.

Do item (1) temos que se $x = 0$ o equilíbrio em estratégia mista será $(p,q)=\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$. Desse modo, cada caçador irá caçar Cervo com probabilidade igual a 1/3 e irá caçar Lebre com probabilidade igual a 2/3.

(4) Verdadeiro.

Sabe-se que o equilíbrio Pareto-dominante é (*p, q*) = (1, 1), cujo *payoff* é (3,3). Vamos mostrar que, se *x* converge para 1, do item (1), teremos que o resultado não convergirá para (*p, q*) = (1, 1), mas sim para o equilíbrio de Nash Pareto-dominado (*p, q*) = (0, 0), cujo *payoff* é (1,1).

De fato, conforme formos aumentando o valor de "x", de zero, para 0,2, para 0,5, para 0,9, e formos substituindo estes valores de "x" na equação do item (1), poderemos observar que "q" e "p" vão se aproximando da probabilidade zero (p,q) = (0,0).

Assim, resumidamente, se x converge para 1, do item ①, teremos que:

Se $\bar{q} > 0$ então p = 0.

Se $\bar{q} = 0$ então $p \in [0,1]$.

Por analogia:

Se $\bar{p} > 0$ então q = 0.

Se $\bar{p} = 0$ então $q \in [0,1]$.

Desse modo, se x converge para 1, então o equilíbrio de Nash em estratégias mistas converge para o equilíbrio de Nash Pareto-dominado em estratégias puras, em que a estratégia de ambos os caçadores será caçar Lebre.

PROVA DE 2011

Questão 7

Avalie as seguintes situações representadas através do instrumental da Teoria dos Jogos:

⓪ No jogo com *pay-offs* apresentados no Quadro 1 (a seguir), identifica-se uma solução de Equilíbrio de Nash (A1, B3) e duas estratégias que podem ser eliminadas por não serem racionais (A3 e B2).

① Em um jogo com um número finito de jogadores, cada um dos quais com um número definido de estratégias, se não existir um Equilíbrio de Nash baseado em estratégias puras, existirá pelo menos um equilíbrio baseado na adoção de estratégias mistas.

② Uma situação de Equilíbrio de Nash equivale necessariamente a um Ótimo de Pareto.

③ Num jogo do tipo "batalha dos sexos", com *payoffs* apresentados no Quadro 2 (a seguir), existe um equilíbrio baseado em "estratégias mistas" quando as probabilidades de Maria e João irem ao cinema são de, respectivamente, 2/3 e 1/3.

④ Suponha que as empresas A e B vendam produtos concorrentes e estejam decidindo se irão ou não empreender campanhas de propaganda. Cada empresa, contudo, será

afetada pela decisão de sua concorrente. Se ambas as empresas decidirem fazer propaganda, a Empresa A terá lucro de 10 e a Empresa B terá lucro de 5. Se a Empresa A fizer propaganda e a Empresa B não fizer, a Empresa A lucrará 15 e a Empresa B terá lucro zero. Se ambas as empresas não fizerem propaganda, a Empresa A terá lucro 20 e a Empresa B terá lucro 2. Se apenas a empresa B fizer propaganda, a empresa A terá lucro de 6 e a Empresa B terá lucro de 8. Nestas condições, existe um Equilíbrio de Nash com estratégias puras, que, no entanto, pode ser alterado quando o jogo se estrutura na forma sequencial.

Quadro 1

A/B	B1	B2	B3
A1	0,2	3,1	4,3
A2	2,4	0,3	3,2
A3	1,1	2,0	2,1

Quadro 2

	***Payoff* João**	***Payoff* João**
***Payoff* Maria**	Cinema	Futebol
Cinema	2,1	0,0
Futebol	0,0	1,2

Legenda: (*Payoff* Maria, *Payoff* João)

Resolução:

(0) Falso.

(A1,B3) e (A2,B1) são os dois equilíbrios de Nash em estratégia pura do jogo, porém A3 não pode ser eliminada, ainda que B2 possa ser eliminada por B1.

(1) Verdadeiro.

Este é o teorema de Nash (1951). Grosso modo, este postula que sempre haverá pelo menos um equilíbrio de Nash para um jogo com número de jogadores e estratégias finitas.

(2) Falso.

Um conceito não se mistura com o outro. Basta tomar como contraexemplo o dilema dos prisioneiros, escrito a seguir. Neste o equilíbrio de Nash (1,1) não é Pareto eficiente (5,5).

	NC	C
NC	**(1,1)**	(6,0)
C	(0,6)	(5,5)

(3) Verdadeiro.

Ver solução na prova de 2009, questão 11.

(4) Falso.

O jogo descrito neste item pode ser colocado na forma matricial da seguinte forma:

		B	
		NC	C
A	NC	(10,5)	(15,0)
	C	(6,8)	(20,2)

Se duas árvores forem montadas, cada uma começando com um jogador, o ENPS de ambos os jogos será (P, P se P). Se montarmos as matrizes relacionadas a cada um dos jogos para sabermos os equilíbrios de Nash em estratégias puras de cada jogo, teremos:

		B			
		PP	PÑ	ÑP	ÑÑ
A	Ñ	(6,8)	(20,2)	(6,8)	(20,2)
	P	(10,5)	(10,5)	(15,0)	(15,0)

		A			
		PP	PÑ	ÑP	ÑÑ
B	Ñ	(0,15)	(2,20)	(0,15)	(2,20)
	P	(5,10)	(5,10)	(8,6)	(8,6)

Note que os *payoffs* finais, em que B fica com 5 e A com 10, não são alterados em nenhum dos casos, muito embora na segunda matriz haja dois equilíbrios de Nash e não 1. Portanto, este é um item que gera dúvidas sobre o que o autor se referia realmente.

Questão 11

Considere um jogo simultâneo, G, representado em forma matricial, com dois jogadores. O jogo de compromisso derivado do jogo simultâneo consiste em permitir que um dos jogadores se mova antes, escolhendo sua estratégia pura, que é anunciada ao outro jogador. O segundo jogador pode, então, escolher alguma de suas ações como resposta à estratégia do primeiro jogador.

Pergunta-se:

⓪ Um Equilíbrio de Nash em *G* sempre é um Equilíbrio de Nash perfeito em subjogo no jogo de compromisso derivado de *G*.

① Se *G* pode ser representado por uma matriz *m* por *n*, em que *m* representa o número de ações para o jogador 1 e *n*, o número de ações para o segundo jogador, o primeiro jogador possui *m x n* estratégias no jogo de compromisso derivado de *G*.

② No Equilíbrio de Nash perfeito em subjogo do jogo de compromisso derivado de *G*, o primeiro jogador nunca escolhe uma estratégia que seria estritamente dominada no jogo original, *G*.

③ No Equilíbrio de Nash perfeito em subjogo do jogo de compromisso derivado de *G*, o segundo jogador nunca escolhe uma ação que seria estritamente dominada no jogo original, *G*.

④ Se a melhor resposta do segundo jogador a qualquer estratégia *x* do primeiro jogador sempre for única, o primeiro jogador sempre terá um ganho no Equilíbrio de Nash perfeito em subjogo no jogo de compromisso maior ou igual ao ganho que teria em qualquer um dos Equilíbrios de Nash no jogo original, *G*.

Resolução:

(0) Falso.

Um jogo de compromisso é aquele que gera um jogo sequencial com informação perfeita a partir de um jogo simultâneo. Um Equilíbrio de Nash em um jogo simultâneo não será de forma geral um ENPS (Equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos) em um jogo sequencial, ainda que o inverso seja verdadeiro, isto é, todo ENPS é um Equilíbrio de Nash.

(1) Falso.

Não. O primeiro jogador possui **m** estratégias puras. O segundo jogador é que possui **m x n** estratégias puras. Para ver isso, basta desenhar a árvore deste jogo, onde quem começa é jogador 1.

(2) Falso.

Esta afirmação estaria correta se o jogo fosse jogado de forma simultânea. No caso quando o jogo é jogado na forma sequencial, nada se pode afirmar.

Imagine um jogo sequencial com informação perfeita que pode, portanto, ser resolvido por indução retroativa. O jogador 1 irá escolher a sua melhor resposta dado que está naquele nó, o que não significa que em outros nós não haja *payoffs* estritamente maiores.

(3) Falso.

Assim como o item (2), esta afirmação estaria correta se o jogo fosse jogado de forma simultânea. No caso quando o jogo é jogado na forma sequencial, nada se pode afirmar.

Quando o jogo deixa de ser simultâneo e passa a ser sequencial, o segundo jogador sabe em que nó está. Imagine que ele está em um nó com *payoffs* estritamente menores que aqueles do outro nó. Ele fará a sua melhor resposta, dado que está naquele nó, mesmo tendo *payoffs* menores do que o outro nó.

(4) Verdadeiro.

Suponha que a estratégia A do jogador 2 seja estritamente dominante (podendo eliminar qualquer outra estratégia). Daí o jogador 1 escolhe o maior *payoff* entre as ***m*** estratégias. Tanto no jogo simultâneo como no jogo sequencial, o resultado será o mesmo.

PROVA DE 2012

Questão 08

Avalie as seguintes situações representadas por meio do instrumental da Teoria dos Jogos:

⓪ Em um jogo sequencial que representa uma situação genérica de duopólio, a seleção da estratégia ótima pela firma que comanda o jogo necessariamente conduz a um equilíbrio semelhante ao de Cournot.

① Maria perdeu uma carteira com $ 500 em dinheiro e $ 500 em outros valores pessoais (fotos, cartas, etc). Para tentar reaver sua carteira, Maria tem duas alternativas: (1a) oferecer uma recompensa de $ 600; (2a) aguardar a devolução sem oferecer qualquer recompensa. Por outro lado, Joana, que achou a carteira perdida, também se defronta com duas alternativas: (1b) manter a carteira com ela; (2b) devolver a carteira para a sua dona. Dadas estas circunstâncias, observa-se que o equilíbrio perfeito em subjogos não é eficiente.

② Suponha que as empresas A e B vendam produtos concorrentes e estejam avaliando o retorno oferecido por diferentes canais alternativos para divulgação de seus produtos. O Quadro 1 abaixo representa estas alternativas na matriz de um jogo, em que os *pay-offs* representam os percentuais de participação de mercado ganhos (valores positivos) ou perdidos (valores negativos) pela firma A. Considere o tamanho do mercado constante e que apenas estas empresas operem neste mercado. Neste caso, observa-se que o jogo não tem uma solução de equilíbrio baseada em “estratégias puras”.

③ Um jogo simultâneo que apresenta múltiplos equilíbrios não apresenta uma solução de equilíbrio em sua forma sequencial.

④ Uma firma avalia a possibilidade de entrada em determinado mercado a partir da expectativa de reação da firma estabelecida, conforme ilustrado pelo Quadro 2 abaixo. Nestas condições, há evidências de que a possibilidade de retaliação (ou "luta") constitui uma ameaça crível.

Quadro 1

A \ B	B1	B2	B3	B4
A1	7	–3	8	–4
A2	5	4	5	7
A3	–3	3	–10	4

Quadro 2

Entrante \ Estabelecida	Luta	Não Luta
Entra	0,4	4,2
Não Entra	2,8	2,10

Resolução:

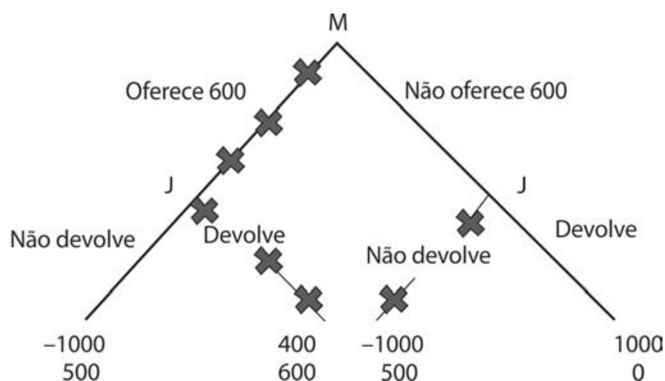
(0) Falso.

O jogo de Cournot é simultâneo.

(1) Falso.

Pelo gabarito da ANPEC, esta questão é Verdade.

Monte o jogo em formato de árvore para facilitar sua compreensão.



O Equilíbrio de Nash perfeito em subjogos é o *payoff* (400,600). Para analisar se ele é o equilíbrio eficiente de Pareto, há que fazer duas perguntas: (1) há como Maria ganhar mais sem Joana perder ou ficar como está? Não, pois para Maria ganhar 1000, Joana perderia 600; (2) há como Joana ganhar mais sem Maria perder ou ficar igual? Não, pois ela já ganha o máximo. Então, o ENPS é o equilíbrio EP.

(2) Falso.

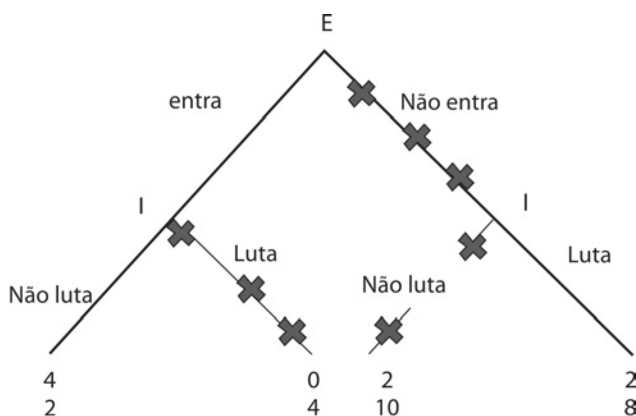
O equilíbrio em estratégias puras é: (A2, B2).

(3) Falso.

O jogo "batalha dos sexos" é um contraexemplo: há 3 equilíbrios de Nash, dois em puras e um em mista. Quando este é jogado de forma sequencial, no entanto, o que inicia o jogo obtém o maior *payoff*.

(4) Verdadeiro.

O jogo desta questão, apesar de não apresentar equilíbrio de Nash em estratégia pura, há quando é jogado de forma sequencial. E, neste caso, a ameaça de lutar é tão crível, que a entrante resolve não entrar. E, portanto, não há luta.



Questão 09

Duas empresas operam no mercado de iogurtes, podendo optar entre produzir um iogurte de alta qualidade (A) ou um iogurte de baixa qualidade (B). As escolhas das firmas são

simultâneas. Os lucros resultantes de cada estratégia encontram-se apresentados na matriz de *pay-off* a seguir:

		Empresa 2	
		Baixa	**Alta**
Empresa 1	**Baixa**	–10, –25	600, 300
	Alta	90, 500	40, 40

É correto afirmar que:

⓪ Existe apenas um equilíbrio de Nash possível nesse jogo.

① Se ambas as empresas optassem por uma estratégia *maxmin,* o equilíbrio seria *(Alta, Alta).*

② Num equilíbrio de conluio, a Empresa 1 produzirá iogurte de baixa qualidade e a Empresa 2 produzirá iogurte de alta qualidade.

③ O jogo acima é do tipo Dilema dos Prisioneiros.

④ Trata-se de um jogo de informação imperfeita.

Resolução:

(0) Falso.

Existem pelo menos dois equilíbrios de Nash em estratégias puras, o que invalida a questão.

(1) Verdadeiro.

Estratégia MaxMin: A estratégia maxmin para o jogador i é aquela que maximiza o *worst-case payoff* dele mesmo, na situação em que todos os demais jogadores resolvem escolher estratégias para causar o maior dano ao jogador i ou se estes jogadores são "apenas irracionais". É uma estratégia que i ***maximiza o ganho mínimo que i*** pode obter. Formalmente, a estratégia MaxMin para o jogador i é:

$$s_i^{MaxMin} = \arg \ Max_{s_i} Min_{s_{-i}} u_i\left(s_i, s_{-i}\right).$$

Se o jogador i age **cautelosamente** – seja porque i tem a paranoia de que todos querem vê-lo na pior situação possível ou seja porque i tem dúvidas sobre a racionalidade dos demais jogadores – i joga a estratégia MaxMin. MaxMin é uma estratégia, portanto, **conservadora – não maximizadora da função *payoff* (lucro, utilidade, etc)**.

Assim, resolvendo o jogo e respondendo objetivamente a questão, temos que:

Do ponto de vista da empresa A, ela min o *payoff* dela mesma entre as estratégias Baixa e Alta da empresa 2, se a empresa 1 joga Baixa, resultando em -10. O mesmo A faz com relação à sua estratégia Alta, escolhendo 40. Depois 1 escolhe o Max entre (-10, 40) = 40.

Do ponto de vista da empresa B, ela min o *payoff* dela mesma entre as estratégias Baixa e Alta da empresa 1, se a empresa 2 joga Baixa, resultando em -25. O mesmo B faz com relação à sua estratégia Alta, escolhendo 40. Depois 2 escolhe o Max entre (-25, 40) = 40.

Portanto, o equilíbrio maxmin = (40, 40).

(2) Verdadeiro.

No conluio a estratégia é obter a maior soma dos *payoffs* possível. Neste caso é a estratégia (baixa, alta) = (600, 300).

(3) Falso.

O dilema dos prisioneiros apresenta estratégias estritamente dominantes para cada jogador, além do equilíbrio de Nash resultar em *payoffs* menores do que o referente ao conluio (ou equilíbrio de Pareto). Portanto, este não é o caso.

(4) Verdadeiro.

Todo jogo simultâneo é um jogo de informação imperfeita.

página deixada intencionalmente em branco

6 Equilíbrio Geral

PROVA DE 2003

Questão 8

Tendo por fundamento as teorias do equilíbrio geral e do bem-estar, é correto afirmar:

⓪ Em uma economia com dois mercados, apenas no curto prazo é possível que um mercado esteja em equilíbrio e o outro fora do equilíbrio.

① De acordo com o Primeiro Teorema do Bem-Estar, sempre existe um equilíbrio competitivo.

② Uma alocação é ótima de Pareto somente se a Taxa Marginal de Substituição entre quaisquer dois fatores de produção for a mesma para quaisquer duas firmas que utilizem quantidades positivas de cada fator, mesmo que sejam distintos os bens que produzam.

③ Uma alocação é dita factível se cada consumidor respeitar a própria restrição orçamentária.

④ Suponha uma economia com dois agentes e dois bens. Os dois agentes têm preferências quase lineares, sendo a função de utilidade linear no bem 2. Se as quantidades do bem 2 são medidas verticalmente na caixa de Edgeworth e as quantidades do bem 1, horizontalmente, o conjunto de alocações ótimas de Pareto será uma linha vertical.

Resolução:

(0) Falso.

Em uma economia com dois mercados, se um dos mercados estiver em equilíbrio, então, segundo a Lei de Walras, o outro também estará. E este não é um conceito que distingue curto ou longo prazo.

(1) Falso.

De acordo com o Primeiro Teorema do Bem-Estar, todo equilíbrio competitivo é eficiente no sentido de Pareto. Para demonstrar a existência do equilíbrio walrasiano, pode-se usar o Teorema do Ponto Fixo de Brower. Mas este é um outro assunto.

(2) Verdadeiro.

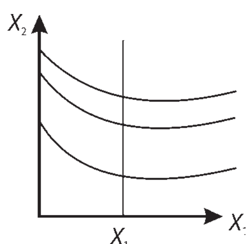
Por definição, uma alocação é ótima de Pareto em uma economia de trocas com produção somente se a Taxa Marginal de Substituição técnica entre quaisquer dois fatores de produção for a mesma para quaisquer duas firmas que utilizem quantidades positivas de cada fator, mesmo que sejam distintos os bens que produzam. Além disso, que as Taxas Marginais de Substituição entre os indivíduos também sejam iguais e que estas sejam iguais à Taxa Marginal de Transformação.

(3) Falso.

Uma alocação factível corresponde ao fato de que a soma das demandas se iguala à soma das dotações possuídas por todos os indivíduos dessa economia, para cada uma das mercadorias.

(4) Verdadeiro.

Sob preferências quase lineares, sendo a função de utilidade linear no bem 2, teremos que a escolha da quantidade ótima do bem 2 irá independer das escolhas de quantidades positivas do bem 1, para qualquer um dos dois agentes. Exemplo: $U = x_2 + \ln x_1$, onde as demandas ótimas seriam: $x_1^* = \frac{P_2}{P_1}$ *e* $x_2^* = \frac{R}{P_2} - 1.$



Questão 10

Suponha que o Consumidor I tenha a função de utilidade $u(x,y) = x + 2y$ e o Consumidor II tenha a função de utilidade $u(x,y) = min\{x,2y\}$. O Consumidor I tem inicialmente 12 unidades de *y* e zero unidade de *x*, enquanto o Consumidor II tem 12 unidades de *x* e zero unidade de y. É correto afirmar que, no equilíbrio competitivo:

⓪ $p_y/p_x = 2$.

① A restrição orçamentária do Consumidor I será: $x_s + 2y_s = 12$, em que x_s e y_s são as quantidades consumidas dos dois bens.

② A restrição orçamentária do Consumidor II será: $x_s + 2y_s = 24$.

③ A cesta de consumo de I será: ($x_s = 6$, $y_s = 9$).

④ A cesta de consumo de II será: ($x_s = 6$, $y_s = 3$).

Solução:

(0) Verdadeiro.

Esse problema de EG não é resolvido como usualmente se faz, quando os indivíduos têm funções Cobb-Douglas.

Como as preferências de um dos consumidores são por bens substitutos perfeitos e a do outro consumidor por bens complementares perfeitos, segue-se que os preços relativos serão iguais à Taxa Marginal de Substituição do Consumidor I, que possui preferências sobre bens substitutos perfeitos, uma vez que o equilíbrio para o indivíduo I (que tem preferências do tipo complementar perfeito) independe dos preços relativos.

$$TMgS = \frac{UMg_x}{UMg_y} = \frac{1}{2} = \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow \frac{p_y}{p_x} = 2$$

(1) Falso.

Notemos, inicialmente, que a renda do Consumidor I será: $R = p_x \cdot 0 + p_y \cdot 12 = 12p_y$

Assim, a restrição orçamentária do Consumidor I será:

$$p_x x + p_y y = 12p_y \Rightarrow \frac{p_x}{p_x}x + \frac{p_y}{p_x}y = 12\frac{p_y}{p_x} \Rightarrow x + 2y = 24$$

(2) Falso.

Notemos, inicialmente, que a renda do Consumidor II será: $R = p_x \cdot 12 + p_y \cdot 0 = 12p_x$

Assim, a restrição orçamentária do Consumidor II será:

$$p_x x + p_y y = 12p_y \Rightarrow \frac{p_x}{p_x}x + \frac{p_y}{p_x}y = 12\frac{p_y}{p_x} \Rightarrow usando\ \frac{p_y}{p_x} = 2 \Rightarrow x + 2y = 12$$

(3) Verdadeiro.

Para obtermos as cestas de consumo de equilíbrio, notemos que o Consumidor II consumirá os bens na proporção $x_{II} = 2y_{II}$. Substituindo esta proporção na sua restrição orçamentária (item 2 acima), a sua cesta de consumo ótima será dada por: $(x_{II}, y_{II}) = (6,3)$.

No que diz respeito ao Consumidor I, que tem preferências por substitutos perfeitos, observa-se que a inclinação da restrição (item 1 acima) é 1/2, que é a TMgS deste indivíduo. Assim, qualquer cesta seria possível de ser consumida, exceto pelo fato de que temos que respeitar a factibilidade das alocações. Portanto, se o Consumidor II tem equilíbrio $(x_{II}, y_{II}) = (6,3)$, e se a soma das dotações é (12,12), então a cesta de consumo ótima do Consumidor I será dada por: $(x_I, y_I) = (6,9)$.

(4) Verdadeiro.

Vide item (3).

PROVA DE 2004

Questão 7

Considere uma economia de troca pura com dois bens (x_1 e x_2) e dois indivíduos (*a* e *b*). Sejam: $u_A(x_1, x_2) = x_1^{1/3} x_2^{2/3}$, $u_B(x_1, x_2) = Min\{x_1, x_2\}$ e as dotações $w_A = (10, 20)$ e $w_A = (20, 5)$. Avalie as afirmativas:

⓪ $x^A = (10, 5)$, $x^B = (20, 20)$ é uma alocação que está na curva de contrato.

① No equilíbrio walrasiano, os preços dos dois bens são determinados e únicos.

② O conjunto das alocações eficientes satisfaz $x_2^A = x_1^A - 5$.

③ Se os preços de mercado são $p_1 = 1$ e $p_2 = 1$, então, o excesso de demanda será (–7.5, 7.5).

④ Em uma economia de trocas, se a alocação inicial é ótima de Pareto, o equilíbrio competitivo é justo.

Resolução:

1º passo A: encontrar as demandas ótimas:

$$\begin{cases} x_A^* = \dfrac{1}{3}\dfrac{M_A}{p_x} \\ y_A^* = \dfrac{2}{3}\dfrac{M_A}{p_y} \end{cases} \qquad \left\{ x_B^* = y_B^* = \dfrac{M_B}{p_x + p_y} \right.$$

***1º passo B**: encontrar o valor das dotações:*

$M_A = 10p_x + 20p_y$

$M_B = 20p_x + 5p_y$

1º passo C: substituir M_A e M_B nas demandas ótimas:

$$\begin{cases} x_A^* = \frac{1}{3}\frac{(10p_x + 20p_y)}{p_x} = \frac{10}{3} + \frac{20}{3}\frac{p_y}{p_x} \\ y_A^* = \frac{2}{3}\frac{(10p_x + 20p_y)}{p_x} = \frac{20}{3} + \frac{40}{3}\frac{p_y}{p_x} \end{cases}$$

$$\left\{ x_B^* = y_B^* = \frac{(20p_x + 5p_y)}{p_x + p_y} \right.$$

***2º passo**: Market clearing* no mercado de X_1:

$$x_A + x_B = w_x^A + w_x^B \Rightarrow \left(\frac{10}{3} + \frac{20}{3} * \frac{p_y}{p_x}\right) + \left(\frac{20 + 5 * p_y}{p_x + p_y}\right) = 30$$

$$(10P_x + 20P_y)(P_x + P_y) + (20P_x + 5P_y)(3P_x) = 30(P_x + P_y)(3P_x)$$

$$\text{Se } P_x = 1 \Rightarrow P_y = \frac{2{,}5 \mp \sqrt{9{,}25}}{2}.$$

Repare que sem calculadora (que é o caso na prova da ANPEC) ficaria complicado de expressar o preço aproximado de Py. No entanto, para acalmar o aluno, vale ressaltar que para responder às questões deste item, não é necessária a resolução completa do problema.

(0) Verdadeiro.

A curva de contrato corresponde ao conjunto dos pontos que representam alocações eficientes no sentido de Pareto. As cestas $(x, y)^A = (10, 5)$ e $(x, y)^B = (20, 20)$ respeitam as condições de proporcionalidade do indivíduo B (que tem preferências do tipo Leontief), em que os pontos de ótimo têm que respeitar a condição $X_1 = X_2$. Como o indivíduo A possui preferências estritamente convexas, cujos

pontos de ótimos passam pela reta $X_2 = 2\frac{P_{x_1}}{P_{x_2}}X_1$ (TMgS$_A$ = Px$_1$/Px$_2$), poderíamos ter um preço relativo final, se as dotações fossem redistribuídas, em que a alocação $(x, y)^A = (10, 5)$, que respeita a curva de contrato de B, fosse um ponto de ótimo de Pareto. Neste caso seria: $X_2 = 2\frac{P_{x_1}}{P_{x_2}}X_1 \rightarrow 5 = 2*10*\frac{P_{x_1}}{P_{x_2}} \rightarrow \frac{P_{x_1}}{P_{x_2}} = \frac{1}{4}$. Obviamente que, com as dotações dadas no problema, o indivíduo A não tem incentivo em reduzir a sua utilidade finalizando na cesta $(x, y)^A = (10, 5)$, embora esteja na curva de contrato.

(1) Falso.

Genericamente, e em particular para este exercício, em equilíbrio geral o que importa são os preços relativos, não os absolutos. Portanto, o equilíbrio walrasiano determina apenas os preços relativos.

(2) Verdadeiro.

Para verificar se o conjunto das alocações eficientes de Pareto satisfaz a $X_2^A = X_1^A - 5$, temos que fazer (para simplificar, use Y como X$_2$ e X como X$_1$):

$$\begin{cases} X_1^A + X_1^B = 30 & (1) \Rightarrow \text{factibilidade de X} \\ X_2^A + X_2^B = 25 & (2) \Rightarrow \text{factibilidade de Y} \\ X_1^B = X_2^B & (3) \Rightarrow \text{Solução do indivíduo B} \end{cases}$$

Substituindo (3) em (2), teremos: $X_2^A + X_1^B = 25$ (4)

Substituindo (4) em (1), teremos: $X_1^A + (25 - X_2^A) = 30$, que satisfaz a equação dada no enunciado.

(3) Verdadeiro.

Se tivermos ambos os preços = 1, teremos:

$$\begin{cases} x_A^* = \frac{1}{3}\frac{(10p_x + 20p_y)}{p_x} = \frac{10}{3} + \frac{20}{3} * \frac{p_y}{p_x} = 10 \\ y_A^* = \frac{2}{3}\frac{(10p_x + 20p_y)}{p_x} = \frac{20}{3} + \frac{40}{3} * \frac{p_y}{p_x} = 20 \end{cases}$$

$$\left\{ x_B^* = y_B^* = \frac{(20p_x + 5p_y)}{p_x + p_y} = 12,5 \right.$$

Assim:

$e_1 = (X_A + X_B) - (w_A^X + w_B^X) = -7,5 < 0 \Rightarrow$ Excesso de oferta

$e_2 = (Y_A + Y_B) - (w_A^Y + w_B^Y) = +7,5 > 0 \Rightarrow$ Excesso de demanda

(4) Falso.

Não existe relação entre eficiência e justiça. Se a alocação inicial é ótima de Pareto, isso apenas significa que os agentes não realizarão mais trocas. É o caso de uma alocação em que um tem tudo e outro não tem nada. Não é uma locação justa, mas é Eficiente de Pareto (EP).

Uma alocação justa = alocação EP + alocação equitativa (quando não há inveja).

PROVA DE 2005

Questão 8

A respeito do equilíbrio geral walrasiano em troca pura, avalie as afirmativas:

⓪ Pela Lei de Walras, em mercados de n bens, se $n - 1$ mercados estiverem em equilíbrio, é possível que no n-ésimo haja excesso de demanda.

① Numa caixa de Edgeworth, em um modelo de trocas com dois consumidores e dois bens, é impossível que a alocação eficiente dos bens corresponda ao consumo nulo dos dois bens para um dos consumidores.

② O Primeiro Teorema do Bem-Estar diz que a alocação de equilíbrio alcançada por um conjunto de mercados competitivos é Eficiente de Pareto. Isso significa dizer que tal alocação garante a equidade distributiva.

③ Se as condições do Segundo Teorema do Bem-Estar forem satisfeitas, quaisquer que sejam os critérios que almejamos a respeito da distribuição justa das alocações finais dos bens, podem-se usar mercados competitivos para alcançá-la.

④ Na caixa de Edgeworth, se a dotação inicial dos bens aos consumidores estiver sobre a curva de contrato, as possibilidades de troca estarão exauridas.

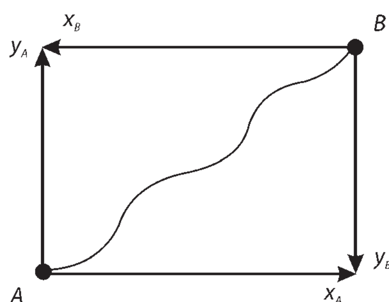
Resolução:

(0) Falso.

Pela Lei de Walras, em mercados de n bens, se $n - 1$ mercados estiverem em equilíbrio, o n-ésimo também estará.

(1) Falso.

Uma alocação eficiente no sentido de Pareto não é necessariamente uma locação "justa" (equitativa e Eficiente de Pareto). É possível ter uma alocação que seja Pareto-eficiente definida em um dos cantos da caixa de Edgeworth, em que um indivíduo possui todos os bens e o outro não possui nada. Isto porque, para melhorar o indivíduo que não tem nada, será necessário piorar a situação do outro.



(2) Falso.

A primeira parte da afirmativa, que diz: "O Primeiro Teorema do Bem-Estar (1º TBES) diz que a alocação de equilíbrio alcançada por um conjunto de mercados competitivos é Eficiente de Pareto", é verdadeira.

Já a segunda parte da afirmativa, que diz: "Isto significa dizer que tal alocação garante a equidade distributiva", é falsa. O 1º TBES nada tem a ver com equidade e distribuição dos recursos.

(3) Verdadeiro.

De acordo com o Segundo Teorema do Bem-Estar (2º TBES), se uma alocação Pareto-eficiente for justa, é possível que ela seja alcançada através de um equilíbrio competitivo, desde que as preferências e o conjunto de produção sejam convexos (condição implícita para valer o 2º TBES) e que se possa fazer uma redistribuição das dotações dos bens e insumos.

(4) Verdadeiro.

Se a dotação inicial dos bens estiver sobre a curva de contrato, é porque ela já é um equilíbrio de Pareto. Portanto, as possibilidades de troca estarão exauridas, o que resulta em que ninguém poderá se beneficiar de qualquer troca.

PROVA DE 2006

Questão 7

Considere uma economia de troca pura, com dois bens, x e y, e dois indivíduos, A e B, com preferências bem comportadas. Avalie as afirmativas:

⓪ Para os dois indivíduos, qualquer ponto na curva de contrato é preferível a uma dotação original não eficiente.

① A Lei de Walras afirma que o valor da demanda agregada excedente é idêntico a zero para qualquer vetor de preços possível e não apenas para o vetor de preços relativos que configura o equilíbrio geral.

② Sendo $U_A(x,y) = xy$ e $U_B(x,y) = \sqrt{xy}$ as funções de utilidade, respectivamente, de A e B, a curva de contrato será uma linha reta.

③ Em uma alocação Eficiente de Pareto, é possível que A e B estejam pior do que em outra alocação não eficiente.

④ A Fronteira de Possibilidades de Utilidade apresenta, no espaço "consumo de A – consumo de B", todas as informações contidas na curva de contrato.

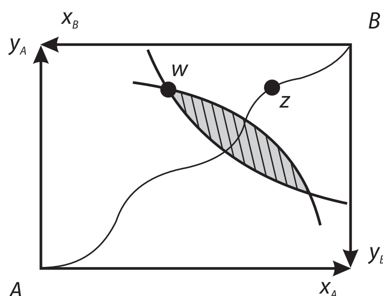
Resolução:

(0) Falso.

Não necessariamente. Imagine uma dotação original não eficiente (fora da curva de contrato), como o ponto w. Imagine também que, associada a esta dotação não eficiente, tenha um subconjunto da curva de contrato em que valha a pena haver troca. Este é chamado de núcleo da curva de contrato.

Imagine agora uma alocação que esteja sob a curva de contrato, porém fora deste núcleo, como o ponto z. Nesta alocação, embora faça parte do conjunto de pontos eficientes de Pareto desde a dotação original não eficiente, um agente certamente melhorará de situação, mas não o outro.

Dessa forma, é possível que, para um dos agentes (no caso para o indivíduo A), uma alocação associada à dotação original não eficiente seja preferível, mas não seria verdade fazer esta afirmativa para todos.



(1) Verdadeiro.

A função excesso de demanda de um agente j por uma mercadoria i (e_j^i) é a diferença entre o que ele deseja consumir do bem i ($x_j^i(p)$) e o que ele inicialmente possui (w_j^i): $e_j^i = x_j^i(p) - w_j^i$, onde: p é um vetor de preços.

Assim, a função da mercadoria excedente agregada para a mercadoria i é definida como sendo a soma das funções excesso de demanda de todos os agentes em uma economia, isto é , ela é dada por: $Z_i(p) = \sum_j e_j^i(p)$.

A Lei de Walras estabelece que: $\sum_i p_i Z_i(p) \equiv 0, \forall p$. Ou seja, a Lei de Walras afirma que o valor da demanda excedente agregada é zero para todos os preços.

Suponha que tivéssemos duas alocações (tais que $x_i \Rightarrow$ demanda e $w_i \Rightarrow$ dotação). A demanda excedente seria: $e_i = (x_i - w_i)$. Logo, para cada bem j, observamos que: $\sum_{i=1}^{N} x_j^i = \sum_{i=1}^{N} w_j^i$, onde i é igual ao número de indivíduos. É o *market clearing* para cada bem. De outra forma: $\sum_{i=1}^{N} e_j^i = 0 \Rightarrow$ que é o excesso de demanda excedente agregada.

A Lei de Walras diz que: O valor do excesso de demanda excedente agregada é $\equiv 0$, isto é, $\sum_{i=1}^{N} p_j e_j \equiv 0\ \forall p_j$.

(2) Verdadeiro.

Dadas $U_A(x, y) = xy$ e $U_B(x, y) = \sqrt{xy}$, a utilidade de B é uma transformação monotônica da utilidade de A. A curva de contrato tem que respeitar a seguinte "restrição": $TMgS_A = TMgS_B = \frac{p_x}{p_y}$. Neste caso particular, em que cada bem, para cada indivíduo, tem o mesmo peso, a forma da TMgS de cada indivíduo coincide: $TMgS_A = \frac{y^A}{x^A}$ para o indivíduo A e $TMgS_B = \frac{y^B}{x^B}$ para o indivíduo B. Assim, a curva de contrato será uma reta definida por $\frac{y}{x} = \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow y = \frac{p_x}{p_y} x$.

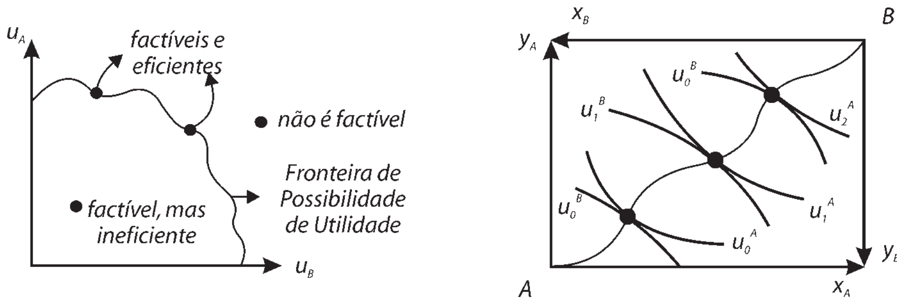
(3) Falso.

Por definição, isso não pode ocorrer. Ou seja, em uma alocação Eficiente de Pareto não é possível que A e B estejam pior do que em outra alocação não eficiente.

(4) Falso.

De fato, a Fronteira de Possibilidades de Utilidade apresenta todas as informações contidas na curva de contrato, pois reúne os pontos eficientes de Pareto. Contudo, o espaço em que ela é desenhada é "utilidade de A – utilidade de B".

Os pontos dentro desta fronteira indicam os pontos factíveis, porém ineficientes, pois através das trocas pelo menos um indivíduo melhora o seu bem-estar sem piorar o do outro. Já os pontos fora desta fronteira indicam pontos não factíveis dadas as dotações iniciais.



Questão 15

Considere um modelo de equilíbrio geral de troca pura com dois indivíduos: *A* e *B*, e dois bens: *x* e *y*. São dotações iniciais de *A*: $x = 10$ e $y = 2{,}5$; e dotações iniciais de *B*: $x = 10$ e $y = 20$. As funções de utilidade de *A* e B são: $U_A(x, y) = 2x^{0,2}y^{0,3}$ e $U_B(x, y) = 3x^{0,5}y^{4,5}$, respectivamente. Se fixarmos o preço do bem *x* em 1 unidade monetária, qual será o preço do bem *y* no equilíbrio competitivo?

Resolução:

1º passo A: encontrar as demandas ótimas:

$$\begin{cases} x_A^* = \dfrac{0{,}2M_A}{0{,}5p_x} = \dfrac{2M_A}{5p_x} \\ y_A^* = \dfrac{0{,}3M_A}{0{,}5p_y} = \dfrac{3M_A}{5p_y} \end{cases} \qquad \begin{cases} x_B^* = \dfrac{0{,}5M_B}{5p_x} = \dfrac{0{,}1M_B}{p_x} \\ y_B^* = \dfrac{4{,}5M_B}{5p_y} = \dfrac{0{,}9M_B}{p_y} \end{cases}$$

1º passo B: encontrar o valor das dotações:

$$M_A = p_x w_x^A + p_y w_y^A = p_x 10 + p_y 2{,}5$$

$$M_B = p_x w_x^B + p_y w_y^B = p_x 10 + p_y 20$$

***1º passo C**:* substituir M_A e M_B nas demandas ótimas:

$$\begin{cases} x_A^* = \dfrac{2(p_x 10 + p_y 2{,}5)}{5p_x} = 4 + \dfrac{p_y}{p_x} \\ y_A^* = \dfrac{3(p_x 10 + p_y 2{,}5)}{5p_x} = 6\dfrac{p_x}{p_y} + 1{,}5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_B^* = \dfrac{0{,}1(p_x 10 + p_y 20)}{p_x} = 1 + 2\dfrac{p_y}{p_x} \\ y_B^* = \dfrac{0{,}9(p_x 10 + p_y 20)}{p_y} = 9\dfrac{p_x}{p_y} + 18 \end{cases}$$

***2º passo**:* equilíbrio walrasiano em ambos os mercados:

(1) $x_A + x_B = w_x^A + w_x^B$

(2) $y_A + y_B = w_y^A + w_y^B$

$$(1)\quad \left[4 + \frac{p_y}{p_x}\right] + \left[1 + 2\frac{p_y}{p_x}\right] = 10 + 10$$

$$3\frac{p_y}{p_x} = 15 \Rightarrow \frac{p_y}{p_x} = 5$$

$$(2)\quad \left[6\frac{p_x}{p_y} + 1{,}5\right] + \left[9\frac{p_x}{p_y} + 18\right] = 2{,}5 + 20$$

$$15\frac{p_x}{p_y} = 3 \Rightarrow \frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{5}$$

***3º passo**:* substituir o preço relativo nas demandas ótimas:

$x_A^* = 09$ e $x_B^* = 11 \Rightarrow x_A^* + x_B^* = 20 = \sum w_x$

$y_A^* = 2{,}7$ e $y_B^* = 19{,}8 \Rightarrow y_A^* + y_B^* = 22{,}5 = \sum w_y$

Resposta: Como $p_x = 1 \Rightarrow p_y = 5$.

PROVA DE 2007

Questão 7

Os pais de João e Maria viajaram, deixando várias fatias de pizza e latas de refrigerante, com instruções acerca de como João e Maria terão de alocar as fatias de pizza e latas de refrigerante entre si, a partir de uma caixa de Edgeworth. Dada essa situação, julgue as proposições:

⓪ Se os pais decidirem alocar todas as fatias e latas para Maria e nada para João, sendo que tanto João como Maria preferem sempre mais a menos quando se trata de pizza e refrigerante, a alocação terá sido Pareto-ineficiente.

① Se os pais alocarem as fatias e as latas de tal forma que as taxas marginais de substituição sejam diferentes, sobrarão latas e fatias e, assim, haverá desperdício.

② Os pais alocaram todas as fatias de pizza e latas de refrigerante de tal forma que tanto João como Maria ganharam fatias de pizza e latas de refrigerante, mas Maria tem mais latas de refrigerante do que gostaria, dadas as fatias de pizza que recebeu, e João tem mais fatias de pizza do que gostaria, dada a quantidade de refrigerante que seus pais lhe deixaram. Ainda assim, pode ocorrer que a alocação inicial tenha sido Pareto-eficiente.

③ Ao negociarem, a partir de uma alocação inicial que não foi eficiente, mesmo os dois sendo racionais e preferindo mais a menos, pode ocorrer que João ou Maria acabem com um nível de satisfação inferior ao da alocação inicial.

④ João e Maria reuniram-se com grande número de colegas, que podem trocar seus estoques de fatias de pizza e latas de refrigerante em um mercado competitivo, no qual o preço é anunciado por um leiloeiro que não participa das trocas. O equilíbrio walrasiano que será assim alcançado dependerá das dotações iniciais de cada criança.

Resolução:

(0) Falso.

Tal alocação será Pareto-eficiente, pois só é possível melhorar João piorando Maria. Por definição, este é um ponto (tudo, zero) que está sob a curva de contrato (curva que reúne todos os pontos eficientes de Pareto).

(1) Falso.

Como as TMgS são diferentes entre os indivíduos, há espaço para as trocas, o que não quer dizer que haverá desperdício. De forma geral, se as preferências forem estritamente convexas, não haverá desperdício quando todas as trocas tiverem finalizado, de modo que a soma das demandas se iguale à soma das dotações (oferta).

(2) Falso.

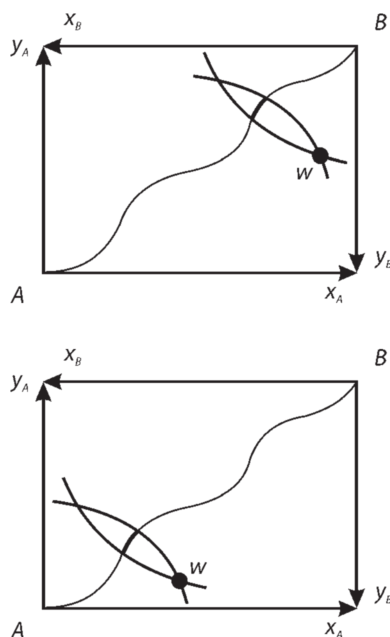
Não. Se $TMgS_M \neq TMgS_J$ é possível que pelo menos um deles melhore a sua situação, sem piorar a situação do outro indivíduo. Logo, a alocação inicial não era Pareto-eficiente. Em particular, haveria melhora se Maria trocasse latas por pizzas com João.

(3) Falso.

Não. Neste caso não haveria incentivo a trocas. Pela definição de "melhora no sentido de Pareto", um indivíduo não pode melhorar piorando o outro. Se isso ocorrer é porque a situação inicial era de fato Pareto-eficiente.

(4) Verdadeiro.

Por definição, a alocação final em um equilíbrio competitivo, juntamente com o sistema de preços, dependerá das dotações iniciais de cada criança. Em outras palavras, o núcleo da curva de contrato (local sujeito a trocas) é definido a partir das dotações iniciais.



Questão 8

Considere uma economia com dois agentes, A e B, e dois bens, 1 e 2. Os agentes têm a mesma função de utilidade, $u_A(x_1, x_2) = u_B(x_1, x_2) = \ln(x_1) + x_2$, mas diferem em suas dotações iniciais: o agente A tem dotação inicial $e_{eA} = (2,1)$ e o agente B, $e_{eB} = (3,4)$. Os preços dos bens 1 e 2 são dados por p_1 e p_2, respectivamente. Com base nesses dados, julgue as afirmativas:

⓪ O conjunto factível é $[2,4] \times [2,4]$.

① As dotações iniciais constituem uma alocação Pareto-eficiente.

② A alocação $\{(x_1^A, x_2^A), (x_1^B, x_2^B)\} = \left\{\left(\frac{5}{2}, 0\right), \left(\frac{5}{2}, 5\right)\right\}$ é Pareto-eficiente.

③ A alocação $\{(x_1^A, x_2^A), (x_1^B, x_2^B)\} = \left\{\left(\frac{5}{2}, \frac{4}{5}\right), \left(\frac{5}{2}, \frac{21}{5}\right)\right\}$ e o vetor de preços $(p_1, p_2) = \left(\frac{2}{5}, 1\right)$ constituem um equilíbrio walrasiano.

④ O ganho social proveniente das trocas entre os agentes nessa economia é igual a $\ln\left(\frac{25}{24}\right)$.

Resolução:

(0) Falso.

O conjunto factível é o plano cartesiano [0,5] × [0,5].

(1) Falso.

***1º passo A**:* encontrar as demandas ótimas das preferências quase lineares:

$$\begin{cases} x_1^{A^*} = \dfrac{p_2}{p_1} \\ x_2^{A^*} = \dfrac{M_A}{p_2} - 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1^{B^*} = \dfrac{p_2}{p_1} \\ x_2^{B^*} = \dfrac{M_B}{p_2} - 1 \end{cases}$$

***1º passo B**:* encontrar o valor das dotações:

$M^A = 2p_1 + p_2$

$M^B = 3p_1 + 4p_2$

***1º passo C**:* substituir, M_A e M_B nas demandas ótimas:

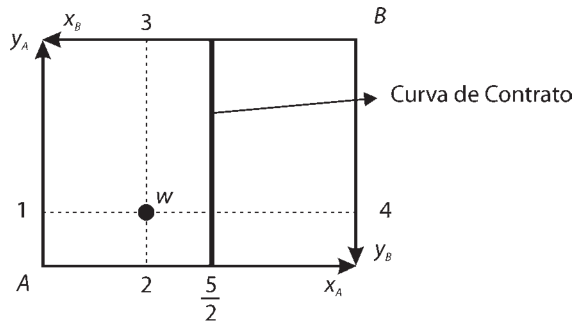
$$x_1^A = x_1^B = \frac{p_2}{p_1}$$

$$\begin{cases} x_2^A = \dfrac{2p_1 + p_2}{p_2} - 1 = \dfrac{2p_1 + p_2 - p_2}{p_2} = \dfrac{2p_1}{p_2} \\ x_2^B = \dfrac{3p_1 + 4p_2}{p_2} - 1 = \dfrac{3p_1 + 4p_2 - p_2}{p_2} = \dfrac{3p_1 + 3p_2}{p_2} = \dfrac{3p_1}{p_2} + 3 \end{cases}$$

Como $x_1^A + x_1^B = w_x^A + w_x^B \Rightarrow \dfrac{2p_2}{p_1} = 5 \Rightarrow \dfrac{p_2}{p_1} = \dfrac{5}{2}$

$$\begin{cases} x_1^A = x_1^B = \dfrac{5}{2} \\ x_2^A = \dfrac{4}{5} \\ x_2^B = \dfrac{6}{5} + 3 = \dfrac{21}{5} \end{cases}$$

Assim, as dotações iniciais não constituem uma alocação Pareto-eficiente, pois o ponto (w^A, w^B) não faz parte da curva de contrato.



(2) Verdadeiro.

A alocação dada é uma solução eficiente de Pareto especial, pois é uma solução de canto. Mas esta alocação está sob a curva de contrato.

(3) Verdadeiro.

Pelo desenvolvimento realizado acima é possível verificarmos que a alocação $\left\{\left(x_1^A, x_2^A\right), \left(x_1^B, x_2^B\right)\right\} = \left\{\left(\frac{5}{2}, \frac{4}{5}\right), \left(\frac{5}{2}, \frac{21}{5}\right)\right\}$ e o vetor de preços (p_1, p_2) = $\left(\frac{2}{5}, 1\right)$ constituem um equilíbrio walrasiano.

(4) Verdadeiro.

Ganho = $(U_A^* - U_A^w) + (U_B^* - U_B^w)$

Usando $\left\{\left(x_1^A, x_2^A\right), \left(x_1^B, x_2^B\right)\right\} = \left\{\left(\frac{5}{2}, \frac{4}{5}\right), \left(\frac{5}{2}, \frac{21}{5}\right)\right\}$ temos que:

$$\text{Ganho} = \left\{\left[\ln\left(\frac{5}{2}\right) + \frac{4}{5}\right] - [\ln(2) + 1]\right\} + \left\{\left[\ln\left(\frac{5}{2}\right) + \frac{21}{5}\right] - [\ln(3) + 4]\right\} = \ln\left(\frac{25}{24}\right)$$

PROVA DE 2008

Questão 7

Considere uma economia de troca pura em que todas as preferências são contínuas e monotônicas. Julgue as afirmações:

⓪ Uma alocação factível é Pareto-eficiente se não existir outra realocação possível que melhore o bem-estar de um agente sem piorar o dos demais.

① O Segundo Teorema do Bem-Estar diz que todo equilíbrio de Walras é Pareto-eficiente.

② Se a alocação A é Pareto-eficiente e a alocação B não é, então não existe agente que esteja melhor na alocação B que na alocação A.

③ Considere dois bens e dois agentes, A e B, com utilidades $U_A(x_A, y_A) = 3x_A + y_A$ e $U_B(x_B, y_B) = x_B + 3y_B$, respectivamente, e dotações iniciais $e_A = e_B = (3, 3)$. Os subíndices A e B indicam a que agentes a cesta se refere. Se $\{(x_A, y_A), (x_B, y_B)\}$ é uma alocação Pareto-eficiente, então as taxas marginais de substituição são iguais.

④ O Segundo Teorema do Bem-Estar implica que os problemas de distribuição e de eficiência podem ser separados.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Por definição, uma dotação é Eficiente de Pareto quando não é possível melhorar a situação (utilidade) de um indivíduo sem piorar pelo menos a de outro.

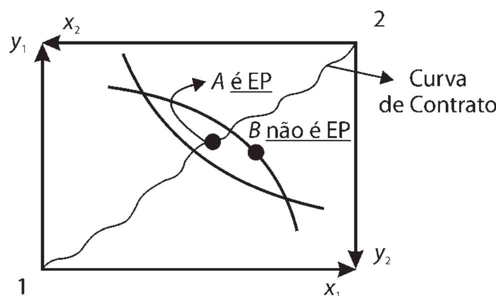
(1) Falso.

Este é o Primeiro Teorema do Bem-Estar Social.

De acordo com o Segundo Teorema do Bem-Estar é possível que uma alocação Pareto-eficiente possa vir a ser alcançada através de um equilíbrio competitivo (ou walrasiano), desde que as preferências dos agentes sejam convexas e que seja possível fazer realocações das dotações individuais.

(2) Falso.

É possível que um agente esteja melhor em uma alocação não eficiente do que em uma alocação que é eficiente. O que não é possível é que todos os agentes estejam melhores em uma alocação que não é eficiente comparativamente a uma alocação que seja eficiente.



(3) Falso.

Embora, em geral, seja correto afirmar que "se $\{(x_A, y_A), (x_B, y_B)\}$ for uma alocação Pareto-eficiente, então as taxas marginais de substituição são iguais", para as utilidades tipo substitutos perfeitas, dadas na questão, as taxas marginais de substituição são diferentes. Isto é, $TMgS_A = \frac{UMg_x}{UMg_y} = \frac{3}{1} \neq TMgS_B = \frac{UMg_x}{UMg_y} = \frac{1}{3}$.

(4) Verdadeiro.

Pelo Segundo Teorema do Bem-Estar, um equilíbrio eficiente pode também ser **justo** se as preferências forem convexas e se o governo puder distribuir as dotações. Em outras palavras, o Segundo Teorema do Bem-Estar implica que os problemas de distribuição e de eficiência podem ser separados.

Uma alocação justa é quando ela é ao mesmo tempo Eficiente de Pareto e equitativa (quando um indivíduo não inveja a cesta do outro).

PROVA DE 2009

Questão 6

Considere uma economia de troca pura com dois bens e dois agentes, *A* e *B*. Os agentes *A* e *B* possuem a mesma utilidade $u(x,y) = \sqrt{xy}$. Julgue as afirmativas abaixo:

⓪ Se a dotação inicial de *A* é $e_A = (4,1)$ e a de *B* é $e_B = (16,4)$, então a alocação formada pelas cestas $f_A = (4,1)$ (para o agente *A*) e $f_B = (16,3)$ (para o agente *B*) é Pareto-eficiente.

① Se a dotação inicial de *A* é $e_A = (4,1)$ e a de *B* é $e_B = (16,4)$, então a curva de contrato no plano x – y é dada pela função $y = \sqrt{x} - 1$.

② Se a dotação inicial de A é $e_A = (4,2)$ e a de B é $e_B = (2,4)$, então, no equilíbrio Walrasiano, os preços relativos são iguais à unidade.

③ Se a dotação inicial de A é $e_A = (4,2)$ e a de B é $e_B = (2,4)$, então a alocação de equilíbrio walrasiano é dada pelas cestas $g_A = (3,3)$ (para o agente A) e $g_B = (3,3)$ (para o agente B).

④ Se a dotação inicial de A é $e_A = (2,2)$ e a de B é $e_B = (6,6)$, então a alocação de equilíbrio walrasiano é dada pelas cestas $h_A = (4,4)$ (para o agente A) e $h_B = (4,4)$ (para o agente B).

Resolução:

(0) Falso.

Em se tratando de preferências que podem ser representadas através de funções de utilidade do tipo Cobb-Douglas (em que os bens têm o mesmo peso), teremos que as alocações Pareto-eficientes requeiram que: $TMgS_A = TMgS_B = \frac{y}{x}$.

No entanto, se considerarmos as alocações dadas no enunciado, teremos que:

$$TMgS_A = \frac{1}{4} \neq \frac{3}{16} = TMgS_B.$$

Então, a alocação formada pelas cestas $f_A = (4,1)$ (para o agente A) e $f_B = (16,3)$ (para o agente B) não é Pareto-eficiente.

Se as preferências não fossem do tipo Cobb-Douglas (com o mesmo peso para os bens), teríamos que resolver o problema de forma a encontrar as cestas ótimas, tal como foi feito no item (2) desta mesma questão.

(1) Falso.

A curva de contrato tem que respeitar a seguinte **restrição**: $TMgS_A = TMgS_B = \frac{p_x}{p_y}$. Portanto, a curva de contrato é $\frac{y}{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{4}x$ e não $y = \sqrt{x} - 1$.

(2) Verdadeiro.

Sabendo-se que os agentes A e B possuem a mesma utilidade $u(x, y) = \sqrt{xy}$ e a dotação inicial de A é $e_A = (4,2)$ e a de B é $e_B = (2,4)$.

1º passo A: encontrar as demandas ótimas:

$$\begin{cases} x_A^* = \dfrac{0,5M_A}{p_x} \\ y_A^* = \dfrac{0,5M_A}{p_y} \end{cases} \qquad \begin{cases} x_B^* = \dfrac{0,5M_B}{p_x} \\ y_B^* = \dfrac{0,5M_B}{p_y} \end{cases}$$

1º passo B: encontrar o valor das dotações:

$M_A = 4p_x + 2p_y$

$M_B = 2p_x + 4p_y$

1º passo C: substituindo M_A e M_B nas demandas ótimas, teremos:

$$\begin{cases} x_A^* = \dfrac{0,5(4p_x + 2p_y)}{p_x} = 2 + \dfrac{p_y}{p_x} \\ y_A^* = \dfrac{0,5(4p_x + 2p_y)}{p_y} = 2\dfrac{p_x}{p_y} + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_B^* = \dfrac{0,5(2p_x + 4p_y)}{P_x} = 1 + 2\dfrac{p_y}{p_x} \\ y_B^* = \dfrac{0,5(2p_x + 4p_y)}{P_y} = 2 + \dfrac{p_x}{p_y} \end{cases}$$

Desse modo, equilibrando o mercado do bem x (*market clearing*) obtemos:

$$x_A + x_B = w_x^A + w_x^B \Rightarrow \left(2 + \frac{p_y}{p_x}\right) + \left(1 + 2\frac{p_y}{p_x}\right) = 6 \Rightarrow \frac{p_y}{p_x} = 1$$

(3) Verdadeiro.

Com os dados da questão anterior (item 2), obtemos as seguintes demandas ótimas:

$x_A^* = 3$ e $x_B^* = 3$

$y_A^* = 3$ e $y_B^* = 3$

(4) Falso.

Repete o exercício dos itens anteriores, considerando as novas dotações.

Sabendo-se que os agentes A e B possuem a mesma utilidade $u(x,y)=\sqrt{xy}$ e a dotação inicial de A é $e_A = (2,2)$ e a de B é $e_B = (6,6)$, as demandas ótimas serão obtidas por:

$$\begin{cases} x_A^* = \dfrac{0,5(2p_x + 2p_y)}{p_x} = 1 + \dfrac{p_y}{p_x} \\ y_A^* = \dfrac{0,5(2p_x + 2p_y)}{p_y} = 1 + \dfrac{p_x}{p_y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_B^* = \dfrac{0,5(6p_x + 6p_y)}{p_x} = 3 + 3\dfrac{p_y}{p_x} \\ y_B^* = \dfrac{0,5(6p_x + 6p_y)}{p_y} = 3 + 3\dfrac{p_x}{p_y} \end{cases}$$

Desse modo, equilibrando o mercado do bem x:

$$x_A + x_B = w_x^A + w_x^B \Rightarrow \left(1 + \frac{p_y}{p_x}\right) + \left(3 + 3\frac{p_y}{p_x}\right) = 8 \Rightarrow \frac{p_y}{p_x} = 1$$

Assim, obtemos as demandas ótimas (que são as dotações iniciais!).

$x_A^* = 2$ e $y_B^* = 2$

$x_B^* = 6$ e $y_B^* = 6$

Questão 7

Considere dois sujeitos, *X* e *Y*, cuja satisfação com o consumo de um bem depende não apenas do quanto o próprio indivíduo consome, mas o quanto o outro indivíduo consome também. A utilidade do indivíduo *X* é dada por $U_X = Q_X - Q_Y^2$. Da mesma forma, a utilidade do indivíduo *Y* é dada por $U_Y = Q_Y - Q_X^2$, em que Q_X e Q_Y são as quantidades consumidas do bem pelos consumidores *X* e *Y*, respectivamente. Suponha que existam quatro unidades do produto, para serem distribuídas entre o indivíduo *X* e o indivíduo *Y*. Julgue as seguintes afirmações:

⓪ Se os dois indivíduos consumirem metade da quantidade disponível, teremos um ótimo de Pareto.

① Se, por acidente, três unidades do produto se perdem e o restante é dividido igualmente, então há um melhoramento de Pareto.

② Para que a soma das utilidades fosse maximizada com uma distribuição igual dos bens, o montante do produto que deveria ser descartado é zero.

③ Se fosse possível descartar um pouco do produto, e dividir o restante, eles deveriam descartar uma unidade para maximizar as suas utilidades.

④ Esta é uma situação em que existem externalidades positivas no consumo.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Segundo o enunciado, suponha que existam quatro unidades do produto, para serem distribuídas entre o indivíduo *X* e o indivíduo *Y*. Assim, notemos que a utilidade de cada um pode ser expressa da seguinte forma:

$$Q_X = \left(\frac{1}{2}\right)4 = 2$$

$$Q_Y = \left(\frac{1}{2}\right)4 = 2$$

$$\Rightarrow U_X = 2 - 2^2 = -2$$

$$\Rightarrow U_Y = 2 - 2^2 = -2$$

Em uma alocação ótima de Pareto, um indivíduo não pode melhorar sem piorar pelo menos outra pessoa. É fácil notar que, para que alguém melhore ($U_X\uparrow$), o outro terá que piorar ($U_Y\downarrow$). Desta forma, a alocação é ótima de Pareto.

(1) Verdadeiro.

Se, por acidente, três unidades do produto se perdem, só haverá uma unidade para ser repartida entre os dois. Neste caso, a utilidade de cada um será:

$$Q_X = \left(\frac{1}{2}\right)1 = \frac{1}{2}$$

$$Q_Y = \left(\frac{1}{2}\right)1 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow U_X = 0{,}5 - 0{,}25 = 0{,}25$$

$$\Rightarrow U_Y = 0{,}5 - 0{,}25 = 0{,}25$$

Comparativamente à situação anterior, houve um melhoramento da alocação ótima de Pareto, pois ambos os agentes melhoraram a sua utilidade, sem piorar a do outro.

(2) Falso.

Para que a soma das utilidades seja maximizada, temos que resolver o seguinte problema:

$$Max \sum_{i=X,Y} U_i \Leftrightarrow Max(Q_X - Q_Y^2 + Q_Y - Q_X^2)$$

Pelas Condições de Primeira Ordem (CPO) encontramos as quantidades de X e Y a serem consumidas:

$$1 - 2Q_X = 0 \Rightarrow Q_X = \frac{1}{2}$$

$$1 - 2Q_Y = 0 \Rightarrow Q_Y = \frac{1}{2}$$

Assim, o montante do produto que deveria ser descartado é o quanto há de produto menos a demanda ótima de cada indivíduo. Logo, o montante do produto que deveria ser descartado é três: $4 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 3$.

(3) Falso.

Este item é relacionado ao anterior, em que eles deveriam descartar três unidades.

(4) Falso.

Se houvesse externalidade positiva, teríamos que o consumo de um agente afetaria de forma positiva a demanda de utilidade do outro, isto é: $\frac{dU_X}{dQ_Y} > 0$ e $\frac{dU_y}{dQ_x} > 0$. Mas o que ocorre é justamente o oposto. Portanto o que há é externalidade negativa no consumo de cada um.

PROVA DE 2010

Questão 8

Julgue as afirmações abaixo de acordo com o modelo de equilíbrio geral com trocas simples:

⓪ A Lei de Walras afirma que o valor da demanda excedente agregada é zero para todos os preços.

① Em um sistema de equilíbrio geral de trocas simples, são determinados os preços relativos e absolutos.

② Considere uma economia de troca pura com dois agentes e dois bens, em que o agente A tem utilidade $u_A(x, y) = x^{2/3}y^{1/3}$ e dotação inicial $\omega_A = (4,8)$, o agente B tem utilidade $u_B(x, y) = x^{1/3}y^{2/3}$ e dotação inicial $\omega_B = (8,4)$ e em que x e y denotam quantidades dos bens. Então, é justa a alocação que dá ao agente A a cesta $f_A = (6,6)$ e ao agente B a cesta $f_B = (6,6)$.

③ O pressuposto de demanda excedente agregada contínua não depende da condição de que os consumidores sejam pequenos em relação ao tamanho do mercado.

④ Considere a mesma economia do item (2). Então, a alocação que dá ao agente A a cesta $\varphi_A = (12,12)$ e ao agente B a cesta $\varphi_B = (0,0)$ é Pareto-eficiente.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

A função excesso de demanda de um agente j por uma mercadoria i (e_j^i) é a diferença entre o que ele deseja consumir do bem i ($x_j^i(p)$) e o que ele inicialmente possui (w_j^i): $e_j^i = x_j^i(p) - w_j^i$, onde: p é um vetor de preços.

Assim, a função da mercadoria excedente agregada para a mercadoria i é definida como sendo a soma das funções excesso de demanda de todos os agentes em uma economia, isto é, ela é dada por: $Z_i(p) = \sum_j e_j^i(p)$.

A Lei de Walras estabelece que: $\sum_i p_i Z_i(p) \equiv 0, \forall p$. Ou seja, a Lei de Walras afirma que o valor da demanda excedente agregada é zero para todos os preços.

(1) Falso.

Em um sistema de equilíbrio geral, seja com trocas simples ou com a inclusão do lado da oferta (a produção), somente os preços relativos são determinados.

(2) Falso.

Sabendo-se que:

- o agente A tem utilidade $u_A(x, y) = x^{2/3}y^{1/3}$ e dotação inicial $\omega_A = (4,8)$; e
- o agente B tem utilidade $u_B(x, y) = x^{1/3}y^{2/3}$ e dotação inicial $\omega_B = (8,4)$.

onde: x e y denotam quantidades dos bens.

Teremos que as demandas ótimas serão dadas por:

$$\begin{cases} x_A^* = \dfrac{(2/3)M_A}{p_x} = \dfrac{(2/3)(4p_x + 8p_y)}{p_x} = \dfrac{8}{3} + \dfrac{16}{3}\dfrac{p_y}{p_x} \\ y_A^* = \dfrac{(1/3)M_A}{p_y} = \dfrac{(1/3)(4p_x + 8p_y)}{p_y} = \dfrac{4}{3}\dfrac{p_x}{p_y} + \dfrac{8}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_B^* = \dfrac{(1/3)M_B}{p_x} = \dfrac{(1/3)(8p_x + 4p_y)}{p_x} = \dfrac{8}{3} + \dfrac{4}{3}\dfrac{p_y}{p_x} \\ y_B^* = \dfrac{(2/3)M_B}{p_y} = \dfrac{(2/3)(8p_x + 4p)}{p_y} = \dfrac{16}{3}\dfrac{p_x}{p_y} + \dfrac{8}{3} \end{cases}$$

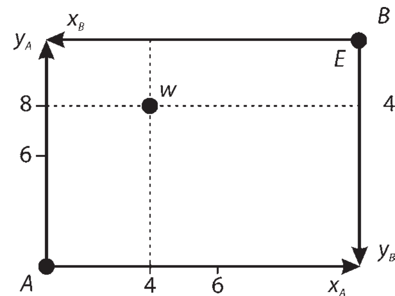
Desse modo, equilibrando o mercado do bem x (isto é, fazendo o *market clearing*), teremos:

$$\sum x = \sum w^x \Rightarrow \left(\frac{8}{3} + \frac{4}{3}\frac{p_y}{p_x}\right) = 12 \Rightarrow \frac{p_y}{p_x} = 1$$

Assim:

$x_A^* = 8$ e $y_A^* = 4$

$x_B^* = 4$ e $y_B^* = 8$



Note que cada agente estaria melhor se estivesse com a dotação do outro. Além disso, uma alocação para ser **justa** não precisa ser simétrica ($f_A = (6,6)$ e $f_B = (6,6)$), como sugere o enunciado. Uma alocação justa é quando ela é equitativa e Eficiente de Pareto (EP). A cesta simétrica dada não é EP e não é equitativa (quando nenhum agente prefere a cesta de bens do outro à sua própria), uma vez que $f_A = (8,4)$ e $f_B = (4,8)$ são as cestas ótimas e EP.

(3) Anulada.

Uma das hipóteses do Teorema do Ponto Fixo de Brower – usado para demonstrar a existência de um equilíbrio competitivo – é que as funções de demanda excedente agregada sejam contínuas. No entanto, como estamos em um mercado competitivo, em que cada consumidor é muito pequeno com relação ao mercado, a função demanda excedente agregada não descontinua. Portanto, esta questão deveria ser verdadeira.

(4) Verdadeiro.

As preferências do tipo Cobb-Douglas não são definidas nos eixos. No entanto, de forma geral, a alocação que dá ao agente A a cesta $\varphi_A = (12,12)$ e ao agente B a cesta $\varphi_B = (0,0)$ é Pareto-eficiente, pois só é possível melhorar o agente B piorando o agente A.

PROVA DE 2011

Questão 4

Sobre a teoria do bem-estar em condições de Equilíbrio Geral, é correto afirmar que:

⓪ A localização dos agentes na fronteira de possibilidade de utilidade encontra-se condicionada pelos pesos atribuídos aos mesmos na função de bem-estar social.

① O Teorema da Impossibilidade de Arrow postula que as preferências sociais não são transitivas.

② Se os ingressos para uma competição são disponibilizados de graça para alunos da rede pública, mas estes alunos estão impedidos de revendê-los, então a alocação de recursos gerada é Pareto-eficiente.

③ Qualquer distribuição desejada de bem-estar entre indivíduos em uma economia pode ser alcançada de forma eficiente através do mecanismo de preço, se as dotações iniciais estiverem sobre a curva de contrato e forem ajustadas adequadamente.

④ Suponha que 200 atacadistas operam como *price-takers* num mercado em que existem três bens *(A, B e C)*, com as seguintes dotações: 1) 100 atacadistas possuem 10 unidades do bem A cada; 2) 50 atacadistas possuem 5 unidades do bem B cada; 3) 50 atacadistas possuem 3 unidades do bem C cada. Se a função de utilidade dos atacadistas é dada por $U = X_A^{1/2} X_B^{1/4} X_C^{1/4}$ então no equilíbrio $P_B = 2P_A$ e $Pc = \frac{P_A}{4}$.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Se a função de bem-estar for do tipo: $W(u_1,u_2, \dots , u_n) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i u_i$ a localização de cada agente na fronteira de possibilidade de utilidade será dada pelos pesos a_i. Se, por exemplo, $a_A > a_B$, a função de isobem-estar estará tangenciando a fronteira de possibilidade de utilidade em um ponto que U_A provavelmente será maior do que U_B. Já se $a_A < a_B$, a função de isobem-estar estará tangenciando a fronteira de possibilidade de utilidade em um ponto que U_B provavelmente será maior do que U_A.

(1) Falso.

Este gabarito não confere com o da ANPEC.

De acordo com o capítulo de Bem-Estar Social do Varian (Microeconomia: princípios Básicos), o Teorema da Impossibilidade de Arrow postula que se um mecanismo de decisão social satisfaz às propriedades abaixo:

i) dado o conjunto de preferências individuais reflexivo completo e transitivo, o mecanismo de alocação de decisão social deveria resultar em preferências sociais que satisfaçam a mesma propriedade;

ii) se todos preferem x a y, as preferências sociais devem ordenar x > y;

iii) as preferências entre x e y devem depender apenas de como as pessoas ordenam x em relação a y e não de como ordenam as outras alternativas;

Então, todas as ordenações são feitas por um único indivíduo: um ditador, onde todas as ordenações sociais são ordenações de um indivíduo.

Portanto, o Teorema da Impossibilidade de Arrow não postula que as preferências sócias sejam intransitivas.

O que pode ser intransitivo, por exemplo, é agregar as preferências sociais pelo voto da maioria. Mas esta não foi a pergunta deste item.

(2) Falso.

Se os alunos forem impedidos de revender os bilhetes, mesmo que estes tenham sido dados de graça, uns poderiam não querer ir à competição e preferir vendê-los. Assim, se pudesse haver revenda, seria possível que alguns melhorassem de situação. Logo, a situação poderia não ser eficiente de Pareto, o que invalida este item.

(3) Falso.

Esse item refere-se ao Segundo Teorema do Bem-Estar Social.

Grosso modo, o Primeiro Teorema do Bem-Estar Social afirma que todo Equilíbrio Walrasiano (ou competitivo) é Eficiente de Pareto. Este equilíbrio Eficiente de Pareto, no entanto, não necessariamente maximiza o bem-estar social. Já o Segundo Teorema do Bem-Estar Social afirma que a maximização do bem-estar social é sempre uma situação Eficiente de Pareto. Este equilíbrio Eficiente de Pareto, no entanto, não necessariamente implicará que foi obtido de forma competitiva, isto é, que é um Equilíbrio Walrasiano.

Neste último caso, há algumas condições que garantem que sempre seja. A principal é que possa haver uma redistribuição das dotações. As outras, que os conjuntos (tanto de utilidade quanto de produção) sejam convexos. De qualquer forma, nenhuma condição implica que as dotações iniciais precisem estar sobre a curva de contrato, o que invalida a questão.

(4) Falso.

Sejam as seguintes dotações dadas no problema de cada um dos três grupos de atacadistas mencionados na questão:

$e_1 = (10,0,0) \rightarrow$ 100 atacadistas

$e_2 = (0,5,0) \rightarrow$ 50 atacadistas

$e_3 = (0,0,3) \rightarrow$ 50 atacadistas

Dotação total na economia: $e_T = (100, 250, 150)$

1º passo é encontrar as demandas Marshallianas de cada grupo:

Para 100 atacadistas, temos as seguintes demandas Marshallianas:

$$X_A^1 = \frac{\frac{1}{2}R_1}{P_A} = \frac{10P_A + 0P_B + 0P_C}{2P_A} = 5$$

$$X_B^1 = \frac{\frac{1}{4}R_1}{P_B} = \frac{10P_A}{4P_B} = \frac{5P_A}{2P_B}$$

$$X_C^1 = \frac{\frac{1}{4}R_1}{P_C} = \frac{10P_A}{4P_C} = \frac{5P_A}{2P_C}$$

Para 50 atacadistas, temos as seguintes demandas Marshallianas:

$$X_A^2 = \frac{\frac{1}{2}R_2}{P_A} = \frac{0P_A + 5P_B + 0P_C}{2P_A} = \frac{5P_B}{2P_A}$$

$$X_B^2 = \frac{\frac{1}{4}R_2}{P_B} = \frac{5P_B}{4P_B} = \frac{5}{4}$$

$$X_C^2 = \frac{\frac{1}{4}R_2}{P_C} = \frac{5P_B}{4P_C} = \frac{5P_B}{4P_C}$$

Para 50 atacadistas, temos as seguintes demandas Marshallianas:

$$X_A^2 = \frac{3P_C}{2P_A}$$

$$X_B^2 = \frac{3P_C}{4P_B}$$

$$X_C^2 = \frac{3}{4}$$

2º passo é fazer o *market clearing*:

Lembrando: se há 3 mercados, se 2 estiverem em equilíbrio, o 3º estará também.

***Market Clearing*:**

$$(1)\sum X_A^i = \sum W_A^i$$

$$(100 \times 5) + \left(50 \times \frac{5P_B}{2P_A}\right) + \left(50 \times \frac{3P_C}{2P_A}\right) = 1000$$

$$125\,{}^{P_B}\!/_{P_A} + 75\,{}^{P_C}\!/_{P_A} = 500$$

$$25\,{}^{P_B}\!/_{P_A} + 15\,{}^{P_C}\!/_{P_A} = 100$$

$$5\,{}^{P_B}\!/_{P_A} + 3\,{}^{P_C}\!/_{P_A} = 20$$

Testando a relação de preços dada no enunciado da questão, temos que:

$$P_B = 2P_A \Rightarrow \frac{P_B}{P_A} = 2$$

$$P_C = \frac{P_A}{4} \Rightarrow \frac{P_C}{P_A} = \frac{1}{4}$$

$$5(2) + 3\left({}^{1}\!/_{4}\right) = 20$$

$$10 + \left({}^{3}\!/_{4}\right) = 20$$

$${}^{43}\!/_{4} = 20?\ \text{NÃO}$$

Como 43/4 não é 20, a questão é falsa.

página deixada intencionalmente em branco

7 Externalidade e Bens Públicos

PROVA DE 2003

Questão 14

Suponha uma ilha com 1001 habitantes, onde todos têm preferências idênticas. Enquanto todos gostam de dirigir, todos reclamam dos congestionamentos, barulho e poluição do tráfego. A função utilidade de um habitante típico é dada por:

$U(m, d, h) = m + 16d - d^2 - 6h/1000$,

em que *m* é o consumo de sanduíches dos residentes, *d* é o número de horas que o agente típico dirige e *h* é o número total de horas que os demais habitantes passam dirigindo (a unidade em que se mede *h* é habitantes-horas). O preço dos sanduíches é $1 e a renda das pessoas é $40. Suponha ainda que o custo de dirigir seja nulo. Caso os residentes da ilha decidissem criar uma lei que restringisse o número de horas que cada indivíduo poderia dirigir, qual o limite de horas que deveria ser estabelecido?

Resolução:

Levando em conta que o número total de habitantes é 1001, e considerando que:

- d = número de horas que o agente típico dirige; e
- h = número total de horas que os demais habitantes passam dirigindo.

Podemos dizer que h = 1000*d. Assim, podemos reescrever a função de utilidade de um habitante típico do seguinte modo:

$$U(m,d) = m + 16d - d^2 - \frac{6h}{1000}$$

$$U(m,d) = m + 16d - d^2 - 6d\frac{1000}{1000}$$

$$U(m,d) = m + 10d - d^2$$

Por outro lado, sabe-se que, pela restrição orçamentária, temos: $P_m m = 40 \rightarrow m = 40$.

Assim, podemos substituir "m" na função de utilidade acima e otimizar o problema em d.

Isto é, o consumidor típico irá maximizar as suas horas de direção (d), dado que o custo é Cd = 0.

$\max_{d} 40 + 10d - d^2$

A condição de primeira ordem será dada por: $\dfrac{\partial U(m,d)}{\partial d} = 0$

$10 - 2d = 0 \Rightarrow d^* = 5$

Portanto, o número de horas que um habitante irá dirigir será igual a 5 horas.

PROVA DE 2004

Questão 15

Uma economia é constituída por dois indivíduos cujas utilidades são u_A $(f, m_A) = (4/3)\sqrt{f} + m_A$ e u_B $(f, m_B) = \ln(1 - f) + m_B$, em que *f* representa a poluição gerada pelo consumo de cigarro por parte do indivíduo *A* (medido numa escala entre 0 e 1) e m_i representa o gasto do indivíduo *i* com a aquisição de outros bens ($i = A$ ou B). Suponha que o indivíduo *B* tenha direito a todo o ar puro, mas que possa vender, ao preço unitário *p,* o direito de poluir parte do ar ao indivíduo *A*. Se no equilíbrio o indivíduo *A* paga *G* unidades monetárias ao indivíduo *B* para poluir parte do ar, achar *36G*.

Resolução:

Primeiramente, devemos notar que o indivíduo B possui direito ao ar puro. Assim, para que o indivíduo A possa consumir cigarro (e, portanto, gerar poluição), ele deverá pagar ao indivíduo B por este direito.

Isso significa dizer que o indivíduo A irá escolher o nível de poluição gerada pelo consumo de cigarro que resolva o seguinte problema:

$$A \max_f \left(\frac{4}{3}\sqrt{f} - pf + m_A \right).$$

Cuja condição de primeira ordem será dada por:

$$\frac{\partial u_A}{\partial f} = \frac{4}{3}\frac{1}{2} f^{-\frac{1}{2}} - p = 0 \Rightarrow p = \frac{4}{6\sqrt{f}}$$

Por sua vez, o indivíduo B irá resolver o seguinte problema:

$$B \max_f (\ln(1 - f) + \text{PF} + m_B)$$

Cuja condição de primeira ordem será dada por:

$$\frac{\partial u_B}{\partial f} = -\frac{1}{1-f} + p = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{1-f}$$

Substituindo p obtido pela CPO do indivíduo B na CPO do indivíduo A, teremos:

$$\frac{4}{6\sqrt{f}} = \frac{1}{1-f} = 0 \Rightarrow f = \frac{1}{4} \;\; ou \;\; f = 4$$

Mas, pelo enunciado, $f \in [0,1]$; desse modo: $f = \frac{1}{4}$.

Assim, teremos que o indivíduo A irá pagar (em unidades monetárias) ao indivíduo B:

$$G = pf = \left(\frac{1}{1-f}\right) f = \left(\frac{1}{1-\frac{1}{4}}\right)\frac{1}{4} = \frac{1}{3}$$

Logo: $36.G = 36.\left(\frac{1}{3}\right) = 12.$

PROVA DE 2005

Questão 10

Com relação aos conceitos de externalidade e bens públicos, avalie as afirmativas:

⓪ Na presença de externalidades positivas na produção, o mercado competitivo oferece uma quantidade menor do que a socialmente ótima do bem em questão. Isso ocorre porque a quantidade oferecida é tal que o valor do benefício social marginal é menor do que o benefício privado marginal.

① Para resolver problemas de poluição a taxação é, por vezes, preferível à imposição de quotas de emissões de poluentes. Num cenário em que não há problemas de informação e são distintas as curvas de custo marginal de redução de poluentes das empresas, a imposição de taxas é mais vantajosa do que as quotas de emissão.

② Em mercados com externalidades, se os direitos de propriedade são atribuídos sem ambiguidade e se as partes podem negociar sem custos, a distribuição dos direitos de propriedade não tem quaisquer consequências distributivas.

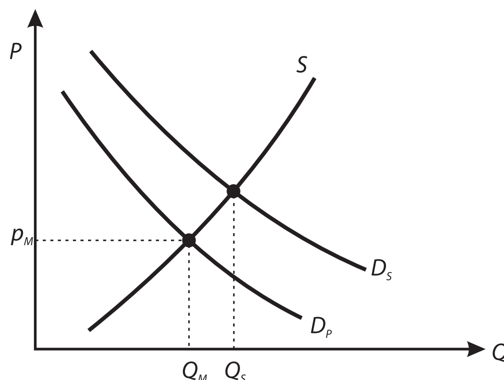
③ A atribuição de direitos de propriedade visa a solucionar problemas que decorrem do uso predatório dos recursos de propriedade comum.

④ Como os bens públicos são não de uso exclusivo, a presença de "caronistas" (*free riders*) geralmente faz com que mercados competitivos deixem de prover quantidades eficientes desses bens.

Resolução:

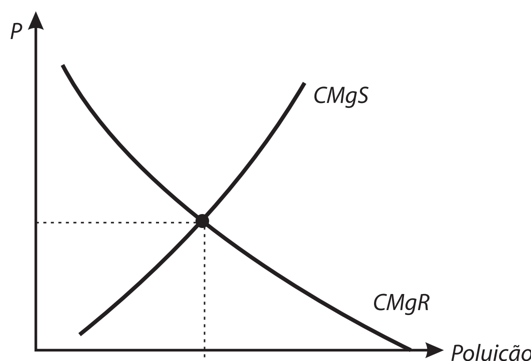
(0) Falso.

A primeira parte da frase está correta: "Na presença de externalidades positivas na produção, o mercado competitivo oferece uma quantidade menor do que a socialmente ótima do bem em questão." O problema está na explicação: Isso ocorre porque a quantidade oferecida é tal que o valor do benefício social marginal é **maior** do que o benefício privado marginal.



(1) Verdadeiro.

Para resolver problemas de externalidades negativas a taxação é, por vezes, preferível à imposição de quotas de emissões de poluentes, quando se conhece o custo marginal de redução de poluentes das empresas.



(2) Falso.

Para preferências quase lineares podemos afirmar que, em mercados com externalidades, se os direitos de propriedade são atribuídos sem ambiguidade e se as partes podem negociar sem custos, um Equilíbrio Eficiente de Pareto pode ser logrado via mercado. Mas há consequência distributiva com relação à externalidade. Seu nível dependerá de como os direitos de propriedades foram atribuídos.

(3) Verdadeiro.

Uma das formas de solucionar problemas que decorrem do uso predatório dos recursos de propriedade comum é a atribuição de direitos de propriedade para os usuários, de tal forma que cada um perca o incentivo de fazer o sobreuso do recurso comum.

(4) Verdadeiro.

Como os bens públicos são não de uso exclusivo, a presença de "caronistas" (*free riders*) geralmente faz com que mercados competitivos deixem de prover quantidades eficientes desses bens. E, às vezes, o bem público pode não ser provido em quantidade nenhuma por causa dos caronas.

Questão 15

Uma cidade tem 1000 habitantes, os quais consomem apenas um bem privado: cervejas. Será construído nesta cidade um bem público: uma praça. Suponha que todos os habitantes tenham a mesma função de utilidade $U(X_i, G) = X_i - \frac{10}{G}$, em que X_i é a quantidade de cervejas consumidas e G é o tamanho da praça, em m^2. Suponha que o preço da cerveja seja $1,00 por garrafa e o preço do metro quadrado construído da praça seja $100,00. Qual o valor de g (tamanho da praça) que é Pareto eficiente? (divida o resultado por 10).

Resolução:

O problema consiste em:

$$\text{Max} \quad Max \sum_{i=1}^{1000}\left[X_i - \frac{10}{G}\right] \; sujeito\ a\ Restrição \; \sum_{i=1}^{1000} X_i + 100G = \sum_{i=1}^{1000} w_i$$

O Lagrangeano associado e escrito do seguinte modo:

$$L = \sum_{i=1}^{1000}\left[X_i - \frac{10}{G}\right] + \lambda\left[\sum_{i=1}^{1000} X_i + 100G - \sum_{i=1}^{1000} w_i\right]$$

As condições de primeira ordem serão dadas por:

$$\frac{\partial L}{\partial X_i} = 0 \Rightarrow 1 = \lambda \quad , \forall i$$

$$\frac{\partial L}{\partial G} = 0 \Rightarrow -1.000\left(\frac{-10}{G^2}\right) - 100\lambda = 0$$

$$TMdS_i = \frac{UMg_G}{UMg_P} = \frac{\left(\frac{10}{G^2}\right)}{1} \quad \forall i$$

A condição para o Equilíbrio Eficiente de Pareto é tal, que:

$$\sum_{i=1}^{1000} TMgS_i = CMgG = \frac{P_G}{P_P}.$$

Sabe-se que $\frac{P_G}{P_P} = \frac{100}{1}.$

Logo, teremos que: $\sum_{i=1}^{1000} \left[\frac{\left(\frac{10}{G^2}\right)}{1}\right] = 100$

Então: $1000\left(\frac{10}{G^2}\right) = 100 \Rightarrow G = 10$

Desse modo, teremos que a resposta será $\frac{G}{10} = \frac{10}{10} = 1$

PROVA DE 2006

Questão 8

Em relação ao tratamento das falhas de mercado, avalie as afirmativas:

⓪ O imposto Pigouviano sobre a poluição tem por objetivo induzir o poluidor a internalizar os custos que este impõe aos demais agentes, e assim reproduzir as condições que caracterizam o nível de poluição eficiente de Pareto.

① A atribuição de direitos de propriedade não é a única instituição social capaz de incentivar o uso eficiente de recursos comuns. Outros exemplos são a criação de regras sobre a intensidade de utilização da terra comunitária e a definição de taxas de contribuição para seu uso.

② O teorema de Coase afirma que, quando as partes puderem negociar livremente visando ao benefício mútuo, o resultado será eficiente, independentemente da presença de custos de transação e de como estejam alocados os direitos de propriedade.

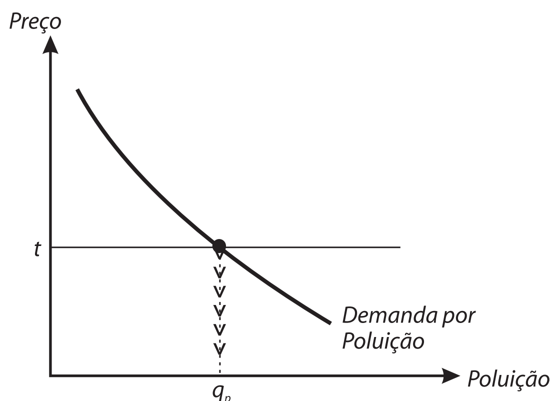
③ A regulação dos preços pelo método da taxa de retorno é dificultada quando há assimetrias de informação entre regulador e regulado quanto ao real valor da base de ativos da firma regulada.

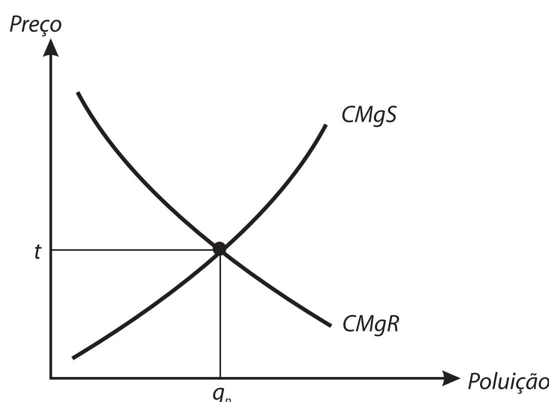
④ Nas apólices de seguros de automóveis, a franquia é um expediente utilizado pelas seguradoras para reduzir o risco moral.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

O imposto Pigouviano sobre a quantidade de externalidade negativa produzida serve para neutralizar os efeitos causados em terceiros devido a esta externalidade.





(1) Verdadeiro.

A atribuição de direitos de propriedade não é a única instituição social capaz de incentivar o uso eficiente de recursos comuns. Além dos mencionados no próprio item, há também: (1) criação de normas éticas; (2) vacinação; (3) lei de patentes etc.

(2) Falso.

O teorema de Coase afirma que, quando as partes puderem negociar livremente visando ao benefício mútuo, o resultado será eficiente, supondo que não haja custos de transação e independentemente de como estejam alocados os direitos de propriedade, embora eles precisem estar bem definidos.

(3) Verdadeiro.

A regulação dos preços pelo método da taxa de retorno incorpora o custo da empresa e a incentiva a ter um sobreuso do capital (torneiras de ouro). Ver o final do Capítulo 18 do livro *Models of Monopoly, Rate of return regulation*, de Walter Nicholson, para mais detalhes.

(4) Verdadeiro.

Para minimizar a assimetria de informação com relação ao "perigo moral", nas apólices de seguros de automóveis, a franquia é um expediente utilizado pelas seguradoras para que os agentes não modifiquem suas ações após fecharem um contrato.

PROVA DE 2008

Questão 11

A respeito de externalidades, julgue as afirmações:

⓪ Se as preferências dos agentes forem quase lineares, o Teorema de Coase afirma que toda solução eficiente deve ter a mesma quantidade de externalidade, independente da distribuição dos direitos de propriedade.

① O resultado do Teorema de Coase não é influenciado pela existência de custos de transação.

② Os recursos de propriedade comum são utilizados até o ponto em que o custo privado é igual ao retorno adicional gerado, o que implica sobreutilização do recurso.

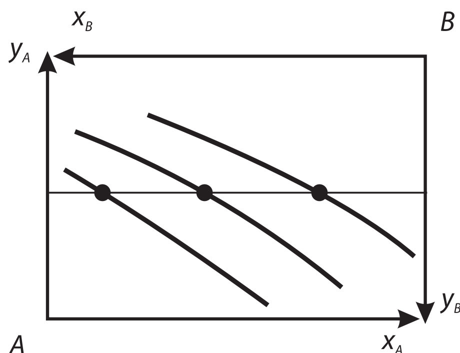
③ Se, ao produzir, uma firma gera externalidade negativa na forma de poluição, para cobrar dessa firma um imposto de Pigou (que a faça considerar o custo social de produção, e não apenas o custo privado), deve-se conhecer a externalidade marginal no nível de produto socialmente eficiente.

④ Se houver um mercado para poluição, se os direitos de propriedade forem bem definidos e se as pessoas estiverem dispostas a pagar pela redução da poluição, o preço da poluição será positivo.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

No caso das preferências quase lineares, o Teorema de Coase afirma que toda solução de mercado terá a mesma quantidade de externalidade, independente da distribuição dos direitos de propriedade.



(1) Falso.

O Teorema de Coase afirma que, quando as partes puderem negociar livremente visando ao benefício mútuo, o resultado será eficiente de Pareto, supondo que não haja custos de transação e que os direitos de propriedade estejam bem definidos, para facilitar a solução via mercado.

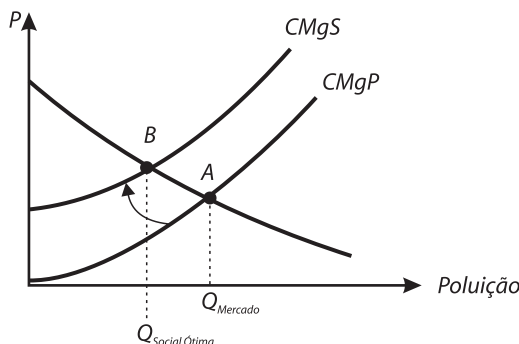
(2) Verdadeiro.

Os recursos de propriedade comum (como uma praça pública, que é não excluível, mas é rival) são utilizados até o ponto em que o custo privado é igual ao retorno adicional gerado, o que implica a sobreutilização do recurso. Ou seja, o equilíbrio privado (Warasiano ou competitivo) resulta em uma alocação maior do que aquela referente ao ótimo social.

(3) Verdadeiro.

Se, ao produzir, uma firma gera externalidade negativa na forma de poluição, seu equilíbrio competitivo é maior do que o ótimo social. Daí, cobrar dessa firma um imposto de Pigou é uma forma de retrair a função CMg até a CMg social. Para isso, o "cobrador do imposto" deve conhecer o CMg relativo à externalidade marginal.

CMg Social = CMg Privado + CMg Externalidade



(4) Falso.

Se houver um mercado para poluição, se os direitos de propriedade forem bem definidos e pertencentes aos que não gostam de poluição, as firmas pagam aos consumidores. Com isso, como elas produzem poluição, o preço dessa externalidade negativa deve ser negativo e não positivo.

Questão 12

Com relação à teoria dos bens públicos, julgue as afirmações:

⓪ Se um bem público puder ser provido em quantidade continuamente variável, então, para que sua provisão seja eficiente, é necessário que a média dos benefícios marginais de todos os usuários se iguale ao custo marginal de produção do bem.

① A presença de "caronas" dificulta a oferta eficiente dos bens públicos pelos mercados.

② No que tange à provisão de um bem público, o imposto de Groves-Clarke garante que, para as partes envolvidas, a revelação do valor líquido verdadeiro do bem público seja uma estratégia fracamente dominante.

③ O imposto de Groves-Clarke só funciona para utilidades quase lineares.

④ Se as preferências individuais tiverem pico único, então a preferência coletiva poderá apresentar a intransitividade característica do paradoxo do voto.

Resolução:

(0) Falso.

A provisão do bem público ocorrerá de forma eficiente se:

$$\frac{1}{Umg^{A}_{x_1}} Umg^{A}_{G} + \frac{1}{Umg^{B}_{x_1}} Umg^{B}_{G} = Cmg_G$$

$$TMgS_1 + TMgS_2 = CMg_G \Rightarrow G^*$$

Assim, é a soma e não a média dos benefícios marginais que se iguala ao custo marginal de produção do bem.

(1) Verdadeiro.

A possibilidade de cada agente mentir sobre o seu preço de reserva (para pegar carona) faz com que não haja provimento do bem, mesmo a condição necessária sendo satisfeita ($r_1 + r_2 \geq C$). Ver exemplo do provimento de TV como um bem público descrito em Varian, Capítulo 31.

(2) Verdadeiro.

O imposto de Groves-Clarke garante que não haja incentivo a mentir, pois se você se tornar um pivô, terá que pagar imposto. É uma estratégia fracamente dominante, porque a soma dos preços de reserva pode ser igual ao custo do bem público ($r_1 + r_2 \geq C$).

(3) Verdadeiro.

O imposto de Groves-Clarke só funciona para utilidades quase lineares, do tipo: $U_i = v(G) + x_i$, pois isso implica que haverá uma única quantidade ótima de bem público, e a questão passa a ser somente qual será essa quantidade.

(4) Falso.

Se as preferências individuais tiverem pico único, então poderá ser mostrado que a preferência coletiva ou social será transitiva, ainda que não se possa afirmar que será uma solução eficiente de Pareto.

PROVA DE 2009

Questão 9

Considere uma lagoa em que é possível pescar. Suponha que o preço do peixe é *1* e que *f(n)* é a quantidade total de peixes pescados, em que *n* é o número de barcos de pesca na lagoa. Suponha que a função *f(n)* está sujeita a rendimentos decrescentes. Suponha também que, para pescar, é necessário apenas adquirir um barco e equipamento que possuem custo marginal constante igual a $c > 0$. Com base nessas informações, julgue as afirmativas abaixo:

⓪ Se a lagoa for um recurso comum, ou seja, se qualquer um puder entrar e pescar, então haverá n^* barcos, de tal sorte que $f(n^*)/n^* = c$, ou seja, cada pescador obterá uma receita de pesca igual ao custo.

① Se a lagoa for propriedade privada, seu proprietário utilizará n^{**} barcos de pesca, de tal modo que $f'(n^{**}) = c$, em que f' é a derivada de f.

② Trata-se de uma situação em que cada barco gera externalidades negativas para os demais.

③ Se a lagoa for um recurso comum, a criação de um direito de propriedade privada sobre ela levará a uma produção eficiente de peixes.

④ O caráter de recurso comum gera uma pesca excessiva de peixes do ponto de vista social.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

A escolha ótima do ponto de vista privado, quando a propriedade não é privada, e pertence a todos (recurso comum), será aquela que faz o lucro total = 0, isto é: se cada pescador pensa de forma privada, sem levar em consideração o custo que poderia causar ao lago (i.e., na produção de peixe de todos) se comprasse mais um barco, ele de fato comprará mais um barco até alcançar o ponto em que a sua produção média se igualar ao custo unitário da compra do seu barco. Isso posto, como todos pensam dessa forma, no total, a produção média de todos se igualará ao custo c, o que gera um número excessivo de barcos na lagoa, podendo provocar uma tragédia ("a tragédia dos comuns").

(1) Verdadeiro.

A escolha ótima, do ponto de vista privado, quando a propriedade é privada, é diferente da escolha de quando o recurso é comum. Neste caso, o proprietário único (podendo ser entendido também como um planejador central pensando desde o ponto de vista social no caso do bem continuar sendo um recurso comum) escolherá o número de barcos ótimo quando o produto marginal de comprar um barco a mais for igual ao custo marginal. Neste caso, ele fará sua escolha de modo que $\frac{\partial Lucro}{\partial n} = 0$ ou, de outra forma, PMg = c. Com isso, o número de barcos ótimo será menor que o número de barcos encontrado no item anterior.

(2) Verdadeiro.

É um modelo que mostra as consequências de fenômenos como a pesca ou a caça exacerbada, em que a ação das pessoas afeta de forma negativa o "consumo" da coletividade.

(3) Verdadeiro.

Se a lagoa for um recurso comum, há várias formas de se chegar ao número ótimo de barcos (item 1). Certamente uma delas, e talvez a mais eficiente, seria a criação de direitos privados. Mas não é a única. Poder-se-ia pensar no loteamento e na privatização do recurso natural, muito embora, no caso específico de uma lagoa, fosse difícil fazê-lo. Também poderia se pensar na hipótese de o Estado regular o uso do recurso.

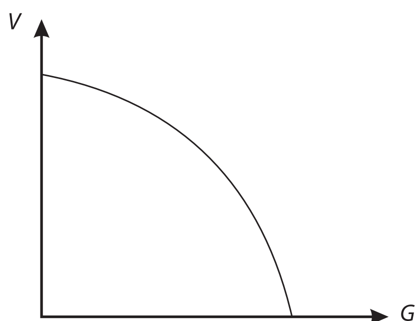
(4) Verdadeiro.

Vide respostas anteriores (item 2 principalmente).

Este problema, quando tratado de uma maneira mais formal, pode ser resolvido da seguinte forma:

- Considere **I pescadores**, g_i é o número de barcos que o pescador i resolve escolher, onde $G = g_1 + ... + g_n = \sum_{i=1}^{n} g_i$ é o número total de barcos.
- O **custo** de cada barco é **c**. (CT = CMe * g_i).
- O **valor** da pesca de cada barco quando há G barcos é de $v(G)$ por barco

$$\begin{cases} G_{MAX}: \\ v(G) > 0, para\ G < G_{MAX} \Rightarrow v'(G) < 0\ e\ v''(G) < 0 \\ v(G) = 0, para\ G \geq G_{MAX} \end{cases}$$



- Os pescadores escolhem simultaneamente quantos barcos vão comprar.
- Assuma que os barcos sejam continuamente divisíveis.
- A representação desse problema na forma normal será:

(1) I pescadores.

(2) A estratégia de cada pescador i é escolher um número de barcos. Assim, o espaço das estratégias é: $S_i \in [0,\infty)$, ou mais realista: $S_i \in [0, G_{MAX})$.

(3) *Payoff* de cada pescador

$$\text{i} = \underset{g_i}{Max}\ \Pi_i = \left[g_i . v\left(\overline{g}_1 + ... + \overline{g}_{i-1} + g_i + \overline{g}_{i+1} + ... + \overline{g}_n \right) \right] - \left[cg_i \right]$$

Se $(g_1^*,... g_n^*)$ é um EN, então, para cada i, g_i^* tem que maximizar o *payoff* acima, dado que os demais escolheram $(g_1^*,... g_{i-1}^*,...g_{i+1}^*,...g_n^*)$.

→ Problema privado

$$\underset{g_i}{Max}\ \Pi_i = \left[g_i * v\left(\overline{g}_1 + ... + \overline{g}_{i-1} + g_i + \overline{g}_{i+1} + ... + \overline{g}_n \right) \right] - \left[cg_i \right]$$

A CPO: $\dfrac{\partial \Pi_i}{\partial g_i} = 0 \Rightarrow v(g_i + g_{-1}^*) + g_i v'(g_i + g_{-1}^*) = c.$

Dada a simetria, podemos substituir g_i por g_i^* e, somando para todos os n pescadores e dividindo por n, teremos: $\dfrac{n * v(G^*)}{n} + \dfrac{G^*}{n} * v'(G^*) = \dfrac{n * c}{n}.$

Logo, $v(G^*) + \dfrac{G^*}{n} * v'(G^*) = c$

→ Problema social

O **problema social**, no entanto, é:

$$\underset{0 \leq G \leq \infty}{Max}\ Gv(G) - cG$$

CPO: $\dfrac{\partial \Pi^{social}}{\partial G} = 0 \Rightarrow v(G^{**}) + G^{**} * v'(G^{**}) = c.$

Comparando as duas CPOs, é possível ver que **G*>G**.**

O resultado é que o *common resource* (bem público) é sobreutilizado na situação em que os pescadores fazem as suas escolhas, levando em consideração os próprios incentivos (privados), mas não o efeito das suas decisões nos ganhos dos demais pescadores.

Questão 14

Suponha que existem dois agentes e que existe um bem público e um bem privado, ambos disponíveis em quantidades contínuas. A provisão do bem público é dada por $G = g_1 + g_2$, em que g_i é a contribuição do agente *i* (para *i=1,2*) para a provisão do bem público. A utilidade do agente *1* é $u_1(G, x_1) = 3\sqrt{G} + x_1$ e a do agente *2* é $u_2(G, x_2) = 5\sqrt{G} + x_2$, em que x_i é o consumo do bem privado pelo agente *i* (em que *i=1,2*). Determine o nível g^* de provisão eficiente do bem público.

Resolução:

Max U1(x1, G).

Sujeito a:

1) $U_2(x_2, G) = U_2^*$ e

2) $x_1 + x_2 + G = w_1 + w_2$

$L = U_1(x_1, G) - \lambda[U_2(x_2, G) - U_2^*] - \mu[x_1 + x_2 + G - w_1 - w_2]$

$$L = [3\sqrt{G} + x_1] - [5\sqrt{G} + x_2 - \bar{U}_2] - \mu[x_1 + x_2 + G - w_1 - w_2]$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow 1 - \mu = 0 \Rightarrow \mu = 1$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \Rightarrow -\lambda - \mu = 0 \Rightarrow \lambda = -1$$

$$\frac{\partial L}{\partial G} = 0 \Rightarrow \frac{3}{2}\frac{1}{\sqrt{G}} - \lambda\frac{5}{2}\frac{1}{\sqrt{G}} - \mu = 0$$

$$TMgS_1 + TMgS_2 = CMg_G \Rightarrow G^*$$

$$\frac{3}{2}\frac{1}{\sqrt{G}} + \frac{5}{2}\frac{1}{\sqrt{G}} = 1$$

$$2\sqrt{G} = 8$$

$$G^* = 16$$

PROVA DE 2010

Questão 12

Suponha que foi descoberto ouro em uma região do interior do Brasil e que o preço do grama do ouro é \$1. A quantidade produzida de ouro em gramas (*q*) pode ser expressa como função do número de garimpeiros (*n*), de acordo com a função $q = 40n - 2n^2$, e o

custo do material individual para garimpagem é $12. Na região em que se descobriu ouro foi concedido livre acesso. Para efeito de cálculo, suponha que a variável *n* é contínua. Determine a diferença entre o número efetivo de garimpeiros e o número ótimo.

Resolução:

Repare que este é um caso de uso de um recurso comum. Assim, para encontrarmos a escolha do número de garimpeiros ótimo, temos que resolver como um *central planner* faria ou como um único proprietário dessa terra agiria.

Seja o Lucro: $\pi = PQ - CT$

$\pi = 1[40n - 2n^2] - [12n]$

$\pi = 28n - 2n^2$

O número ótimo de social será aquele que maximiza o lucro, onde RMg = CMg.

$$\frac{d\pi}{dn} = 0 \rightarrow 28 - 4n = 0$$

$n^* = 7 \Rightarrow$ este é o número ótimo de garimpeiros.

Como não há um único proprietário de terra ou um *central planner*, cada trabalhador, olhando da propria perspectiva (privada), entrará até que a sua RMe se iguale ao custo unitário da sua entrada. Como todos pensam de forma igual, no final teremos lucro = 0, ou RMe = CMe. Isto é, o número efetivo de garimpeiros será de:

$\pi = 1[40n - 2n^2] - [12n] = 0$

$40n - 2n^2 - 12n = 0$

$2n^2 = 28n$

$n = 14 \Rightarrow$ este é o número efetivo de garimpeiros

Portanto, a diferença entre o número efetivo de garimpeiros e o número ótimo é $14 - 7 = 7$.

Questão 13

Considere o problema de provisão eficiente de um bem público contínuo com dois consumidores. Seja $u_i(\gamma, x_i) = ln(\gamma) + (½)x_i$ a utilidade do consumidor *i* sobre o bem público e o bem privado, em que γ é a quantidade do bem público e x_i a quantidade do bem privado consumido pelo consumidor *i*, para *i* = 1,2. A produção do bem público depende das contribuições g_1 e g_2 dos consumidores 1 e 2, respectivamente, e é dada pela função de

produção $\gamma = ln(g_1 + g_2)$. Cada consumidor possui uma dotação inicial de 2 unidades de bem privado. Calcule a quantidade eficiente de bem público que deve ser produzida.

Resolução:

Para calcular a quantidade eficiente de bem público que deve ser produzida, temos que maximizar a função de utilidade do "planejador central" (solução socialmente ótima), que consiste em maximizar a função de utilidade do consumidor i sobre o bem público e o bem privado:

$$\max_{y,x_i} u_i(y,x_i) \Leftrightarrow \max_{y,x_i} \ln(y)+\frac{1}{2}x_i$$

Sujeito a duas restrições:

(1) Que a função de utilidade do indivíduo 2 seja maior do que ou igual a $\bar{u}_2$:

$$u_2(y,x_2)=\ln(y)+\frac{1}{2}x_2 \geq \bar{u}_2$$

(2) Que o custo do consumo dos bens privados mais o bem público seja igual às dotações:

$$x_1 + x_2 + \gamma = e_1 + e_2$$

O Lagrangeano associado é o seguinte:

$$L=\left[\ln(y)+\frac{1}{2}x_1\right]-\lambda\left[\ln(y)+\frac{1}{2}x_2-\bar{u}_2\right]-\mu\left[x_1+x_2+y-4\right]$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1}=0 \Rightarrow \frac{1}{2}-\mu=0 \Rightarrow \mu=\frac{1}{2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2}=0 \Rightarrow -\lambda\frac{1}{2}-\mu=0 \Rightarrow -\lambda\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0 \Rightarrow \lambda=-1$$

$$\frac{\partial L}{\partial \gamma}=0 \Rightarrow \frac{1}{\gamma}-\lambda\frac{1}{\gamma}-\mu=0$$

$$TMgS_1 + TMgS_2 = CMg_G \Rightarrow \gamma^*$$

$$\frac{1}{\gamma}+\frac{1}{\gamma}-\frac{1}{2}=0 \Rightarrow \gamma^*=4$$

Questão 14

Três estudantes de mestrado em economia (ditos a, b e c), que dividem quarto em uma república perto da escola, precisam decidir se adquirem ou não uma TV, que custa $300, para que possam relaxar assistindo a um filme todo domingo à noite, único horário em que não estão estudando. Eles concordam antecipadamente que, se decidirem adquirir a TV, então cada um irá contribuir com $100. Os preços de reserva dos estudantes a, b e c são, respectivamente, $U_a = 60$, $U_b = 60$ e $U_c = 240$. Como os preços de reserva são informação privada, eles concordam em usar o mecanismo de Groves-Clarke de revelação da demanda. Para tanto, denote por h_a, h_b, e h_c os impostos de Groves-Clarke dos estudantes a, b e c, respectivamente. Calcule $h_a + h_b + h_c$.

Resolução:

Dados do problema:

- 3 indivíduos
- C(G) = 300
- Ci = 100
- $r_1 = 60$
- $r_2 = 60$
- $r_3 = 240$

Valores líquidos: $Ni = r_1 - Ci$

$N_1 = 60-100 = -40$

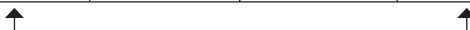
$N_2 = 60-100 = -40$

$N_3 = 240-100 = 140$

Condição para haver compra do bem público:

$\sum_{i=1}^{3} r_i \geq c \Rightarrow \sum_{i=1}^{3} N_i \geq 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{3} 60 \geq 0 \Rightarrow ok$

Indivíduo	Ni	SNi, i ≠ j	SNi	I é pivô?	Imposto
1	-40	100	60	Não	0
2	-40	100	60	Não	0
3	140	-80	60	Sim	80



A resposta é o somatório da última coluna, que é 80.

PROVA DE 2011

Questão 12

Considere uma comunidade com n indivíduos, com uma dotação inicial de bens de w_i, e cuja utilidade é dada pelo seu consumo de bens, x_i, e do volume de um bem público G, que é igual à soma dos valores de contribuição de cada um dos indivíduos, $G = \sum_{i=1}^{n} g_i$. A utilidade de cada um dos indivíduos é dada por $u_i = x_i + a_i \ln(G)$, em que $a_i > 1$. Suponha que, na determinação de sua escolha de contribuição, o indivíduo assuma que os outros não alterarão sua contribuição em resposta.

⓪ Neste caso, metade dos indivíduos maximizando sua utilidade contribuirá igualmente 2G/n.

① Apenas metade dos indivíduos caroneará (*free ride*) no dispêndio dos outros.

② A solução Pareto Ótima envolve apenas o indivíduo com maior a_i contribuindo.

③ A solução Pareto Ótima coincide com a solução descentralizada.

④ O indivíduo com maior a_i colabora com a metade do valor do bem público.

Resolução:

Vale comentar que este item pode ser encontrado no livro dado em pós-graduações, de Hal Varian chamado *Microeconomic Analysis*, Capítulo 23 (*public goods*).

(0) Falso.

Cada indivíduo $Max_{gi}\, u_i \Rightarrow Max_{gi}\, a_i\, ln[\overline{G}_{-i} + g_i] + \underbrace{[w_i - g_i]}_{X_i}$ onde $G_{-i} = \sum_{j \neq i}^{n} . g_i$.

A condição de 1ª ordem (solução interior) é:

$$\frac{d\pi_i}{dg_i} = 0 \Rightarrow a_i 1/G = 1 \Rightarrow G = a_i.$$

Dessa forma, o único indivíduo que contribuirá com um valor positivo é aquele que tirar o maior a_i.

$$G^* = \sum_{i=1}^{n} a_i$$

$$a_1 = G - \sum_{i \neq 1} a_i$$

Assim, na solução ótima de Pareto o agente com maior a_i não necessariamente colaborará com a metade do valor do bem público (G).

(1) Falso.

Se todos sabem a contribuição que os demais desejam fazer (preço de reserva), então todos os indivíduos tomarão carona, exceto o que tiver o $Max\ a_i$.

(2) Falso.

A solução ótima de Pareto ocorre quando $\sum TMgS_i = CMg_G$, que envolve todos os indivíduos e não somente o que tem maior a_i, ainda que o resultado particular deste exercício seja aquele em que apenas o indivíduo com o $Max\ a_i$ contribua.

(3) Falso.

A solução ótima de Pareto coincide com a solução do "*Control Planner*" – solução centralizadora, e não descentralizadora, onde pode existir o problema do caroneiro (solução privada).

(4) Falso.

A solução ótima (de Pareto) para o provimento de bem público é aquela em que Max é a soma das utilidades. A CPO é:

$$\sum TMgS_i = \frac{UMg_G}{UMg_{Xi}} = CMg_G$$

$$\left[TMgS_i = \frac{a_i \, 1/G}{1} = \frac{a_i}{G} \Rightarrow \sum TMgS_i = \frac{\sum^n a_i}{G} \right]$$

Em Equilíbrio, temos que: $\Rightarrow \sum TMgS_i = CMg_G = 1 \Rightarrow \frac{\sum^n a_i}{G} = 1$

$$G^* = \sum_{i=1}^{n} a_i$$

Questão 13

Considere dois agentes, i = 1,2, que estão decidindo a que velocidade chegam a um destino. Cada um deles possui uma função utilidade $U_i(v_i) = 2v_i$, em que v_i é a velocidade que eles estão trafegando. Só que, quanto mais rápido eles andam pela estrada, maior a probabilidade de ocorrência de um acidente, que é denotada por p(v1, v2), e que dá a eles um custo de 0,5 cada. A partir destas afirmações, responda V ou F as alternativas a seguir.

⓪ Há um incentivo para que os motoristas dirijam mais rápido do que o socialmente ótimo.

① Se o agente for multado na eventualidade de um acidente, a velocidade em que ele trafega é maior.

② A multa que faria com que os agentes andassem pela estrada à velocidade socialmente ótima é de 0,5.

③ Na multa socialmente ótima, a despesa que os agentes teriam de incorrer com a multa é superior ao custo do acidente.

④ Se o primeiro agente somente deriva utilidade se não houver acidente, a multa ótima para este agente independe da velocidade em que os agentes estão se movendo.

Resolução:

Sejam os seguintes dados do problema:

– 2 agentes decidem sobre a velocidade v_i

– $u_i = 2\ v_i,\ \forall_i = 1{,}2$

– $\dfrac{du_i}{dv_i} = 2 > 0$

– quanto maior v_i, maior a probabilidade de acidente $\Rightarrow p(v_1, v_2)$

– custo que o acidente impõe é $c_i = 1/2$ para cada agente

(0) Verdadeiro.

O *problema privado* de maximização de cada motorista *i* (i=1,2) é dado por:

$$\max_{V_i}[u_i(v_i) - p(v_1,v_2)c_i]$$

$$\max_{V_i}[2v_i - p(v_1,v_2)0{,}5]$$

Enquanto que o *problema social* é dado por:

$$\max_{v_i v_j}[u_i(v_i) + u_j(v_j) - p(v_i,v_j)(c_i + c_j)]$$

$$\max_{v_1 v_2}[2v_1 + 2v_2 - p(v_1,v_2)(0{,}5 + 0{,}5)]$$

Dado que o motorista i ignora o custo que ele impõe ao motorista j, o motorista i escolherá uma velocidade maior do que a socialmente ótima.

O *problema privado:* $\max_{vi}[2v_i - p(v_1, v_2)0{,}5]$

$$\frac{d\pi_i}{dv_i} = 2 - c_i\frac{dp(v_1,v_2)}{dv_i} \rightarrow \frac{\dfrac{dp(v_1,v_2)}{dv_i}}{2} = \frac{1}{c_i}$$

$$\frac{d\pi_i}{dv_i} = 2 - \frac{1}{2}\frac{dp(v_1,v_2)}{dv_i} \rightarrow \frac{dp(v_1,v_2)}{dv_i} = 4$$

O *problema social*: $\max_{v_1,v_2}[2v_1 + 2v_2 - p(v_1,v_2)(0,5+0,5)]$

$$\frac{d\pi_i}{dv_i} = 2 - [c_1, c_2]\frac{dp(v_1,v_2)}{dv_i} \rightarrow \frac{\frac{dp(v_1,v_2)}{dv_i}}{2} = \frac{1}{[c_1,c_2]}$$

$$\frac{d\pi_i}{dv_i} = 2 - \frac{dp(v_1,v_2)}{dv_i} \rightarrow \frac{dp(v_1,v_2)}{dv_i} = 2$$

Compare as condições de primeira ordem dos problemas privado e social. Repare que do lado esquerdo ambas as condições são iguais a $\frac{dp(v_1,v_2)}{dv_i}\Big/2$. Do lado direito, por outra parte, há uma diferença. No caso privado temos $\frac{1}{c_1}$ e do lado social temos $\frac{1}{[c_1+c_2]}$. Para que as expressões sejam iguais, temos que taxar o caso agente i (no caso privado) em uma tarifa cujo valor tem que ser igual ao custo do agente j (c_j). Assim, se impusermos $t_i = c_j$ veremos que o agente i maximizará $[u_i - p(v_1, v_2)\,(c_1, t_1)]$.

Para mostrar que a solução privada é maior do que a solução ótima, na presença de externalidade negativa, a título de exemplo, imagine que $p(v_1,v_2) = \frac{1}{2}(v_1^8, v_2^8)$, onde $v_i \in [0,1]$, $i = 1,2$.

Assim, teremos: $\frac{dp(v_1,v_2)}{dv_i} = 4v_i^7$

Logo, do *problema privado* temos que: $4v_i^7 = 4 \rightarrow v_i^{Privado} = 1$

Do *problema social* temos que: $4v_i^7 = 2 \rightarrow v_i^{Social} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{7}} = 0,906$

Assim, $v_i^{Privado} > v_i^{Social}$.

(1) Falso.

Não necessariamente. Se o motorista for multado caso haja um acidente, isto não significa que a velocidade em que ele estava dirigindo era superior à permitida.

(2) Verdadeiro.

Comparando o problema social com o problema privado como fizemos no item (0), podemos observar que a multa que faria com que os motoristas andassem pela estrada à velocidade socialmente ótima é aquela que reflete o custo do outro motorista, caso haja um acidente. Neste caso $t_1 = c_2$. Como $c_2 =$ 0,5, a multa de cada agente deve ser 0,5.

(3) Falso.

Como colocado no item (0), a multa socialmente ótima é aquela que reflete o custo do acidente de outro indivíduo, que no problema em tela é igual a c_i = 0,5. Assim, a despesa dos agente com a multa quando há acidente é igual a 1 (pois $c_i + c_j$ = 0,5+0,5) e não superior, como coloca o enunciado.

O que seria superior, vale mencionar, é o custo total dos agentes, caso houvesse um acidente. Se a multa ótima social fosse cobrada no caso de um acidente, cada indivíduo incorreria no custo c_i por causa do acidente mais a multa devido ao acidente, $t_i = c_j$. Como isso valeria para ambos os agentes, o custo total incorrido pelos agentes no caso de acidente seria de $2(c_i + c_j)$, o que é o dobro do custo total do acidente em si.

(4) Verdadeiro.

Neste caso, o *problema privado* de maximização de cada motorista i (i = 1,2) é dado por:

$$\max_{v_1}\{[1-p(v_1,v_2)]u_1(v_1)-p(v_1,v_2)c_1\}$$

Isto porque com probabilidade *(1-p)* ele terá utilidade, pois não haverá acidente, e com probabilidade *p* ele terá um acidente.

Que pode ser reescrito como:

$$\max_{v_1}\{u_1(v_1)-p(v_1,v_2)[u_1(v_1)+c_1]\}$$

Enquanto que o *problema social* é dado por:

$$\max_{v_1,v_2}[(1-p(v_1,v_2))(u_1(v_1)+u_2(v_2))-p(v_1,v_2)(c_1+c_2)]$$

que pode ser reescrito como:

$$\max_{v_1,v_2}[u_1(v_1)+u_2(v_2)-p(v_1,v_2)(u_1(v_1)+u_2(v_2)+c_1+c_2)]$$

Fazendo a maximização de ambos os problemas, temos que:

Problema privado: $\max_{vi}[u_i(v_1) - p(v_1, v_2)(u_1(v_1) + c_1)]$

$$\frac{d\pi_1}{dv_1}u_1'(v_1)-[u_1(v_1)+c_1]\frac{dp(v_1,v_2)}{dv_1} \rightarrow \frac{\frac{dp(v_1,v_2)}{dv_1}}{u_1'(v_1)}=\frac{1}{[u_1(v_1)+c_1]}$$

$$\max_{v_1,v_2}[u_1(v_1)+u_2(v_2)-p(v_1,v_2)(u_1(v_1)+u_2(v_2)+c_1+c_2)]$$

Problema social:

$$\frac{d\pi_1}{dv_1}=u_1'(v_1)-[u_1(v_1)+u_2(v_2)+c_1+c_2]\frac{dp(v_1,v_2)}{dv_1}$$

$$\rightarrow \frac{\frac{dp(v_1,v_2)}{dv_1}}{u_1'(v_1)}=\frac{1}{[u_1(v_1)+u_2(v_2)+c_1+c_2]}$$

Compare as condições de primeira ordem dos problemas privado e social. Repare que do lado esquerdo ambas as condições são iguais a $\frac{dp(v_1,v_2)}{dv_1}\Big/u_1'(v_1)$.

Do lado direito, por outra parte, há uma diferença. Para que as expressões sejam iguais, temos que taxar o caso agente 1 (no caso privado) em uma tarifa cujo valor tem que ser igual ao custo do agente 2 mais a sua utilidade. Assim, se impusermos agente $t_1 = u_2(v_2) + c_2$ veremos que o agente 1 maximizará $[u_1(v_1) - \text{p}(v_1, v_2)(c_1 + t_1)]$.

Assim, comparando o problema social com o problema privado, podemos observar que a multa que faria com que os motoristas andassem pela estrada à velocidade socialmente ótima seria, como antes, aquela que refletisse o seu custo, caso haja um acidente. Neste caso, a multa a ser aplicada ao motorista i deveria ser $2v_i + 0{,}5$, que depende apenas da velocidade do outro motorista, mas independe da velocidade de ambos. Por isso a questão está correta.

Vale comentar que este item pode ser encontrado no exercício 24.1 do livro adotado em pós-graduações chamado *Microeconomic Analysis*, de Hal Varian, Capítulo 24 (*externalities*).

PROVA DE 2012

Questão 13

Suponha uma economia com duas firmas competitivas, representadas por 1 e 2, que produzem o mesmo bem e têm as seguintes funções custo: $c_1(x_1) = \frac{1}{2}x_1^2$, $c_2(x_2) = \frac{1}{2}x_2^2$. A firma 1 exerce uma externalidade negativa sobre a firma 2 de modo que a função lucro da firma 2 é dada por: $\pi_2 = p_2x_2 - c_2(x_2) - e(x_1)$. Sabendo que $e(x_1) = \frac{1}{2}x_1^2$ e que o preço do produto produzido é igual a 1, calcule a diferença entre a solução privada e a solução socialmente ótima na produção de bens da firma 1.

Resolução:

A resposta desta questão pelo primeiro gabarito era 2, mas, como o resultado é ½, esta questão deveria ser anulada. De fato, a questão, pelo gabarito final, foi anulada.

Dados da Questão:

Funções custo das firmas:

$$C_1(x_1) = \frac{1}{2}(x_1)^2$$

$$C_2(x_2) = \frac{1}{2}(x_2)^2$$

Externalidade negativa que a firma 1 exerce sobre a firma 2: $e(x_1) = \frac{1}{2}(x_1)^2$

Preço do produto produzido: $p = 1$

A função lucro da firma 2 (considerando a externalidade negativa da firma 1):

$$\pi_2 = p_2x_2 - c_2(x_2) - e(x_1) = x_2 - \frac{1}{2}(x_2)^2 - \frac{1}{2}(x_1)^2$$

Desse modo, tem-se que a **solução privada**, na qual a firma 1 não considera a externalidade que produz sobre a firma 2, será tal que irá:

$$\max_{x_1} \pi_1 = p_1x_1 - \frac{1}{2}(x_1)^2$$

Cuja C.P.O. é dada por: $p_1 - x_1 = 0$ ou $p_1 = x_1$.

Utilizando a informação do enunciado (de que o preço do produto produzido é igual a 1), tem-se que: $x_1 = 1$.

Por sua vez, a **solução socialmente ótima**, na qual considera-se o lucro conjunto das firmas e os custos totais, que inclui o da externalidade (pois esta solução "internaliza a externalidade") será tal que:

$$\max_{x_1}(\pi_1 + \pi_2) = p_1 x_1 - \frac{1}{2}(x_1)^2 + p_2 x_2 - \frac{1}{2}(x_1)^2 - \frac{1}{2}(x_2)^2$$

Cuja C.P.O. é dada por: $p_1 - x_1 - x_1 = 0$ ou $p_1 - 2x_1 = 0$.

Utilizando a informação do enunciado (de que o preço do produto produzido é igual a 1), tem-se que: $x_1 = \frac{1}{2}$.

Assim, de acordo com o que está sendo pedido no enunciado, deve-se ter:

$$x_1^p - x_1^s = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

E, portanto, a resposta deveria ser $\frac{1}{2}$.

Questão 14

Considere que um aeroporto está localizado ao lado de um grande terreno que é propriedade de um incorporador imobiliário. O incorporador gostaria de construir moradias naquele terreno, mas o barulho do aeroporto reduz o valor das propriedades. Quanto maior for a intensidade do tráfego aéreo, menor o valor do montante de lucros que o incorporador pode obter com o terreno. Seja *X* o número de vôos diários e *Y* o número de moradias que o incorporador pretende construir. O Lucro Total do aeroporto (*LA*) é dado pela função $48 - X^2$ e o Lucro Total do incorporador (*LI*) é dado por $60Y - Y^2 - XY$. Identifique a diferença entre o Lucro Total dos dois agentes (*LA* + *LI*) em duas situações relativas às regras institucionais que regulam o comportamento dos agentes: (i) no caso da imposição de uma lei que responsabiliza o aeroporto por qualquer redução ocorrida no valor das propriedades; (ii) no caso em que os dois agentes optam pela formação de um conglomerado empresarial com o objetivo de maximizar o lucro conjunto.

Resolução:

A resposta desta questão pelo gabarito é 27, mas deveria ser anulada, pois o resultado é 0.

Segundo o enunciado da questão a função lucro do aeroporto é dada pela função $48 - x^2$. Isto implica que a escolha ótima do aeroporto seria a de operar com $x = 0$, ou seja, nenhum vôo. Tal decisão independe se a firma considera o impacto dos vôos na incorporadora.

Desse modo, qualquer que seja a situação, as escolhas ótimas das firmas são iguais e a diferença dos lucros é zero.

página deixada intencionalmente em branco

8 Informação

PROVA DE 2003

Questão 9

Considere um modelo de sinalização do tipo Spence, no qual os trabalhadores escolhem um nível de educação. Há uma grande quantidade de firmas e de trabalhadores. Os trabalhadores hábeis têm a função de utilidade $U_H = w - \frac{3}{8}E^2$, e os trabalhadores pouco hábeis têm a função de utilidade $U_{PH} = w - \frac{1}{2}E^2$, em que w representa o nível salarial e E o nível educacional. Um trabalhador hábil com nível de educação E_H vale $1{,}5E_H$ para a firma, enquanto um trabalhador pouco hábil com nível de educação E_{PH} vale $1E_{PH}$. Metade dos trabalhadores é hábil. Julgue as seguintes proposições:

⓪ A solução eficiente (com informação completa) é ($\hat{E}_{PH} = 1$, $\hat{E}_H = 2$).

① Caso exista um equilíbrio agregador, este não pode ser eficiente.

② Caso haja um equilíbrio separador, este será eficiente.

③ Em nenhum equilíbrio U_H pode ser menor que 1/2.

④ Caso haja um equilíbrio separador nele, ter-se-á $\hat{E}^*_H > E^*_H > \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ ou $\hat{E}^*_H < E^*_H < \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Sabemos que um trabalhador hábil com nível de educação E_H vale $1{,}5E_H$, enquanto um trabalhador pouco hábil com nível de educação E_{PH} vale $1E_{PH.}$ Assim, com informação completa, a firma tem o seguinte esquema de pagamentos: $w_H = 1{,}5E_H$ e $w_{PH} = 1{,}0E_{PH}$.

Substituindo os salários nas funções de utilidade de cada tipo de indivíduo teremos que, sob informação completa, os problemas de maximização serão:

i) A escolha ótima dos trabalhadores pouco hábeis será aquela que resolve:

$$\max\left[1{,}0E_{PH} - \frac{1}{2}E_{PH}^2\right]$$

As condições de primeira ordem serão dadas por:

$$1 - \frac{2}{2}E_{PH} = 0 \Rightarrow E_{PH}^* = 1$$

ii) A escolha ótima de trabalhadores hábeis será aquela que resolve:

$$\text{Max}\left[1{,}5E_H - \frac{3}{8}E_H^2\right]$$

As condições de primeira ordem serão dadas por:

$$1{,}5 - \frac{6}{8}E_H = 0 \Rightarrow E_H^* = 2$$

(1) Verdadeiro.

Em um equilíbrio agregador (ou *pooling*) a firma pagará, no máximo, um mesmo salário para ambos os tipos de trabalhadores, pois não é capaz de distingui-los. Este salário, por sua vez, será baseado na habilidade média dos trabalhadores, e, portanto, será igual a: $w_{Médio} = \frac{(1{,}5+1{,}0)}{2}E \Rightarrow w_{Médio} = 1{,}25E.$

Mas este salário não pode ser eficiente, pois os trabalhadores pouco hábeis ganhariam mais do que deveriam (do que a sua produtividade marginal) e, portanto, teriam incentivos a trabalhar menos. Por outro lado, os trabalhadores mais hábeis receberiam menos do que deveriam (do que a sua produtividade marginal) e, assim, não teriam incentivos a trabalhar.

Dado que somente os trabalhadores poucos hábeis terão incentivos a trabalhar, o salário relativo ao equilíbrio agregador não deverá ser o salário médio, mas o salário concernente à produtividade marginal do trabalhador pouco hábil. É exatamente este ponto que caracteriza o problema de seleção adversa: os trabalhadores mais hábeis são "expulsos" do mercado pelos trabalhadores menos hábeis.

Vale observar que podem existir vários equilíbrios agregadores, desde que pertençam ao intervalo: ("salário médio para os dois", "salário referente ao menos hábil só para os menos hábeis"). De qualquer forma, independentemente de qual seja esse salário, ele jamais será eficiente.

(2) Falso.

A solução eficiente é aquela que ocorre quando a informação é completa, isto é, quando o principal reconhece perfeitamente o tipo de cada agente.

Sob informação incompleta, como é o caso, salários distintos (equilíbrio separador) não implicam correspondência com aqueles associados à solução eficiente. Isso porque, no modelo de Spence, educação é um sinalizador de produtividade, ainda que seja um custo social, pois em nada colabora para o aumento da produção ou de sua própria produtividade.

Segundo o modelo, educar só é uma opção para aquele que é do tipo bom e quer sinalizar ao mercado que ele é desse tipo, garantindo, assim, um salário melhor para ele (ponto de vista privado). O intuito de quem escolhe educação é apenas se diferenciar do "tipo ruim". Mas, independentemente da educação que terá, sua produtividade continuará a mesma.

A tradução social desse fato é que o custo que ele teve em estudar não resulta em aumento efetivo da produção para a sociedade. Assim, ainda que em termos privados ele consiga melhores salários, em termos sociais houve um "custo desnecessário", pois a educação não lhe acrescenta em produtividade. Em outras palavras, educação, neste modelo de sinalização, não contribui para elevar a produção total, embora tenha representado um custo adicional social.

(3) Verdadeiro.

No caso do principal não conseguir distinguir os trabalhadores, ele poderia escolher pagar o salário médio. Se isso ocorre, a utilidade de cada um seria de: $U_{PH} = 1{,}25 * 1 - \frac{1}{2}(1)^2 = 0{,}75$e $U_H = 1{,}25 * 2 - \frac{3}{8}(2)^2 = 1$. Repare que a utilidade do pouco hábil aumentou (de 0,5 para 0,75) e a do hábil caiu (de 1,5 para 1). E se o trabalhador hábil decidisse ter educação E = 1, então a sua utilidade diminuiria para: $U_H = 1{,}25 * 1 - \frac{3}{8}(1)^2 = 0{,}875$, o que não valeria a pena, comparando com a escolha de se educar E = 2, que lhe confere uma utilidade de 1.

Imaginando que o principal decidisse pagar a todos o salário do pouco hábil = 1E, por achar que o trabalhador hábil não ficaria no mercado por um salário abaixo do que ele "deveria ganhar" (salário 1,5E em vez de

1,25E), a utilidade de ambos diminuiria para $U_{PH} = 1{,}0 * 1 - \frac{1}{2}(1)^2 = 0{,}5$ e $U_H = 1{,}0 * 1 - \frac{3}{8}(1)^2 = 0{,}625$.

Mas esse é o problema de seleção adversa sem a possibilidade de sinalização. Se o trabalhador hábil resolvesse mostrar que é bom (sinalizar), ele poderia escolher E = 2 e passar a ter U = 1,5, que, como é a utilidade mais elevada, é o que ele deve fazer, ainda que o salário seja o "salário médio".

Repare que o trabalhador hábil poderia escolher não estudar (E = 0), obtendo $U_H = 0$. Mas não haveria razão para ele fazer esta escolha, se a utilidade dele escolhendo E = 1 ou E = 2 é maior.

(4)Verdadeiro.

Pelo enunciado, 1/2 dos trabalhadores são hábeis e 1/2 são não hábeis. Seguindo a lógica do modelo de Spence, em um equilíbrio separador, o trabalhador escolheria o quanto deveria se educar pela seguinte regra: sempre que o benefício marginal de um salário maior for maior do que o custo marginal em obtê-lo via sinalização com educação, escolhe-se educar E* anos. Daí, a firma observa a sinalização e escolhe o nível salarial.

O modelo deste exercício é um pouco diferente da ideia original de Spence, apresentada nos livros da bibliografia ANPEC, pois aqui, mesmo com informação completa, os trabalhadores escolhem algum nível de educação – o que não ocorre no modelo original de Spence, pois educar é custoso e não resulta em qualquer benefício! É o item (0) desta questão. Em Spence, se há informação completa, a sociedade não precisa "pagar" pelo custo da educação, já que esta não aumenta a produtividade, sendo apenas um sinalizador para que a firma possa diferenciar o "tipo hábil" do "tipo não hábil". Por isso, com informação completa, o modelo de Spence requer que E = 0! Neste modelo, se os indivíduos optam por não estudar (E = 0), a utilidade de ambos é zero.

Feita a introdução, para responder esse item, temos que impor a restrição de compatibilidade de incentivos de que a utilidade do indivíduo "pouco hábil" em mentir se passando "por hábil" é ruim para ele. Assim, há que se supor que sua utilidade mentindo é menor do que 0,51 (a sua utilidade quando não mente).

Assim, temos que:

$$1{,}5\ E_H - y_2\ E_H^2 < \underbrace{E_{PH} - y_2\ E_{PH}^2}_{0{,}5}$$

$$\frac{3}{2}\ E_H - \frac{1}{2}\ E_H^2 < \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$E_H^2 - 3\ E_H + 1 > 0$$

$$E_H = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$E_H = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4}}{2}$$

$$\begin{cases} E_H^1 = \dfrac{3 + \sqrt{5}}{2} \\ E_H^2 = 3 - \dfrac{\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

PROVA DE 2004

Questão 8

Considere um modelo de agente-principal em que o último contrata um vendedor para seu produto. Se o vendedor esforçar-se muito, a receita das vendas será $100, com probabilidade 0,8; $50, com probabilidade 0,2; e a utilidade do vendedor será $\sqrt{w} - 4$. Caso o vendedor se esforce pouco, a receita de vendas será $100, com probabilidade 0,4; $50, com probabilidade 0,6; e a utilidade do vendedor será $\sqrt{w}$ (w é o salário). O vendedor sempre pode ter a utilidade $u_0 = 1$ se for trabalhar numa outra profissão que não seja a de vendas. O principal preocupa-se em maximizar seu lucro esperado, dado pela receita de vendas menos o custo. Assuma que o principal não consiga observar o nível de esforço do vendedor, mas apenas as vendas. São corretas as afirmativas:

⓪ O custo, para o principal, de induzir o vendedor a esforçar-se menos será 1.

① Se o principal quiser induzir o vendedor a esforçar-se mais e obter lucro máximo, os salários correspondentes aos dois resultados de venda serão estritamente positivos.

② O custo, para o principal, de induzir o vendedor a esforçar-se mais é 90.

③ A receita total esperada correspondente à ação de maior esforço do vendedor é maior que a correspondente à ação de menor esforço.

④ Os lucros do principal serão menores quando o vendedor trabalha menos.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

O principal é o contratante e o agente, o vendedor. O agente é avesso ao risco. O principal é neutro ao risco.

Para induzir o vendedor a esforçar-se menos, basta oferecer-lhe um salário fixo, de tal forma que respeite a sua restrição de participação. Isto é: w(x) – C(x) = U_0. Como para fazer o esforço baixo ele tem um custo de C (esforço baixo) = 0 e como U_0 = 1, temos que:

$$\sqrt{w} - 0 = 1 \Rightarrow w = 1$$

(1) Falso.

Principal Max a sua função utilidade esperada, sujeito a 3 restrições: (1) restrições de participação; (2) compatibilidade de incentivos; e (3) responsabilidade limitada (salários maiores que zero). Ele faz isso para encontrar o seu menu de contratos. Assim, o problema do principal é:

$$\max_{w_H, w_L}[0,8(100 - w_H) + 0,2(50 - w_L)]$$

sujeito a:

(1) Restrição de participação:

$$(1)\ [0,8\sqrt{w_H} + 0,2\sqrt{w_L})] - 4 \geq 1$$

(2) Restrição de compatibilidade de incentivos:

$$(2)\ [0,8\sqrt{w_H} + 0,2\sqrt{w_L}] - 4 \geq [0,4\sqrt{w_H} + 0,6\sqrt{w_L}] - 0$$

(3) Restrição de responsabilidade limitada:

$$(3)\ w_H \geq 0 \text{ e } w_L \geq 0$$

onde: w_H é o salário quando o trabalhador esforça-se muito; e
w_L é o salário quando o trabalhador esforça-se pouco.

De (2), temos que: $\left[0,4\sqrt{w_H} - 0,4\sqrt{w_L}\right] = 4 \Rightarrow \sqrt{w_H} = \sqrt{w_L} + 10$ (4)

(4) em (1), temos que:

$$0,8(\sqrt{w_L} + 10) + 0,2\sqrt{w_L} = 5 \Rightarrow 0,8\sqrt{w_L} + 8 + 0,2\sqrt{w_L} = 5$$

$$\Rightarrow \sqrt{w_L} = -3\ (\textit{impossível}).$$

Solução:

$(w_H, w_L) = (100, 0)$.

(2) Falso.

O custo para o principal será dado por: $0,8w_H + 0,2w_L = (0,8)(100) + (0,2)(0) = 80$.

(3) Verdadeiro.

Quando o esforço for alto, a receita esperada será dada por:

$(0,8)(100) + (0,2)(50) = 90$

Quando o esforço for baixo, a receita esperada será dada por:

$(0,4)(100) + (0,6)(50) = 70$

(4) Falso.

O lucro do principal quando induz o trabalhador a se esforçar mais é dado por:

$0,8\ (100 - 100) + 0,2(50 - 0) = 10$

O lucro do principal quando induz o trabalhador a se esforçar pouco é dado por:

$0,4(100 - 1) + 0,6(50 - 1) = 69$

Logo, o lucro do principal é maior quando ele oferece um salário constante ao trabalhador e este se esforça pouco.

PROVA DE 2005

Questão 9

Com respeito a mercados caracterizados por informação assimétrica, avalie as afirmativas:

⓪ Uma companhia seguradora deve se preocupar com a possibilidade de um comprador de uma apólice de seguro de vida ser portador de doença grave. Este é um exemplo de **risco moral**.

① No mercado de automóveis usados, em que é nítida a assimetria da informação a respeito da qualidade dos veículos à venda, o problema da seleção adversa será evitado caso o preço de oferta seja igual ao valor esperado do automóvel.

② Em situações caracterizadas por informação assimétrica em que haja um equilíbrio separador (sinalização), diferentes agentes farão diferentes escolhas de ações.

③ Os mecanismos de incentivo eficientes que induzem o trabalhador a executar um grau de esforço tal que seu produto marginal iguala-se ao custo marginal daquele esforço não funcionam quando for impossível monitorar-se o esforço do trabalhador.

④ A presença de informações assimétricas nos mercados impõe custos privados aos agentes, porém não provoca desvios de eficiência em relação aos mercados competitivos.

Resolução:

(0) Falso.

Este não é um exemplo de risco moral, mas sim de seleção adversa, pois trata-se de uma assimetria informacional pré-contratual em que o principal não sabe ao certo qual é o estado de saúde do agente.

(1) Falso.

Se o preço de oferta for igual ao valor esperado do automóvel, então pode acontecer de somente os automóveis de qualidade mais baixa serem negociados, que é exatamente o problema da seleção adversa. Tal caso ocorre quando o principal desconhece os tipos dos agentes e, por isso, calcula a média que é a ideia do "equilíbrio agregador".

(2) Verdadeiro.

Em situações caracterizadas por informação assimétrica do tipo seleção adversa, em que haja um equilíbrio separador (sinalização), diferentes agentes farão diferentes escolhas de ações. Ou seja, haverá N equilíbrios para os N diferentes agentes.

(3) Anulada.

(4) Falso.

A presença de assimetria informacional, em geral, impede que se alcance o equilíbrio competitivo.

PROVA DE 2006

Questão 9

Em relação a mercados com informações assimétricas, é correto afirmar:

⓪ Em alguns países, as empresas são proibidas de exigir informação sobre o passado criminal de candidatos a emprego. Supondo-se que antecedentes criminais prenunciem baixo desempenho profissional, do ponto de vista estritamente econômico, a revogação dessa norma beneficiaria somente os empregadores.

① O fato de uma indústria de bens duráveis oferecer garantias de substituição em caso de defeito de seu produto é um exemplo de sinalização.

② O salário de diplomados do segundo grau chega a ser seis vezes maior que o de pessoas que cursaram o segundo grau, mas não se diplomaram. Tal diferença de remuneração entre pessoas com praticamente o mesmo grau de escolaridade é evidência de que o diploma é um sinal positivo da capacidade do indivíduo.

③ Seleção adversa e dano moral podem ocorrer simultaneamente em um mercado.

④ A Gratificação de Estímulo à Docência (GED) foi incorporada aos salários dos docentes das universidades federais, desaparecendo a distinção por critério de desempenho. Considerando-se o Ministério da Educação como um principal e o professor como um agente, em um modelo principal-agente em que a dedicação acadêmica envolve custo para o agente, conclui-se que a recém-conquistada isonomia implicará maior dedicação e desempenho do professor.

Resolução:

(0) Falso.

Não. Certamente beneficiaria um dos grupos de candidatos. Os trabalhadores com antecedentes criminais podem se beneficiar com essa norma.

(1) Verdadeiro.

Oferecer garantia de substituição em caso de defeito do produto é custoso para as empresas. Serve como sinal da qualidade do produto que está sendo vendido, mas gera ineficiência social.

(2) Verdadeiro.

Diplomar-se serve como um sinal da capacidade do trabalhador em concluir etapas, o que não quer dizer que ele de fato produzirá mais.

(3) Verdadeiro.

Os contratos de seguros de automóveis, por exemplo, podem envolver tanto características que visem reduzir assimetrias de informação do tipo seleção adversa quanto de perigo moral. Por exemplo, quando a seguradora oferece diferentes tipos de seguros que são selecionados pelos contratantes, o objetivo é que os assegurados se autosselecionem (diminuindo o problema de seleção adversa). A presença de franquias em alguns dos contratos, por sua vez, visa atenuar problemas de perigo moral, uma vez que o segurado assume parte dos riscos envolvidos.

(4) Falso.

É exatamente o contrário, pois, devido à isonomia, os professores não precisarão distinguir-se através do desempenho.

PROVA DE 2007

Questão 10

Com relação a problemas de assimetria de informação, julgue as proposições:

⓪ A existência de franquias de seguro de automóveis, em que parte dos custos de um acidente é assumida pelo proprietário, se explica pela presença de seleção adversa entre os proprietários de veículos.

① A utilização do grau de escolaridade como indicador da capacidade do trabalhador deve-se ao fato de o maior custo da educação para trabalhadores de menor produtividade estabelecer um equilíbrio separador.

② O equilíbrio em um mercado com ação oculta tipicamente envolve algum tipo de racionamento.

③ Caso as empresas de seguros definissem seus prêmios pelo risco médio do mercado, isso resultaria em um equilíbrio agregador.

④ O contrato de parceria, em que trabalhador e proprietário recebem cada um uma porcentagem fixa da produção, é ineficiente porque o trabalhador, nesse tipo de contrato, é um pretendente residual da produção.

Resolução:

(0) Falso.

A existência de franquias de seguro de automóveis tem o objetivo de mitigar o problema de assimetria informacional do tipo perigo moral, uma vez que o risco do principal é que o franqueado (agente) não aja de forma a cuidar

do seu veículo. Ao se pagar uma franquia, o agente estará compartilhando os riscos e, desse modo, terá incentivos a agir com mais cuidado.

(1) Verdadeiro.

Essa é exatamente a ideia que está por trás do modelo de educação de Spence, segundo o qual a educação serve como um sinal da produtividade dos trabalhadores, quando for custoso para um indivíduo com baixa produtividade adquiri-la. No equilíbrio separador, aquele que possuir o menor custo em educar-se constituirá um $e^* > 0$ apenas para sinalizar sobre o seu tipo, sem que isso altere a sua produtividade, causando, assim, um custo para a sociedade.

(2) Verdadeiro.

A solução competitiva (eficiente de Pareto) não deve ocorrer. A ação oculta pode ser esforçar-se menos do que o ótimo, depois de contratado por uma empresa.

(3) Falso.

Em um equilíbrio agregador, as empresas de seguro definem seus prêmios pelo risco associado ao agente mais exposto ao risco.

(4) Falso.

O contrato de parceria visa compartilhar os riscos entre as partes e, desse modo, induzir o trabalhador a esforçar-se mais. O agente, portanto, não é um pretendente residual da produção.

PROVA DE 2008

Questão 13

Com relação à teoria dos incentivos e informação assimétrica, julgue as afirmações:

⓪ No mercado de automóveis usados, em que a qualidade dos bens é conhecida apenas pelo vendedor, é possível que a seleção adversa determine um equilíbrio em que apenas os bens de qualidade inferior sejam transacionados.

① A existência de franquias em contratos de seguro de automóveis é uma maneira de aliviar o problema do perigo moral.

② Em um equilíbrio agregador, no contexto de seleção adversa, o investimento dos trabalhadores em "sinais", tais como educação, pode ser um benefício do ponto de vista privado, mas um desperdício do ponto de vista social.

③ Segundo a teoria dos contratos, em caso de seleção adversa, o regulador econômico deve obrigar os planos de saúde a fornecer cobertura universal a todos os cidadãos com base no risco médio da população.

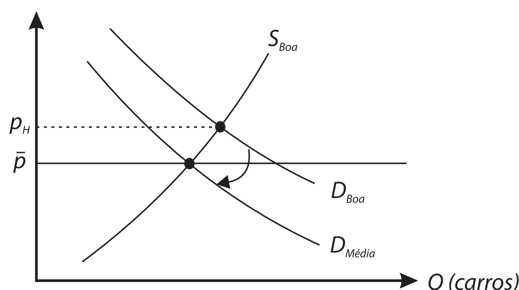
④ No contrato de parceria em que o trabalhador agrícola e o proprietário da terra recebem, cada um, uma proporção fixa do valor da produção, e em que o nível de esforço do trabalhador não seja observável, o trabalhador escolhe o nível de esforço que iguala o valor do produto marginal ao custo marginal.

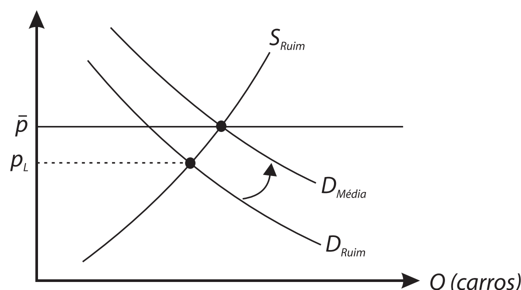
Resolução:

(0) Verdadeiro.

Se a qualidade dos bens é conhecida apenas pelo vendedor, então é possível que a seleção adversa determine um equilíbrio em que apenas os bens de qualidade inferior sejam transacionados.

Exemplo: Suponha que os compradores em um mercado de automóveis saibam que existem dois tipos possíveis de automóveis sendo vendidos: os de alta qualidade e os de baixa qualidade. Se os compradores desconhecem os tipos dos automóveis, então é natural que estejam dispostos a pagar um preço médio. Porém, pode ocorrer que o preço médio seja tal que os vendedores dos automóveis de alta qualidade não estejam dispostos a vender seus automóveis. Sabendo disso, os compradores só comprariam automóveis de baixa qualidade pagando o seu preço.





(1) Verdadeiro.

Podemos entender por "perigo moral", situações em que a assimetria informacional decorre de ações que não são observáveis por todas as partes envolvidas no contrato. A existência de franquias em contratos de seguro de automóveis é uma maneira de aliviar o problema do perigo moral, na medida em que os proprietários dos automóveis passam a compartilhar os riscos envolvidos.

(2) Falso.

De fato, o investimento dos trabalhadores em "sinais", no contexto de seleção adversa, tais como educação, pode ser um benefício do ponto de vista privado, mas um desperdício do ponto de vista social, pois educação não traz aumento de produtividade (modelo de Spence). No entanto, o que torna essa afirmativa verdadeira, e a questão incorreta, é que aquele que tem o menor custo privado em se educar vai ter que se educar e^*, no caso do equilíbrio separador e não agregador.

(3) Falso.

Se o regulador econômico obrigasse os planos de saúde a oferecer cobertura universal a todos, com base no risco médio da população, somente os mais arriscados seriam atraídos a participar desses planos.

(4) Falso.

Neste caso, a produção e o risco são compartilhados entre o agente e o principal. Portanto, na função lucro do principal, a função de produção é multiplicada pelo percentual que ficará com o principal. Com isso a condição de primeira ordem não igualará $VPMg(x^*) = CMg$, mas sim $\propto VPMg(x^{**}) = CMg(x^{**})$, logo $x^{**} < x^*$.

PROVA DE 2009

Questão 15

O sr. Principal (doravante *p*) possui um pedaço de terra e deseja contratar o sr. Agente (doravante *a*) para plantar batatas em sua propriedade. A produção de batatas é dada pela função $y = 8\sqrt{x}$, em que *x* é a quantidade de esforço despendida por *a* na plantação. Suponha que o preço do produto é igual a 1, de modo que *y* também mede o valor do

produto. Ao exercer o nível de esforço *x*, *a* incorre em um custo dado por $c(x) = \frac{1}{4}x^2$. O contrato entre os dois é o de aluguel, ou seja, *a* paga a *p* uma quantia fixa *r* e fica com o excedente $s = y - r$. A utilidade de *a* é $u(s,x) = s - c(x)$. O problema de *p* é maximizar seu lucro $\pi = y - s$, dadas as restrições de participação e de incentivo de *a*. Calcule o valor ótimo do aluguel, *r.**

Resolução:

Por se tratar de um contrato de aluguel em que o agente toma todo o risco, o seu esforço será máximo. Com isso, o principal não precisa se preocupar em resolver o seu problema considerando as restrições de participação e de incentivos de A, uma vez que em um contrato de aluguel o principal receberá um aluguel R que independerá do nível de esforço do agente.

Portanto, a resolução do problema se restringe à maximização da utilidade do agente, que consiste em determinar o seu nível de esforço ótimo.

Maximizando a função de utilidade do agente, teremos a seguinte expressão:

$$\max_x u(s,x) = s - c(x) = (y - R) - c(x) \Rightarrow \max_x \left\{ \left[8\sqrt{x} - R \right] - \left[\frac{1}{4}x^2 \right] \right\}$$

A condição de primeira ordem implica:

$$\frac{1}{2}8x^{-\frac{1}{2}} - \frac{2}{4}x = 0 \Rightarrow x^* = 4.$$

O principal, então, irá estabelecer o valor ótimo do aluguel, que extrairá todo o excedente do agente, e que corresponde ao menor valor para o qual a utilidade do agente iguala a zero.

$$8\sqrt{4} - R - \frac{1}{4}4^{\frac{1}{2}} \geq 0 \Rightarrow R^* = 12.$$

PROVA DE 2010

Questão 15

O valor de uma empresa pode ser V=\$10, com probabilidade π(e), ou v=\$4, com probabilidade 1-π(e), em que $\in$\{1,0\} e é o nível de esforço exercido pelo gerente da empresa, sendo que e = 0 denota esforço baixo e e = 1 denota esforço alto. Suponha que $\pi(0)$ = ¼ e $\pi(1)$ = ¾. Para o gerente, exercer esforço alto causa uma desutilidade $\xi(1) = 1$, ao passo que esforço baixo não lhe causa qualquer desutilidade, isto é, $\xi(0) = 0$. Para

o gerente, o valor de sua opção externa (sua *outside option*) é zero. A empresa não pode observar o nível de esforço exercido por seu gerente e deve, portanto, condicionar o salário do gerente ao valor da empresa. Seja w o salário do gerente, se o valor da empresa for v = $4, e seja W o salário do gerente, se o valor da empresa for V=$10. Tanto a empresa quanto o gerente são neutros ao risco. O objetivo da empresa é induzir o gerente a exercer esforço alto de modo a maximizar o lucro esperado: $\pi(1)(v\text{-}W) + \pi(0)(v\text{-}w)$. O contrato ótimo (w,W) deve ser determinado pela empresa levando-se em conta a restrição de compatibilidade de incentivos e a restrição de participação. Além disso, uma restrição legal, que é chamada de restrição de responsabilidade limitada, impede que o salário seja negativo, qualquer que seja o valor da empresa. Calcule o lucro esperado da empresa obtido com o contrato ótimo.

Resolução:

Considerando as informações do enunciado, teremos que o objetivo da empresa é o de induzir o gerente ao esforço alto, o que implica resolver o seguinte problema:

Principal maximiza $\{(\pi(1)(V - W)) + [(1- \pi(1))(v - w)]\}$

Sujeito a:

(1) $\frac{3}{4}W + \frac{1}{4}w - 1 \geq 0$ (restrição de participação).

(2) $\frac{3}{4}W + \frac{1}{4}w - 1 \geq \frac{1}{4}W + \frac{3}{4}w - 0$ (restrição de compatibilidade de incentivos).

(3) $(w, W) \geq (0,0)$ (restrição de responsabilidade limitada).

De (2), temos que: $W = 2 + w$ (4). Em (1), temos que: w = – 0,5. Usando (3), temos que a empresa fixará $w = 0$. Logo, em (4), W = 2.

Substituindo $(w, W) = (0,2)$ na função objetivo da empresa, encontraremos o seu lucro esperado com o contrato ótimo:

$$\pi^{*}_{principal} = \frac{3}{4}(10-2) + \frac{1}{4}(4-0) = 7.$$

PROVA DE 2011

Questão 9

Suponha uma situação de contrato entre um principal e vários agentes, que podem ser de dois tipos distintos com probabilidade $\pi_t = 1/2$. A função utilidade dos agentes é dada por: $U_t = S - C_t(x)$, $t = 1,2$, em que S = salário pago ao agente, $C_t(x)$ a função custo referente a cada tipo de agente de produzir x unidades e t o índice que indexa o tipo de agente. Supõe-se ainda que: $\begin{matrix} C_1(x) < C_2(x), \forall x > 0 \\ C_1'(x) < C_2'(x), \forall x > 0 \end{matrix}$, ou seja, o agente do tipo 1 tem custo total e marginal de produção menor que o agente do tipo 2 para qualquer nível de produção. Os agentes não têm outra oportunidade no mercado de trabalho.

Diante dessa situação, avalie as seguintes afirmativas:

⓪ Se o principal puder distinguir cada tipo de agente e a função custo for do tipo $C_t = \frac{tx^2}{2}$, t = 1,2 , no nível de produção eficiente o agente do tipo 1 irá produzir a mesma quantidade que o agente do tipo 2.

① Supondo ainda que o principal observe os tipos de agentes, o salário pago a cada um dos agentes será igual a S_1=0,5 para o agente do tipo 1 e S_2=0,25 para o agente do tipo 2.

② Supondo agora que o principal não possa observar os tipos de agentes, é possível afirmar que no contrato ótimo ofertado pelo principal o agente do tipo 1 irá produzir exatamente a mesma quantidade que produzia no caso de simetria informacional e o agente de custo mais elevado irá produzir uma quantidade inferior à produzida no contrato com simetria informacional, ou seja, abaixo do nível de eficiência.

③ Supondo que o principal não possa observar os tipos de agentes, é possível afirmar que no contrato ótimo ofertado pelo principal o agente do tipo 2 irá auferir renda informacional, isto é, irá receber um salário que o deixa com nível de utilidade positivo.

④ Supondo que o principal não possa observar os tipos de agentes, é possível afirmar que o agente do tipo 1 irá produzir $x_1 = 1$ na alocação de equilíbrio e o agente do tipo 2 irá produzir x_2=1/3.

Resolução:

Este é um problema do tipo "seleção adversa", em que a assimetria de informação diz respeito ao tipo. Dados do problema:

$$\begin{cases} 1 principal \\ n \text{ agentes de } 2 \text{ tipos} \rightarrow \begin{cases} \pi_1 = \frac{1}{2} \rightarrow +apto \\ \pi_2 = \frac{1}{2} \rightarrow -apto \end{cases} \end{cases}$$

Função de utilidade dos agentes

$$\begin{cases} u_1 = S - C_1(x) \\ u_2 = S - C_2(x) \end{cases} \text{ e } C_1(x) < C_2(x), C_1'(x) < C_2'(x)$$

$u_0 = 0$

Função de utilidade do principal, dado que é neutro ao risco: $\pi = y - S$

(0) Falso.

Se o principal for capaz de distinguir os agentes, ele pagará um salário S exatamente igual ao seu custo, isto é: $S_1 = \frac{x_1^2}{2}$ e $S_2 = x_2^2$. Isto porque ele precisa respeitar a restrição de participação, qual seja $S - C_i > u_0$, *onde* $u_0 = 0 \Rightarrow S - C_i = 0 \Rightarrow S = C_i$.

Assim, o principal resolve os seguintes problemas:

$$\underset{X_1}{Máx}(y_1 - S_1) \Rightarrow \underset{X_1}{Máx}\left(x_1 - \frac{x_1^2}{2}\right) \Rightarrow x_1^* = 1$$

$$\underset{X2}{Máx}(y_2 - S_2) \Rightarrow \underset{X_1}{Máx}(x_2 - x_2^2) \Rightarrow x_2^* = \frac{1}{2}$$

(1) Verdadeiro.

Com base no que vimos no item (0), temos que:

$$\begin{cases} x_1^* = 1 \Rightarrow S_1 = \frac{1}{2} \\ x_2^* = \frac{1}{2} \Rightarrow S_2 = \frac{1}{4} \end{cases}$$

(2) Verdadeiro.

Se o principal não consegue distinguir os agentes, ele terá que garantir que o tipo i não se passe pelo tipo bom j. Assim, ele resolverá o seu problema in-

certo (terá que maximizar o valor esperado do seu lucro), sujeito a 4 restrições (esta é a formulação completa do problema): duas de participação referentes a cada agente, qual seja: $S_i - C_i(x_i) \geq u_0$; e duas concernentes à restrição de compatibilidade de incentivos para cada agente, qual seja: $S_i - C_i(x_i) \geq S_j - C_i(x_j)$. Neste segundo tipo de restrição, o principal quer garantir que o salário menos o custo que o agente do tipo i receba sem mentir seja maior do que o salário que ele pudesse receber caso se passasse pelo tipo j.

Assim, o problema do principal será:

$$\max_{(x_1,x_2,s_1,s_2)} \frac{1}{2}(x_1 - s_1) + \frac{1}{2}(x_2 - s_2)$$

Sujeito à:

$$RP\begin{cases}(1) s_1 - \dfrac{x_1^2}{2} \geq 0 \Rightarrow RP\ de\ 1\\ (2) s_2 - x_2^2 \geq 0 \Rightarrow RP\ de\ 2\end{cases}$$

$$RC\begin{cases}(3) s_1 - \dfrac{x_1^2}{2} \geq s_2 - \dfrac{x_2^2}{2} \Rightarrow RC\ de\ 1\\ (4) s_2 - x_2^2 \geq s_1 - x_1^2 \Rightarrow RC\ de\ 2\end{cases}$$

Observação: As restrições de compatibilidade de incentivos (RC), em problemas desse tipo, também são conhecidas como restrições de autosseleção.

Reorganizando as restrições de compatibilidade de incentivos (3) e (4), teremos:

$$s_2 \leq s_1 + \frac{x_2^2}{2} - \frac{x_1^2}{2}$$

e

$$s_2 \geq s_1 + x_2^2 - x_1^2$$

$$\frac{x_2^2}{2} - \frac{x_1^2}{2} \geq s_2 - s_1 \geq x_2^2 - x_1^2$$

O que indica que, se as restrições de compatibilidade de incentivos forem satisfeitas, teremos:

$$\frac{x_1^2}{2} - \frac{x_2^2}{2} \geq x_2^2 - x_1^2$$

Esta condição de *"single crossing"* implica que o agente do tipo 2 possui um custo marginal uniformemente maior do que o agente 1. Se $x_2 > x_1$ isto contradiz a condição acima. Portanto, na solução ótima, devemos ter que $x_2 \leq x_1$, o que indica que o agente de menor custo produz ao menos tanto quanto o agente de maior custo.

Reescrevendo (1):

$$s_1 \geq \frac{x_1^2}{2} \; (1')$$

Reescrevendo (3):

$$s_1 \geq \frac{x_1^2}{2} + \left[s_{\text{`}2} \geq \frac{x_2^2}{2} \right] (3')$$

Como o principal quer que s_1 seja o menor possível, no máximo uma destas duas restrições será ativa.

Da restrição (2) e das propriedades da função custo, temos que:

$$s_2 - \frac{x_2^2}{2} \geq s_2 - x_2^2 = 0$$

Portanto, a expressão em colchetes na equação (3') é positiva e (1') não pode ser ativa. Segue-se que:

$$s_1 = \frac{x_1^2}{2} + \left[s_2 - \frac{x_2^2}{2} \right] (5)$$

Analogamente, exatamente uma das condições (2) e (4) será ativa.

Será que (4) pode ser satisfeita com igualdade? Se sim, então substituindo (5) em (4) teremos:

$$s_2 = s_1 + x_2^2 - x_1^2 = \frac{x_1^2}{2} + \left[s_2 - \frac{x_2^2}{2} \right] + x_2^2 - x_1^2$$

Reescrevendo, teremos:

$$\frac{x_2^2}{2} - \frac{x_1^2}{2} = x_2^2 - \frac{x_1^2}{2}$$

que viola a condição de *single crossing*.

Segue-se, então, que a escolha ótima deve ser tal que:
$S_2 = x_2^2$ (6)

Substituindo (5) e (6) no problema do principal, teremos:

$$\max_{x_1,x_2}\left[\frac{1}{2}\left(x_1 - \frac{x_1^2}{2} - x_2^2 + \frac{x_2^2}{2}\right) + \frac{1}{2}(x_2 - x_2^2)\right]$$

E as condições de primeira ordem serão dadas por:

$$\frac{d\pi}{dx_1} = 0 \rightarrow \frac{d\pi}{dx_1} = \frac{1}{2}[1 - x_1] = 0 \rightarrow x_1^* = 1$$

$$\frac{d\pi}{dx_2} = 0 \rightarrow \frac{d\pi}{dx_2} = \frac{1}{2}[-2x_2 + x_2] + \frac{1}{2}[1 - 2x_2] = 0 \rightarrow x_2^* = \frac{1}{3}$$

Portanto, teremos que: $x_1^* = 1$ e $x_2^* = \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$

(3) Falso.

O salário do agente do tipo 2 será:

$$x_2 = x_2^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} < \frac{1}{4}$$

$$u_2 = \frac{1}{9} - \frac{1}{9} = 0$$

(4) Verdadeiro.

Conforme vimos no item 2.

PROVA DE 2012

Questão 10

Um trabalhador pode realizar dois níveis de esforço quando contratado por uma fábrica, alto ou baixo. A probabilidade de ocorrerem erros de produção é condicional ao nível de esforço do trabalhador. Se o trabalhador realiza o esforço alto a probabilidade de erro é 0,25 e se o trabalhador realiza o esforço baixo a probabilidade de erro se eleva para 0,75. A função de utilidade do trabalhador é dada por: $U(w,e) = 100 - \frac{10}{w} - e$, em que w é o

salário do trabalhador e e o nível de esforço, que assume o valor $e = 2$, no caso do trabalhador realizar o esforço alto, e $e = 0$ no caso do trabalhador realizar esforço baixo. A única oportunidade de trabalho existente no mercado é dada por este posto na fábrica. O valor do produto depende de seu estado, ou seja, se o produto estiver perfeito o fabricante consegue vendê-lo a R$ 20,00 a unidade e se o produto apresentar algum defeito, devido aos erros de produção, o produto não é vendido e, portanto, seu valor é zero. Sabendo que o fabricante é neutro ao risco e maximiza o lucro esperado conhecendo as restrições do trabalhador, assinale falso ou verdadeiro:

⓪ O trabalhador irá sempre preferir realizar o nível de esforço baixo.

① O fabricante irá sempre preferir que o trabalhador realize o esforço baixo, pois o contrato que induz o trabalhador a realizar o esforço alto é muito desfavorável.

② Caso o fabricante queira que o trabalhador realize o esforço baixo deverá pagar salários distintos para cada estado da natureza, mas inferiores ao contrato proposto no caso de induzir o esforço alto.

③ O salário pago para que o trabalhador realize o esforço baixo é dado por $w = \dfrac{10}{100}$.

④ O vetor de salários ofertado ao trabalhador para que este realize o esforço alto é dado por: $w_1 = \dfrac{10}{97}$, $w_2 = \dfrac{10}{101}$ em que w_1 é o salário no estado da natureza em que não ocorrem erros de produção e w_2 é o salário no estado da natureza em que ocorrem erros de produção.

Solução:

Considerando as informações no enunciado, tem-se que, se o objetivo do fabricante for o de induzir o trabalhador a exercer o esforço baixo, então basta ele lhe oferecer um salário constante tal que satisfaça a sua restrição de participação (quando este exerce um esforço baixo):

$$100 - \frac{10}{w} - 0 = 0 \text{ ou seja } W = \frac{1}{10}.$$

Neste caso, a utilidade do fabricante será:

$$\frac{1}{4}\left(20 - W\right) + \frac{3}{4}(0 - W) = \frac{49}{10}$$

Por outro lado, se o objetivo do fabricante for o de induzir o trabalhador a exercer o esforço alto, então ele terá que resolver o seu problema de maximização da sua utilidade esperada, sujeita às três restrições: (1) compatibilidade de incentivos; (2) participação; (3) que os salários são não negativos. Após, a resolução de dito problema, os itens serão respondidos.

$$\max_{(w,W)} \frac{3}{4}\left(20-W_a\right)+\frac{1}{4}(0-W_b)$$

Sujeito a:

(1) $\frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{W_a}\right)+\frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{W_b}\right)-2\geq\frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{W_a}\right)+\frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{W_b}\right)$ (comp. Inc.)

(2) $\frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{W_a}\right)+\frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{W_b}\right)-2\geq 0$ (participação)

(3) $(Wa, Wb)\geq(0,0)$ (salários não nulos)

As restrições de compatibilidade de incentivos e de participação podem ser reescritas como:

$$\frac{1}{2}\left(100-\frac{10}{W_a}\right)-\frac{1}{2}\left(100-\frac{10}{W_b}\right)=2$$

$$\frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{W_a}\right)+\frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{W_b}\right)=2$$

O que resultará em em $W_a=\frac{10}{97}$ e $W_b=\frac{10}{101}$.

Neste caso, a utilidade do fabricante será:

$$\frac{3}{4}\left(20-W_a\right)+\frac{1}{4}\left(0-W_b\right)=15-\frac{3}{4}\left(\frac{10}{97}\right)-\frac{1}{4}\left(\frac{10}{101}\right)$$

Resolução:

(0) Falso.

A utilidade de trabalhador quando exerce o esforço baixo será igual a 0.

Por outro lado, quando o trabalhador exerce o esforço alto será igual a:

$$\frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{W_a}\right)+\frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{W_b}\right)-2=\frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{\frac{10}{97}}\right)+\frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{\frac{10}{101}}\right)-2=$$

$$=\frac{3}{4}(100-97)+\frac{1}{4}(100-101)-2=\frac{9}{4}-\frac{1}{4}-2=0.$$

Portanto, o trabalhador será indiferente entre as duas situações.

(1) Falso.

Conforme os cálculos no início desta questão, podemos notar que o fabricante irá preferir que o trabalhador exerça o esforço alto, pois:

$$15-\frac{3}{4}\left(\frac{10}{97}\right)-\frac{1}{4}\left(\frac{10}{101}\right)>\frac{49}{10}$$

(2) Falso.

Para induzir o trabalhador a exercer o esforço baixo, basta ao fabricante oferecer um salário constante e que satisfaça a restrição de participação do trabalhador, conforme vimos no início desta questão.

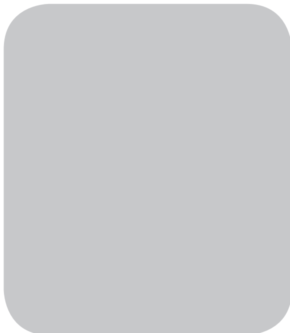
(3) Verdadeiro.

Conforme calculado no início desta questão.

(4) Verdadeiro.

Conforme calculado no início desta questão.

página deixada intencionalmente em branco





Obs.: A = anulada

2012															
Questões	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	F	F	V	F	F	V	V	F	F	F	75	05	A	27	06
1	F	V	F	V	V	F	V	V	V	F					
2	F	V	F	V	V	F	F	F	V	F					
3	F	V	V	F	F	F	F	F	F	V					
4	F	F	F	V	F	V	F	V	V	V					

2011															
Questões	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
0	V	F	F	V	V	F	F	F	F	V	F	F	V	2	1
1	V	V	F	V	F	V	V	V	V	F	F	F	F		
2	F	F	F	F	V	F	F	V	V	F	F	F	V		
3	F	V	V	F	F	F	V	F	F	V	F	F	F		
4	V	F	V	F	F	V	F	F	V	F	V	F	V		

2010															
Questões	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
0	V	V	V	F	F	F	F	V	V	V	4	7	A	80	7
1	V	F	V	V	F	V	F	F	V	F					
2	F	V	V	F	F	V	F	F	V	F					
3	F	F	F	F	V	V	F	A	F	V					
4	V	F	V	F	V	V	F	V	V	V					

2009															
Questões	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
0	F	V	F	F	F	F	V	F	V	V	F	50	5	16	12
1	V	F	V	V	V	F	V	F	V	F	F				
2	F	F	V	F	F	V	F	F	V	V	F				
3	V	F	F	V	V	V	F	F	V	F	F				
4	F	F	V	V	F	F	F	F	V	V	V				

2008															
Questões	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
0	V	F	F	F	F	V	V	F	F	F	V	F	V	34	25
1	V	F	V	V	V	F	F	V	F	V	F	V	V		
2	V	F	V	V	F	V	F	V	F	V	V	V	F		
3	F	F	V	V	F	V	F	V	F	V	V	V	F		
4	F	V	F	V	F	F	V	V	V	V	F	F	F		

2007															
Questões	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
0	V	F	F	F	V	V	F	F	V	F	F	57	85	14	75
1	V	V	V	F	F	F	F	F	V	V	V				
2	F	F	F	V	F	F	F	V	F	V	V				
3	F	V	F	V	V	V	F	V	F	F	V				
4	V	V	F	V	F	F	V	V	F	F	F				

2006															
Questões	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
0	F	F	F	V	V	F	F	V	F	A	V	8	48	78	5
1	V	V	V	V	F	V	V	V	V	V	F				
2	F	F	V	V	V	F	V	F	V	F	V				
3	V	F	F	F	F	V	F	V	V	F	F				
4	V	F	V	F	F	V	F	V	F	F	V				

2005															
Questões	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
0	F	F	V	F	F	V	F	F	F	F	F	F	90	20	1
1	V	V	F	V	F	V	V	F	F	V	V	V			
2	V	F	A	V	F	F	F	F	V	F	F	V			
3	F	F	V	V	A	V	V	V	A	V	V	F			
4	V	V	F	F	F	V	V	V	F	V	F	V			

2004															
Questões	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
0	F	F	F	V	V	V	V	V	F	V	F	30	2	50	12
1	F	V	V	F	V	F	F	F	V	F	F				
2	V	V	V	F	V	V	V	F	F	F	V				
3	V	F	F	V	F	F	V	V	V	V	V				
4	V	F	V	F	V	V	F	F	F	F	F				

2003															
Questões	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
0	F	F	V	F	V	V	F	F	V	V	V	F	4	5	2
1	V	V	V	V	V	F	V	F	V	F	V	F			
2	F	F	F	V	F	F	F	V	F	F	F	V			
3	F	F	F	V	V	V	F	F	V	V	F	V			
4	V	V	V	F	F	F	V	V	V	V	V	F			

página deixada intencionalmente em branco

Referências Bibliográficas

Todas as respostas das questões das provas de 2003 a 2012 basearam-se na bibliografia sugerida pela ANPEC, descrita a seguir. Vale comentar que a bibliografia complementar (b4) está sendo cada vez mais cobrada nas provas, tendo sido, portanto, amplamente utilizada para a elaboração das respostas.

Houve, no entanto, uma citação em teoria do consumidor na prova de 2007, questão 1, das notas de Nolan Miller (*Notes on Microeconomic Theory*, definition 5, página 38); e em teoria dos jogos, do livro de Mas-Colell et al., *Microenonomic Theory*. Oxford University Press, 1995.

Além disso, na prova de 2011 houve duas questões cujas referências só se encontram em livros de pós-graduação. Neste caso, pode-se citar VARIAN, H. *Microeconomics Analysis*, 3rd Edition. New York: Norton, 1992.

BIBLIOGRAFIA SUGERIDA ANPEC:

a) Básica:

1. PINDYCK, Robert e Rubenfeld, D**.** *Microeconomia*, 6ª ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.
2. VARIAN, H. *Microeconomia: Princípios Básicos*, Tradução da 7ª Edição Americana. Rio de Janeiro: Campus/Elsevier, 2006.

b) Complementar:

3. GIBBONS, R. *Game Theory for applied economists*. Princeton: Princeton University Press, 1992. (capítulos 1 e 2)
4. NICHOLSON, Walter. *Microeconomic theory: basic principles and extensions*. 7th edition, Driden Press, 1998.

página deixada intencionalmente em branco

Material Complementar

página deixada intencionalmente em branco

1 Teoria do Consumidor

PROVA DE 2002

Questão 1

Em relação à teoria das preferências, julgue os itens a seguir:

⓪ Os pressupostos de que as preferências são completas e transitivas garantem que curvas de indiferença distintas não se cruzam.

① Quando as preferências de um indivíduo são tais que $X = \{x^1, x^2\}$ é estritamente preferível a $Y = \{y^1, y^2\}$ se e somente se $(x^1 > y^1)$ ou $(x^1 = y^1 \text{ e } x^2 > y^2)$, as curvas de indiferença são conjuntos unitários.

② Curvas de indiferença circulares indicam que o pressuposto de convexidade das preferências não é válido.

③ A convexidade estrita das curvas de indiferença elimina a possibilidade de que os bens sejam substitutos perfeitos.

④ Considere um alcoólatra que beba pinga ou uísque e que nunca misture as duas bebidas. Sua função de utilidade é dada por $u(x, y) = max\,(x, 2y)$, em que x e y são números de litros de pinga e uísque, respectivamente. Esta função de utilidade respeita o princípio de convexidade das preferências.

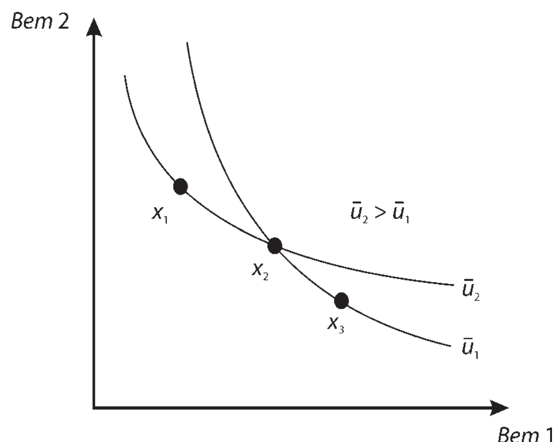
Resolução:

(0) Verdadeiro.

As preferências são ditas completas quando sempre for possível comparar quaisquer duas cestas que pertençam ao espaço-consumo.

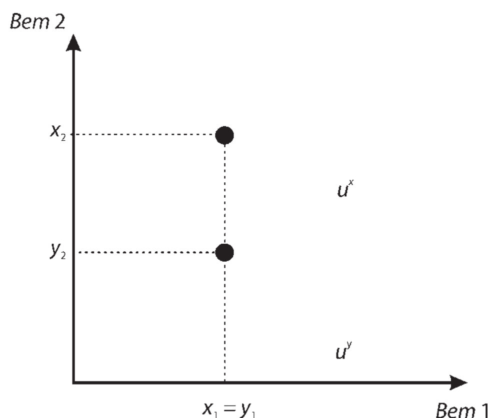
Por sua vez, diz-se que as preferências são transitivas quando, da comparação de cestas, duas a duas, para quaisquer 3 cestas X_1, X_2 e X_3, pudermos concluir que: se a cesta X_1 for preferível ou indiferente à cesta X_2, e se a cesta X_2 for preferível ou indiferente à cesta X_3, então a cesta X_1 será preferível ou indiferente à cesta X_3.

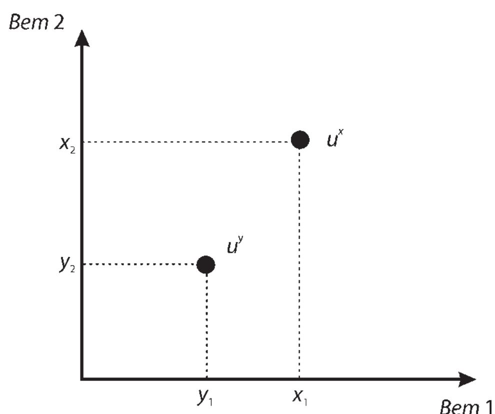
Assim, consideremos duas curvas de indiferença que se cruzam, tais que em uma delas a utilidade é maior. Digamos que X_1 e X_2 são cestas que estão localizadas sobre a curva de indiferença com utilidade mais elevada, e que as cestas X_2 e X_3 são cestas que estão sobre a curva de indiferença com menor utilidade associada. Desse modo, $X_1 \sim X_2$ e $X_2 \sim X_3$, mas não podemos concluir $X_1 \sim X_3$, pois sabemos que $X_1 > X_3$. Logo, não são transitivas.



(1) Verdadeiro.

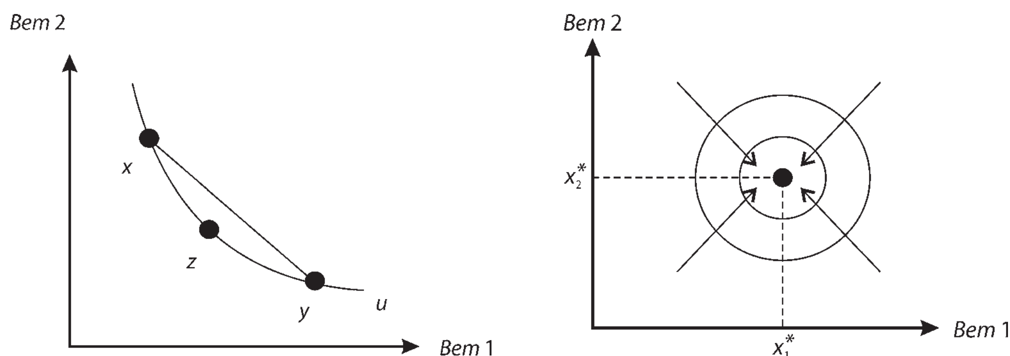
Este é o caso das preferências lexicográficas. Nesta situação, as curvas de indiferenças serão pontos no espaço $\mathbb{R}^2_+$. Assim, para a cesta X ser estritamente preferível à cesta Y, há duas possibilidades: ou a quantidade da primeira mercadoria da cesta X (x^1) é estritamente maior do que a quantidade da primeira mercadoria da cesta Y (y^1), ou as quantidades das primeiras mercadorias das cestas X (x^1) e Y (y^1) são iguais e a quantidade da segunda mercadoria da cesta X (x^2) é estritamente maior do que a quantidade da segunda mercadoria da cesta Y (y^2).





(2) Falso.

Preferências convexas são aquelas que satisfazem a seguinte propriedade: se considerarmos duas cestas localizadas numa mesma curva de indiferença e considerarmos uma combinação linear entre elas (p. ex., no caso de cestas com duas mercadorias traçarmos uma reta entre elas), qualquer ponto que esteja no interior da combinação linear será preferível ou indiferente (no caso da convexidade não ser estrita) às cestas localizadas na mesma curva de indiferença. Tal é verdade se considerarmos curvas de indiferença circulares, se as preferências crescerem em direção ao centro.



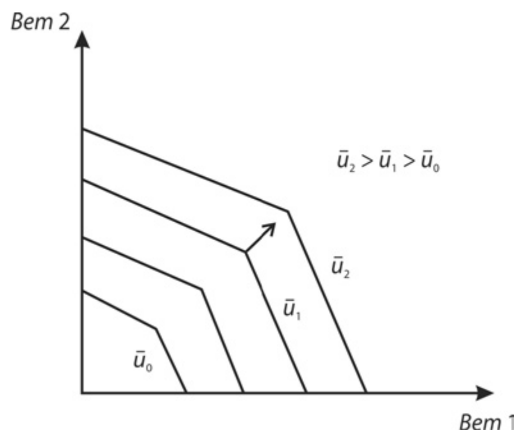
(3) Verdadeiro.

Uma relação de preferência é estritamente convexa se pegarmos duas cestas em uma mesma curva de indiferença (X e Z) e traçarmos uma reta entre elas; qualquer ponto distinto de X e Z que esteja na reta (combinação linear entre X e Z) será estritamente preferível às cestas contidas na curva de indiferença (como por exemplo a cesta Y). Em outras palavras: *Se* $X \geq Y$ *e* $Z \geq Y$, sendo $X \neq Z$, então para qualquer $\alpha \in (0, 1)$: $(\alpha X + (1 - \alpha)Z) > Y$.

(4) Falso.

Esta é uma função de utilidade convexa que, de acordo com a argumentação do item 2, não respeita o princípio da convexidade das preferências.

Como observação, vale lembrar que, no caso de preferências côncavas (em que os bens não são "males"), como é o exemplo, haverá especialização no consumo.



Questão 3

Considere um modelo de alocação de tempo e oferta de trabalho, em que o gasto com consumo não pode exceder a renda disponível: pc ≤ i + w(24 – la), no qual:

P = índice de preço para os bens de consumo;
C = bens de consumo adquiridos;
I = renda obtida sem trabalhar;
la = horas de lazer;
w = salário; e
L = 24 – la = horas de trabalho.

Considere que o trabalhador deseja maximizar sua utilidade, U = U(la,C), em que o eixo x é representado pela variável horas de lazer (la) e o eixo y é representado pela variável consumo (C).

⓪ As variáveis endógenas do modelo são salário e consumo.
① A inclinação da restrição orçamentária é o salário real ou salário relativo (–w/P).
② O efeito-renda e o efeito-substituição, provocados pelo aumento do salário, têm direção oposta quando as horas de lazer (la) forem um bem normal.
③ As horas de lazer sempre aumentam quando o salário se eleva.
④ Suponha que uma herança aumente o valor da renda obtida sem trabalhar. Então, o consumidor necessariamente reduzirá sua oferta de trabalho.

Resolução:

(0) Falso.

Neste modelo, salário e índice de preço para os bens de consumo são variáveis dadas no problema, conhecidas ex-ante, isto é, são variáveis exógenas ao

modelo. As variáveis endógenas são C (bens de consumo adquiridos), la (horas de lazer) e L (horas de trabalho).

(1) Verdadeiro.

A renda do consumidor, neste caso, dependerá da renda obtida sem trabalhar e da renda resultante do trabalho. Assim, a restrição orçamentária pode ser expressa da seguinte forma:

$$PC + wla = I + w24 \Rightarrow C = \frac{I + w24}{P} - \frac{w}{P}la.$$

Note que o coeficiente angular é justamente o salário real, como menciona o enunciado desta questão.

(2) Verdadeiro.

No caso de dois bens, o efeito substituição (ES) é sempre negativo. E se lazer é um "bem normal", o efeito renda (ER) é positivo. De fato, a equação de Slutsky com dotação tem o seguinte formato:

$$\underbrace{\frac{\partial d_x}{\partial w}}_{\text{EP}} = \underbrace{\frac{\partial h_x}{\partial w}}_{\text{ES}} + \underbrace{(24 - \text{la})\frac{\partial d_x}{\partial E}}_{\text{ER}}$$

onde d_x é a demanda Marshalliana, h_x é a demanda Hickisiana, w é o salário, la são as horas de lazer e o E é o valor das dotações (renda do indivíduo). (24 – la) é sempre positivo, pois o indivíduo é ofertante de lazer. Com isso, podemos notar que, diferentemente de quando não há dotação, a Lei de Demanda não vale para o caso do bem ser normal. Aqui, de acordo com a questão, lazer é um "bem normal" $\left[\frac{\partial d_x}{\partial E} > 0\right]$ e nada se pode afirmar quanto ao sinal do Efeito Preço, isto é, o sinal do termo $\frac{\partial d_x}{\partial w}$. Quando ES > ER, e se houver um aumento no salário, a quantidade de horas de lazer é diminuída e, portanto, a de trabalho, aumentada. O oposto ocorre quando ES < ER.

(3) Falso.

Como exposto no item anterior, isso só ocorrerá se lazer for um bem normal e ER > ES.

(4) Falso.

Quando a parte relacionada à renda de não trabalho (no caso herança) aumenta – é a parte $P\bar{C}$ *ou* I – a restrição orçamentária se desloca paralelamente para cima, sem alteração na inclinação (salário real). É como se houvesse um aumento na renda do indivíduo.

Para o consumidor reduzir as horas ofertadas de trabalho, ele teria que aumentar as horas de lazer. Se as preferências fossem representadas por uma função de utilidade Cobb-Douglas, por exemplo, a questão estaria correta. Se, por outro lado, as preferências fossem representadas por uma função de utilidade quase linear em lazer, por exemplo, a quantidade de lazer não seria alterada. Assim, nada é possível afirmar, pois dependerá das preferências do consumidor entre lazer e consumo, isto é, dependerá da função de utilidade.

Questão 4

Com respeito à teoria da demanda, julgue os seguintes itens:

⓪ Se a demanda de mercado de um bem é dada por D(p) = R/p, quanto maior for R, mais elástica será a curva de demanda para um determinado preço.

① As perdas sociais associadas às políticas de preços mínimos para bens agrícolas são minoradas quando as curvas de demanda por bens agrícolas são inelásticas em seus segmentos relevantes.

② A variação do excedente do consumidor decorrente de uma variação no preço de um bem pode ser interpretada como a variação na utilidade do consumidor decorrente dessa mesma variação no preço do bem.

③ Em 1979, o Sindicato dos Trabalhadores Rurais da Califórnia entrou em greve contra os produtores de alface, seus patrões. A produção caiu consideravelmente e como resultado, o lucro dos produtores de alface aumentou. Mesmo assim, os produtores negociaram com os trabalhadores o fim da greve. A disposição dos produtores em negociar deve-se ao fato de que a demanda de curto prazo é menos elástica do que a demanda de longo prazo.

④ A curva de renda-consumo está para a curva de Engel assim como a curva de preço--consumo está para a curva de demanda.

Resolução:

(0) Falso.

A função de demanda dada no problema D(p) = R/p é tal que a elasticidade--preço da demanda é constante e igual a um para toda curva de demanda. Seja:

$$\in = \frac{\Delta\%X}{\Delta\%P} = \frac{\partial X}{\partial P}\frac{P}{X} = \left(-\frac{R}{P^2}\right)\frac{P}{R/P} = -1$$

(1) Verdadeiro.

Políticas de preços mínimos estipulam um preço acima do preço de equilíbrio de mercado. Portanto, ao preço mínimo fixado pelo governo, há excesso de oferta. Quanto mais elásticas forem ambas as curvas de demanda e oferta, maior será o *gap* entre o quanto os ofertantes desejam oferecer e o quanto os demandantes querem comprar, e maior será a ineficiência causada pela política de preço mínimo. De forma contrária, quanto mais inelásticas forem as curvas, menor será a ineficiência.

Se por perdas sociais entende-se a diferença entre a quantidade de equilíbrio e a quantidade de demanda reduzida pela política, então, o que importa será somente a inclinação da curva de demanda. Quanto mais inelástica ela for, menor será a perda social. No limite, se ela fosse totalmente inelástica, não haveria perda alguma.

(2) Verdadeiro.

O excedente do consumidor mede a área abaixo da curva de demanda Marshalliana e acima do nível de preço de mercado. Essa demanda deriva do problema primário do consumidor, que tem como função-objetivo a função de utilidade, e como restrição, a restrição orçamentária do indivíduo. Portanto, cada ponto da curva de demanda Marshalliana está associado a um nível de utilidade. Quanto menor o preço e maior a quantidade demandada, maior será a utilidade do indivíduo e vice-versa.

(3) Verdadeiro.

Elasticidade da demanda de curto prazo ser menor do que a elasticidade da demanda de longo prazo é um resultado esperado para bens não duráveis, como é o caso da alface. Os produtores, embora tivessem observado um aumento de lucro no curto prazo, pois a demanda é mais inelástica (logo o preço aumenta mais do que diminui a demanda), sabem que no longo prazo haverá uma alteração no padrão de consumo e seus lucros provavelmente diminuirão.

Se estivéssemos falando de bens duráveis, como automóveis, esperaríamos que ocorresse o contrário, isto é, que a elasticidade da demanda de curto prazo fosse maior que a elasticidade da demanda de longo prazo.

(4) Verdadeiro.

Por definição, a curva de Engel associa os diferentes níveis de renda às quantidades consumidas. Cada ponto dessa curva é definido a partir de diferentes níveis de renda no espaço de bens. O mesmo ocorre com a curva de Demanda, trocando a renda pelo preço do bem em questão. Hipótese implícita em ambos os casos: *ceteris paribus*.

Questão 14

Suponha que no mercado de determinado produto, a demanda seja dada por D = {(q, p) / $p^3q = 8000$} e a oferta por S = {(q, p) / q = 500p}. Calcule o excedente do consumidor (divida o resultado por 100).

Resolução:

$$\begin{cases} q^d = \dfrac{8000}{P^3} \\ q^s = 500P \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{8000}{P^3} = 500P \quad \Rightarrow \quad \frac{80}{5} = P^4 \quad \Rightarrow \quad (16)^{1/4} = P = 2$$

Igualando oferta e demanda, temos: $q^* = 1000$ e $P^* = 2$.

Área abaixo da curva de demanda até $q^* = 1000$:

$$\int_0^{1000} \left(\frac{800}{q}\right)^{1/3} dq = \int_0^{1000} 20 \cdot q^{-1/3} dq = \frac{20 \cdot q^{2/3}}{2/3}\Big|_0^{1000} = \frac{3(1000)^{0,667}}{2} \cdot 20 = 3000$$

Ao preço igual a 2, a área relativa a p = 2 e q = 1000 é p.q = 2000. Este é o valor pago pelos consumidores.

Assim, o excedente do consumidor será a diferença entre toda a área menos o que realmente foi pago. Isto é igual a 1000.

Como o resultado deve ser dividido por 100, a resposta final é 10.

2 Incerteza

PROVA DE 2002

Questão 2

A função de utilidade do tipo Von Neumann-Morgenstern de um agente é dada por u(M), em que M é a renda monetária do agente:

⓪ Se u(M) = log (M), então o agente é avesso ao risco.

① Se u(M) = $M^{1/3}$, o agente não pagaria mais de $2 por uma loteria cujo valor esperado seja $2.

② Se as preferências do agente 1 são representadas por u(M) e as preferências do agente 2 são representadas por v(u(M)), em que v é uma função estritamente crescente, então, os dois agentes possuem as mesmas preferências.

③ Se u(M) = M^2, a utilidade esperada de um bilhete de loteria que pague $3, $5 ou $6, todos com a mesma probabilidade, é 70/3.

④ Nenhum agente pagaria por um bilhete de loteria um valor maior que o valor esperado da loteria.

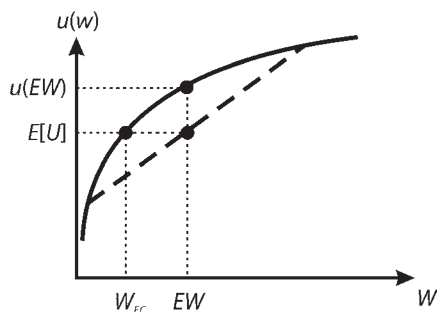
Resolução:

(0) Verdadeiro.

Como a função log é uma função côncava (basta calcular a derivada segunda e notar que ela é negativa), o agente é avesso ao risco.

$$\frac{\partial u}{\partial M} = M^{-1}$$

$$\frac{\partial\left(\frac{\partial u}{\partial M}\right)}{\partial M} = -M^{-2} < 0 \Rightarrow \text{Função é côncava.}$$



(1) Verdadeiro.

O primeiro passo para responder a questão é notar que a função $M^{1/3}$ é côncava. Para isso, basta calcular a derivada segunda e notar que ela é negativa. Assim, sabe-se que o problema está fazendo referência a um indivíduo avesso ao risco.

$$\frac{\partial u}{\partial M} = \frac{1}{3} M^{-2/3}$$

$$\frac{\partial \left(\dfrac{\partial u}{\partial M} \right)}{\partial M} = -\frac{2}{9} M^{-5/3} < 0 \Rightarrow \text{Função é côncava.}$$

Um agente avesso ao risco é aquele que prefere (tem utilidade maior, pois a sua função de utilidade de Bernoulli é côncava) um montante de dinheiro certo ao valor esperado associado a uma loteria. Portanto, se em um jogo qualquer (uma loteria) o valor esperado é $2, e para entrar nesse jogo ele teria que pagar exatamente o valor esperado, ele simplesmente não entra no jogo. Em outras palavras, ele não pagaria por uma loteria um valor maior ou igual ao valor esperado dessa loteria.

(2) Falso.

Funções de utilidade esperada de Von Neumann-Morgenstern se preservam (i.e., representam as mesmas preferências), se sofrem apenas transformações monotônicas afins, isto é, transformações do tipo v(u(M)) = au(M) + b.

(3) Verdadeiro.

A utilidade esperada de Von Neumann-Morgenstern é dada por:

$$E\left[U(c_i)\right] = \sum_{i=1}^{N} P_i\, u\left(c_i\right) = \frac{1}{3}\ 9 + \frac{1}{3}\ 25 + \frac{1}{3}\ 36 = \frac{70}{3}$$

(4) Falso.

Depende de como o agente encara o risco. Se ele for avesso ao risco, como é o caso do item (0) desta questão, então não estará disposto a pagar pelo bilhete de loteria um valor maior ou igual ao valor esperado da loteria. Mas, se ele for propenso ao risco, estará disposto a pagar pelo bilhete de loteria um valor maior ou igual ao valor esperado da loteria. Já um agente neutro ao risco estará disposto a pagar pelo bilhete de loteria um valor exatamente igual ao valor esperado da loteria.

3 Teoria da Firma

PROVA DE 2002

Questão 5

Com relação à teoria dos custos, é correto afirmar que:

⓪ A estrutura de custos de uma empresa não se altera quando o valor dos aluguéis aumenta, caso a firma tenha sua fábrica em terreno próprio.

① Sendo o trabalho o único fator variável, para níveis de produção em que o produto médio é maior que o produto marginal do trabalho, o custo médio é crescente.

② Quando o custo variável médio cresce, o custo marginal é maior que o custo médio.

③ A área abaixo da curva de custo marginal de longo prazo até o nível de produção x é igual ao custo total associado à produção da quantidade x.

④ A curva de custo médio de longo prazo é composta pelos pontos de mínimo das diversas curvas de custo médio de curto prazo.

Resolução:

(0) Falso.

Em economia, o custo de oportunidade está incorporado nas análises, diferentemente do custo contábil (*out of pocket money*). Portanto, quando o valor dos aluguéis aumenta, mesmo que o terreno seja da firma, o custo do terreno é incorporado no custo de oportunidade e é, assim, aumentado também.

(1) Falso.

Pela dualidade que existe entre as curvas de Produto Total e Custo Total, de forma geral, quando PMe > PMg, a curva de CMe é crescente. Mas, como se trata do curto prazo, em que somente um insumo está variando (L), há uma diferença entre CTM (CMe) e CVMe. Neste caso, quando PMe > PMg, o CVMe é crescente, mas não necessariamente o CMe, pois ele toca na curva de CMg em

um nível de produção acima daquele associado ao ponto de mínimo da curva de CVMe.

(2) Falso.

Pelo mesmo argumento do item (1) a questão é Falsa.

(3) Verdadeiro.

Por definição, a área abaixo da curva de CMg de longo prazo inclui todos os custos variáveis envolvidos na produção de um bem. Vale lembrar que no longo prazo todos os insumos são variáveis, logo, não há CF. Assim, $\int_0^{\bar{Q}} CMg = CT$, diferentemente do curto prazo, quando $\int_0^{\bar{Q}} CMg = CT$.

(4) Falso.

A curva de CMe de longo prazo é a envoltória inferior das curvas de CMe de curto prazo. Cada curva de CMe de curto prazo é tangente à curva de CMe de longo prazo, mas, em geral, não toca o seu mínimo na curva de longo prazo. A única situação em que o CMe de longo prazo é tangente no mínimo da curva de CMe de curto prazo é no ponto de Eficiência Mínima de Escala (EME).

4 Mercados

PROVA DE 2002

Questão 6

Considere um duopólio em que a demanda inversa de mercado é dada por p = a – bq. O custo fixo das duas empresas é zero, de modo que o custo médio e o custo marginal são constantes e iguais a c.

⓪ No equilíbrio de Cournot cada empresa vende $\frac{(a-c)}{3b}$.

① No equilíbrio de Bertrand o preço de mercado é dado por $\frac{c}{2b}$.

② Se a firma 2 for líder em quantidade, venderá $\frac{(a-c)}{2b}$ unidades.

③ Em caso de conluio, as duas empresas vendem conjuntamente um total de $\frac{(a-c)}{b}$ unidades.

④ Caso as empresas tenham custos diferenciados, sendo o custo médio da empresa 1 dado por c_1 e o custo médio da empresa 2 dado por c_2, e $c_1 < c_2$, então, no equilíbrio de Bertrand, as duas empresas dividem o mercado entre si e o preço será igual a c_2.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

O modelo de duopólio de Cournot tem como estratégia escolher a quantidade e o jogo é jogado de forma simultânea. Assim, cada empresa, de forma simultânea, maximiza seu lucro escolhendo uma quantidade e esperando que o oponente produza uma determinada quantidade do bem em questão.

Então, quando a firma 1 resolve o seu problema:

$Max\ P(q_1 + q_2)q_1 - c(q_1)$ ou $Max\ [a - b(q_1 + q_2)]q_1 - cq_1$ e das condições de primeira ordem vem a seguinte curva de reação: $q_1 = \frac{a - bq_2 - c}{2b}$.

De forma análoga, a firma 2 resolve o seu problema:

Max $P(q_1 + q_2)q_2 - c(q_2)$ ou *Max* $[a - b(q_1 + q_2)]q_2 - cq_2$ e das condições de primeira ordem vem a seguinte curva de reação: $q_2 = \frac{a - bq_1 - c}{2b}$.

Resolvendo o sistema formado pelas curvas de reação, encontramos: $q_1 = q_2 = \frac{a - c}{3b}$.

Vale mencionar que o caso geral seria: $q_1 = q_2 = \frac{a - c}{(N + 1)b}$, sendo N o número de firmas.

(1) Falso.

O modelo de duopólio de Bertrand com produtos homogêneos, assim como Cournot, é um jogo jogado de forma simultânea. A diferença é que a estratégia não é quantidade, como Cournot, mas preço. Desse modo, cada empresa, de forma simultânea, maximiza seu lucro, esperando que o oponente mantenha um determinado nível de preços. Como as duas empresas têm custos idênticos, dada a concorrência em preço, o equilíbrio de ambas ocorrerá quando o preço for igual ao custo marginal, gerando lucro igual a zero. Isto é, no equilíbrio de Bertrand, P = c.

(2) Verdadeiro.

No modelo de duopólio de liderança de quantidades, também conhecido como modelo de Stackelberg, a estratégia, assim como no modelo de Cournot, é a quantidade, só que nesse caso haverá uma firma líder e outra seguidora. É um jogo dinâmico, portanto, há que resolvê-lo por indução retroativa (*backward induction*). A firma 2 (líder) move primeiro, a firma 1 (seguidora) observa a quantidade escolhida por 2 e, então, escolhe a sua quantidade ótima.

Resolvendo por indução retroativa, a firma seguidora (1) maximiza a sua função lucro, levando em conta a escolha da líder (2), da seguinte forma: *Max* $P(q_1 + \overline{q_2})q_1 - cq_1$, e encontra a seguinte curva de reação: $q_1 = \frac{a - b\overline{q_2} - c}{2b}$ (como no problema de Cournot).

A firma líder (2) conhece a função de reação da seguidora (1) e, portanto, vai incorporar esse conhecimento no seu processo de maximização da seguinte forma: $Max\left[a - b\left(q_2 + \left(\frac{a - bq_2 - c}{2b}\right)\right)\right]q_2 - cq_2$. Assim, derivando a função lu-

cro da firma líder, em relação à quantidade dela, e igualando a zero, obtemos a quantidade da firma líder (2): $q_2 = \frac{a - c}{2b}$

(3) Falso.

No caso de conluio ou cartel, as empresas maximizam o lucro do monopolista e o dividem entre elas. Portanto, o problema do cartel é: $Max\ [a - b(q_1 + q_2)](q_1 + q_2) - c(q_1 + q_2)$.

$$\frac{d\pi}{dq} = 0 \Rightarrow \acute{\alpha} - 2bq - c = 0 \Rightarrow q = \frac{a - c}{2b} \Rightarrow q_1 = q_2 = \frac{a - c}{4b}$$

(4) Falso.

Caso estejamos no modelo de Bertrand com custos distintos, a firma 1, que tem custos médios menores do que a firma 2, expulsará a firma 2 do mercado, usando como estratégia a escolha de um preço que seja maior do que o seu custo médio, porém levemente menor do que o custo médio da firma 2, mais ineficiente, apresentando lucro positivo.

Questão 15

Em Panamá da Serra existe somente um distribuidor de água. A demanda de água é dada por D(p) = 93 – 0,5p. A companhia distribuidora precisa comprar água da Companhia Represa, detentora de todos os reservatórios da região. O custo marginal da água para a Companhia Represa é zero e os custos fixos da distribuidora são negligíveis. Se o setor não é regulado (monopólio puro), qual o preço que a Companhia Represa cobrará da distribuidora?

Resolução:

É um problema de monopólio, em que a Companhia Represa irá maximizar o lucro da seguinte forma:

$$Max(p(q) - c(q)) = Max\left(\frac{93 - q}{0,5}\right)q$$

Das condições de primeira ordem, teremos:

$$\frac{d\Pi}{dq} = 93 - 2q = 0 \Rightarrow q^M = \frac{93}{2}\ e\ p = 93$$

5 Teoria dos Jogos

PROVA DE 2002

Questão 11

Julgue as afirmativas abaixo.

			Jogador 2	
			α	β
Jogador 1	a		5,0	5,1
	b		-70,0	20,1

⓪ Com relação ao jogo descrito pela matriz de possibilidades acima representada pode-se afirmar que as estratégias a e β são dominantes.

① Com relação ao jogo descrito pela mesma matriz de possibilidades, pode-se afirmar que o par (b, β) constitui um equilíbrio de Nash.

② Com relação ao jogo descrito pela mesma matriz de possibilidades, pode-se afirmar que o jogo possui um equilíbrio de Nash em estratégias estritamente mistas.

③ Com relação à teoria dos jogos, pode-se dizer que o dilema dos prisioneiros ocorre quando o equilíbrio de Nash não é um equilíbrio em estratégias dominantes.

④ Com relação à teoria dos jogos, pode-se dizer que o problema da não cooperação que ocorre no dilema dos prisioneiros desaparece caso o jogo seja repetido por um número finito de vezes, porque introduz considerações sobre reputação.

Resolução:

(0) Falso.

Estratégia dominante é aquela que dá um *payoff* ao menos tão bom quanto qualquer outra estratégia que o jogador possui, independente das escolhas dos outros jogadores.

Assim, pode-se afirmar apenas que a estratégia β (para o jogador 2) é dominante, pois 1 > 0 seja quando o jogador I joga a, seja quando ele joga b. Já o jogador 1 não possui estratégia dominante, pois, se por um lado 5 > – 70, por outro 5 < 20.

Para complementar a resposta, de uma maneira mais formal, seja um jogo na forma normal, em que são permitidas somente estratégias puras: $\Gamma_N=[I,\{S_i\},\{u_i(.)\}]$.[1]

A noção de uma estratégia fracamente dominada é dada por:

Definição – Uma estratégia $s_i \in S_i$ é *fracamente dominada* no jogo Γ_N se existir outra estratégia $s_i' \in S_i$ tal que para todo $s_{-i} \in S_{-i}$, $u_i(s_i',s_{-i}) \geq u_i(s_i,s_{-i})$ com desigualdade estrita para alguma combinação de estratégias dos rivais s_{-i}. Dizemos que a estratégia $s_{i'}$ domina fracamente a estratégia $s_i \in S$. Além disso, dizemos que uma estratégia é dominante para o jogador se ela domina fracamente todas as outras estratégias em S_i.

Podemos, então, definir uma estratégia dominante do seguinte modo:

Definição – Uma estratégia $s_i \in S_i$ é uma **estratégia dominante** para o jogador i no jogo Γ_N se, para todo $s_i' \neq s_i$, tivermos que $u_i(s_i,s_{-i}) \geq u_i(s_i',s_{-i})$ para todo $s_{-i} \in S_{-i}$ com desigualdade estrita para alguma combinação de estratégias dos rivais $s'_{-i} \in S_{-i}$.

(1) Verdadeiro.

O par (b, β) constitui um equilíbrio de Nash, pois nenhum dos jogadores tem incentivo a se desviar da sua estratégia. Além disso, sabemos que ele é único, pois pode ser encontrado por eliminação iterada de estratégias estritamente dominadas (EIEED).

A seguinte definição foi extraída de Mas Collel *et all.*, Capítulo 8 (definição 8.D.1): Seja um jogo na forma normal, em que são permitidas estratégias puras: $\Gamma_N=[I, \{S_i\},\{u_i(s)\}]$.

1 Esta é uma forma matemática para expressar um jogo finito com N estratégias: Γ_N. I é o número de jogadores, $\{S_i\}$ é o conjunto de estratégias e $\{u_i(.)\}$ é conjunto de *payoffs* de cada indivíduo i. Esta definição, assim como as que serão expostas aqui, pode ser encontrada em Gibbons (que faz parte da bibliografia complementar da ANPEC).

Definição – Uma combinação de estratégias puras $s=(s_1, s_2, ..., s_I)$ constitui um equilíbrio de Nash do jogo Γ_N se, para todo $i=1, 2, ..., I$, $u_i(s_i,s_{-i}) \geq u_i(s_i',s_{-i})$, para todas $s_i' \in S_i$.

(2) Falso.

Uma estratégia pura é considerada como uma estratégia mista degenerada. Por isso, interpretamos que estratégia estritamente mista referida no enunciado trata-se de uma estratégia mista não degenerada. Portanto, por esta interpretação, não há equilíbrio de Nash em estratégias estritamente mistas.

Não é necessário fazer nenhuma outra conta (randomização das estratégias puras) neste caso, pois, como comentado no item (1), sabemos que o equilíbrio em estratégias puras é único, pois ele pode ser encontrado por eliminação iterada de estratégias estritamente dominadas (EIEED). Mas, se o aluno desejar comprovar este fato, basta dar probabilidades para as jogadas de cada jogador: jogador 1 joga a estratégia α com probabilidade p e o jogador 2 joga α com probabilidade q; calcular a utilidade esperada de cada jogador e derivar com relação às probabilidades, isto é: $\frac{dEU_1}{dp}=0$ *e* $\frac{dEU_2}{dq}=0$. Para algum jogador (ou para os dois) haverá uma inconsistência no resultado das probabilidades. Ou ela será maior do que 1 ou não será possível fazer esse cálculo. Neste caso, ainda que para o indivíduo 1, q = 15/90 para p = (0,1); para o indivíduo 2: $\frac{dEU_2}{dq}=-1$.

(3) Falso.

Se um jogo possuir um equilíbrio em estratégias dominantes, este também será um equilíbrio de Nash. É o caso do jogo "Dilema dos Prisioneiros", que possui a característica de que o equilíbrio de Nash não é o Pareto ótimo, mas que a estratégia "não cooperar" é a dominante para ambos os jogadores.

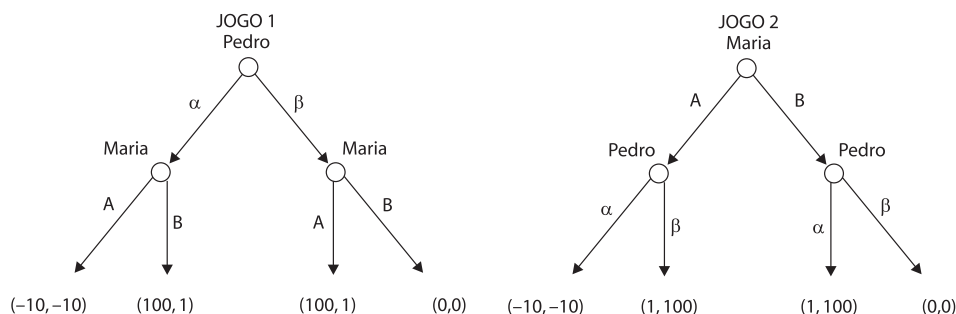
(4) Falso.

A afirmativa estaria correta se em vez de "um número finito de vezes" estivesse escrito "um número infinito de vezes". O equilíbrio do jogo Dilema dos

Prisioneiros, com N repetições, consiste em escolher, em cada uma delas, a combinação de estratégias que é escolhida no jogo One Shoot Game ou One Stage Game.

Questão 13

Considere os jogos na forma extensiva apresentados a seguir.



⓪ Para qualquer um dos jogos acima existem dois equilíbrios de Nash em estratégias puras.

① No jogo 1, a estratégia α é dominante para Pedro.

② Ambos os jogos possuem a mesma forma reduzida e, portanto, as mesmas soluções.

③ Em cada um desses jogos só existe um equilíbrio perfeito em subjogos.

④ Existe um equilíbrio de Nash do jogo 1 no qual Maria joga B nos seus dois nós de decisão.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Para encontrar os equilíbrios de Nash em estratégias puras há que representar cada um dos jogos na forma normal associada, como pode ser visto abaixo.

Jogo 1:

		Maria			
		AA	AB	BA	BB
Pedro	α	-10,-10	-10,-10	**100,1**	**100,1**
	β	**100,1**	0,0	**100,1**	0,0

Analisando o jogo anterior, podemos verificar que existem 4 equilíbrios de Nash em estratégias puras, representados pelas seguintes combinações de estratégias puras: (β, AA), (α, BA), (β, BA) e (α, BB).

Jogo 2:

		Maria			
		αα	αβ	βα	ββ
Pedro	A	-10,-10	-10,-10	**1,100**	**1,100**
	B	**1,100**	0,0	**1,100**	0,0

Analisando o jogo acima, podemos verificar que existem 4 equilíbrios de Nash em estratégias puras, representados pelas seguintes combinações de estratégias puras: (B, αα), (B, βα), (A, βα) e (A, ββ).

Segue-se então que, para qualquer um dos jogos acima, existem 2 equilíbrios de Nash em estratégias puras (como se poderia afirmar também que existem 3 ou 4!).

Vale observar que a Banca da ANPEC teve "interpretação da língua portuguesa" diferente no item 1, questão 10, da prova de 2010. Lá, são três equilíbrios de Nash, mas quando se pergunta se "há 2 equilíbrios de Nash", a resposta é falsa. Se seguíssemos a lógica da questão aqui em voga, deveria ser verdadeiro, pois se há 3, há 2!

(1) Falso.

Olhando para a matriz do jogo 1, no item (0), pode-se notar que, caso Maria jogue AA ou AB, a melhor estratégia para Pedro é jogar β. Logo, a estratégia α não é dominante para Pedro.

(2) Falso.

A forma reduzida é quando vamos resolvendo o jogo por *backward induction* e locando os *payoffs* em casa nó (ver Mas-Colell, 1995, Capítulo 9, Figuras 9B.2 e 9B.3, p. 270 e 271). Como vemos, elas são diferentes, ainda que os *payoffs* sejam os mesmos para Pedro e Maria. As "soluções" (que entendemos como "equilíbrios") podem ser iguais por coincidência, não sendo a regra. No caso, os equilíbrios de Nash Perfeitos em subjogos são diferentes, como se pode ver abaixo:

No jogo 1, os ENPS são: (α; B, se α e A, se β) e (β; B, se α e A, se β)

No jogo 2, os ENPS são: (A; β, se A e α, se B) e (B; β, se A e α, se B)



(3) Falso.

Quando temos um jogo dinâmico (sequencial), o conceito de equilíbrio "mais forte" ou "mais refinado" que o equilíbrio de Nash é o equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos. Este requer que a estratégia de equilíbrio seja um equilíbrio de Nash em cada um dos subjogos, permitindo eliminar equilíbrios pouco razoáveis, tais como estratégias não críveis.

Definição (Selten, 1965): Um equilíbrio de Nash é Perfeito em Subjogo se as estratégias dos jogadores constituem um equilíbrio de Nash em cada subjogo.

Segundo Mas-Colell *et al.* (Capítulo 9), para identificar o conjunto dos equilíbrios de Nash Perfeito em Subjogos em um jogo dinâmico geral (finito) Γ_E, podemos usar uma generalização do procedimento de indução retroativa, que funciona do seguinte modo:

1) Inicie no final da árvore do jogo e identifique os equilíbrios de Nash em cada um dos subjogos finais.

2) Selecione um dos equilíbrios de Nash em cada um desses subjogos finais e derive a forma extensiva reduzida do jogo no qual esses subjogos finais são substituídos pelos *payoffs*, que resultam nesses subjogos quando os jogadores utilizam essas estratégias de equilíbrio.

3) Repita os passos 1 e 2 para o jogo reduzido e continue o procedimento até que todos os movimentos em Γ_E sejam determinados. Essa coleção de movimentos nos vários conjuntos de informação de Γ_E constitui a combinação de estratégias em um equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos.

4) Se não existirem múltiplos equilíbrios em qualquer etapa desse processo, então a combinação de estratégias encontrada é o único equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos. Se múltiplos equilíbrios forem

encontrados, o conjunto completo de equilíbrios de Nash Perfeito em Subjogos é identificado através da repetição do procedimento para cada possível equilíbrio que puder ocorrer para os subjogos em questão.

Assim, em cada jogo, há dois ENPS.

No jogo 1, os ENPS são: (α; B, se α e A, se β) e (β; B, se α e A, se β)

No jogo 2, os ENPS são: (A; β, se A e α, se B) e (B; β, se A e α, se B)

(4) Verdadeiro.

Olhando para o item (0) desta questão, na matriz feita para o jogo 1, é possível observar que um dos 4 equilíbrios de Nash é exatamente (α, BB).

6 Equilíbrio Geral

PROVA DE 2002

Questão 7

Com relação à teoria do equilíbrio geral e do bem-estar, é correto afirmar que:

⓪ O Segundo Teorema do Bem-Estar diz que, dadas certas condições, qualquer alocação ótima no sentido de Pareto pode ser obtida por meio de mecanismos de mercado, desde que se possam alterar as dotações iniciais.

① Em uma economia com dois bens e dois insumos, com funções de utilidade e de produção diferenciáveis, em equilíbrio geral a Taxa Marginal de Substituição no consumo é igual à Taxa Marginal de Substituição na produção.

② Se uma alocação A é Pareto eficiente enquanto uma alocação B não o é, então a alocação A é socialmente preferível à alocação B.

③ Dotação inicial de fatores simétrica, na qual cada agente recebe a mesma quantidade de cada bem, não garante que o equilíbrio geral seja uma alocação justa.

④ A Lei de Walras implica que, se um mercado não estiver em equilíbrio, não é possível que todos os demais mercados estejam em equilíbrio.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

O Primeiro Teorema do Bem-Estar Social diz que todo equilíbrio competitivo é um equilíbrio Eficiente de Pareto. Já o Segundo Teorema do Bem-Estar Social não garante que todo equilíbrio Eficiente de Pareto seja competitivo.

Isso só será verdade, se todos os agentes tiverem preferências convexas e, além disso, se for possível redistribuir as dotações iniciais, de tal forma que permitirá o mercado encontrar um conjunto de preços de modo que cada alocação eficiente no sentido de Pareto seja um equilíbrio de mercado para uma distribuição apropriada de dotações.

(1) Verdadeiro.

As taxas marginais de substituição no consumo dos indivíduos se igualam à Taxa Marginal de Transformação das firmas, que no enunciado chamou-se de Taxa Marginal de Substituição na produção. De outro modo, o mercado não estaria em equilíbrio, seja porque a demanda difere da oferta, seja porque há espaço para ganhos de trocas unilaterais entre os indivíduos.

(2) Falso.

Alocações ótimas de Pareto se referem à eficiência na alocação dos recursos escassos, não tendo relação alguma sob a ótica social. Uma alocação é dita de Pareto quando para alguém melhorar a sua satisfação, pelo menos outro indivíduo terá que piorar. Assim, imagine uma alocação na curva de contrato (portanto, Pareto ótima) em que um indivíduo tenha tudo e outro nada. Certamente esta alocação poderia ser melhorada desde a perspectiva social, muito embora fosse uma alocação eficiente no sentido de Pareto.

(3) Verdadeiro.

Uma alocação justa é aquela que é ao mesmo tempo equitativa – isto é, que nenhum agente prefere a cesta de bens do outro agente (inveja) – e Eficiente de Pareto. Uma divisão simétrica dos bens é equitativa, mas pode não ser uma alocação justa, pois os consumidores podem apresentar preferências distintas. Com isso, eles podem melhorar através das trocas. Dessa forma, uma divisão simétrica não é necessariamente Eficiente de Pareto, não sendo, portanto, necessariamente justa.

(4) Verdadeiro.

A Lei de Walras diz que, se n-1 mercados estiverem em equilíbrio, então o n-ésimo mercado também estará em equilíbrio. Dessa forma, se um mercado não estiver em equilíbrio é porque algum outro não está também (ainda que não necessariamente todos estejam em desequilíbrio).

Questão 10

Considerando apenas dois produtos (x, y) e dois fatores (k, l), disponíveis em quantidades fixas, e utilizando-se a caixa de Edgeworth para analisar a eficiência na produção, pode-se afirmar:

◎ O conjunto de produção tecnicamente eficiente representa a união dos pontos de tangência entre as isoquantas.

① A fronteira de possibilidades de produção não é obtida a partir do conjunto de produção eficiente.

② A fronteira de possibilidades de produção não pode ser linear.

③ Para se atingir a eficiência na produção e o ótimo de Pareto, duas condições precisam ser satisfeitas: a Taxa Marginal de Substituição deve ser igual à Taxa Marginal de Transformação e a Taxa Marginal de Substituição deve ser igual entre os consumidores.

④ A dois pontos sobre a fronteira de possibilidades de produção correspondem diferentes razões entre os preços dos fatores.

Resolução:

(0) Anulada.

(1) Falso.

A fronteira do conjunto de possibilidades de produção corresponde à união dos pontos de produção eficiente dos bens, isto é, onde as isoquantas se tangenciam (obtida a partir da caixa de Edgeworth da firma). Já o conjunto de possibilidades de produção corresponde a todas as combinações de insumos factíveis para a produção de bens, que inclui as combinações ineficientes.

(2) Falso.

Caso os produtos marginais dos insumos sejam constantes para os dois produtos, a fronteira de possibilidade de produção será linear. Um contraexemplo seria a função de produção do tipo substituto perfeito.

(3) Verdadeiro.

Taxa marginal de Transformação (TMgT): para uma empresa produzir uma unidade adicional de um dos bens, quantas unidades do outro bem ela terá que deixar de produzir?

Taxa Marginal de Substituição (TMgS): para um indivíduo consumir uma unidade adicional de um dos bens, quantas unidades do outro bem ele terá que deixar de consumir?

Em equilíbrio geral precisamos para um equilíbrio ser estável há que olhar do prisma do consumidor quanto do da firma.

Assim, a TMgT tem que ser igual à TMgS, porque, se houver diferença, haverá uma maneira de melhorar a satisfação dos consumidores via um rearranjo do padrão de produção das firmas, sem piorar sua situação, o que indica que, nessa circunstância, a alocação não é ótima de Pareto.

Além disso, entre os consumidores (pense na caixa de Edgeworth), as TMgS entre todos têm que ser iguais, pois, caso contrário, um consumidor poderá aumentar a sua satisfação sem piorar a de um outro, o que mostra que, nesta situação, a alocação não é ótima de Pareto.

(4) Falso.

Os pontos na fronteira de possibilidade de produção não apresentam necessariamente a mesma razão relativa entre os preços dos fatores de produção. Com um contra-exemplo temos uma fronteira de possibilidades de produção linear.

7 Externalidade e Bens Públicos

PROVA DE 2002

Questão 9

Julgue os itens a seguir:

⓪ Segundo o Teorema de Arrow, não é possível agregar-se preferências individuais em preferências coletivas.

① A distorção causada pelas externalidades de produção ocorre porque as empresas determinam seu nível de produção igualando o custo marginal privado de produção à receita marginal privada de produção, desconsiderando o custo social de produção.

② Quando as partes podem negociar sem custo e com possibilidade de obter benefícios mútuos, o resultado das transações poderá ser eficiente ou ineficiente, dependendo de como os direitos de propriedade estejam especificados.

③ O imposto sobre o lucro de uma empresa geradora de poluição ajuda a corrigir a ineficiência causada por tal externalidade.

④ Uma empresa cuja tecnologia de produção gere externalidade deve ter sua produção reduzida para aumentar o bem-estar social.

Resolução:

(0) Falso.

Questão sobre equilíbrio geral.

Pelo teorema, é possível agregar as preferências individuais em coletivas, mas elas terão que ser realizadas por um ditador.

Segundo o Teorema da Impossibilidade de Arrow (Arrow, Kenneth Joseph, *Social choice and justice*. Cambridge, Mass: Belknap Press, 1983): "Se um mecanismo de decisão social atende às propriedades 1, 2 e 3 abaixo, então a decisão social deve ser feita por um ditador."

Mecanismo de decisão social deve atender a três requisitos, a saber:

1. Dadas as preferências individuais completas, reflexivas e transitivas, o mecanismo de decisão social deve satisfazer às mesmas propriedades;
2. Se todos preferem **x** a **y**, então a preferência social deve ordenar **x** à frente de **y;**
3. Preferências individuais entre **x** e **y** não dependem de outras alternativas.

(1) Verdadeiro.

Na presença de externalidades, o custo privado (que resulta no equilíbrio competitivo) é sempre diferente do custo social. Assim, há distorções na alocação eficiente.

Um exemplo de externalidade negativa é o caso de uma empresa siderúrgica que polui o rio. Do ponto de vista privado, ela provoca um nível maior de poluição do que o nível ótimo social, pois desconsidera o custo imposto na empresa pesqueira, que vive da pesca. Se ela, porém, incorporar essa externalidade negativa, que causa na produção da empresa pesqueira, diminuirá esse tipo de poluição.

(2) Falso.

Este item relaciona-se com o Teorema de Coase, que diz que quando as partes podem negociar, com possibilidade de obtenção de benefícios mútuos e sem custos de transação, o resultado será eficiente, independentemente das especificações dos direitos de propriedades, muito embora estes precisem estar bem-definidos.

(3) Falso.

O imposto eficiente não é sobre o lucro, mas sim sobre o custo marginal de produção em um montante igual à externalidade marginal negativa provocada. Poderia ser via imposto de Pigou, por exemplo. O imposto sobre lucro, por sua vez, não altera o resultado de maximização do empresário, logo, não altera o nível ótimo de "externalidade".

(4) Falso.

Não necessariamente a afirmação é verificada. Se a externalidade for negativa, a diminuição desta aumentará o bem-estar social. Contudo, se a externalidade for positiva, como é o caso de uma empresa em educação, se ela for aumentada, o bem-estar aumentará.

8 Informação

PROVA DE 2002

Questão 8

Considere uma economia com dois períodos, na qual existem dois tipos de empresas de tecnologia: 50% são empresas do tipo A e 50% do tipo B, ambas necessitando de financiamento de $50. Empresas que não obtêm financiamento encerram suas atividades tendo valor zero. As empresas do tipo A, no segundo período, poderão valer $50 ou $80 (ambos com a mesma probabilidade), enquanto as empresas do tipo B poderão valer zero ou $120 (ambos com a mesma probabilidade). Nessa economia existe apenas um banco que capta recursos a uma taxa de 10%. O banco pode emprestar recursos às empresas, cobrando juros que serão pagos apenas no segundo período, se o valor realizado da empresa for suficientemente elevado. No caso de uma empresa do tipo A, por exemplo, ela somente pagará $50 se esse for seu valor realizado, independentemente da taxa de juros acordada. Já no caso de uma empresa do tipo B, não haverá pagamento algum se o valor realizado for zero. Finalmente, assuma que uma empresa não tomará um empréstimo que não possa pagar nem mesmo quando seu valor realizado for elevado.

⓪ Supondo que o banco pode distinguir os dois tipos de empresas, as taxas de juros mínimas que poderia cobrar das empresas do tipo A e B são respectivamente 20% e 120%.

① A taxa de juros máxima que uma empresa do tipo A pode aceitar pagar é 80%, enquanto que para empresas do tipo B esse máximo é 120%.

② Suponha que o banco não possa distinguir entre os dois tipos de empresa e que raciocine da seguinte forma: "Como metade das firmas são do tipo A e metade são do tipo B, vou cobrar, da firma que solicitar empréstimo, uma taxa de juros correspondendo à média das taxas que cobraria de cada empresa se pudesse distingui-las." Então cobrará juros de 100%.

③ Se o banco não pode distinguir entre os tipos de empresas, uma estratégia ótima para o banco seria cobrar 140% de qualquer empresa de tecnologia que quisesse financiamento.

④ Em equilíbrio, firmas de ambos os tipos, A e B, tomam empréstimos do banco.

Resolução:

(0) Verdadeiro.

Esta é uma questão do tipo Seleção Adversa. Supondo que o banco possa distinguir entre os dois tipos de empresa, se ele quiser saber qual é a taxa mínima que pode cobrar de A, terá que calcular o seu lucro esperado e fazê-lo igual a zero (que é o mínimo que ele aceitaria ter de lucro). Então, **para a firma A**, ele sabe que o pagamento esperado de A será:

- Em t = 2, caso seu valor seja de \$50, com probabilidade 1/2, a firma somente pagará ao banco \$50 (sem pagar juros, somente o principal);
- Em t = 2, caso seu valor seja de \$80, com probabilidade 1/2, a firma pagará ao banco os \$50 (principal) + juros

Já o custo do banco é o empréstimo de \$50 feito em t = 1 à firma A, em que ele captou esse dinheiro a uma taxa de 10% no mercado (isto é, o banco tem que pagar em t = 2 esse empréstimo de \$50 ao mercado).

Assim, o lucro esperado do banco com relação à empresa A será de:

$$E(\pi_A^{Banco}) = \left[\frac{1}{2}50 + \frac{1}{2}50(1 + r_{\min})\right] - 50(1 + 10\%)$$

Como ele quer saber qual é taxa mínima, iguala o E(π) = 0. Então, a taxa de juros mínima, r_{min}, que o banco poderá cobrar da empresa A será dada por:

$$E(\pi_A^{Banco}) = \left[\frac{1}{2}50 + \frac{1}{2}50(1 + r_{\min})\right] - 50(1 + 10\%) = 0 \Rightarrow r_{\min}^A = 20\%$$

Do ponto de vista da firma A, para saber se essa é uma taxa que vale a pena a empresa tomar empréstimo em t = 1, e devolver o dinheiro à taxa de 20%, ela tem que saber se o valor esperado da sua empresa em t = 2 supera o valor que terá de custo com o empréstimo. Assim, do ponto de vista de A, ela calcula o seu lucro esperado da seguinte forma:

$E(\pi^A) = \left[\frac{1}{2}50 + \frac{1}{2}80\right] - \left[\frac{1}{2}50 + \frac{1}{2}50(1 + 20\%)\right]$ e tem que se assegurar que $E(\pi^A) \geq 0$.

De fato, $E(\pi^A) = 60 - 55 = 5 \geq 0$.

De forma análoga, para a firma B, temos as seguintes contas:

- em t = 2, caso seu valor seja de \$0, com probabilidade 1/2, a firma não paga nada;
- em t = 2, caso seu valor seja de \$120, com probabilidade 1/2, a firma pagará ao banco os \$50 (principal) + juros.

O custo do banco é o mesmo que antes. Então, o lucro esperado do banco com relação à empresa B será de:

$$E(\pi_B^{Banco}) = \left[\frac{1}{2}0 + \frac{1}{2}50(1 + r_{\min})\right] - 50(1 + 10\%) = 0 \Rightarrow r_{\min}^B = 120\%$$

Do ponto de vista da firma B, seu lucro esperado pode ser calculado da seguinte forma:

$E(\pi^B) = \left[\frac{1}{2}0 + \frac{1}{2}120\right] - \left[\frac{1}{2}0 + \frac{1}{2}50(1 + 120\%)\right]$ e tem que se assegurar que $E(\pi^B) \geq 0$.

De fato, $E(\pi^B) = 60 - 55 = 5 \geq 0$.

(1) Falso.

Para calcular a taxa máxima que cada empresa pode pagar, basta igualar o lucro esperado de cada empresa, derivado no item anterior, e igualá-lo a zero.

Assim, do ponto de vista de A, tomando a função $E(\pi^A)$ do item anterior, vemos que $E(\pi^A) > 0$, indicando que há uma "gordurinha" que o banco poderia "explorar".

Logo, para A ter $E(\pi^A) = 0$, fazemos:

$$E(\pi^A) = \left[\frac{1}{2}50 + \frac{1}{2}80\right] - \left[\frac{1}{2}50 + \frac{1}{2}50(1 + r_{\max}^A)\right] = 0 \Rightarrow r_{\max}^A = 60\%$$

Para a firma B, de forma análoga:

$$E(\pi^B) = \left[\frac{1}{2}0 + \frac{1}{2}120\right] - \left[\frac{1}{2}0 + \frac{1}{2}50(1 + r_{\max}^B)\right] = 0 \Rightarrow r_{\max}^B = 140\%$$

(2) Verdadeiro.

Considerando os dados do item (1), e sabendo que metade das firmas é do tipo A e a outra metade é do tipo B, segue-se que, com base no raciocínio do enunciado, o banco poderia cobrar juros que corresponderiam à taxa média, igual a 100% $\left[r^{média} = \frac{1}{2}60\% + \frac{1}{2}140\% = 100\% \right]$. É um equilíbrio, ainda que seja instável.

Este é o raciocínio inicial no caso em que o banco desconhece o tipo de cada empresa (problema de seleção adversa). No **equilíbrio agregador** (ou *pooling*), **pode-se** cobrar os juros pela taxa média de 100%, que corresponde à menor taxa que poderá ser cobrada pelo banco quando há informação incompleta, **mas não necessariamente esta taxa será cobrada**. De fato, pelo item anterior, a taxa máxima que a empresa A estaria disposta a pegar um financiamento seria de 60%, menos que 100%. Essa é a essência do problema de seleção adversa. Pela falta de informação o menos arriscado (tipo bom) acaba "saindo", ficando somente o mais arriscado (tipo ruim).

(3) Verdadeiro.

Dando continuidade aos comentários do item (2), se o banco não pode distinguir entre os tipos de empresas (assimetria de informação do tipo seleção adversa), a princípio ele poderia pensar em cobrar a taxa média de 100%. No entanto, o banco saberá que àquela taxa (100%) somente a empresa mais arriscada tomará empréstimo. Assim, uma estratégia ótima para o banco será cobrar a taxa máxima que a empresa mais arriscada estaria disposta a pagar. No caso, seria a taxa relativa à empresa B, que, como calculada no item (0), é de 140%.

(4) Falso.

Depende. Dando continuidade aos comentários do item (3), se o banco não consegue distinguir entre os dois tipos, então, uma estratégia ótima consiste em cobrar a taxa de juros de 140%. Mas, a essa taxa, ele só emprestará dinheiro para as empresas mais arriscadas. Isto é, somente as firmas do tipo B tomarão empréstimos junto a esse banco. É um caso típico de seleção adversa, onde os "melhores pagadores" ou "os menos arriscados" ficam fora do mercado!

Já se o banco conseguir distinguir entre os dois tipos, então ambas as firmas tomarão empréstimos a taxas distintas, como calculadas nos itens (0) e (1). Haverá uma barganha. No caso da empresa A, a taxa ficará entre 20% e 60%. Já no caso da empresa B, entre 120% e 140%.

Questão 12

Nesta questão, assuma que os agentes sejam neutros com relação ao risco (portanto, eles se pautam apenas pelo valor esperado). O nível de produção depende do esforço empreendido pelo trabalhador. Caso este empenhe muito esforço, o nível de produção será de 100 ou 20 unidades, ambos ocorrendo com a mesma probabilidade. Caso empenhe pouco esforço, o nível de produção pode ser de 100 com probabilidade de 20% ou 20 com probabilidade de 80%. O preço do produto é $1 e não há custos associados a insumos. O trabalhador tem uma desutilidade equivalente a $48 para despender muito esforço, e $38 para pouco esforço, e tem utilidade de reserva igual a zero.

⓪ Nestas condições não interessa ao empresário contratar o trabalhador pagando um salário fixo.

① Caso o trabalhador alugue o equipamento para trabalhar por conta própria, o valor máximo que se pode cobrar pelo aluguel é $10.

② Em caso de parceria (cada parceiro recebe uma proporção fixa do produto), o trabalhador deve receber pelo menos 90% do lucro.

③ Um salário fixo de $18 mais uma bonificação de 50% da produção são aceitáveis tanto para o trabalhador quanto para o empresário.

④ Caso o trabalhador seja avesso ao risco, o lucro esperado do empresário será menor que $12, independentemente de qual seja o arranjo institucional.

Resolução:

Esta questão é sobre falha na informação com respeito a uma relação pós-contratual, chamada **perigo moral**. Isto é, uma vez realizado um contrato, será que o principal (contratante) conseguirá fazer com que o contratado aja como ele (principal) deseja que o agente aja? É possível que o agente (contratado) se esforce menos, não levando o principal a atingir suas metas.

Por isso, o principal tem alguns modelos de incentivos que pode seguir e que resultarão, de forma geral, em *outputs* diferentes.

No modelo de incentivos genérico, o problema de otimização é que o principal deseja maximizar a sua produção descontando o salário que terá que pagar ao agente, que é função da produção do agente, que depende do seu esforço. Há três restrições, sendo uma a **restrição de participação**, que, grosso modo, requer

que o salário que o agente ganhe menos o seu custo em fazer esforço tenha que ser pelo menos igual ao quanto ele ganharia em outro lugar (utilidade de reserva). Da CPO sairá o esforço ótimo que o agente terá que realizar. Dado que este esforço ótimo é de conhecimento de todos, há que saber como concretizá-lo. Daí a necessidade de uma segunda restrição: a de **compatibilidade de incentivos**. A última restrição requer que os salários sejam não negativos. Há pelo menos cinco formas de contrato: salário fixo, salário fixo mais variável, aluguel, "pegar ou largar" e parceria na produção. Exceto o primeiro e último tipos de contratos, os demais atingem o nível de esforço ótimo, de acordo com o interesse do principal.

(0) Verdadeiro.

Um salário fixo (F) incentiva o agente a não se esforçar. Consequentemente eleva a probabilidade de o empresário ter um lucro menor.

No exemplo dado, se o empresário pudesse monitorar o seu lucro esperado na situação de alto e baixo, os esforços do agente seriam:

$RT_{Alto\ esforço}$ do principal =1 * (0,5 * 100 + 0,5 * 20) = 60

$RT_{Baixo\ esforço}$ do principal = 1 * (0,2 * 100 + 0,8 * 20) = 36

Já o custo do empresário seria o salário que pagaria ao agente. Pela restrição de participação: [w(x) – C(x)] = U_0. Como U_0 = 0 e C(1) = 48 e C(0) = 38, temos que o salário será:

$w(1) = C(1) + U_0 = 48$

$w(0) = C(0) + U_0 = 38$

Assim, o lucro do empresário será de:

$\pi_{Alto\ esforço} = 60 - 48 = 12$

$\pi_{Baixo\ esforço} = 36 - 38 = -2$

(1) Falso.

Caso o principal alugue ao agente o equipamento e este pague um montante fixo para o principal, o agente, como fica com toda a produção para ele, tem o incentivo de realizar o maior esforço possível. Portanto, é o caso em que prevalece o lucro esperado quando ele faz um esforço alto, que é de: $\pi_{Alto\ esforço}$ = 60 – 48 = 12. Assim, o valor máximo que o empresário pode cobrar pelo aluguel é 12. Caso contrário, o agente não quer alugar.

(2)Falso.

No caso de parceria (*share cropping* – α), a produção final é compartilhada entre o principal e o agente, e o agente não é incentivado a fazer um esforço alto. Da restrição de participação, sabemos que: [$\alpha f(x) - C(x) = U_0$]. Ou seja, a utilidade esperada do agente será dada pela parcela da receita que ele recebe com a produção menos o seu custo com o esforço (desutilidade). Assim, a parcela mínima do lucro que o agente deve receber é:

α (0,2 * 100 + 0,8 * 20) – 38 = 0

α = 105,6%.

Portanto, para os dados deste problema, o agente não deve aceitar um acordo de parceria, nem se ele ganhasse 100% da produção. Aceitaria, talvez, se o seu custo com baixo esforço fosse menor. Para ele aceitar um α = 90%, a sua desutilidade devia ser 32,4.

(3) Verdadeiro.

Para analisar se esse contrato é factível, temos que avaliar se o lucro esperado de cada um é não negativo. Se for, o acordo ocorre. Se não, o acordo não ocorre. Como será visto, o acordo ocorrerá.

De fato, nesse caso, o agente tende a fazer um alto esforço. Com isso e com os dados do problema, o lucro esperado do agente será de:

RT = salário fixo + 50% (RT da produção com alto esforço);

CT = desutilidade em se esforçar.

$$\pi^{Agente}_{Alto\,esforço} = 18 + 0{,}5\,(0{,}5 * 100 + 0{,}5 * 20) - 48 = 0$$

$$\pi^{Principal}_{Alto\,esforço} = 0{,}5\,(0{,}5 * 100 + 0{,}5 * 20) - 18 = 12$$

(4) Verdadeiro.

No caso de neutralidade ao risco, um contrato possível seria o agente ganhar um salário de 18 + 50% de bonificação sobre a receita e o empresário ter um lucro esperado de 12. No caso do agente ser **avesso ao risco**, seu salário terá que ter um prêmio, tornando-o maior que 18. Neste caso, o empresário não conseguirá alcançar um lucro de 12. Portanto, sem fazer qualquer cálculo, é possível dizer que necessariamente o lucro do empresário será menor que 12, quando o agente é avesso ao risco.

Microeconomia

Exercícios resolvidos da ANPEC

Mônica Viegas Andrade
Luiz Fernando Alves



Mônica Viegas Andrade
Luiz Fernando Alves

Microeconomia
Exercícios resolvidos da ANPEC

Belo Horizonte
Editora UFMG
2004

A553e Andrade, Mônica Viegas
Microeconomia – Exercícios resolvidos da ANPEC/ Mônica Viegas Andrade, Luiz Fernando Alves - Belo Horizonte : Editora UFMG, 2004.
(População & Economia)

407 p.

Inclui Referências
ISBN: 85-7041-403-X

1. Microeconomia – Estudo e ensino 2. Microeconomia - Problemas, exercícios etc I. Alves, Luiz Fernando II. Título

CDD: 338.5
CDU: 330.101.542

Ficha catalográfica elaborada pela CCQC - Central de Controle de Qualidade da Catalogação da Biblioteca Universitária da UFMG

EDITORAÇÃO DE TEXTO
Ana Maria de Moraes

REVISÃO DE PROVAS
Alexandre Vasconcelos de Melo
Lourdes da Silva do Nascimento

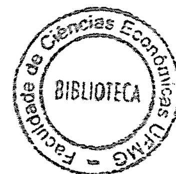
FORMATAÇÃO
Raquel Condé

PRODUÇÃO GRÁFICA
Warren de Marilac Santos

CAPA
Marcelo Belico

EDITORA UFMG
Av. Antônio Carlos, 6627
Ala direita da Biblioteca Central - térreo
Campus Pampulha - 31270-901
Belo Horizonte/MG
Tel.: (31) 3499-4650
Fax: (31) 3499-4768
editora@ufmg.br
www.editora.ufmg.br

CEDEPLAR
Centro de Planejamento e Desenvolvimento Regional
Faculdade de Ciências Econômicas - FACE/UFMG
Rua Curitiba, 832 - 9º andar - 30170-120 –
Belo Horizonte/MG
Tel.: (31) 3279-9100
www.cedeplar.ufmg.br
sg@cedeplar.ufmg.br
Diretor da FACE Clélio Campolina Diniz
Diretor do CEDEPLAR José Alberto Magno de Carvalho



Agradecimentos

Aos professores José Alberto Magno de Carvalho e João Antônio de Paula, que, em nome do Cedeplar, deram credibilidade a este projeto e viabilizaram sua execução;

Às assistentes de pesquisa, Cristina Guimarães Rodrigues e Maria Augusta Bretas Lima, que participaram de toda a execução deste livro, e sem as quais certamente este trabalho não seria possível;

Aos bolsistas de iniciação científica, Thiago Barros de Oliveira e Douglas Rafael Moreira, que fizeram uma leitura cuidadosa do livro;

Aos alunos de pós-graduação do Cedeplar, Vinícius Velasco Rondon e Betania Totino Peixoto, que participaram discutindo e propondo soluções para alguns exercícios;

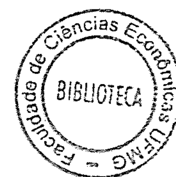
Ao professor Paulo Brígido da Rocha Macedo pela sua disponibilidade em discutir algumas das soluções propostas;

A todos os alunos da graduação em Ciências Econômicas da Universidade Federal de Minas Gerais que indiretamente participaram da execução deste livro;

Aos nossos familiares que nos apoiaram neste projeto.

Sumário

Teoria da Firma



ANPEC/1991

ANPEC/1992

ANPEC/1993

ANPEC/1994

ANPEC/1995

ANPEC/1995

ANPEC/1996

ANPEC/1997

ANPEC/1998

ANPEC/1999

ANPEC/2000

ANPEC/2001

ANPEC/2002

ANPEC/2003

Equilíbrio Geral

Apresentação

Harold Bloom certa vez propôs, talvez com a liberdade inspirada pelo seu objeto de trabalho, que Sheakespeare teria inventado a moderna concepção de humano. Outros, talvez com menos ousadia literária, utilizaram diversas peças de Sheakespeare para ilustrar o surgimento da moderna concepção de indivíduo no lento processo de formação da sociedade contemporânea. Não surpreende, portanto, que Bloom tenha sugerido recentemente que já se encontram em Hamlet muito dos temas de Becket, ao menos os mais conhecidos:

"Oh, Deus, poderia viver em uma casca de noz e ser feliz como um rei de espaços infinitos, não fossem esses malditos pesadelos."

O tema da Angústia da Influência talvez seja dos mais influentes da contribuição de Bloom à crítica literária. O tortuoso processo em que os autores procuram se libertar daqueles que os precedem e definir as estruturas da nova produção. O aspecto paradoxal desse processo é o caráter inevitável da influência dos autores do passado naquele que se propõe inovador.

Angústia similar é inerente ao processo de formação de novos pesquisadores. Deve-se oferecer os argumentos, resultados e construções formais conhecidas e, simultaneamente, os instrumentos e formas para sua própria superação. Encontrar os caminhos de novos problemas e propostas de solução, ou ainda outros encaminhamentos ao que já existe, é o objetivo central da pesquisa acadêmica. Trata-se de um inevitável diálogo com o passado em que o conhecimento do que precede, das técnicas e argumentos existentes é fundamental na construção de novos caminhos.

Cabe ao ofício de professor, nesse processo, intermediar a relação entre o que já existe e estimular sua superação. E esse é o reverso da angústia da influência, talvez mais marcante na academia do que na literatura: o sucesso do ensino está na superação pelo novo, na autofagia que caracteriza a boa academia em que os professores mais antigos são superados pelos que formaram. Essa autofagia do processo de formação talvez seja uma das medidas mais precisas do bom processo acadêmico.

Retornando ao Brasil e começando meu trabalho, que tomou caminhos inesperados nos últimos tempos, recebi um presente do acaso e da obstinação. Mônica Viegas era aluna do programa de doutoramento da EPGE/FGV e fora minha aluna em um breve curso de equilíbrio geral que oferecera em 1996. Durante um período em que estive fora do Brasil, Mônica insistiu para que trabalhássemos juntos em estudar economia da saúde no Brasil, analisando as restrições institucionais existentes e seus impactos no bem-estar social.

As dificuldades com as bases de dados existentes nos levaram a começar com uma extensa análise empírica dos anos de vida perdidos por diversas causas de mortalidade, passando pela surpresa com a magnitude e desdobramento temporal e por gerações da morte por homicídio, até uma análise da regulamentação do setor de saúde no Brasil. A extensão e superação das dificuldades nesse trabalho foram possíveis

apenas pela obstinação, competência, seriedade e compromisso com o trabalho que Mônica demonstrou durante todo o processo. Aprendi muito com Mônica. Sua tese de doutorado e artigos posteriores demonstram sua relevância em uma área ainda não suficientemente explorada pela academia brasileira, apesar de alguns importantes esforços isolados, como o de André Médici.

Este livro é um exemplo significativo das qualidades profissionais de Mônica. Ao retornar ao CEDEPLAR, combinando suas atividades de pesquisadora e professora, Mônica ultrapassou em muito o que se espera da atividade docente. Em um ambiente extremamente profissional e tecnicamente competente, com contribuições extremamente importantes em áreas que vão da demografia à microeconometria, da metodologia da ciência à teoria, Mônica não apenas manteve sua produção acadêmica como ainda encontrou tempo para produzir este livro de resolução de exercícios da ANPEC que será muito útil para os alunos de economia. Trabalho, construção e difusão do que já existe, formação de novos alunos e pesquisa inovadora são atributos desejados do nosso ofício. Que Mônica exerça todos esses atributos com competência expressa a minha sorte e gratidão em ter compartilhado parte do seu processo de formação.

Marcos de Barros Lisboa

Prefácio

A idéia de escrever um livro de exercícios de Microeconomia nasceu com a experiência didática vivenciada ao longo desses anos na Universidade Federal de Minas Gerais. A exigência de formalização e a consolidação de uma linguagem matemática determinaram uma importância muito grande à capacidade de operacionalização e resolução de problemas principalmente no campo da Teoria Microeconômica, ao mesmo tempo em que criou um distanciamento da abordagem didática puramente conceitual. Este livro é uma primeira tentativa de suprir uma lacuna existente na literatura econômica brasileira, na qual praticamente não existem livros de exercícios resolvidos de Microeconomia. O livro é uma compilação de todos os exercícios contidos nas provas de Microeconomia do Exame Nacional da Associação Nacional de Pós-Graduação em Economia - ANPEC no período de 1991 a 2004. A escolha pela resolução dos exercícios da ANPEC se deve principalmente a três motivos: em primeiro lugar, o exame aborda todos os conteúdos da Teoria Microeconômica obrigatórios para a formação de um aluno de graduação em Ciências Econômicas; em segundo, os exercícios contidos nas provas foram elaborados por professores de todas as Universidades e Escolas de Economia do Brasil, sendo portanto bastante representativo do estado da arte do curso de Economia do Brasil; por último, e não menos importante, por acreditar que o Exame Nacional da ANPEC se tornou uma referência em termos das exigências estabelecidas aos profissionais de Economia assim que os mesmos saem da Universidade.

O livro está organizado segundo os principais conteúdos da disciplina de Microeconomia, mas todas as questões têm indicados o número e o ano correspondentes no Exame Nacional. Reconhecemos desde já as possíveis falhas que serão percebidas ao longo da leitura do mesmo, uma vez que não temos nenhuma pretensão de mostrar uma solução única para os problemas propostos. Buscamos, entretanto, na medida do possível, apresentar e justificar a interpretação dada aos exercícios. Desse modo, apesar de reconhecer que a decisão de escrever este livro abre portas para a incursão em um caminho de dúvidas e apresentação de soluções alternativas, consideramos que sua elaboração tem uma justificativa importante na medida em que pode contribuir para a formação e consolidação do processo de aprendizado do aluno de Ciências Econômicas.

Teoria do Consumidor

ANPEC/1991

Questão 1

Sobre a Teoria de Consumidor, é correto afirmar que:

(0) Na abordagem ordinal a utilidade marginal é suposta decrescente.
(1) A Taxa Marginal de Substituição é decrescente devido à hipótese de que a utilidade marginal é decrescente.
(2) Na abordagem cardinal a função-utilidade é aditiva.
(3) Na abordagem ordinal se a Taxa Marginal de Substituição for crescente haverá especialização do consumo em apenas um bem.
(4) A mensurabilidade da utilidade caracteriza a abordagem cardinal.

Solução:

(0) *Falso.*

Existem duas abordagens na Teoria Microeconômica Neoclássica: abordagem cardinal e ordinal. Na abordagem cardinal é possível atribuir valores para cada cesta de bens enquanto que na abordagem ordinal o que importa é apenas a ordenação das cestas. Qualquer transformação monotônica crescente de uma função-utilidade irá representar as mesmas preferências. Ou seja, o valor absoluto atribuído à utilidade auferida com determinada cesta de bens não importa. A Teoria Microeconômica Neoclássica se desenvolveu a partir da abordagem ordinal.

Na abordagem ordinal o comportamento da utilidade marginal depende das preferências dos consumidores, portanto, essa afirmativa nem sempre é verdadeira. Como exemplo podemos citar: bens substitutos (perfeitos e imperfeitos), que, representados por uma função-utilidade linear, apresentam a utilidade marginal de cada bem constante.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 57; 59 e 60.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 96 a 98.

(1) *Falso.*

A Taxa Marginal de Substituição é a inclinação da curva de indiferença e mede a taxa à qual o consumidor está disposto a substituir um bem por outro. Em geral a TMS é um número negativo devido ao pressuposto das preferências monotônicas. Preferências monotônicas implicam que quanto mais bens o consumidor possuir, melhor ele se encontra, ou seja, na cesta de consumo do indivíduo existem apenas bens (não existem males). Desse modo, partindo do pressuposto de preferências monotônicas nos dois bens, as curvas de indiferença que as representam possuem inclinação negativa. Já o fato de a TMS ser decrescente decorre da convexidade estrita da curva de indiferença, que quer dizer que o consumidor sempre prefere consumir quantidades positivas de todos os bens, ao invés de se especializar no consumo de apenas um. Esta convexidade estrita das preferências implica que o indivíduo terá que abrir mão de uma quantidade positiva de um dos bens para obter uma quantidade positiva de outro bem. No entanto, quanto mais de um bem o indivíduo possuir, menor será sua vontade de possuir mais deste bem e, simultaneamente, ele estará mais propenso a abrir mão de um pouco do bem que ele tem em grande quantidade para adquirir aquele que ele tem em quantidade menor. Tecnicamente falando, a taxa à qual a pessoa deseja trocar o bem 1 pelo bem 2 diminui à medida que aumenta a quantidade do bem 1 que o indivíduo possui. Em outras palavras, a Taxa Marginal de Substituição é decrescente.

A afirmativa proposta é falsa porque o comportamento decrescente da Taxa Marginal de Substituição decorre da hipótese de convexidade estrita das preferências. A utilidade marginal decrescente é uma conseqüência da hipótese de convexidade estrita das preferências.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 44.
- Varian, H. (2000), p. 52 a 55; 72 a 74.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 72 e 73; 96 a 98.

(2) *Falso.*

A aditividade de uma função-utilidade está relacionada ao grau de substitutabilidade existente entre os dois bens.[1] Vejamos alguns exemplos de função aditiva mais típicos em Economia:

Substitutos: $f(x, y) = x + y$

Quase-linear: $f(x, y) = x + \sqrt{y}$

Função de Utilidade Esperada: $U(c_1, c_2) = \pi_1 u(c_1) + \pi_2 u(c_2)$

A aditividade das preferências pode ocorrer tanto na abordagem cardinal como na ordinal.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 59 a 66.

[1] As funções utilidade Cobb-Douglas admitem substitutabilidade entre os bens mas não são aditivas.

(3) *Verdadeiro*.

A Taxa Marginal de Substituição de x por y indica a quantidade do bem x que o indivíduo está disposto a deixar de consumir para receber uma unidade a mais do bem y e obter o mesmo nível de utilidade. Se a Taxa Marginal de Substituição for crescente, o indivíduo estará sempre disposto a dar uma quantidade maior de x por uma unidade a mais de y. Desse modo, o indivíduo tende a se especializar no consumo de y.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 52 a 55.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 72 e 73.

(4) *Verdadeiro*.

A Teoria Microeconômica Neoclássica apresenta duas abordagens principais: a Abordagem da Escolha e a Abordagem das Preferências. A Abordagem da Escolha tem como princípio a observação das escolhas realizadas pelos indivíduos e é usualmente denominada na literatura de Abordagem da Preferência Revelada. A Abordagem das Preferências, conforme o próprio nome já sugere, tem como ponto de partida as preferências dos indivíduos e se divide em duas teorias: a Teoria Ordinal e a Teoria Cardinal. A principal diferença entre essas duas teorias é que na Teoria Cardinal o valor absoluto da utilidade auferido com a cesta de bens importa, enquanto que na Teoria Ordinal apenas a ordenação das cestas tem significado. Vejamos a ilustração abaixo. Suponha dois indivíduos com as seguintes funções utilidade representando as suas preferências:

Indivíduo A: $f(x, y) = x + y$
Indivíduo B: $f(x, y) = \sqrt{x + y}$

Na Teoria Cardinal esses indivíduos apresentam diferentes preferências, enquanto que na Teoria Ordinal, como essas preferências implicam na mesma ordenação de cestas, elas representam o mesmo indivíduo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 62 e 63.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 71.

Questão 2

O governo estabelece um imposto específico sobre as vendas de calças jeans. Supondo que esse mercado seja competitivo,

(0) os vendedores transferem todo o imposto para os consumidores, via aumento de preço.
(1) a incidência do imposto recairá totalmente sobre os vendedores, se a elasticidade-preço da demanda for infinita.
(2) o imposto será distribuído entre vendedores e consumidores, dependendo da sensibilidade das curvas de oferta e demanda às variações de preço.

(3) os vendedores seriam beneficiados se o imposto fosse cobrado dos consumidores.
(4) se o preço da calça for de $10 e o governo colocar um imposto de 10%, ou se colocar um imposto de $1, o efeito será idêntico.

Solução:

(0) *Falso.*

O montante do imposto a ser transferido para os consumidores depende da elasticidade da demanda e da oferta. O imposto recairá unicamente sobre os consumidores em dois casos: se a demanda for totalmente inelástica ou se a oferta for totalmente elástica. No caso de a demanda ser totalmente inelástica os indivíduos não têm capacidade de responder a uma variação de preços reduzindo a quantidade demandada; nesse sentido os produtores podem repassar todo o imposto para os consumidores. No caso de uma curva de oferta totalmente elástica os produtores estão ofertando o produto ao nível do custo marginal. Desse modo, se os produtores tiverem que arcar com parte do imposto terão prejuízo e, portanto, irão ofertar quantidade igual a zero.

Generalizando, um imposto recai principalmente sobre o comprador se o valor de $\frac{E_d}{E_o}$ for muito baixo, e recai principalmente sobre o vendedor se o valor de $\frac{E_d}{E_o}$ for muito alto, em que E_d = elasticidade-preço da demanda e E_o = elasticidade-preço da oferta.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 316 a 318.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 315.

(1) *Verdadeiro.*

Em termos matemáticos, a elasticidade-preço da demanda é definida como:

$$\varepsilon = \frac{\text{taxa de variação da demanda}}{\text{taxa de variação do preço}} = \frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta p}{p}} = \frac{\partial x}{\partial p} \cdot \frac{p}{x}$$

Outra forma de expressão para a elasticidade:

$$\varepsilon = \frac{\partial \ln x}{\partial \ln y} \Rightarrow \frac{\partial \ln x}{\partial \ln y} = \frac{\partial \ln x}{\partial X}\frac{\partial X}{\partial \ln y} = \frac{1}{x}\frac{\partial x}{\partial \ln y} \quad (1)$$

Note que:

$$\frac{\partial x}{\partial y} = \frac{\partial x}{\partial \ln y}\frac{\partial \ln y}{\partial y} = \frac{\partial x}{\partial \ln y}\frac{1}{y}$$

A igualdade anterior implica que:

$$\frac{\partial x}{\partial \ln y} = y\frac{\partial x}{\partial y}$$

Substituindo na expressão (1), temos:

$$\frac{\partial \ln x}{\partial \ln y} = \frac{1}{x}\frac{\partial x}{\partial y}y = \varepsilon$$

A elasticidade-preço da demanda infinita significa que os consumidores reagem ao preço de maneira que qualquer que seja a alteração infinitesimal no preço ofertado do produto, a demanda cai a zero, ou seja, há apenas um preço ao qual os indivíduos estão dispostos a consumir o bem e, a este preço, qualquer quantidade ofertada do bem será consumida. Deste modo, os vendedores terão que arcar com todo o custo do imposto, pois se o repassarem ao preço, ao todo ou em parte, ninguém comprará o bem ofertado.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 317.
- Pindyck, R. *et al.* (1994) p. 407 e 408.

(2) *Verdadeiro.*

Vide resposta do item 0.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 317.
- Pindyck, R. *et al.* (1994) p. 407 e 408.

(3) *Falso.*

Quanto mais elástica for a demanda, o repasse do imposto aos consumidores, que significa aumento dos preços, fará com que a demanda caia de uma maneira tal que o lucro do produtor diminuirá. Os vendedores só serão beneficiados com o repasse do imposto para os consumidores se a demanda de calças jeans for inelástica de modo que o aumento dos preços faça a demanda cair em uma proporção menor do que a variação dos preços.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 311 a 318.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 407 e 408.

(4) *Falso.*

O imposto de \$1 sobre a calça que custa \$10 é um imposto sobre quantidade, que quer dizer que o consumidor terá que pagar ao governo uma certa quantia por unidade da calça que ele comprar. A alíquota de 10% corresponde a um imposto *ad valorem.* Se a calça tem o preço igual a \$10 e sobre este preço é colocado um imposto sobre as vendas à taxa de 10%, o preço efetivo para o consumidor será (1 + 0,1)10.

O efeito desse imposto só será idêntico, independentemente do modo aplicado, se a curva de demanda dos consumidores for perfeitamente inelástica, ou se a curva de oferta dos produtores for perfeitamente elástica. Nesses dois casos os consumidores irão arcar com todo o custo do imposto e irão pagar $11 por calça, independentemente do sistema de recolhimento adotado. O efeito também será idêntico, se, ao contrário, a curva de demanda dos consumidores for perfeitamente elástica e a curva de oferta dos produtores for perfeitamente inelástica. Nesse caso, os consumidores irão pagar $10 pela calça, mas os produtores só ficarão com $9. Em qualquer outro caso, a maneira como o imposto será aplicado produzirá efeitos diversos, que só poderão ser calculados conhecendo-se as elasticidades de demanda e oferta do mercado.

Podemos citar o exemplo de um mercado com curvas de oferta e demanda lineares para provar que nem sempre este efeito será idêntico.

Suponhamos um mercado com as curvas de oferta e demanda abaixo:

$$D(p) = a - bp$$
$$S(p) = c + dp$$

Se não houver cobrança de imposto no referido mercado, os preços de oferta e demanda serão iguais, porém com a adoção de um imposto os preços de oferta e demanda diferirão de acordo com o tipo de imposto adotado. Assim:

Se o imposto adotado for sobre quantidade, o preço de demanda será $Pd = Ps + t$.
Se for adotado um imposto *ad valorem*, o preço de demanda terá a forma $Pd = Ps(1+t)$.

O equilíbrio do mercado se dá igualando-se oferta e demanda. Desse modo podemos analisar o efeito de cada tipo de imposto.

Para o imposto sobre quantidade temos:

$$a - b(P_s + t) = c + dP_s$$
$$a - bP_s - bt = c + dP_s$$
$$bP_s + dP_s = a - c - bt$$
$$P_s = \frac{a - c - bt}{b + d}$$

Para o imposto *ad valorem*, o preço de oferta será:

$$a - b[P_s(1+t)] = c + dP_s$$
$$a - bP_s - btP_s = c + dP_s$$
$$a - c = P_s(b + d + bt)$$
$$P_s = \frac{a - c}{b + d + bt}$$

A partir da comparação entre os resultados acima, podemos concluir que os resultados econômicos podem variar de acordo com o tipo de imposto adotado.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 319 a 328.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 339 a 346.

Questão 3

Suponha que a função-utilidade para cada consumidor individual é dada por $U = 10q_1 + 5q_2 + q_1q_2$. Cada um deles tem uma renda fixa de 100 dólares. Suponha que o preço de Q_2 seja 4 dólares por unidade e que haja 200 consumidores no mercado.

(0) A $TMS_{1,2} = q_2 / q_1$.
(1) Os bens 1 e 2 são independentes entre si.
(2) A demanda de mercado do bem 1 será dada por: $Q_1 = (R/2) + (5p_2 / p_1)$.
(3) Se $p_1 = \$2$ a quantidade demandada no mercado será de 12 mil unidades do bem 1.
(4) Os bens 1 e 2 são substitutos líquidos.

Solução:

(0) *Falso.*

A Taxa Marginal de Substituição é definida como a inclinação de uma curva de indiferença. Formalmente, diferenciando, temos:

$$\Rightarrow \frac{\partial U}{\partial q_1}dq_1 + \frac{\partial U}{\partial q_2}dq_2 = 0 \quad \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial q_1}dq_1 = -\frac{\partial U}{\partial q_2}dq_2 \Rightarrow \frac{dq_1}{dq_2} = -\frac{\frac{\partial U}{\partial q_2}}{\frac{\partial U}{dq_1}} = -\frac{UMg_2}{UMg_1}$$

Da função U, calcula-se:
$Umg_1 = 10 + q_2$
$Umg_2 = 5 + q_1$

De modo que $TMS_{1,2} = -\frac{5 + q_1}{10 + q_2}$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 69 e 70.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 170 e 171.

(1) *Falso.*

Os bens não são independentes entre si, pois quando se aumenta a quantidade de um dos bens, a utilidade marginal do outro bem aumenta. Para se comprovar isto, basta fazer: $\frac{dUMg_1}{dq_2} = \frac{dUMg_2}{dq_1} = 1$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 64.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 129.

(2) *Falso.*

Para solucionar esta questão devemos proceder à maximização das preferências do consumidor. A função-utilidade que representa as preferências dos consumidores mostra que é possível ocorrerem soluções de canto. Dito em outras palavras, é possível que o consumidor escolha consumir quantidade igual a zero de algum dos dois bens. Nesse caso, devemos proceder à maximização utilizando o multiplicador de Kuhn-Tucker. [2]

Max $U = 10q_1 + 5q_2 + q_1q_2$ sujeito a ($p_1q_1 + p_2q_2 = 100$) e $q_1 \geq 0$ e $q_2 \geq 0$

Max $U = 10q_1 + 5q_2 + q_1q_2 + \lambda(100 - p_1q_1 - p_2q_2) + \mu_1q_1 + \mu_2q_2$

$$\frac{\partial U}{\partial q_1} = 10 + q_2 - \lambda p_1 + \mu_1 = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial q_2} = 5 + q_1 - \lambda p_2 + \mu_2 = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial \lambda} = R - p_1q_1 - p_2q_2 = 0$$

$$\mu_1 q_1 = 0$$

$$\mu_2 q_2 = 0$$

Há três casos a serem estudados. O primeiro deles é a solução interior, em que $q_1 > 0$ e $q_2 > 0$. Neste caso $\mu_1 = \mu_2 = 0$.

Resolvendo para as duas primeiras equações:

$$10 + q_2 - \lambda p_1 = 0 \Rightarrow \lambda p_1 = 10 + q_2 \Rightarrow \lambda = \frac{10 + q_2}{p_1}$$

$$5 + q_1 - \lambda p_2 = 0 \Rightarrow \lambda p_2 = 5 + q_1 \Rightarrow \lambda = \frac{5 + q_1}{p_2}$$

$$\frac{10 + q_2}{p_1} = \frac{5 + q_1}{p_2} \Rightarrow 10p_2 + p_2q_2 = 5p_1 + p_1q_1 \Rightarrow q_1 = \frac{10p_2 + p_2q_2 - 5p_1}{p_1}$$

Sendo $p_2 = 4$, se $q_1 > 0$ e $q_2 > 0$, $q_1 = \dfrac{40 + 4q_2 - 5p_1}{p_1}$

[2] A solução através da condição de igualdade entre a Taxa Marginal de Substituição e a razão entre os preços só pode ser utilizada diretamente se a única solução possível for solução interior.

Da restrição orçamentária, temos que $p_1q_1 + p_2q_2 = R$, de modo que $p_2q_2 = R - p_1q_1$. Substituindo na equação de demanda de q_1, temos:

$$q_1 = \frac{10p_2 + R - p_1q_1 - 5p_1}{p_1} \Rightarrow q_1p_1 = 10p_2 + R - q_1p_1 - 5p_1 \Rightarrow 2q_1p_1 = 10p_2 + R - 5p_1$$

$$q_1 = \frac{10p_2 + R - 5p_1}{2p_1} \Rightarrow q_1 = \left(\frac{R}{2p_1}\right) + \left(\frac{10p_2 - 5p_1}{2p_1}\right)$$

No segundo caso, consideremos $q_1 > 0$ e $\mu_1 = 0$; $q_2 = 0$ e $\mu_2 > 0$

Pela restrição orçamentária, $p_1q_1 + p_2q_2 = R$. Como $q_2 = 0 \Rightarrow p_1q_1 = R \Rightarrow q_1 = \frac{R}{p_1}$.

No terceiro caso, consideremos $q_1 = 0$, $\mu_1 > 0$, $q_2 > 0$ e $\mu_2 = 0$, ou seja, a quantidade demandada q_1 é igual a zero.

A afirmativa está falsa, pois nenhum dos três casos analisados apresenta o resultado proposto.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 96 a 98.
- Pindyck, R. *et al.* (1994) p. 17 e 169.

(3) *Falso.*

$p_1 = 2$; $p_2 = 4$ e R = 100, então $q_1 = \frac{10 \cdot 4 + 100 - 5 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{130}{4}$. Como o mercado tem 200 consumidores, a quantidade demandada no mercado será de $\frac{130}{4} \cdot 200 = 6.500$ unidades do bem 1.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 317.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 407 e 408.

(4) *Verdadeiro.*

Estes bens são substitutos em decorrência da aditividade presente na função-utilidade. O conceito de substitutos líquidos, entretanto, não é uma denominação usual na literatura. Mas-Colell (1995) faz uma diferenciação entre bens substitutos e bens substitutos grossos. A diferença entre essa categorização reside no tipo de demanda que é considerada para analisar a variação na quantidade demandada de um bem decorrente da variação do preço do outro bem. Segundo este autor, se considerarmos o comportamento da demanda Hicksiana, dois bens são substitutos líquidos se o aumento no preço de um bem implicar em aumento no consumo do outro. No caso de

considerarmos o comportamento da demanda Walrasiana os bens são classificados em substitutos grossos.[3]

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 71.
- Varian, H. (2000), p. 85 a 94; 99 a 104; 289 e 293.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 109 e 110; 123 e 124.

ANPEC/1992

Questão 1

Sobre a Teoria do Consumidor, é correto afirmar que:

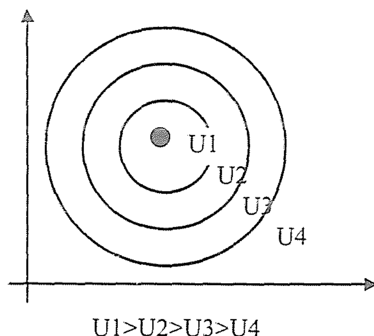
(0) Para um indivíduo com uma função de utilidade $U(x,y)=\sqrt{x+y}$ os dois bens x e y são substitutos perfeitos.

(1) Para um bem inferior, o efeito-substituição é sempre menor que o efeito-renda.

(2) A curva de *Engel* de um bem normal é sempre uma linha reta.

(3) Se as curvas de indiferença fossem convexas em relação à origem, o consumidor compraria apenas um dos dois bens.

(4) As curvas de nível representadas abaixo não podem representar as curvas de indiferença de um consumidor.



Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Os bens substitutos perfeitos são trocados a uma taxa de 1 para 1. Essa função é uma transformação monotônica crescente da seguinte função:
U(x,y) = x +y.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 40, 57 e 58.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 407 e 408.

[3] O conceito de Demanda Hicksiana diz respeito à variação da demanda resultante de uma variação nos preços, considerando a compensação ocorrida devido à alteração de poder de compra.

(1) *Falso.*

Não existe uma relação única para um bem inferior entre os efeitos renda e substituição. Somente no caso dos bens de Giffen, que são um caso particular dos bens inferiores, o efeito-renda é sempre superior ao efeito-substituição. Para os bens inferiores o efeito-renda é sempre negativo, ou seja, quando a renda aumenta, o consumo cai. Por outro lado, o efeito-substituição, que diz respeito a uma variação da demanda quando ocorre alteração dos preços – mantendo constante o poder de compra do consumidor — é sempre negativo para qualquer bem. No caso dos bens de Giffen, quando o preço se altera o efeito final (efeito-preço) é positivo, ou seja, se o preço se reduz (aumenta) a demanda também se reduz (aumenta). Esse efeito ocorre porque o efeito-renda é superior em magnitude ao efeito-substituição. No caso de um bem inferior que não seja de Giffen, esta relação não irá ocorrer. Os conceitos abaixo ajudam a compreender a resposta:

- Efeito-renda → variação na demanda decorrente de uma variação na renda.
- Efeito-substituição → variação na demanda decorrente de uma variação dos preços mantendo-se constante o poder de compra

* Efeito-substituição negativo ⇒ redução do preço (aumento) ⇒ aumento da demanda (redução)

* Efeito-renda positivo ⇒ aumento da renda (redução) ⇒ aumento da demanda (redução)

Observação: redução do preço significa um aumento do poder de compra (renda).

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 152 e 153.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 132 e 133.

(2) *Falso.*

A curva de Engel é a representação dos pontos de escolha ótima do consumidor quando ocorrem variações na restrição orçamentária. Essa curva é uma linha reta somente no caso de preferências homotéticas. Preferências homotéticas são aquelas preferências em que a fração da renda consumida com cada bem é sempre constante.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 103 a 110.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 125 a 127.

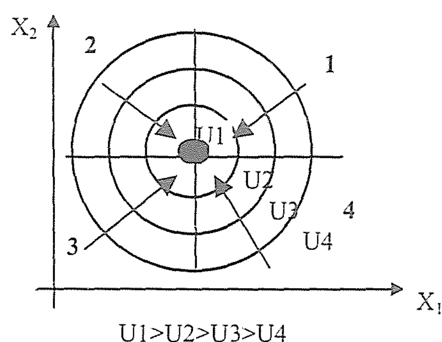
(3) *Falso.*[4]

Isso nem sempre é verdade. Um exemplo são as preferências do tipo Cobb-Douglas na qual o consumidor sempre escolhe consumir os dois bens, pois, do contrário, terá utilidade igual a zero. No caso de o consumidor ter preferências côncavas, ele sempre irá preferir consumir apenas um dos bens.

[4] Esta resposta não confere com o gabarito oficial da ANPEC.

(4) *Falso.*

Essas curvas de indiferença representam as preferências de um consumidor que apresenta um ponto de saciedade global. O comportamento das preferências pode ser analisado dividindo-se o gráfico das curvas de indiferença em quadrantes, tomando como referência o ponto de saciedade global.



U1>U2>U3>U4

Nos quadrantes em que as curvas de indiferença possuem inclinação negativa, significa que o consumidor possui muito pouco ou demais de ambos os bens em relação ao ponto de saciedade. Por outro lado, se a inclinação das curvas de indiferença for positiva, isso equivale a dizer que o consumidor tem demais apenas de um dos dois bens. Nesse caso, o bem passa a ser um mal, e o consumidor irá preferir diminuir o consumo desse bem para consumir mais do outro. Se ele tiver demais de ambos os bens, os dois bens serão males.

No quadrante 1, a inclinação das curvas de indiferença é negativa. Têm-se dois males, pois o consumidor tem demais de ambos os bens. Nesse caso, a redução no consumo de ambos leva o consumidor para mais perto do seu ponto de satisfação, representado pelo ponto U1.

No quadrante 2, as curvas de indiferença possuem inclinação positiva. Tem-se demais de um dos bens, que no caso é o bem X_2, pois como a direção do aumento da preferência é para baixo e para a direita, o consumidor quer diminuir o consumo deste bem, e aumentar o consumo de X_1, que é um bem, e não um mal.

No quadrante 3, tanto X_2 quanto X_1 são bens. A inclinação negativa das curvas de indiferença indica que o consumidor tem muito pouco de ambos os bens, de forma que para se mover para seu ponto de satisfação, o consumidor deve aumentar o consumo dos dois bens.

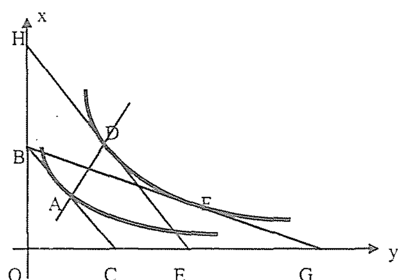
No quadrante 4, X_1 é um mal e X_2 é um bem. O consumidor deve diminuir o consumo de X_1 e aumentar o de X_2, a fim de chegar ao nível de satisfação desejado.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 43 a 46.

Questão 2

O gráfico abaixo mostra posições de equilíbrio alternativas de um consumidor.



(0) A mudança de linha de orçamento BC para BG resulta de uma diminuição apenas do preço do bem y.

(1) A mudança da linha de orçamento BC para HE resulta da diminuição apenas do preço do bem y.

(2) A curva de Engel para o bem x, que relaciona a quantidade de equilíbrio deste bem com a renda monetária, está representada no gráfico.

(3) A linha preço-consumo é representada por AF.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Quando o preço do bem y diminui, e o preço do bem x permanece constante, a reta orçamentária fica mais plana. Desse modo, a quantidade que o consumidor pode adquirir do bem y aumenta. O que se modifica é apenas o intercepto horizontal que se move para a direita. O intercepto vertical permanece constante. Os interceptos representam a quantidade máxima que pode ser consumida de cada bem no caso de o consumidor gastar toda a sua renda com apenas um dos bens.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 110 e 111.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 120 e 121.

(1) *Falso.*

Quando há um deslocamento paralelo e para fora da reta orçamentária isso significa que houve um acréscimo na renda do consumidor, sem alteração dos preços relativos.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 104 e 105.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 123 e 124.

(2) *Falso.*

A curva de Engel para o bem x deve ser representada no plano x-renda, ou seja, ela deve relacionar a quantidade consumida de uma mercadoria ao nível de renda. No

exercício, a curva que passa pelos pontos A e D e relaciona a quantidade de equilíbrio deste bem com a renda monetária é dita *curva renda-consumo*, pois está representada no plano x e y.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 104 e 105.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 123 e 124.

(3) *Verdadeiro.*[5]

A curva preço-consumo liga os pontos de escolha ótima do consumidor quando o preço do bem y se altera, mas o preço do bem x e a renda permanecem constantes.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 112 e 113.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 120 e 121.

Questão 3

A curva de demanda de mercado de um bem de consumo:

(0) É a soma horizontal das demandas individuais.
(1) Depende da renda total dos consumidores, desconsiderando a distribuição dessa renda.
(2) É sempre mais elástica do que qualquer das demandas individuais.
(3) Fica com sua posição inalterada quando o preço de um bem complementar sobe.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

É a própria definição de demanda de mercado. Para cada preço do bem, a quantidade demandada pelo mercado corresponde à adição das quantidades demandadas por consumidor.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 280.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 137 a 139.

(1) *Falso.*

Se a demanda agregada não dependesse da distribuição de renda, dois países com o mesmo nível de renda deveriam ter a mesma demanda agregada.

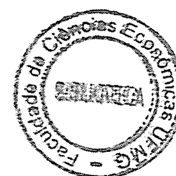
Suponha que a distribuição de renda desses dois países seja diferente. Vejamos o exemplo da demanda agregada de um bem específico: automóveis. Aquele país com uma distribuição de renda mais igualitária irá provavelmente apresentar um nível de demanda agregada de automóveis mais elevado, uma vez que no país com maior concentração de renda existirá um maior contingente de consumidores que não poderá comprar automóvel.

[5] No gabarito da ANPEC, este item consta como anulado.

Vejamos uma outra situação. Suponha que ocorra uma redistribuição de renda no Brasil de modo que o nível de renda permaneça constante. Essa redistribuição será realizada através de uma transferência direta de renda dos indivíduos do décimo decil para os indivíduos do primeiro decil. A demanda agregada observada antes e depois da redistribuição de renda só irá permanecer constante se o aumento de demanda que ocorrer no primeiro decil for exatamente igual à redução de demanda que irá ocorrer no décimo decil. Desse modo, podemos concluir que a distribuição de renda só não é importante na determinação da demanda agregada se o efeito-renda for constante entre todos os indivíduos. Isso irá ocorrer sempre que os indivíduos apresentarem as mesmas preferências homotéticas.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 105 a 109.
- Varian, H. (2000), p. 280.



(2) *Falso.*

Suponhamos, por exemplo, que uma curva de demanda individual seja $D_1(p) = 20 - p$, e que outra curva de demanda individual seja $D_2(p) = 10 - 2p$. Então as funções demanda individuais têm a forma:

$D_1(p) = \max\{20 - p, 0\}$
$D_2(p) = \max\{10 - 2p, 0\}$
Logo se : p=1, D_1=19 e D_2=8
p=2, D_1=18 e D_2=6

A demanda de mercado será a soma das demandas individuais D.

	P = 1	P = 2
D1	19	18
D2	8	6
D	27	24

A partir disso, vamos calcular a elasticidade no ponto para as demandas individuais e para a demanda de mercado:

$$\varepsilon = \frac{\Delta q / q}{\Delta p / p}$$ Como $\Delta p / p = 1$ então:

$$\varepsilon_1 = \frac{19-18}{19} = 0{,}05 \qquad \varepsilon_2 = \frac{8-6}{8} = 0{,}25 \qquad \text{e} \qquad \varepsilon = \frac{27-24}{27} = 0{,}11$$

Pode-se concluir que a elasticidade da demanda de mercado é maior que a elasticidade da demanda individual 1, porém é menor que a elasticidade da demanda individual 2. Portanto, nem sempre a demanda de mercado é mais elástica que qualquer uma das demandas individuais.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 284 e 285.

(3) *Verdadeiro.*

Os bens complementares se caracterizam por serem consumidos juntos, em proporções fixas, não necessariamente de 1 para 1. Quando o preço de um bem complementar sobe, as pessoas diminuem o consumo de ambos os bens, ocorrendo um deslocamento ao longo da curva e não da posição da curva. A variação do preço de um bem complementar equivale a uma variação do preço do próprio bem, resultando portanto em variação ao longo da curva. Uma variação da posição da curva de demanda decorre de um choque de demanda positivo ou negativo e não de uma variação de preços.

Sobre estes tópicos ver:

- Varian, H. (2000), p. 281.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 123 e 124.

ANPEC/1993

Questão 1

Na Teoria Ordinal do Consumidor, também chamada de Teoria das Preferências, pode-se afirmar que:

(0) A utilidade total de dois bens é dada pela soma das utilidades de cada bem.

(1) Se a cesta de bens A é indiferente a B e simultaneamente preferida a C, enquanto B é indiferente a C, então há um cruzamento de curvas de indiferença.

(2) O indivíduo atinge um ponto de máxima utilidade, ou seja, um ponto de saciedade global, se puder consumir quantidades crescentes de cada bem.

(3) Uma curva de indiferença está associada a um nível único e inalterável de utilidade.

Solução:

(0) *Falso.*

No caso de bens complementares, por exemplo, isso não é verdadeiro. Sempre que a utilidade de um bem é afetada pelo consumo de outro bem, como é o caso dos bens complementares, o princípio de que a utilidade total é a soma das utilidades de cada bem não se comprova.

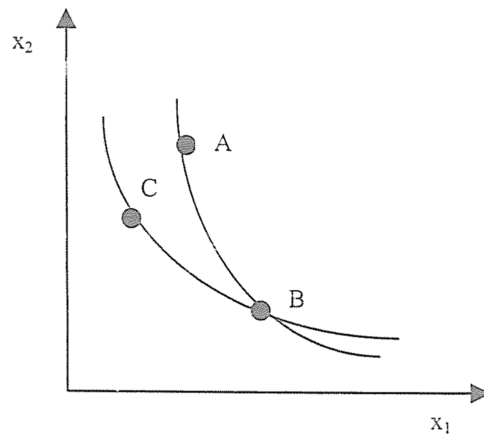
Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 64.

(1) *Verdadeiro.*

Se a cesta de bens A é indiferente a B e simultaneamente preferida a C, enquanto B é indiferente a C, então essas preferências não são transitivas e, portanto, são

representadas por curvas de indiferença que apresentam pelo menos um cruzamento. A forma dessas preferências está representada no gráfico abaixo.



Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 36 e 37.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 80.

(2) *Falso.*

No caso de preferências monótonas, mesmo que o indivíduo consuma quantidades crescentes de cada bem, ele não vai atingir um ponto de saciedade global.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 42.

(3) *Falso.*

Como as preferências são ordinais, o que importa é a ordenação e não a escala de valores atribuída às curvas de indiferença.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 60 e 61.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 106 e 107.

Questão 2

A proposição conhecida como Lei da Demanda:

(0) Baseia-se no fato de que o preço de mercado de um bem é determinado somente pela sua utilidade.

(1) Diz que quanto menor for a quantidade demandada de um bem, menor será o seu preço.

(2) Só é válida quando se estuda a demanda ao longo de uma dada curva de indiferença.
(3) É uma relação inversa entre a quantidade demandada de um bem e o seu próprio preço.

Solução:

(0) *Falso.*

O preço de mercado de um bem é resultado da interação entre oferta e demanda. A demanda individual e a demanda de mercado dependem da utilidade que os bens proporcionam aos indivíduos, entretanto o preço final vigente no mercado está condicionado à oferta existente.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 280 e 281.

(1) *Falso.*

A Lei da Demanda pressupõe relação negativa entre preço e quantidade. Segundo a Lei da Demanda, quando o preço de um bem aumenta, a demanda desse bem deve diminuir. Para que esta Lei seja válida, ela dependerá da magnitude dos efeitos renda e substituição. De acordo com a Equação de Slutsky, qualquer variação no preço é decomposta em duas partes: efeito-renda e efeito-substituição. Se a demanda de um bem aumenta quando a renda aumenta, então a demanda desse bem deve diminuir quando seu preço sobe. Ou seja, sempre que o bem é um bem normal, este bem é comum.[6]

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 156.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 120.

(2) *Falso.*

Como a curva de demanda é o conjunto de pontos ótimos de escolha do consumidor dados preços e renda, ela considera na sua formulação infinitas curvas de preferências.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 38 a 40.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 106 a 108.

(3) *Verdadeiro.*

Se o preço de determinado bem sobe, as pessoas tendem a demandar menos esse bem.

[6] Ver a Lei da Demanda Compensada. A Lei da Demanda Compensada diz respeito a variações na demanda decorrente de variações no preço depois de compensar o consumidor pela variação ocorrida no poder de compra. Nesse caso, o efeito é sempre negativo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 156.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 120 e 121.

Questão 3

A função-utilidade de um trabalhador U(x,1), depende do consumo de um bem x e lazer 1. Este último é definido como a quantidade de horas disponíveis para o trabalho que o indivíduo não vende no mercado. Se um aumento da taxa de salário resulta em uma diminuição na quantidade de trabalho que ele está disposto a vender no mercado então:

(0) Lazer é um bem de Giffen.
(1) Lazer é um bem inferior.
(2) O efeito-substituição entre o bem x e o bem 1 é maior que o efeito-renda.
(3) Se todos os trabalhadores nesta economia têm o mesmo comportamento, segue-se que a curva de oferta de trabalho é negativamente inclinada.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Quando o indivíduo diminui o tempo de trabalho, ele aumenta o tempo de lazer. A taxa de salário é entendida como o preço do lazer. No problema acima verificamos uma relação positiva entre o preço do bem e a quantidade consumida desse bem (lazer), indicando que o efeito-renda é maior que o efeito-substituição em decorrência do aumento da taxa de salário.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 111, 183 e 184.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 133.

(1) *Verdadeiro.*

O bem de Giffen é um caso especial de bem inferior.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 111.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 133.

(2) *Falso.*

O efeito-renda é maior que o efeito-substituição entre o bem x e o lazer, pois, do contrário, o aumento da taxa de salário implicaria em aumento no tempo de trabalho e, portanto, em redução no tempo de lazer.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 111, 183 e 184.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 131 e 132.

(3) *Verdadeiro.*

A curva de oferta de trabalho negativamente inclinada indicaria que, quando a taxa de salário aumenta, o tempo de trabalho que os indivíduos estão dispostos a vender no mercado diminui.

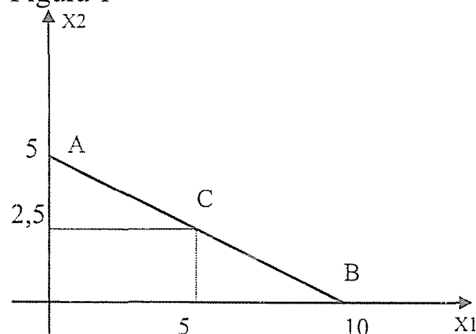
Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 184 e 185.

Questão 4

A figura 1 apresenta a linha de orçamento (AB) de um consumidor que possui uma renda de $300.

Figura 1



(0) A expressão algébrica da linha de orçamento (AB) é dada por: $x_1 + 2x_2 = 10$.

(1) O preço do bem 2 relativo ao bem 1 é igual a 2.

(2) O preço nominal do bem 2 é $30.

(3) A função de utilidade $U(x_1, x_2) = x_1.x_2$ é compatível com a escolha da cesta igual a (5; 2,5).

(4) A curva de demanda pelo bem 1, $x_1 = 2p_1 + p_2$, é compatível com a função de utilidade descrita em (3).

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Sabendo que a inclinação da restrição orçamentária é a razão dos preços, podemos calcular a restrição orçamentária.

$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{10}{5} = \frac{2}{1} = \frac{p_2}{p_1}$. Assim, $p_1=1$ e $p_2=2$. A renda é igual a 10.

Temos que a restrição orçamentária é dada por:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = r$$
$$x_1 + 2x_2 = 10$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 23 e 24.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 89.

(1) *Falso.*

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{2}$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 23 e 24.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 89.

(2) *Falso.*

O preço nominal do bem 2 é 60, pois se não consumíssemos nada do bem 1, a restrição seria: $5p_2 = 300$. Logo, $p_2 = 60$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 23 e 24.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 89.

(3) *Verdadeiro.*
Maximizando a utilidade:

Max $U(x_1, x_2) = x_1 x_2$ sujeito a $x_1 + 2x_2 = 10$

Como a função é Cobb-Douglas podemos somente considerar o caso de solução interior.
Montando o Lagrange, e diferenciando:

$$\pounds = x_1 x_2 - \lambda(x_1 + 2x_2 - 10)$$

$$\frac{\partial \pounds}{\partial x_1} = x_2 - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial \pounds}{\partial x_2} = x_1 - 2\lambda = 0$$

Das condições de primeira ordem, temos: $\frac{x_2}{x_1} = \frac{1}{2}$

Substituindo na restrição:

$4x_2 = 10$
$x_2 = 2{,}5$
$x_1 = 5$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p.156.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p.168 a 172.

(4) *Falso.*

A curva de demanda do bem 1 é dada por: $x_1 = \frac{1}{2}\frac{R}{p_1} = \frac{10}{2p_1}$.

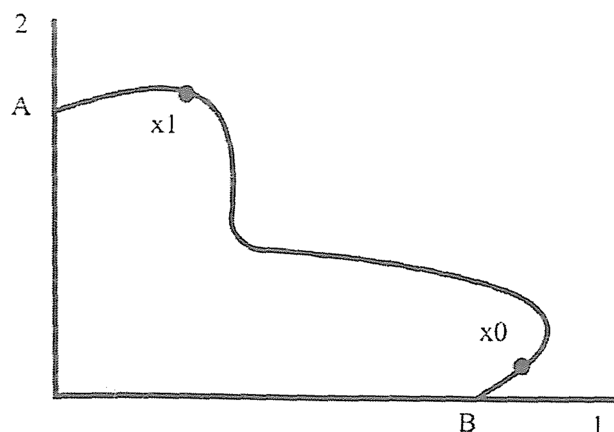
Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 23 e 24.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 89.

ANPEC/1994

Questão 1

Considere as preferências de um consumidor representadas no gráfico abaixo, onde a linha AB representa uma curva de indiferença típica. Então:



(0) Pode-se afirmar que existe intransitividade nas comparações entre cestas de consumo.
(1) Notam-se cestas onde um dos bens tem utilidade marginal nula e até negativa.
(2) Uma cesta como x^1 nunca poderia ser demandada pelo consumidor.

(3) Para a cesta x^0 ser demandada é necessário que o preço do bem 1 seja maior que o do bem 2.

(4) O gráfico permite afirmar que as curvas de indiferença do consumidor se cruzam.

Solução:

(0) *Falso.*

As preferências de um consumidor são transitivas quando: $A \succ B, B \succ C \Rightarrow A \succ C$.

Há intransitividade quando a escolha do consumidor é tal que não é possível estabelecer uma hierarquia de preferências de cestas. Observando apenas uma curva de indiferença com duas cestas de bens não é possível estabelecer se existe ou não intransitividade, uma vez que cada curva de indiferença corresponde a todas as combinações de cestas que garantem ao consumidor o mesmo nível de utilidade.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 38 a 41.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 66 a 71.



(1) *Verdadeiro.*

A curva de indiferença mostra todas as combinações dos bens 1 e 2 que deixam o consumidor indiferente. A inclinação da curva de indiferença é igual à $TMS_{1,2} = \frac{\Delta X_1}{\Delta X2} = -\frac{UMg_2}{UMg_1}$. A curva esboçada mostra pontos onde a inclinação da curva de indiferença é nula, ou seja, $Umg_1 = 0$. Estes pontos correspondem aos trechos horizontais da curva de indiferença, que mostram cestas em que uma unidade adicional do bem 1 não aumenta a utilidade do consumidor. Nas cestas situadas nos trechos horizontais o indivíduo não troca o bem 2 pelo bem 1 e a utilidade marginal do bem 1 é nula. Nos trechos onde a curva de indiferença é vertical ocorre o oposto: uma unidade adicional do bem 2 não aumenta a utilidade do indivíduo, ou seja, a utilidade marginal do bem 2 é nula e a TMS tende para infinito. Por outro lado, se as utilidades marginais dos dois bens forem positivas, a TMS será negativa, assim como a inclinação da curva de indiferença. Esta será positiva quando a utilidade marginal de apenas um dos bens for negativa, ou seja, quando um dos bens for, na verdade, um mal.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 52 a 56.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 72 a 74.

(2) *Verdadeiro.*

Esta cesta nunca poderia ser demandada pelo consumidor porque sua Taxa Marginal de Substituição é zero. Em uma situação de equilíbrio interior, com preços estritamente positivos, a $TMS = -\frac{p_1}{p_2} \to 0$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 52 e 53.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 81 a 83.

(3) *Falso.*

A condição de equilíbrio é que TMS $= -\frac{p_1}{p_2}$. Não é possível estabelecer qualquer relação entre os preços a partir unicamente da informação da curva de indiferença. No ponto X° o bem 1 é um mal e o bem 2 é um bem.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 43 e 44.

(4) *Falso.*

A partir do gráfico não é possível saber se as curvas de indiferença se cruzam.

Sobre este tópico, ver:

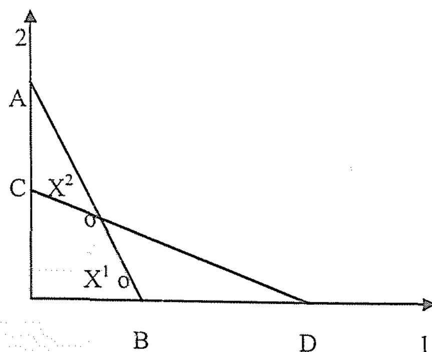
- Varian, H. (2000), p. 39 e 40.

Questão 2

Através da observação direta verificou-se que um consumidor fez as seguintes escolhas:

(i) quando prevaleceram os preços p_1 e p_2 para os bens 1 e 2, respectivamente, o consumidor escolheu a cesta x^1;

(ii) quando os preços eram q_1 e q_2 o consumidor escolheu a cesta x^2. As linhas orçamentárias AB e CD embutem os preços que prevaleceram nas situações (i) e (ii) respectivamente. Então:



(0) Por não se ter acesso à função-utilidade do consumidor, nada se pode afirmar sobre a consistência das escolhas feitas.

(1) Pode-se afirmar que o consumidor teria feito escolhas consistentes se as curvas de indiferença fossem côncavas em relação à origem.

(2) Sabe-se que o custo da cesta x^2 aos preços p_1 e p_2 é maior que o custo da mesma cesta aos preços q_1 e q_2.

(3) Uma situação como esta não é usada posto que as linhas orçamentárias em geral não se cruzam.

Solução:

(0) *Falso.*

É possível analisar a consistência das escolhas através dos argumentos da preferência revelada. Em (i) $x^1 \succ x^2$, pois as duas cestas estavam disponíveis e x^1 foi escolhida. Em (ii), $x^2 \succ x^1$, pois as duas cestas estavam novamente disponíveis e o indivíduo escolheu x^2. Quando duas cestas A e B são factíveis em conjuntos orçamentários distintos, se o consumidor escolhe em um conjunto orçamentário a cesta A e diante do outro conjunto orçamentário escolhe a cesta B, o consumidor está violando o axioma fraco da preferência revelada e, portanto podemos dizer que suas preferências são inconsistentes.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 131 a 134.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 101 a 104.

(1) *Falso.*

Como explicitado no item anterior, o consumidor fez escolhas inconsistentes violando o axioma fraco da preferência revelada.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 131 a 134.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 101 a 104.

(2) *Verdadeiro.*

A inclinação da restrição orçamentária corresponde à razão dos preços:

$$R = p_1x_1 + p_2x_2$$

Tomando o diferencial total da reta de restrição orçamentária, temos que:

$$0 = dp_1x_1 + dp_2x_2$$

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{dp_1}{dp_2}$$

Quando a restrição orçamentária se altera da reta AB para a reta CD, a sua inclinação se torna mais suave denotando que a razão de preços caiu. Esta queda pode ter três motivos: ou o preço do bem 2 se eleva, ou o preço do bem 1 cai, ou as duas coisas acontecem simultaneamente. Na figura acima, o intercepto das duas retas se altera indicando mudança nos preços dos dois bens, ou seja, indicando que o preço do bem 2 se elevou e o preço do bem 1 se reduziu. Desse modo, sendo a cesta x_2 mais intensiva no bem 2, seu custo é maior aos preços p_1 e p_2 que aos preços q_1 e q_2.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 23 e 24.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 133 e 134.

(3) *Falso.*

As restrições orçamentárias podem se cruzar sem problemas. Neste caso o cruzamento se deu provavelmente devido a um aumento em p_2 e a uma redução em p_1.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 23 a 29.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 77 a 82.

Questão 3

Três indivíduos participam de um comitê encarregado de apreciar os projetos A, B e C. Sabe-se que o símbolo $\prec$ representa a relação "é pior que", e que as preferências dos indivíduos são as seguintes:

Indivíduo 1: $A \prec B \prec C$
Indivíduo 2: $B \prec C \prec A$
Indivíduo 3: $C \prec A \prec B$

O processo decisório do comitê recomenda considerar as alternativas duas a duas, escolhendo o projeto vencedor por maioria simples. Nestas condições pode-se afirmar que:

(0) As preferências do comitê seriam completas.
(1) As preferências do comitê não são transitivas.
(2) O comitê poderia ser considerado um núcleo decisório típico contemplado pela Teoria do Consumidor.
(3) O ordenamento dos projetos pelo comitê é idêntico às preferências do indivíduo 3.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

As preferências são completas quando admitem comparabilidade. As preferências do comitê são completas porque sempre é possível comparar uma alternativa com a outra através do voto majoritário.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 37.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 75.

(1) *Verdadeiro.*

As preferências do comitê não são transitivas. Comparando par a par as preferências dos três indivíduos, percebemos que, se compararmos a cesta A à cesta B,

obtemos que B $\succ$ A, pois os indivíduos 1 e 3 preferem B a A. Se compararmos as cestas A e C, obtemos que A $\succ$ C, pois os indivíduos 2 e 3 preferem a cesta A à cesta C; se compararmos as cestas B e C, obtemos que C $\succ$ B, pois os indivíduos 1 e 2 escolhem a cesta C e não a B. Deste modo, obtemos as seguintes relações de preferências:

$$B \succ A$$
$$A \succ C$$
$$C \succ B$$

A terceira relação viola a transitividade.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 37.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 75 e 76.

(2) *Falso.*

O comitê não poderia ser considerado um núcleo decisório em Teoria do Consumidor porque usualmente, quando trabalhamos com a abordagem das preferências, supomos que elas são completas, reflexivas, e transitivas (hipótese de racionalidade). As preferências do comitê não satisfazem a propriedade da transitividade.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 37 e 38.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 75 e 76.

(3) *Falso.*

O ordenamento do comitê não satisfaz a transitividade. Desse modo, não é possível que as preferências do indivíduo 3 sejam idênticas às do comitê.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 38 a 41.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 66 a 71.

Questão 10

Suponha um indivíduo cuja preferência entre lazer e trabalho conduza a uma oferta de H horas de trabalho por dia, tal que sua renda seja igual a Y = 36 + H. Para uma taxa de salário/hora igual a w = $10, calcule o valor de H.

Solução: [7]

Se a única fonte de renda do indivíduo é o salário, sua renda será igual à taxa de salário/hora (W = 10), vezes o número de horas H que ele irá efetivamente trabalhar: Y = 10H. Sabe-se que sua renda Y é Y = 36 + H, de forma que 10 H = 36 + H. Resolvendo para H tem-se que $10H - H = 36 \Rightarrow 9H = 36 \Rightarrow H = 4$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p.184 a 190.

Questão 11

Um indivíduo consome apenas os bens 1 e 2. Assumindo que o bem 1 é um bem inferior e o bem 2 é um bem normal e supondo que o preço do bem normal caia,

(0) O efeito-renda no sentido de aumentar o consumo do bem 1.
(1) O efeito-substituição implicará no menor consumo do bem 1 e o efeito-renda em um menor consumo do bem 2.
(2) Nada se pode afirmar sobre o efeito-preço, apenas sobre o efeito-renda.
(3) O efeito-preço total do bem 2 é positivo e o do bem 1 é negativo.
(4) Os dois bens são substitutos.

Solução:

Bem 1 (inferior): quando a renda aumenta seu consumo diminui.
Bem 2 (normal): quando a renda aumenta seu consumo aumenta.

(0) *Falso.*

O bem 1 é um bem inferior. A queda no preço do bem 2 implica em um aumento relativo na renda total disponível para aquisição dos 2 bens. Desse modo, o aumento da renda faz com que o consumo do bem 1 caia.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 151 a 153.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 132 e 133.

(1) *Falso.*

A redução do preço do bem 2 ocasiona uma variação no consumo dos dois bens decorrente de dois efeitos: o efeito-renda e o efeito-substituição. O efeito-renda decorre do aumento do poder de compra ocorrido em função da redução do preço do bem 2. O aumento da renda faz com que o consumo do bem 1 caia, pois este é um bem inferior e que o consumo do bem 2 aumente, pois é um bem normal. O efeito-substituição mostra a mudança no consumo dos indivíduos devido à mudança nos preços relativos. Como o preço do bem 2 caiu, ele fica relativamente mais barato, de modo que o indivíduo terá

[7] Esta não é a forma usual de se solucionar problemas de escolha entre lazer e trabalho. Para a solução deste problema apenas igualamos as duas expressões para a renda. A primeira expressão representa a renda do trabalho e a segunda expressão foi proposta no problema.

que abrir mão de menos quantidade do bem 1 para adquirir uma unidade adicional do bem 2. A partir do mesmo raciocínio, o bem 1 tornou-se mais caro, porque o indivíduo terá que abrir mão de mais unidades do bem 2 para adquirir uma unidade a mais do bem 1. Nesse sentido, o efeito-substituição ocasiona aumento do consumo do bem 2 e redução do consumo do bem 1.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 150 a 152.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 129 a 133.

(2) *Falso.*

Entendemos efeito-preço como o efeito final na demanda, consolidando os efeitos renda e substituição. Como os dois efeitos vão no mesmo sentido, qual seja, o de determinar um aumento do consumo do bem 2 e redução do consumo do bem 1, é possível, nesse caso, saber o sentido da variação do efeito-preço.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 150 a 152.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 129 a 133.

(3) *Verdadeiro.*

O efeito-preço total é a soma dos efeitos renda e substituição. O efeito-renda mede o aumento do poder de compra do consumidor após a queda do preço. Com a mesma renda o consumidor poderá consumir mais dos dois bens. Porém, como o bem 1 é um bem inferior, o indivíduo irá reduzir o consumo deste bem, pois agora seu poder de compra é maior, o que equivale a um aumento real na sua renda. Desta forma, o efeito-renda será positivo para o bem 2 (a quantidade consumida do bem 2 aumenta) e negativo para o bem 1 (a quantidade consumida do bem 1 diminui). O efeito-substituição mede a alteração na demanda decorrente da variação da taxa de troca entre os dois bens, ou seja, devido à mudança dos preços relativos. Assim, a queda do preço do bem 2 implica que ele se tornará relativamente mais barato que o bem 1. O efeito-substituição é sempre negativo implicando que para aquele bem cujo preço relativo aumentou o consumo desse bem irá reduzir. Como o bem 1 ficou relativamente mais caro, o efeito-substituição determina que ocorra uma queda do consumo deste bem. Desse modo, como os dois efeitos serão no sentido de redução do consumo do bem 1, o efeito total também será uma redução e portanto será negativo. O bem 2 terá efeito-renda positivo e efeito-substituição negativo. Porém como ocorreu uma redução no preço do bem 2, o efeito-substituição negativo implica em uma elevação do consumo deste bem. Nesse sentido podemos dizer que o efeito-preço total do bem 2 é positivo, ou seja, indica uma elevação do consumo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 150 a 152.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 129 a 133.

(4) *Verdadeiro.*

Quando existem apenas dois bens na economia estes bens são substituto. [8]

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 145.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 129.

ANPEC/1995

Questão 1

Um consumidor deve optar pela compra de bens perecíveis em um ambiente sem incertezas. Para esse consumidor:

(0) Se a quantidade demandada de um bem diminui quando seu preço cai, o bem é inferior.

(1) Se um bem é inferior, a uma elevação de preço corresponde um aumento da quantidade demandada.

(2) Um bem é inferior somente se sua quantidade demandada diminui quando o preço cai.

(3) A curva de demanda não-compensada de determinado bem não pode ser positivamente inclinada para todos os valores do preço do bem.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

O bem é dito inferior se, quando a renda aumenta, a quantidade demandada diminui. A queda do preço equivale a um aumento da renda. Portanto, se o bem é inferior, a quantidade demandada dele diminui.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 104, 152 e 153.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 132 e 133.

(1) *Falso.*

Isso só ocorre quando o efeito-renda domina o efeito-substituição. Quando o preço sobe, o efeito-substituição induz a um decréscimo na quantidade demandada. Por outro lado, se o bem é inferior, há um efeito-renda, através do qual um aumento de preço correspondente a uma redução no poder aquisitivo do indivíduo faz com que a quantidade demandada aumente, uma vez que o bem é inferior. O efeito líquido de um aumento de preço pode ser ou um aumento ou uma queda na quantidade demandada dependendo de qual dos dois efeitos dominar.

[8] No caso de o consumidor ter preferências do tipo Leontief, pode-se imaginar que como os dois bens são sempre consumidos conjuntamente, só existe um bem na economia.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 110 a 112; 152 e 153.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 131 a 133.

(2) *Falso.*

Depende da magnitude dos efeitos renda e substituição que, no caso dos bens inferiores, estão sempre em sentidos opostos. A definição proposta trata dos bens de Giffen, os quais se caracterizam por uma relação positiva entre a variação da quantidade demandada e a variação do preço. Todo bem de Giffen é um bem inferior, mas nem todo bem inferior é um bem de Giffen. Desse modo, os bens podem ser inferiores e não apresentarem a variação no sentido proposto na afirmativa.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 110 a 122; 152 e 153.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 131 a 133.

(3) *Verdadeiro.*

A curva de demanda compensada é sempre negativamente inclinada, pois estamos compensando o consumidor pela variação de poder de compra e avaliando a variação na demanda, decorrente do efeito-substituição, que sempre é negativo. A curva de demanda não compensada pode ser positivamente inclinada, por exemplo, para bens de Giffen, pois neste caso uma redução do preço determina uma redução na demanda.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 32 a 36.

Questão 2

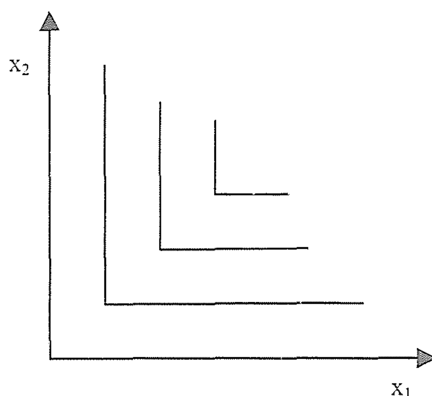
Seja: U = *mínimo* de $\{X_A; X_B\}$, a função-utilidade de um consumidor; R, a renda; e P_A e P_B os preços respectivos de A e B. Para esse consumidor:

(0) As curvas de indiferença não são convexas em relação à origem.
(1) A utilidade marginal de um dos bens é sempre igual a zero.
(2) Para qualquer $R > 0$, se $P_A > P_B$, o consumidor escolhe apenas B.
(3) Se $R > 0$ e $P_A = P_B$, o consumidor escolhe quaisquer X_A e X_B, tais que $X_A + X_B = \frac{R}{P_A}$.

Solução:

(0) *Falso.*

Estas preferências são do tipo Leontief. As curvas de indiferença são convexas em relação à origem.



Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 42.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 83 e 85.

(1) *Verdadeiro.*[9]

Seja $min\{X_A; X_B\} = X_A^* = X_B^*$. Então, aumentando-se a quantidade consumida de um dos bens, mantendo-se o outro bem constante, não haverá aumento no nível de utilidade, e a utilidade marginal nesse caso será nula. Por outro lado, seja $min\{X_A; X_B\} = X_A^* < X_B^*$. Então o nível de utilidade do indivíduo é igual a X_A^*. Se X_B^* aumenta, o nível de utilidade não aumenta e a utilidade marginal do bem B será nula. Analogamente, se $min\{X_A; X_B\} = X_A^* > X_B^*$, a utilidade marginal do bem A será nula. Logo, sempre a utilidade marginal de um dos bens será nula.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 64.

(2) *Falso.*

A escolha ótima se dá quando $X_A^* = X_B^*$. Dada a restrição orçamentária $P_AX_A + P_BX_B = R$, tem-se que quando $X_A^* = X_B^* = \frac{R}{P_A + P_B}$, independentemente da relação entre P_A e P_B.

Além disso, os bens representados pelas preferências acima são complementares perfeitos e, portanto, são sempre consumidos conjuntamente, não sendo possível que a renda seja alocada apenas no consumo de um dos bens.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 83 e 84.

[9] No gabarito disponibilizado pela ANPEC esta questão está assinalada como falsa. Se interpretarmos que a proposição feita implica que em qualquer ponto das curvas de indiferença um dos bens sempre tem utilidade marginal igual a zero, a afirmativa pode ser considerada como falsa.

(3) *Falso.*

Considerando o resultado anterior, se $P_A = P_B$, então $X_A^* + X_B^* = \frac{R}{2P_A} + \frac{R}{2P_A} = \frac{R}{P_A}$. Mas a solução $X_A^* + X_B^* = \frac{R}{2P_A}$ só se verifica no caso em que $X_A^* = X_B^* = \frac{R}{2P_A}$, de modo que não é correto dizer que o consumidor escolhe quaisquer X_A^* e X_B^*.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 83 e 84.

Questão 3

Um consumidor tem uma função-utilidade $U = X_A . X_B$ (em que X_A e X_B são as quantidades consumidas de A e B) e uma dotação inicial de $\overline{X}_A = 2$ e $\overline{X}_B = 1$. Considerando que os preços desses bens são dados e iguais a 1, pode-se afirmar que:

(0) Se não puder transacionar os bens que possui como dotação inicial, o consumidor estará em situação pior do que aquela em que estaria caso pudesse fazê-lo aos preços de mercado.

(1) Sob a hipótese de livre negociação, o consumidor preferirá vender parte de sua dotação de B para adquirir uma quantidade adicional de A.

(2) Sob a hipótese de livre negociação, caso o preço de A se reduza, o consumidor ficará em situação pior do que a inicial (quando os dois preços eram iguais à unidade).

(3) Ainda sob a hipótese de livre negociação, quaisquer que sejam os preços, as quantidades desejadas dos dois bens serão sempre iguais.

Solução:

A solução geral do problema pode ser apresentada como se segue abaixo.[10]

Max $U = X_A . X_B$, sujeito a $P_A X_A + P_B X_B = 2P_A + P_B$.

Como $P_A = P_B = 1$, a restrição orçamentária pode ser reescrita como:

$X_A + X_B = 2 + 1$

A solução ocorre sob a condição de que a $\frac{UMgA}{UMgB} = \frac{P_A}{P_B} = 1$.

Então devemos ter $\frac{X_B}{X_A} = 1$.

[10] Como a função-utilidade é do tipo Cobb-Douglas, ou seja, diferenciável e só admite solução interior, pode-se caracterizar a solução pela igualdade entre a Taxa Marginal de Substituição e a razão entre os preços.

Logo, a solução deve satisfazer $X_A = X_B$, de modo que o consumidor escolha $X_A = X_B = \frac{3}{2} = 1{,}5$.

(0) *Verdadeiro.*

Se o consumidor puder transacionar, sua utilidade será dada por (1,5) * (1,5) = 2,25 e, se não puder transacionar, sua utilidade será dada por 2,0 * 1,0 = 2,0. Logo, é sempre preferível para o consumidor transacionar.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 571 e 573.

(1) *Falso.*

Ele vai vender uma quantidade de A para conseguir uma quantidade adicional de B.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 551 e 552.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 759 e 760.

(2) *Verdadeiro.*

Sim, porque ele tem dotação $\overline{X}_A = 2$ e $\overline{X}_B = 1$. Se P_A diminui, então a sua riqueza inicial igual a $\overline{X_A + X_B}$ diminui para $P_A\overline{X_A + X_B}$, em que P_A é inferior a 1 unidade.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 545.

(3) *Falso.*

Sob preferências Cobb-Douglas, a fração da renda gasta com determinado bem é sempre constante, mas o número de unidades depende do preço dos bens.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 87.

ANPEC/1996

Questão 1

Um consumidor tem suas preferências representadas pela função-utilidade $U(a, v) = a^{\alpha}v^{\beta}$, onde a = quantidade de alimento e v = quantidade de vestuário, e os parâmetros $\alpha > 0$ e $\beta > 0$.

(0) Se o preço do alimento for maior que o preço do vestuário, então o consumidor irá demandar uma quantidade maior de vestuário do que a de alimento.

(1) Se α = β, os dispêndios do consumidor com os dois tipos de bens são iguais, para quaisquer níveis de preços não nulos.

(2) Se α + β > 1, a função-utilidade é convexa, implicando que inexiste solução de máxima utilidade do consumidor.

(3) Se α + β > 1, as utilidades marginais dos dois bens são crescentes.

Solução:

$\max_{a,v>0} U(a,v) = a^{\alpha} v^{\beta}$ s. a $p_a a + p_v v = R$

De modo equivalente, podemos resolver $Max\ \alpha \ln a + \beta \ln v$ (s. a $p_a a + p_v v = R$).
O Lagrangeano do problema é:

$$L(a,v,\lambda) = \alpha \ln a + \beta \ln v - \lambda(p_a a + p_v v - R)$$

Condições de 1ª ordem:

(1) $$\frac{\partial L}{\partial a} = \frac{\alpha}{a} - \lambda p_a = 0$$

(2) $$\frac{\partial L}{\partial v} = \frac{\beta}{v} - \lambda p_v = 0$$

(3) $$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = p_a a + p_v v = R$$

Resolvendo-se esse sistema, obtém-se:

$$a = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\frac{R}{p_a};\quad v = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\frac{R}{p_v};\quad \lambda = \frac{\alpha+\beta}{R}$$

(0) *Falso.*

Como esta função é Cobb-Douglas, a quantidade de cada bem que o indivíduo consome não depende somente do preço, mas também dos parâmetros da função-utilidade. Portanto, nada se pode afirmar.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 65 a 67.

(1) *Verdadeiro.*

O dispêndio com o bem a é $p_a a$, ou seja, $\frac{\alpha}{\alpha+\beta}R$. O dispêndio com o bem v é $p_v v$ = $\frac{\beta}{\alpha+\beta}R$. A função-utilidade Cobb-Douglas se enquadra no grupo de funções

homotéticas, que são transformações monotônicas de funções homogêneas do grau 1. Esse tipo de função apresenta a propriedade de que a fração da renda consumida com cada bem é sempre constante. No caso da função Cobb-Douglas, como a própria solução indica, a fração consumida com cada bem corresponde a $\frac{\alpha}{\alpha+\beta}$ no caso do bem A e $\frac{\beta}{\alpha+\beta}$ no caso do bem B.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 85 a 87.

(2) *Falso.*

No caso da Teoria do Consumidor, utiliza-se a abordagem ordinal, de modo que o que importa é a ordenação das cestas. Uma função convexa como a proposta, em que a soma dos coeficientes é superior a 1, pode ser normalizada de modo que se obtenha uma transformação monotônica desta função que represente as mesmas preferências. Desse modo, a solução pode ser obtida escrevendo:

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}, \beta' = \frac{\beta}{\alpha+\beta}, U(a,v) = a^{\alpha'} v^{\beta'}$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 65 a 67.

(3) *Falso.*

A função Cobb-Douglas na Teoria do Consumidor admite apenas utilidade marginal decrescente.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 66 e 67 ; 87.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 171 e 172.

Questão 2

Considere um consumidor residente em Recife, com preferências estritamente convexas. A renda total desse consumidor é constituída por um salário mensal de $ 400, sendo que o mesmo consome 100 unidades do bem A e 200 unidades do bem B, por mês, com P^A = $ 2 e P^B = $ 1, o que lhe fornece um nível de utilidade de U = 40. A empresa onde ele trabalha pretende transferi-lo para São Paulo, onde P^A = $ 1 e P^B = $ 2. Caso isso ocorresse, ele passaria a consumir 200 unidades do bem A e 100 unidades do bem B, o que lhe propiciaria um nível de utilidade de U = 20.

(0) Não se pode afirmar que ele é maximizador de utilidade, pois aos novos preços a sua escolha implica em redução de utilidade.

(1) Dado que em Recife U = 40 e em São Paulo U = 20, pode-se afirmar que a sua situação em Recife é duas vezes melhor do que aquela que obteria em São Paulo.

(2) O consumidor estaria disposto a se mudar desde que ele obtivesse um aumento de salário de $ 100.

(3) O consumidor não estaria disposto a se mudar por um aumento de salário menor que $ 100.

Solução:

Em Recife:

R = $ 400/mês

Consumo mensal do bem A igual a 100 unidades. Consumo mensal do bem B igual a 200 unidades.

U = 40; $P^A = 2$ e $P^B = 1$

Em São Paulo:

Consumo mensal do bem A igual a 200 unidades. Consumo mensal do bem B igual a 100 unidades.

U = 20; $P^A = 1$ e $P^B = 2$

Dados os preços em Recife e a cesta escolhida, o consumidor gasta toda a sua renda, e o mesmo acontece em São Paulo. A cesta consumida em São Paulo, aos preços de Recife, implica em um gasto de $ 500. A cesta consumida em Recife, aos preços de São Paulo, implica em um gasto de $ 500.

(0) *Falso.*

Não há inconsistência em relação ao comportamento maximizador do indivíduo, pois a cesta escolhida em Recife, correspondente a um maior nível de utilidade, não é factível em São Paulo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 131 e 132.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 101 a 104.

(1) *Falso.*

O fato de U=40 em Recife e U=20 em São Paulo não nos permite dizer que a utilidade em Recife é duas vezes melhor do que a utilidade auferida em São Paulo, pois a Teoria do Consumidor segue a abordagem ordinal. Esses valores apenas nos admitem afirmar que o consumidor estaria melhor em Recife do que em São Paulo, mas a magnitude da diferença entre a utilidade auferida nas duas cidades não é possível de ser inferida.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 59 e 60.

(2) *Verdadeiro.*

Dada a cesta consumida em Recife, ele teria que ter um aumento de $ 100 em sua renda para conseguir adquirir a mesma cesta em São Paulo e portanto auferir o mesmo nível de utilidade auferido em Recife.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 93 a 96.

(3) *Falso.*

Não é correto fazer tal afirmação, porque o preço relativo dos bens nos dois estados é diferente, de modo que pode haver uma substituição em consumo dos bens e, com isso, o indivíduo pode atingir a mesma curva de indiferença anterior com uma compensação de renda menor que $ 100.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 93 a 96.

Questão 3

Através de uma política cultural, o Governo pretende incentivar o retorno das pessoas aos cinemas. Após alguns estudos, chegou-se à conclusão de que a elasticidade-renda da demanda *per capita* de cinema é constante e igual a 1/4 e a elasticidade-preço é também constante e igual a -1. Os consumidores gastam, em média, R$ 200,00 por ano com cinema, têm renda média anual de R$ 12.000,00 e cada bilhete custa atualmente R$ 2,00.

(0) Um desconto de R$ 0,20 no preço do bilhete teria o mesmo efeito, dado o objetivo da política, de uma elevação de R$ 4.800,00 na renda média.

(1) Se o governo pretendesse desincentivar a ida ao cinema, a instituição de um imposto de 100% sobre o preço do bilhete faria com que os consumidores deixassem de ir ao cinema.

(2) A elasticidade-renda igual a 1/4 implica que, se a renda média aumentasse R$ 1000,00, o número médio de sessões de cinema por consumidor aumentaria em 250 por ano.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Um aumento na renda de R$ 4.800,00 significa uma elevação de 40% nesta renda. A elasticidade-renda da demanda igual a 0,25 implica que a demanda *per capita* por cinema deve aumentar 10% em resposta a esse aumento na renda.

Por outro lado, um desconto de R$ 0,20 no preço do cinema é equivalente a uma redução em 10% nesse preço. Como a elasticidade-preço desse bem é igual a –1, isso implica em um aumento de 10% na demanda *per capita* por cinema.

<u>Elasticidade-renda</u>

$$E_I = \frac{\Delta Q / q}{\Delta I / I}$$

Onde I = renda

$$0{,}25 = \frac{\Delta Q / 100}{4800/12000}$$
$$0{,}10 = \frac{\Delta Q}{100}$$
$$\Delta Q = 10$$

Elasticidade-preço

$$-1 = \frac{\Delta Q / 100}{-0{,}20/2}$$
$$-0{,}1 = \frac{\Delta Q}{-100}$$
$$\Delta Q = 10$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 29 a 32.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 97 e 98.

(1) *Verdadeiro.*

Um imposto de 100% sobre o preço do bem faz com que o preço mude para R$ 4,00. Nesse caso, a demanda *per capita* por cinema sofre queda de 100% (pois a elasticidade-preço é igual a –1.)

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 284 e 285.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 35 a 39.

(2) *Falso.*

Se a renda aumenta de R$ 1000,00, isso corresponde a um aumento de 8,33% na renda. A elasticidade-renda igual a 0,25 implica em um aumento de (0,25)(8,33) $\approx$20% na demanda.

O consumidor médio vai a $\frac{200}{2} = 100$ sessões de cinema por ano. Um aumento de 20% equivale a ir 120 vezes ao cinema por ano.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 296 e 297.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 35 a 38.

ANPEC/1997

Questão 1

Em relação à Teoria do Consumidor, são corretas as seguintes afirmações:

(0) Se as preferências de um consumidor são estritamente monótonas e estritamente convexas, na solução do problema do consumidor a Taxa Marginal de Substituição deve ser igual à taxa de substituição econômica.
(1) Um bem de Giffen pode ser um bem necessário.
(2) Quando um indivíduo tem função de utilidade quase-linear o excedente do consumidor é uma medida exata de variação de bem-estar.
(3) O efeito-substituição próprio é sempre não positivo.

Solução:

(0) *Falso.*

Se as preferências são estritamente monótonas, o consumidor deve gastar toda a sua renda na compra de bens que fazem parte de seu conjunto de consumo. Não haverá solução de fronteira (a quantidade escolhida para consumo de um dos bens igual a zero), pois as preferências são estritamente convexas e, nesse caso, o consumidor prefere uma cesta com um *mix* de bens. A condição de equilíbrio é que a curva de indiferença seja tangente à restrição orçamentária.[11]

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 47 a 49.

(1) *Falso.*

Um bem necessário é aquele que quando a renda aumenta, a demanda aumenta menos que proporcionalmente, sendo um caso particular de bem normal. Desta forma, um bem de Giffen não pode ser um bem necessário, pois ele é um caso particular de bem inferior.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 108.

(2) *Verdadeiro.*

O excedente bruto do consumidor compreende a área abaixo da curva de demanda. O excedente líquido do consumidor compreende a área abaixo da curva de demanda e acima do preço pago pelo bem. Essas medidas correspondem à utilidade bruta e líquida, respectivamente, que o consumidor aufere com o consumo de determinado bem. A área abaixo da curva de demanda é construída como a soma dos preços de reserva que o consumidor está disposto a pagar por unidade do bem. Em geral, o quanto o indivíduo está disposto a pagar por unidade de consumo de um bem específico depende não só da utilidade auferida com este bem, mas também do

[11] O conceito de taxa de substituição econômica não é usual em manuais de microeconomia. Se interpretarmos taxa de substituição econômica por razão dos preços, a afirmativa pode ser considerada verdadeira.

montante de renda que sobra para o consumo dos demais bens. Ou seja, o preço de reserva de um bem depende do nível de renda do consumidor. No caso particular da função-utilidade quase-linear, costuma-se dizer que não há efeito-renda, uma vez que variações da renda não afetam a demanda. Nesse sentido, o preço de reserva do bem irá depender unicamente da utilidade auferida com o consumo deste bem específico e, assim, o excedente do consumidor é uma medida exata da variação do bem-estar social, uma vez que está mensurando unicamente o benefício que o consumidor está tendo com o consumo de determinada mercadoria.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 261 a 268.

(3) *Verdadeiro.*

O efeito-substituição corresponde à variação da demanda decorrente de uma variação de preços corrigindo para a variação ocorrida no poder de compra do consumidor. Expurgando a variação ocorrida no poder de compra, sempre que o preço de um bem aumenta, a demanda por este bem diminui ou permanece constante, ou seja, o efeito-substituição é sempre não positivo.[12]

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 34.
- Varian, H. (2000), p. 150 e 151.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 131.

Questão 3

Suponha que para um consumidor a elasticidade-preço da demanda ordinária de Marshall pelo bem X (um dos bens que ele consome) é menor do que -1. Logo, um aumento no preço de X:

(0) Reduzirá sua demanda de X e reduzirá a demanda de pelo menos um outro bem.
(1) Reduzirá somente sua demanda de X.
(2) Reduzirá sua demanda de X e aumentará a demanda de pelo menos um outro bem
(3) Nenhuma das anteriores.

Solução:

Definição de elasticidade-preço da demanda:

$$\varepsilon_{pd} = \frac{\partial X}{\partial P} * \frac{P}{X} = \frac{\partial X}{X} \bigg/ \frac{\partial P}{P}$$

$\varepsilon_{pd} < -1 \Rightarrow$ a variação na demanda é maior que a variação ocorrida nos preços.

[12] Esse resultado fica explícito na Matriz de Slutsky que é negativa semidefinida.

(0) *Falso.*

Quando um bem tem demanda menor do que –1, um aumento no preço do bem ocasiona uma redução mais que proporcional na sua quantidade consumida, de modo que o indivíduo gasta um montante menor de sua renda na compra desse bem. O efeito é o aumento na demanda por algum outro bem.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 285, 296 e 587.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 139 e 140.

(1) *Falso.*

O consumidor não necessariamente reduzirá a demanda somente de X. O consumidor pode reduzir também a demanda de algum outro bem. Com o aumento do preço, o indivíduo gasta menos na compra do bem X, de modo que há um aumento no montante disponível para a compra de outros bens maior do que havia anteriormente. Se o indivíduo tem um bem inferior em sua cesta de consumo, a quantidade consumida desse bem pode se reduzir.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 285, 296 e 587.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p.133, 139 e 140.

(2) *Verdadeiro.*

Vide item (0).

(3) *Falso.*

ANPEC/1998

Questão 1

Com relação às preferências do consumidor, é correto afirmar que:

(0) A premissa de que as preferências são completas implica que é possível ordenar todas as cestas de bens disponíveis no mercado.
(1) As curvas de indiferença são geralmente convexas com relação à origem porque a Taxa Marginal de Substituição diminui ao longo das curvas (à medida que nos deslocamos para baixo e para a direita).
(2) Quando a Taxa Marginal de Substituição é constante, os bens são complementos perfeitos.
(3) No ponto de escolha ótima do consumidor, a Taxa Marginal de Substituição é sempre igual à razão entre os preços.

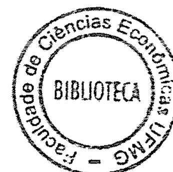
Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Se as preferências são completas, as cestas podem ser comparadas. Entretanto, para garantir consistência das preferências é necessário que a hipótese de transitividade também esteja satisfeita. A ordenação de cestas duas a duas independe da transitividade, mas, se o conjunto orçamentário admitir mais de duas cestas, a ordenação de todas as cestas factíveis pressupõe transitividade.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 39 e 40.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 67.



(1) *Verdadeiro.*

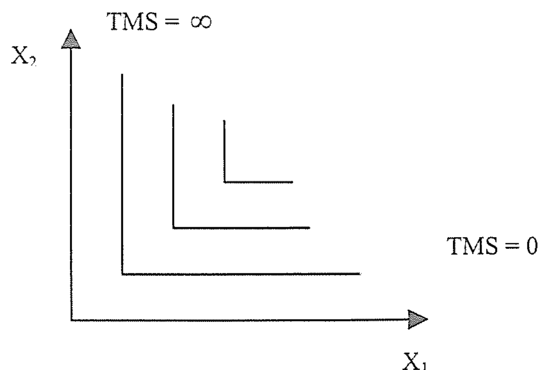
A Taxa Marginal de Substituição é a inclinação da curva de indiferença. Se a TMS é decrescente, a inclinação da curva diminui da esquerda para a direita, e a curva é convexa.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 49 e 50.

(2) *Falso.*

Quando a Taxa Marginal de Substituição é constante para qualquer quantidade consumida, estes bens são substitutos. Este é o caso de preferências lineares. No caso de preferências do tipo Leontief (bens complementares) a função-utilidade não é diferenciável em todo o domínio da função. No gráfico abaixo pode-se perceber que esta função não é diferenciável na quina. Ao longo dos eixos a Taxa Marginal de Substituição pode apresentar dois valores, ou TMS = ∞ ou TMS = 0.



Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 52 a 55.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 72 a 76; 85.

(3) *Falso.*

Isso não é sempre válido. Por exemplo, no caso de preferências lineares a TMS é constante. Se a razão dos preços for diferente da TMS, o indivíduo consome apenas um dos bens (solução de canto). A condição de igualdade da Taxa Marginal de Substituição e razão de preços só é uma condição de necessidade para garantir o equilíbrio se a solução for um ponto interior.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 85.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 72 a 76.

Questão 2

Considere um indivíduo que despende sua renda no consumo de apenas dois bens. É correto afirmar que:

(0) A inclinação da limitação orçamentária mede a proporção segundo a qual os dois bens podem ser permutados sem alteração na renda do consumidor.

(1) A inclinação da limitação orçamentária é alterada quando os preços dos dois bens variam na mesma proporção.

(2) A função-utilidade é um conceito que se refere especificamente à utilidade cardinal, porque ela quantifica o nível de satisfação que o indivíduo tem ao consumir uma cesta de bens.

(3) Somente um ponto da curva de demanda individual é associado à maximização de utilidade do consumidor.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

A linha orçamentária pode ser escrita como: $p_1x_1 + p_2x_2 = m$. Diferenciando totalmente e mantendo a renda e preços constantes, obtemos: $p_1dx_1 + p_2dx_2 = 0$. Daí, podemos ver que: $\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{p_1}{p_2}$, ou seja, dada a renda, uma variação na quantidade do bem 1 requer uma variação em sentido contrário na quantidade do bem 2 igual a $-\frac{p_1}{p_2}$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 169.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 89.

(1) *Falso.*

Se os preços aumentam proporcionalmente, não há alteração na inclinação da linha orçamentária, que indica a razão entre os preços. Se a razão não muda, a inclinação também não muda.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 23 a 29.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 77 a 81.

(2) *Falso.*

A função-utilidade é um conceito ordinal, diz respeito a como os indivíduos ordenam as suas preferências sobre as cestas que fazem parte do seu conjunto de consumo.[13]

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 59 a 63.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 95.

(3) *Falso.*

Para a curva de demanda individual (função da renda e dos preços), todos os pontos referem-se a pontos de maximização de utilidade. Cada ponto na curva de demanda corresponde a um ponto de máximo, dados a renda e os preços.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 105.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 111.

Questão 3

Com relação a demanda, preço e renda, é correto afirmar que:

(0) A curva de preço-consumo é representada graficamente pela relação entre o preço do bem (medido no eixo vertical) e a quantidade consumida daquele bem (medida no eixo horizontal).
(1) A curva de Engel tem sempre inclinação positiva.
(2) Para bens normais, o efeito-renda é sempre menor (em valor absoluto) que o efeito-substituição.
(3) Para bens de Giffen, o efeito-renda é sempre maior (em valor absoluto) que o efeito-substituição.

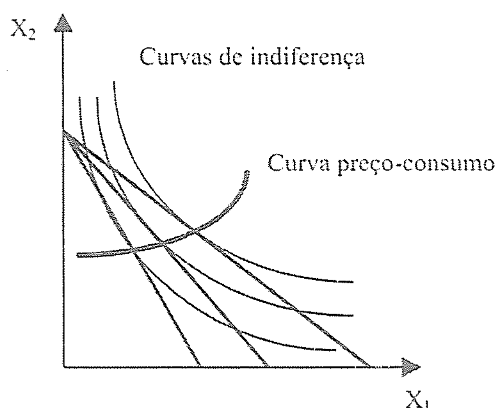
Solução:

(0) *Falso.*

A curva de preço-consumo é representada num mapa de indiferença, no plano $X_1 - X_2$ (numa economia com dois bens). A curva preço-consumo é formada por todas as combinações ótimas no consumo dos bens para variados preços relativos dos dois bens.

---

[13] Sobre a abordagem cardinal e ordinal da utilidade, ver item 0 da questão 1/1991, p. 21.



Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 115 e 116.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 109 a 111.

(1) *Falso.*

A curva de Engel expressa a quantidade demandada em função da renda. Para bens inferiores a curva de Engel tem inclinação negativa, pois a quantidade demandada diminui quando a renda aumenta.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 106 a 108.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 111 a 116.

(2) *Falso.*

Para bens normais o efeito-renda tem o mesmo sinal que o efeito-substituição, mas não se fazem referências à magnitude desses efeitos na caracterização de bens normais. Vejamos um exemplo. Suponha uma cesta de consumo com dois bens e admita uma redução no preço do bem 1. Essa redução no preço implica em um aumento do poder de compra. Se o bem é normal, o aumento no poder de compra determina um aumento da demanda deste bem. No caso do efeito-substituição, como houve uma redução no preço do bem 1, isso significa que este bem está relativamente mais barato, e como o efeito-substituição é sempre negativo, essa redução do preço determina um aumento na demanda deste bem. Desse modo, ambos os efeitos, efeito-substituição e efeito-renda, vão no sentido de determinar um aumento da demanda deste bem. Entretanto, nada se pode dizer sobre a magnitude desses efeitos.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 150 a 152.

(3) *Verdadeiro.*

Para bens de Giffen o efeito-renda é maior em termos absolutos do que o efeito-substituição. No caso de bens de Giffen a relação entre a variação do preço e a da quantidade é sempre positiva, ou seja, se há um aumento no preço, a quantidade demandada do bem aumenta. Como o efeito-substituição é sempre negativo, de modo que o aumento de preço determina uma redução na quantidade demandada do bem, no caso de bens de Giffen, o aumento na quantidade demandada decorre do efeito-renda. Como os bens de Giffen são inferiores, com o aumento do preço que ocasiona uma

redução do poder de compra temos uma elevação da demanda. Nesse sentido, o aumento da demanda observado é determinado pelo efeito-renda que é maior em valor absoluto que o efeito-substituição. Esse efeito-renda mais que compensa o efeito-substituição negativo, e o efeito total é positivo, caracterizando o bem de Giffen.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 150 a 158.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 118 a 122.

Questão 4

Dada a função-utilidade do consumidor definida como $U(X,Y) = X^{0,5} + Y^{0,5}$ e a restrição orçamentária, onde é dada a Renda (R) e os preços de X e Y respectivamente, podemos concluir que o consumo de X e Y que maximiza o bem estar do consumidor será igual a:

(0) $X^* = (Px / P^2x + PxPy)$; $Y^* = (Py / P^2y + PxPy)$.
(1) $X^* = (Py / P^2x + PxPy)$; $Y^* = (Py / P^2y + PxPy)\,R$.
(2) $X^* = (Py / P^2x + PxPy)\,R$; $Y^* = (P^2y / P^2y + PxPy)$.
(3) $X^* = (Py / P^2x + PxPy)\,R$; $Y^* = (P^2y / P^2y + PxPy)\,R$.
(4) Todas falsas.

Solução:

Devemos resolver:

$$\text{Max } U(X, Y) = X^{0,5} + Y^{0,5} \quad \text{s. a} \quad p_xX + p_yY = R; \quad X \geq 0;\ Y \geq 0$$

O Lagrangeano do problema é:

$$L = X^{0,5} + Y^{0,5} + \lambda.(R - p_xX - p_yY) + \mu_1X + \mu_2Y$$

Condições de primeira ordem:

$$0{,}5X^{-0,5} - \lambda p_x + \mu_1 = 0 \qquad (1)$$
$$0{,}5Y^{-0,5} - \lambda p_y + \mu_2 = 0 \qquad (2)$$
$$p_xX + p_yY = R \qquad (3)$$
$$\mu_1X = 0 \qquad (4)$$
$$\mu_2Y = 0 \qquad (5)$$

Há três casos a serem estudados. Primeiramente vamos considerar o problema com solução interior, isto é, $X > 0$ e $Y > 0$. No segundo caso, vamos considerar $X = 0$ e $Y > 0$. No terceiro caso, $X > 0$ e $Y = 0$.

Caso 1:

Devemos ter $\mu_1 = \mu_2 = 0$. Substituindo esses valores em (1)-(5) temos:

$$0{,}5X^{-0{,}5} = \lambda p_x$$
$$0{,}5Y^{-0{,}5} = \lambda p_y$$

Dividindo a primeira expressão pela segunda:

$$\left(\frac{X}{Y}\right)^{-0{,}5} = \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow Y = \left(\frac{p_x}{p_y}\right)^2 X \qquad (6)$$

Substituindo (6) em (3) e resolvendo para X:

$$X = \frac{R \cdot p_y}{p_x p_y + (p_x)^2}$$

Voltando com esta expressão em (6):

$$Y = \frac{p_x \cdot R}{P_x p_y + (p_y)^2}$$

$$\lambda = \frac{0{,}5}{p_x}\sqrt{\frac{p_y \cdot R}{p_x p_y + (p_x)^2}} > 0$$

Caso 2:

$\mu_1 > 0$ e $\mu_2 = 0 \Rightarrow X = 0$ e $Y > 0$

Substituindo esses valores em (1)-(5):

$$-\lambda p_x + \mu_1 = 0 \qquad (1)$$

$$0{,}5Y^{-0{,}5} - \lambda p_y = 0 \qquad (2)$$

$$p_y Y = R \qquad (3)$$

De forma que:

$$Y = \frac{R}{p_y}$$

$$\lambda = \frac{0,5}{p_y}\sqrt{\frac{R}{p_y}} \rangle 0$$

$$\mu_1 = \frac{p_x}{p_y}\sqrt{\frac{R}{p_y}}$$

Caso 3:

$\mu_1 = 0$ e $\mu_2 > 0 \Rightarrow X > 0$ e $Y = 0$.

Substituindo esses valores em (1)-(5):

$$0,5X^{-0,5} - \lambda p_x = 0 \qquad (1)$$

$$-\lambda p_y + \mu_2 = 0 \qquad (2)$$

$$p_x X = R$$

De forma que:

$$X = \frac{R}{p_x}$$

$$\lambda = \frac{0,5}{p_x}\sqrt{\frac{R}{p_x}} > 0$$

$$\mu_2 = \frac{p_y}{p_x}\sqrt{\frac{R}{p_x}}$$

A solução pode ser um dos resultados obtidos na análise dos três casos. Para saber qual é a solução, devemos substituir a demanda pelos bens *X* e *Y* obtida em cada caso na função-utilidade e encontrar qual é a demanda que propicia o maior nível de utilidade.

Caso 1:

$$U^* = \left(\frac{p_y R}{p_x p_y + (p_x)^2}\right)^{0,5} + \left(\frac{p_x R}{p_x p_y + (p_y)^2}\right)^{0,5} = \underbrace{\left[\left(\frac{p_y}{p_x p_y + (p_x)^2}\right)^{0,5} + \left(\frac{p_x}{p_x p_y + (p_y)^2}\right)^{0,5}\right]}_{f(P)} R^{0,5}$$

$$U^* = f(P)R^{0,5}$$

Caso 2:

$$U^* = \left(\frac{1}{p_y}\right)^{0,5} R^{0,5}$$

Caso 3:

$$U^* = \left(\frac{1}{p_x}\right)^{0,5} R^{0,5}$$

RESPOSTA:

Se $f(P) > \left(\frac{1}{p_y}\right)^{0,5}$ e $f(P) > \left(\frac{1}{p_x}\right)^{0,5}$, então a solução são as demandas encontradas no primeiro caso.

Se $f(P) < \left(\frac{1}{p_y}\right)^{0,5}$ e $\left(\frac{1}{p_x}\right)^{0,5} < \left(\frac{1}{p_y}\right)^{0,5}$, então a solução são as demandas encontradas no segundo caso.

Por último, se $f(P) < \left(\frac{1}{p_x}\right)^{0,5}$ e $\left(\frac{1}{p_y}\right)^{0,5} < \left(\frac{1}{p_x}\right)^{0,5}$, então a solução são as demandas encontradas no terceiro caso.

(0)-(3) *Falso*

(4) *Verdadeiro*

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 102 a 104.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 50 a 57.

Questão 12

Marque Falso (F) ou Verdadeiro (V):

(0) O efeito-substituição, derivado de uma variação do preço de uma mercadoria X, dada a utilidade constante, é sempre negativo desde que a Taxa Marginal de Substituição de X por Y seja decrescente.
(1) No caso de um bem de luxo o efeito-renda total é negativo.
(2) Um aumento do preço do bem X sempre provocará um aumento no gasto total do consumidor, desde que a elasticidade-preço da demanda do bem X seja maior que -1.
(3) O nível de utilidade de um consumidor individual não varia ao longo de uma curva de demanda de mercado do tipo marshalliana.
(4) A Equação de Slutsky mostra a relação entre elasticidade-preço compensada e elasticidade-renda.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

A TMS de X por Y decrescente descreve o comportamento do consumidor que tem preferências convexas, ou seja, ele prefere consumir uma combinação dos dois bens a se especializar no consumo de apenas um deles, seja qual for. A variação no preço da mercadoria X provoca um efeito-substituição que se caracteriza pelo aumento ou diminuição no consumo desta mercadoria devido à mudança no poder de compra do consumidor após a variação de preço. Se a TMS for decrescente, o efeito-substituição terá um efeito negativo, fazendo com que o consumo da mercadoria aumente se seu preço cair e que o consumo diminua se o seu preço aumentar, acompanhando a inclinação negativa da curva de indiferença.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 150 e 151.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 131.

(1) *Verdadeiro.*

Bem de luxo é um caso particular de bem normal. É aquele que, quando a renda varia, a demanda varia mais que proporcionalmente. Assim, um aumento no preço do bem equivale a uma diminuição da renda, e como o bem é de luxo, a quantidade demandada dele diminui, o que implica num efeito-renda negativo. [14]

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 110; 156 e 157.

[14] Os termos efeito positivo/negativo se referem a uma variação na demanda em relação a uma variação no preço. Assim, por exemplo, quando se diz efeito-renda negativo está se referindo a uma variação de preços positiva que ocasiona uma variação negativa no poder de compra e, por conseqüência, uma redução na demanda.

(2) *Verdadeiro*.

Se a elasticidade-preço da demanda é maior que –1, este bem é inelástico. Portanto, quando o preço aumenta a quantidade consumida deste bem diminui menos que proporcionalmente. Assim, o gasto total do consumidor aumenta.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 296 a 299.

(3) *Falso*.

Todos os pontos da curva de demanda de mercado são pontos ótimos de consumo, dadas as combinações de preços e renda que podem representar níveis de utilidade diferenciados.[15]

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 85.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 110.

(4) *Falso*.

A Equação de Slutsky mostra a decomposição da variação da demanda nos efeitos renda e substituição. Uma forma alternativa de escrever a Equação de Slutsky considera a relação entre a elasticidade-preço da demanda e a elasticidade-renda da demanda.

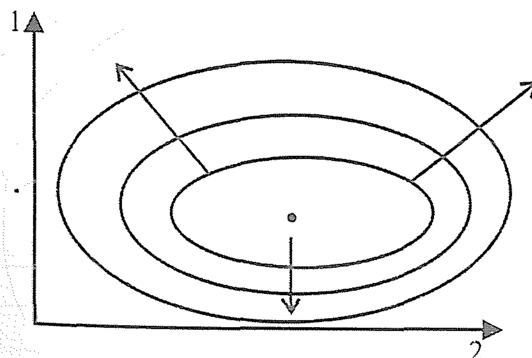
Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 34 e 38.[16]
- Varian, H. (2000), p. 156 a 166.

ANPEC/1999

Questão 1

Considere as preferências de um consumidor representadas no gráfico abaixo, onde as setas indicam a direção na qual as preferências aumentam.



[15] O termo demanda marshalliana é utilizado nas análises de equilíbrio parcial e foi cunhado devido a Alfred Marshall.

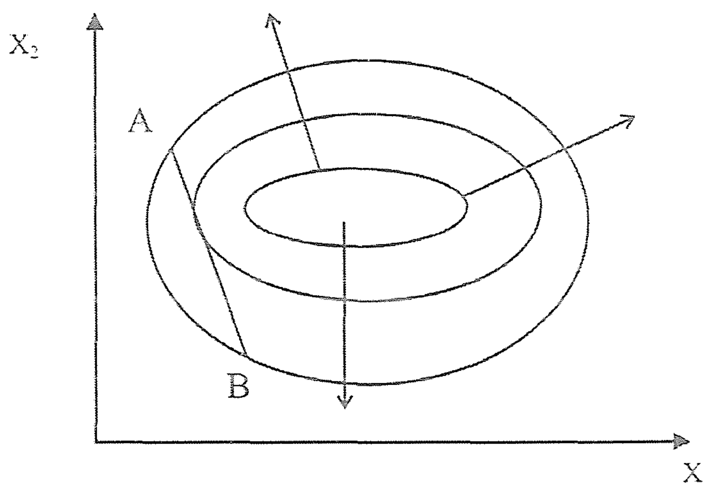
[16] Na página 38 do livro de Mas-Colell, ver exercício 2.F.9.

(0) Pode-se afirmar que as curvas de indiferença são convexas.
(1) A estrutura de preferências desse consumidor é intransitiva.
(2) Nota-se que existem cestas que nunca seriam demandadas pelo consumidor.
(3) Não existem cestas onde a utilidade marginal de um dos bens seja negativa.
(4) A estrutura de preferência do consumidor obedece a propriedade de não-saciedade.

Solução:

(0) *Falso.*

As curvas de indiferença não são convexas para todas as combinações dos dois bens. Observe a figura abaixo. As cestas A e B correspondem a um mesmo nível de utilidade. Se as preferências fossem convexas, uma combinação convexa dessas duas cestas daria um nível de utilidade ao menos tão alto quanto aquele proporcionado pelas cestas A e B. Qualquer combinação convexa dessas duas cestas está sobre a linha reta que as une. Nota-se que qualquer ponto sobre esta reta alcança uma curva de indiferença com menor nível de utilidade. Portanto as preferências não são convexas em todo o domínio.



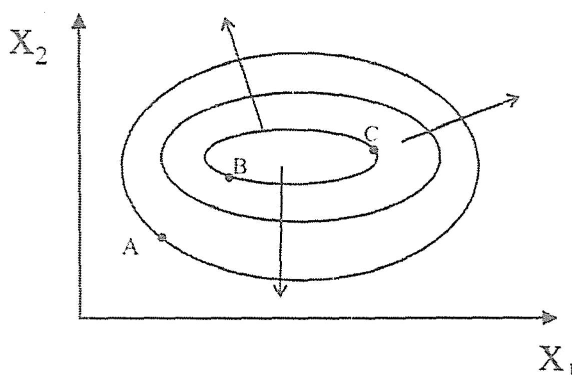
Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 49 e 50.

(1) *Falso.*[17]

Observe na figura a seguir que A $\succ$ B; B ~ C. Se a transitividade fosse violada, teríamos C $\succ$ A . A transitividade não é violada. A transitividade só é violada no caso de as curvas de indiferença se cruzarem.

[17] Esta resposta não confere com o gabarito oficial da ANPEC.



(2) *Verdadeiro.*[18]

A cesta do centro do mapa de indiferença seria uma curva de indiferença correspondente ao mínimo de utilidade que o consumidor poderia obter. Independentemente da razão de preços relativos vigentes na economia, é sempre possível ao consumidor com um mesmo nível de gastos adquirir uma outra cesta que gere um nível de utilidade superior. Desse modo, a cesta representada no centro do mapa das curvas de indiferença nunca seria demandada.

(3) *Falso.*[19]

A inclinação da curva de indiferença é igual à TMS. Ela será positiva quando a UMg de um (e apenas um) dos bens for negativa. Na figura, podem-se verificar pontos em que a inclinação da curva de indiferença é positiva e portanto, a utilidade marginal de um dos bens é negativa.

(4) *Verdadeiro.*[20]

Se as preferências fossem saciadas existiria um ponto de convergência das setas para as quais a utilidade do consumidor se eleva. Neste caso, as preferências seriam representadas por um diagrama onde as setas convergiriam, por exemplo, no centro do mapa de indiferença.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 47 e 48; 71; 83 a 85.

Questão 2

Com relação à Teoria do Consumidor, é correto afirmar que:

(0) A Taxa Marginal de Substituição entre dois bens é igual à razão entre os preços destes bens, em qualquer ponto.

(1) A Taxa Marginal de Substituição entre dois bens é igual ao valor absoluto da inclinação da curva de indiferença, em qualquer ponto.

---

[18] Esta resposta não confere com o gabarito oficial da ANPEC.
[19] Esta resposta não confere com o gabarito oficial da ANPEC.
[20] No gabarito da ANPEC, este item consta como anulado.

(2) A Taxa Marginal de Substituição entre dois bens é igual à razão entre as utilidades marginais destes bens, em qualquer ponto.
(3) No caso de bens normais, o efeito-substituição é sempre maior que o efeito-renda.

Solução:

(0) *Falso.*

A TMS pode ser diferente da razão entre os preços quando estamos numa solução de canto (a quantidade escolhida de um dos bens é zero). Entre os exemplos de preferências que podem apresentar soluções deste tipo estão as preferências lineares e as quase-lineares.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 50 a 54.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 81 e 82.

(1) *Verdadeiro.*

Para obter a expressão para a TMS, considere uma curva de indiferença associada à função-utilidade U (x, y): $\overline{U}$ = U (x, y).

Diferenciando esta expressão, temos:

$0 = Umg_x dx + Umg_y dy$ (1)

Reescrevendo: $\frac{d_x}{d_y} = -\frac{UMg_y}{UMg_x}$ (2)

$\frac{d_x}{d_y}$ é a Taxa Marginal de Substituição de x por y.

Representando as curvas de indiferença no plano x-y, temos que $\frac{d_x}{d_y}$ é igual à inclinação da curva de indiferença.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 51 e 52 ; 73 a 76.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 170 e 171.

(2) *Verdadeiro.*

Ver justificativa acima.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 73 a 76.

(3) *Falso.*[21]

No caso de bens normais o efeito-substituição e o efeito-renda apresentam o mesmo sinal, ou seja, ambos os efeitos contribuem para que $d_p d_x < 0$. Todo bem normal é um bem comum, ou seja, a variação da quantidade e do preço são sempre opostas. Nada se pode dizer, entretanto, acerca da magnitude destes efeitos.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 52 a 55 ; 72.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 72 a 76.

Questão 3

Considere um indivíduo que tem suas preferências representadas pela função-utilidade $U(x,y) = 0,4\, x^2 y^3$, em que x e y são as quantidades consumidas de dois bens. Se este consumidor maximiza a utilidade, sujeito a restrição orçamentária, é correto afirmar que:

(0) A função de demanda marshaliana pelo bem x é dada por $x(R, p_x, p_y) = R / (2\, p_x)$, onde R é a renda do consumidor, p_x e p_y são os preços dos bens.
(1) Os bens são substitutos.
(2) A maximização da utilidade é obtida quando a renda é alocada de forma que a utilidade marginal é igual para os dois bens.
(3) Quando $R = 50$, $p_x = 1$ e $p_y = 6$, a Taxa Marginal de Substituição de y por x no ponto de escolha ótima é igual a $^1/_6$.

Solução:

Como as preferências são monotônicas e estritamente convexas (preferências do tipo Cobb-Douglas), o problema do consumidor pode ser descrito como:

Max U (x, y) = $0,4x^2y^3$ sujeito a: $p_x x + p_y y = R$

A condição de equilíbrio é:

$$\frac{UMg_x}{UMg_y} = \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow \frac{2xy^3}{3x^2y^2} = \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow \frac{2y}{3x} = \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow y = \frac{3p_x}{2p_y} x$$

Substituindo na restrição orçamentária temos a cesta demandada:

$$p_x x + \frac{3p_x}{2} x = R \Rightarrow x = \frac{2R}{5p_x}$$

$$y = \frac{3R}{5p_y}$$

[21] No gabarito da ANPEC, este item consta como anulado.

(0) *Falso.*

De acordo com o desenvolvimento anterior, $x = \frac{2R}{5p_x}$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 98 a 101.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 171 e 172.

(1) *Falso.*

Bens substitutos são representados por preferências lineares e aditivas. A função-utilidade que expressa a relação entre os dois bens acima é uma Cobb-Douglas. As preferências Cobb-Douglas, apesar de apresentarem a possibilidade de substitutabilidade entre os bens, não admitem quantidade consumida de um dos bens igual a zero.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 82 e 83.

(2) *Falso.*

A condição de equilíbrio é:

$\frac{UMg_x}{UMg_y} = \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow$ A maximização ocorre com $UMg_x = UMg_y$ apenas se $p_x = p_y$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 94 a 97.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 108 a 110.

(3) *Verdadeiro.*

Como a solução é interior, podemos caracterizá-la pela igualdade entre a TMS e a razão de preços. Desse modo, TMS = $\frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{6}$.

É possível atestar a veracidade desta afirmativa de duas formas:

1) Na condição de equilíbrio interior, a Taxa Marginal de Substituição deve se igualar à razão entre os preços. Logo, como os preços estarão na razão de 1/6, a Taxa Marginal de Substituição é 1/6.
2) Podemos substituir o valor das cestas demandadas na fórmula das utilidades marginais e verificar o seu valor no ponto analisado.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 81 a 90; 125 a 127.

Questão 4

Em relação às preferências dos consumidores, podemos dizer que:

(0) As preferências por dois bens substitutos perfeitos são estritamente convexas.
(1) A monotonicidade implica que as curvas de indiferença podem ter declividade positiva.
(2) Quando a Taxa Marginal de Substituição é constante, as preferências são constantes.
(3) A fim de discutir convexidade das preferências é necessário admitir algum tipo de monotonicidade das preferências.

Solução:

(0) *Falso.*

Considere duas cestas A e B sob uma mesma curva de indiferença ($A \sim B$) e uma combinação convexa dessas duas cestas, isto é, a cesta $C = \alpha A + (1 - \alpha)B$, com $0 < \alpha < 1$. Se as preferências são estritamente convexas, $C \succ A \sim B$. Entretanto, para bens substitutos, as curvas de indiferença são linhas retas. Neste caso, a cesta C também estará sob a mesma curva de indiferença que as cestas A e B e, portanto, para bens substitutos, $C \sim A \sim B$. Assim, nesse caso, as preferências são convexas mas não estritamente convexas.

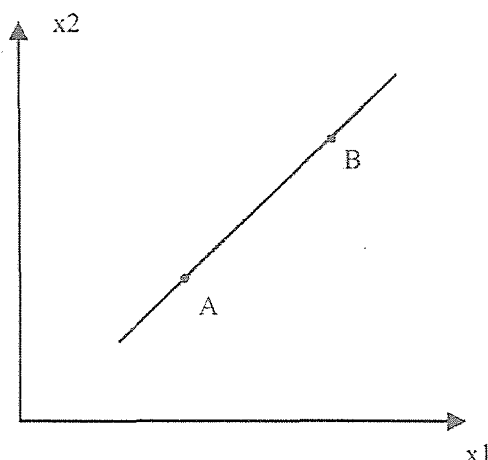
Sobre este tópico, ver:

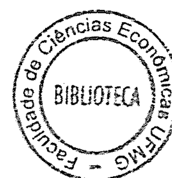
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 44 e 45.

(1) *Falso.*

Monotonicidade quer dizer que o indivíduo irá preferir sempre mais quantidade do(s) bem(s) que consome, de modo que se ele se deparar com duas cestas que contenham os bens x e y e elas possuírem a mesma quantidade do bem x, mas uma delas possuir ao menos uma unidade a mais do bem y, o indivíduo sempre preferirá esta última.

Seja a curva de indiferença representada na figura a seguir, com inclinação positiva. Considere as cestas A e B. A cesta B tem mais de ambos os bens e, apesar disso, as duas cestas estão na mesma curva de indiferença, indicando que $A \sim B$. Se essas preferências fossem monótonas deveríamos ter $B \succ A$. A declividade positiva da curva de indiferença está associada à presença de um mal na cesta de bens do consumidor, uma vez que para aumentar a quantidade de um bem, permanecendo na mesma curva de indiferença, o indivíduo tem que ter o seu consumo compensado pelo aumento da quantidade do outro bem.





Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 47 a 50.

(2) *Verdadeiro*.

Quando a Taxa Marginal de Substituição é constante, isso significa que a relação de substitutabilidade entre dois bens é constante. Logo, o indivíduo sempre está disposto a trocar os dois bens na mesma razão de proporção.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 53, 82 e 83.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 84.

(3) *Falso*.

A monotonicidade não é condição necessária para a convexidade das preferências. Trata-se de propriedades diferentes das preferências.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 49 a 52.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 42 a 45.

ANPEC/2000

Questão 1

Com base na abordagem ordinal da Teoria do Consumidor, é correto afirmar que:

(0) A função de utilidade é arbitrária até qualquer transformação monótona crescente de si mesma.
(1) O princípio da utilidade marginal declinante é imprescindível para garantir a substituição entre bens.
(2) Utilidades marginais positivas implicam Taxa Marginal de Substituição negativa.
(3) Uma função de utilidade côncava significa que o consumidor prefere diversificação à especialização no consumo.
(4) Taxa Marginal de Substituição positiva implica que um dos produtos é um desbem.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

O que importa é a ordenação das preferências. Qualquer transformação monotônica crescente de uma função-utilidade representa as mesmas preferências.[22]

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 60.

(1) *Falso.*

Com a utilidade marginal decrescente se garante a substitutabilidade entre os bens, mas esta não é uma condição necessária para ocorrer substituição entre os bens. O caso de bens substitutos ilustra esse fato. Nesse caso, a utilidade marginal é constante e ainda assim existe substitutabilidade entre os bens.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 71.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 96 e 97.

(2) *Verdadeiro.*

A TMS $= -\dfrac{UMg1}{UMg2}$. Se Umg1 e Umg2 são ambas positivas, então a TMS é negativa.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 72.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 96 a 98.

(3) *Verdadeiro.*

Preferências convexas podem ser representadas por uma função-utilidade côncava.[23] Sempre que as preferências forem convexas ou estritamente convexas, os indivíduos preferem diversificação à especialização.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 494.

[22] Para uma maior explicação sobre este assunto, ver item 0 da questão 01/1991.
[23] Preferências convexas também podem ser representadas por funções utilidade quase-côncavas. Toda função quase-côncava é côncava mas nem toda função côncava é quase-côncava. Ver Simon & Blume, capítulo 21, p. 505-541.

(4) *Verdadeiro.*

Se um dos produtos é um mal, então a utilidade marginal desse produto é negativa. Se o outro produto é um bem, com utilidade marginal positiva, então a TMS é positiva.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 71.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 96 e 97.

Questão 2

Em relação às funções de utilidade dos consumidores, é correto afirmar que:

(0) Para um consumidor com uma função de utilidade do tipo U(X, Y) = $X^{0,4}Y^{0,6}$, os bens X e Y são substitutos perfeitos.

(1) Uma transformação monotônica de uma função de utilidade do tipo U(X, Y) = $(X + Y)^{1/2}$ não muda a Taxa Marginal de Substituição.

(2) Para um consumidor com uma função de utilidade do tipo U(X_1 Y_2) = $X_1^{1/2} + X_2$, um aumento na renda altera absolutamente as quantidades demandadas de X_1 e de X_2.

(3) Caso a função-utilidade do consumidor seja homotética, a Taxa Marginal de Substituição depende apenas das quantidades relativas dos bens consumidos e não das quantidades absolutas.

(4) Um consumidor com uma função de utilidade do tipo $U(X_1, X_2) = \min\{2/3X_1, X_2\}$, tem uma elasticidade de substituição igual a 1 em todo o seu domínio.

Solução:

(0) *Falso.*

Para a função-utilidade acima, a TMS = $-\dfrac{UMgx}{UMgy} = -\dfrac{0,4y}{0,6x}$. Os bens são substitutos perfeitos quando são trocados a uma taxa constante e igual a 1, ou seja, TMS = 1. Nesse caso, as preferências são do tipo Cobb-Douglas.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 66.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 118 a 122.

(1) *Verdadeiro.*

A Taxa Marginal de Substituição da função-utilidade é igual a 1.

$TMS = -\dfrac{\partial U / \partial X}{\partial U / \partial Y} = 1$. Considere uma transformação monotônica g(.), g'(.) > 0 de tal

forma que tenhamos V(X, Y) = g(U(X, Y)). A Taxa Marginal de Substituição nesse caso

é $TMS = \frac{g'(U(X,Y))}{g'(U(X,Y))} \cdot \frac{\partial U / \partial X}{\partial U / \partial Y} = \frac{\partial U / \partial X}{\partial U / \partial Y} = 1$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 60.

(2) *Falso.*

A função U(X₁ Y₂) = $X_1^{1/2} + X_2$ é um exemplo de preferências quase-lineares. A função-utilidade é não-linear no bem 1. Nesse caso, a quantidade consumida desse bem não depende da renda e, portanto, alterações na renda não alteram a quantidade consumida do bem 1.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 109 e 110.

(3) *Verdadeiro.*

Para preferências homotéticas a Taxa Marginal de Substituição é constante ao longo dos raios que partem da origem e, portanto, não dependem das quantidades absolutas dos bens, mas apenas das quantidades relativas.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 45.
- Simon & Blume (1994), p. 500 a 503.

(4) *Falso.*

Dada a função-utilidade $U(X_1, X_2) = \min\left\{\frac{2}{3}X_1, X_2\right\}$, os bens 1 e 2 são complementares. Nesse caso, eles são consumidos numa razão constante e igual a $\frac{3}{2}$ de modo que $X_2 = \frac{2}{3}X_1$. A elasticidade de substituição é definida como a derivada da Taxa Marginal de Substituição em relação à razão dos insumos. Nesse caso, a função não é diferenciável em qualquer ponto e, portanto, a elasticidade de substituição não está definida em todo o domínio.

Vejamos o exemplo do cálculo da elasticidade de substituição no caso de preferências Cobb-Douglas.

$$\varepsilon_s = \frac{\partial TMgS}{\partial x_2 / x_1}$$

$$u(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$$

$$TMgS = \frac{ax_2}{bx_1}$$

$$\varepsilon_s = \frac{\partial TMgS}{\partial x_2 / x_1} = \frac{a}{b}$$

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 97.
- Varian, H. (1992), p. 13 e 14.

ANPEC/2001

Questão 1

Em relação à Teoria das Preferências, julgue os itens a seguir:

(0) Se as preferências de um consumidor forem convexas, então para qualquer cesta $x = \{X_1, X_2\}$, em que X_1 e X_2 são as quantidades consumidads dos bens 1 e 2, o conjunto formado pelas cestas que o consumidor considera inferiores a x é um conjunto convexo.

(1) Representando o bem x na abscissa e o bem y na ordenada, constata-se que, na presença de homoteticidade das preferências, a Taxa Marginal de Substituição entre x e y é decrescente, para níveis mais elevados do consumo de x.

(2) A função de utilidade $u(x, y) = 10 - (x-2)^2 - (y-1)^2$ é monotônica.

(3) A satisfação de um consumidor, derivada do consumo dos bens x e y, é mensurada pelo negativo da soma do valor absoluto dos desvios de qualquer cesta em relação a sua cesta preferida, que contém 2 unidades de x e 7 unidades de y. Então, a curva de indiferença desse consumidor que passa pelo ponto (x, y) = (5, 4), também inclui as cestas (2,1), (8, 7) e (5, 10).

(4) Sendo as preferências de um consumidor representadas pela função u (x, y) = 25(3x + 2y) – 30, pode-se afirmar que os bens x e y são substitutos perfeitos e, por conseguinte, o consumidor demandará apenas aquele que for mais barato.

Solução:

(0) *Falso.*

Se as preferências do consumidor forem convexas ou estritamente convexas, elas serão representadas por uma função-utilidade côncava ou quase-côncava e, neste caso, o conjunto de contorno superior, ou conjunto das cestas preferíveis, será convexo.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 43 e 44.

(1) *Falso.*

Na presença de homotetia das preferências, a Taxa Marginal de Substituição é constante ao longo dos raios que partem da origem. Nada se pode afirmar sobre a taxa de crescimento da Taxa Marginal de Substituição. Para o caso das preferências Cobb-

Douglas, a Taxa Marginal de Substituição é decrescente em função da utilidade marginal decrescente, mas existem outras preferências homotéticas, como os bens substitutos ou complementares, que apresentam a propriedade de homotetia, mas não apresentam Taxa Marginal de Substituição declinante.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 108 a 109.

(2) *Falso.*

Esta preferência representa males e, além disso, o consumidor apresenta um ponto de saciedade global, que compreende a alocação x=2 e y=1. Esta alocação compreende o maior nível de utilidade possível para o consumidor e desse modo as preferências não são monotônicas.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 49.

(3) *Verdadeiro.*

$$U = -\|5-2\| + \|4-7\| = -6$$
$$U = -\|2-2\| + \|1-7\| = -6$$
$$U = -\|8-2\| + \|7-7\| = -6$$
$$U = -\|5-2\| + \|10-7\| = -6$$

Todas estas cestas pertencem à mesma curva de indiferença.

(4) *Falso.*

Os bens não são substitutos perfeitos, e sim imperfeitos. O indivíduo troca os bens na seguinte razão:

$$u = 3x + 2y$$
$$0 = 3dx + 2dy$$
$$\frac{dx}{dy} = -\frac{2}{3}$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 66.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 118 a 122.

Questão 2

Julgue os itens a seguir:

(0) Se a elasticidade cruzada entre dois bens é negativa, estes bens são complementares.

(1) Quanto menor for o número de substitutos para um produto, maior será a elasticidade-preço da demanda.

(2) Se o aumento sucessivo da oferta de um bem resulta em reduções sucessivas da receita dos ofertantes, pode-se dizer que a demanda por este produto é preço-inelástica.

(3) A elasticidade-preço de demanda por um produto é – 0,5 e a elasticidade-renda é 2,0. Se houver um aumento de 1% no preço do produto, e, ao mesmo tempo, a renda agregada subir 1%, o impacto sobre a quantidade demandada será de 1,5%.

(4) A demanda de um produto é geralmente mais elástica ao preço no longo do que no curto prazo.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

A elasticidade cruzada mede o comportamento da demanda de um bem quando o preço do outro bem se alterou, ou seja, refere-se à variação percentual na quantidade demandada de uma mercadoria que resulta de 1% no aumento do preço de outra mercadoria.

$$E_{QbPm} = \frac{Pm}{Qb}\frac{\Delta Qb}{\Delta Pm}$$

Se os bens são complementares, eles terão a quantidade aumentada ou reduzida sempre conjuntamente. Se a elasticidade cruzada é negativa, isto significa que o preço do bem *m* se elevou, fazendo com que a demanda pelo bem *b* se reduza e a demanda pelo bem *m* também. Ou seja, os dois bens têm sua quantidade reduzida conjuntamente, indicando complementaridade entre eles.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 35.

(1) *Falso.*

É exatamente o oposto. A elasticidade-preço da demanda mede a capacidade de resposta do consumidor a variações de preços. Se o bem apresenta poucos substitutos, então terá uma demanda menos elástica. É o caso de remédios, por exemplo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 296.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 33.

(2) *Verdadeiro.*

O aumento na quantidade de oferta do bem, *ceteris paribus*, leva a uma redução no seu preço. Esta redução faz com que a quantidade demandada aumente. Neste caso, a queda do preço foi proporcionalmente maior que o aumento das vendas, o que acarretou em redução da receita. A partir desta análise, pode-se concluir que a variação na quantidade demandada do bem é pouco sensível à variação no preço, o que caracteriza uma demanda inelástica.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 287 a 290.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 139 e 140.

(3) *Verdadeiro.*

Elasticidade-preço da demanda igual a -0,5, o que significa dizer que, quando o preço aumenta em 1 %, a quantidade demandada cai em 0,5%.

Elasticidade-renda igual a 2 diz que se a renda aumenta em 1%, a quantidade demandada aumenta em 2%.

Sendo assim, se o preço e a renda aumentam em 1% simultaneamente, o efeito líquido sobre a demanda é $\Delta Qd = -0{,}5 + 2 = 1{,}5$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 296 a 299.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 32 a 35.

(4) *Verdadeiro.*

Isso acontece porque no longo prazo é mais fácil substituir os produtos, seja no lado da produção ou no lado da mudança nos hábitos dos consumidores.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 36 a 39.

ANPEC/2002

Questão 1

Em relação à Teoria das Preferências, julgue os itens a seguir:

(0) Os pressupostos de que as preferências são completas e transitivas garantem que curvas de indiferença distintas não se cruzam.

(1) Quando as preferências de um indivíduo são tais que X = $\{x^1, x^2\}$ é estritamente preferível a Y = $\{y^1, y^2\}$ se e somente se $(x^1 > y^1)$ ou $(x^1 = y^1$ e $x^2 > y^2)$, as curvas de indiferença são conjuntos unitários.

(2) Curvas de indiferença circulares indicam que o pressuposto de convexidade das preferências não é válido.

(3) A convexidade estrita das curvas de indiferença elimina a possibilidade de que os bens sejam substitutos perfeitos.

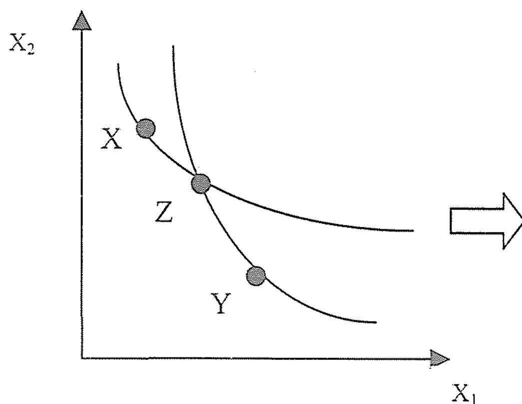
(4) Considere um alcoólatra que beba pinga ou uísque e que nunca misture as duas bebidas. Sua função de utilidade é dada por u(x,y) = *max* (x, 2y), em que x e y são números de litros de pinga e uísque, respectivamente. Esta função de utilidade respeita o princípio de convexidade das preferências.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

As preferências são ditas completas se supusermos que quaisquer duas cestas que pertencem ao espaço de consumo podem ser comparadas. Elas são transitivas quando o consumidor avaliar que: se X é ao menos tão boa quanto Y, e se Y é ao menos tão boa quanto Z, então X deve ser ao menos tão boa quanto Z. Ou seja, $X \succeq Y, Y \succeq Z \Rightarrow X \succeq Z$.

A hipótese de preferências completas garante a comparação das duas curvas de indiferença e a transitividade garante que as curvas não podem se cruzar. Na figura abaixo veja o exemplo de curvas de indiferença que se cruzam.



As curvas de indiferença não podem : cruzar – se isso ocorrer, X, Y e Z teriam que s indiferentes uns em relação aos outros e, portant não poderiam se localizar sobre curvas (indiferença distintas. Nesse caso, a hipótese (transitividade seria violada.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 37 e 38.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 5 a 14.

(1) *Verdadeiro.*

Uma cesta X será indiferente à outra cesta Y apenas se $x^1 = y^1$ e se $x^2 = y^2$. Portanto, a representação gráfica das curvas de indiferença será um ponto (conjunto unitário). Este é o caso de preferências lexicográficas.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 46 e 47.

(2) *Verdadeiro.*[24]

Uma relação de preferência é convexa se, para todo x $\in$ X, o conjunto de contorno superior $\{y \in X : y \succeq x\}$ é convexo. Isto é, se y $\succeq$ x e z $\succeq$ x, então $\alpha y + (1-\alpha)z$ $\succeq$ x para todo $\alpha \in [0,1]$. O conjunto de contorno superior das curvas de indiferença circulares não é convexo em todo o domínio. Portanto, a relação de preferência não é convexa.

[24] Esta resposta não confere com o gabarito oficial da ANPEC.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 43 e 44.

(3) *Verdadeiro.*

Uma relação de preferência é estritamente convexa se, para todo x, nós tivermos que se y $\succeq$ x, z $\succeq$ x, e y $\neq$ z, então a combinação linear de y e z é estritamente preferível a x, ou seja, $[\alpha y + (1-\alpha)z \succ x]$ para todo $\alpha \in [0,1]$.

Desta forma, a convexidade estrita das preferências implica que o conjunto de contorno superior é estritamente convexo. Bens substitutos não satisfazem essa propriedade. No caso de bens substitutos as preferências são convexas, mas não estritamente convexas.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 44.

(4) *Falso.*

As preferências representadas pela função máximo são côncavas. Nesse caso o indivíduo está sempre melhor se ocorre a especialização no consumo de apenas um dos bens.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 44.

Questão 3

Considere um modelo de alocação de tempo e oferta de trabalho, em que o gasto com consumo não pode exceder a renda disponível:

$PC \leq I + w(24 - la)$,

No qual:	P	=	índice de preço para os bens de consumo,
	C	=	bens de consumo adquiridos,
	I	=	renda obtida sem trabalhar,
	la	=	horas de lazer,
	w	=	salário e
	L	=	24 - la = horas de trabalho.

Considere que o trabalhador deseja maximizar sua utilidade, U=U(la,C), em que o eixo x é representado pela variável horas de lazer (la) e o eixo y é representado pela variável consumo (C).

(0) As variáveis endógenas do modelo são salário e consumo.
(1) A inclinação da restrição orçamentária é o salário real ou salário relativo (−w/P).
(2) O efeito-renda e o efeito-substituição, provocados pelo aumento do salário, têm direção oposta quando as horas de lazer (la) forem um bem normal.
(3) As horas de lazer sempre aumentam quando o salário se eleva.
(4) Suponha que uma herança aumente o valor da renda obtida sem trabalhar. Então, o consumidor necessariamente reduzirá sua oferta de trabalho.

Solução:

(0) *Falso.*

Variáveis endógenas são aquelas determinadas pelo modelo *ex-post*. Salário é uma variável exógena, definida *ex-ante*. No caso do mercado competitivo, o indivíduo toma o valor da hora trabalhada como determinado pelo mercado, ou seja, independentemente da sua escolha de horas de lazer e trabalho. As variáveis endógenas são horas de lazer e consumo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 2.

(1) *Verdadeiro.*

A restrição orçamentária é dada pela igualdade entre o produto interno do vetor de preços e o vetor de consumo e a renda. Ou seja:

pC + wla = renda

$$C = \frac{renda}{P} - \frac{w}{p}la$$

Onde $-\frac{w}{p}$ é a inclinação da reta orçamentária, indicando que o agente pode trocar uma unidade do consumo por $\frac{w}{p}$ horas de lazer.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 181 e 182.

(2) *Verdadeiro.*

Efeito-renda é a variação na demanda de um bem quando a renda varia e os preços são mantidos constantes. Portanto, se o bem é normal, quando a renda aumenta o consumo deste bem também aumenta, e o efeito-renda tem sinal positivo.

Efeito-substituição é a variação na quantidade demandada devido à variação da taxa pela qual os bens são trocados (variação dos preços relativos) supondo o poder de compra constante. O efeito-substituição é sempre negativo para qualquer tipo de bem.

O aumento do salário aumenta a renda do indivíduo. Como o lazer é um bem normal, o efeito-renda é positivo, fazendo com que o número de horas de lazer aumente. Por um lado, o aumento do salário significa um aumento do preço do lazer. Por outro lado, dado que o efeito-substituição é negativo, um aumento do salário (aumento do preço do lazer) determina uma redução das horas de lazer. Desse modo, no caso de o lazer ser um bem normal, os efeitos renda e substituição têm direção oposta.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 145 a 150.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 175 e 176.

(3) *Falso.*

Isso só vai ocorrer se o efeito-renda for maior que o efeito-substituição.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 180 a 186.

(4) *Falso.*

Não necessariamente o consumidor irá reduzir a sua oferta de trabalho, isso depende das preferências entre lazer e consumo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 180 a 186.

Questão 4

Com respeito à Teoria da Demanda, julgue os seguintes itens:

(0) Se a demanda de mercado de um bem é dada por D(p) = R/p, quanto maior for R, mais elástica será a curva de demanda para um determinado preço.

(1) As perdas sociais associadas às políticas de preços mínimos para bens agrícolas são minoradas quando as curvas de demanda por bens agrícolas são inelásticas em seus segmentos relevantes.

(2) A variação do excedente do consumidor decorrente de uma variação no preço de um bem pode ser interpretada como a variação na utilidade do consumidor decorrente dessa mesma variação no preço do bem.

(3) Em 1979, o Sindicato dos Trabalhadores Rurais da Califórnia entrou em greve contra os produtores de alface, seus patrões. A produção caiu consideravelmente e, como resultado, o lucro dos produtores de alface aumentou. Mesmo assim, os produtores negociaram com os trabalhadores o fim da greve. A disposição dos produtores em negociar deve-se ao fato de que a demanda de curto prazo é menos elástica do que a demanda de longo prazo.

(4) A curva de renda-consumo está para a curva de Engel assim como a curva de preço-consumo está para a curva de demanda.

Solução:

(0) *Falso.*

A elasticidade é dada por $\left(\frac{dq}{dp}\right)\left(\frac{p}{q}\right)$.

A derivada da demanda com relação ao preço é:

$$\frac{\partial q}{\partial p} = -\frac{R}{p^2}$$

Substituindo na fórmula de elasticidade:

$$\varepsilon = \left(-\frac{R}{p^2}\right)\left(\frac{p}{q}\right)$$

Da função de demanda temos que q = $\frac{R}{p}$, então:

$$\varepsilon = \left(-\frac{R}{p^2}\right)\left(\frac{p}{\frac{R}{p}}\right) = -1$$

Portanto, a elasticidade é constante em todos os pontos da curva de demanda.

Outra explicação:

Aplicação da fórmula da demanda com elasticidade constante.

Como D(p) = A p^{ε} : Q = $\frac{R}{p}$ = Rp^{-1}

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 284, 285, 287 e 291.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 32 a 35.

(1) *Verdadeiro.*

Se a demanda por bens agrícolas for inelástica, um aumento de preços provoca pequena alteração na quantidade demandada. As perdas sociais associadas à política de preços mínimos, neste caso, dizem respeito à diminuição da demanda. Desta forma, o aumento de preços decorrente da política de preços mínimos terá pouco impacto sobre a quantidade de equilíbrio, minorando as perdas sociais geradas pela ação governamental.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 32 a 35.

(2) *Verdadeiro.*

O excedente líquido do consumidor mede a área abaixo da curva de demanda acima do nível de preço pago pelas mercadorias. Para cada unidade específica, o excedente do consumidor mede a diferença entre o preço que um consumidor estaria disposto a pagar por uma mercadoria (preço de reserva) e o preço que realmente paga ao adquirir tal mercadoria (preço de mercado). Desta forma, a variação do excedente líquido decorrente de uma variação dos preços pode ser considerada uma *proxy* para a variação da utilidade.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 263 a 265.

(3) *Verdadeiro.*

Os produtores de alface se beneficiaram com a redução na produção em virtude da baixa elasticidade desse produto no curto prazo. Contudo, na medida em que o tempo avança, os consumidores encontrariam produtos substitutos para esse vegetal. A maior elasticidade de longo prazo faria com que o lucro dos produtores se reduzisse com a diminuição na produção.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 41 e 42.

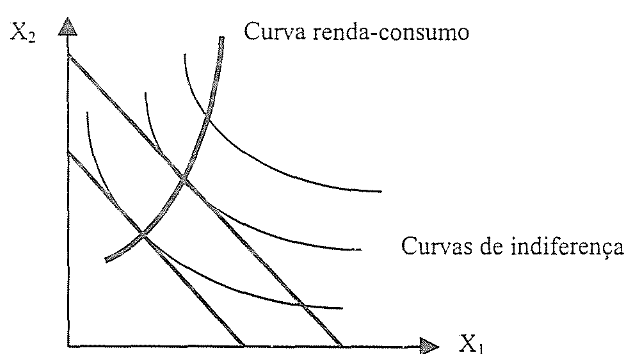
(4) *Verdadeiro.*

A curva de renda-consumo mostra as cestas demandadas a diferentes níveis de renda, quando os preços dos bens permanecem constantes.

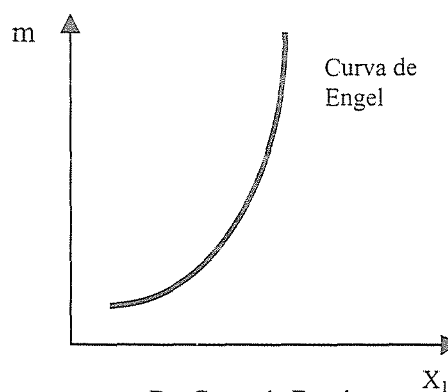
A curva de Engel mostra como a demanda de um bem varia quando variamos a renda do consumidor mantendo os preços constantes.

A curva de preço-consumo mostra as cestas demandadas quando o preço de um bem varia e o preço do outro bem e a renda permanecem constantes.

A curva de demanda mostra como a demanda de um bem varia quando variamos o preço deste bem, mantendo constante o preço do outro bem e a renda.

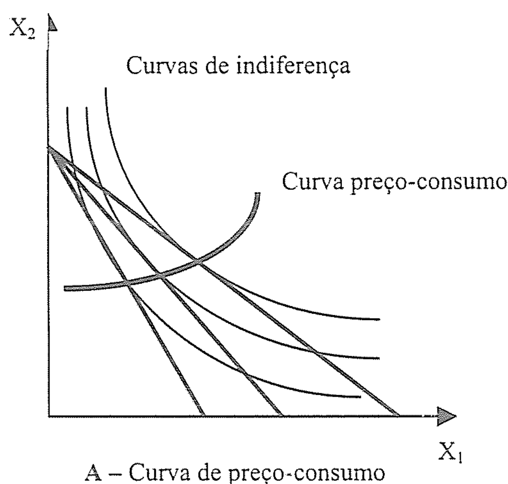


A – Curva de renda-consumo

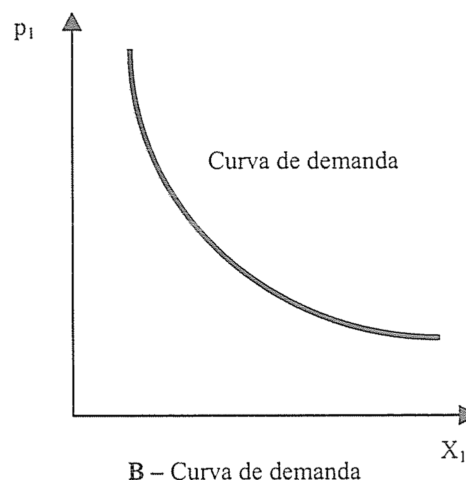


B – Curva de Engel

(A) A curva renda-consumo (ou caminho de expansão da renda) representa a escolha ótima em diferentes níveis de renda, mas com preços constantes.
(B) Quando traçamos o diagrama da escolha ótima do bem 1 contra a renda m, obtemos a curva de Engel.



A – Curva de preço-consumo



B – Curva de demanda

(A) Curva de preço-consumo, que representa as escolhas ótimas à medida que o preço do bem 1 varia.
(B) Curva de demanda associada à curva de preço-consumo, que representa a escolha ótima do bem 1 em função do preço desse bem.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 104 e 105; 112 e 113.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 120 a 126.

Questão 14

Suponha que no mercado de determinado produto, a demanda seja dada por:

$D = \{(q, p) / p^3q = 8000\}$

e a oferta por:

$S = \{(q, p) / q = 500p\}$.

Calcule o excedente do consumidor. (Divida o resultado por 100)

Solução:

O excedente do consumidor é igual à área abaixo da curva de demanda, excluído o montante pago pelos consumidores. O preço de equilíbrio pode ser obtido a partir das equações de oferta e demanda. Assim temos:

D = S

$$q = \frac{8000}{p^3} = 500p = q \Rightarrow p = 2 \text{ e q} = 1000$$

O valor pago pelos consumidores é $p^*q = 2000$. A área abaixo da curva de demanda pode ser obtida mediante a seguinte integral:

$$\int_0^{1000} \left(\frac{8000}{q} \right)^{1/3} dq = 3000$$

O excedente do consumidor é: 3000-2000=1000
Como o resultado deve ser dividido por 100, a resposta correta é 10.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 261 a 265.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 130 a 134.

ANPEC/2003

Questão 1

Um consumidor possui a função-utilidade cardinal dada por $U(x_1, x_2) = x_1x_2$. Sejam M a renda deste consumidor e p_1 e p_2, os preços:

(0) *Ceteris paribus*, as quantidades ótimas escolhidas por tal consumidor seriam alteradas se a função-utilidade fosse $U(x_1, x_2) = 4 + 5(x_1x_2)$.
(1) As preferências do consumidor são convexas.
(2) Os dois bens são de luxo.
(3) Os dois bens são substitutos perfeitos.
(4) A utilidade marginal da renda é dada por $M/(2p_1p_2)$.

Solução:

(0) *Falso.*

A função-utilidade $U(x_1, x_2) = 4 + 5(x_1x_2)$ é uma transformação monotônica crescente da função $U(x_1, x_2) = x_1x_2$. Tecnicamente, a transformação monotônica é em geral representada pela função f(u), que transforma a função u em outro número f(u), mas preserva a mesma ordem da função original. Assim, se $u_1 > u_2$, a transformação monotônica crescente implica que $f(u_1) > f(u_2)$. Uma transformação monotônica altera as utilidades marginais do consumidor, porém não altera a razão entre as utilidades marginais. Esta razão é a Taxa Marginal de Substituição.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 57 e 58 ; 73 a 76.

(1) *Verdadeiro.*

A função-utilidade do consumidor $U(x_1, x_2) = x_1x_2$ é uma Cobb-Douglas (função-utilidade côncava), a qual representa preferências estritamente convexas.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 65 a 67.

(2) *Falso.*

Bens de luxo são aqueles cujo consumo aumenta quando a renda do consumidor aumenta, porém, em proporção maior do que o aumento da renda. No caso das preferências representadas por funções Cobb-Douglas, estas preferências são homotéticas e portanto a fração da renda gasta com cada bem é sempre mantida constante, de modo que, quando a renda se eleva, o gasto com aquele bem se eleva na mesma proporção. Outra forma de visualizar este resultado é através do cálculo da elasticidade-renda da demanda.

Dada a função Cobb-Douglas:

$U(x_1, x_2) = x_1x_2$, se a quantidade demandada do bem 1 é $x_1^* = \frac{M}{2p_1}$, então para calcular a elasticidade-renda da demanda fazemos:

$$\varepsilon_{rd} = \frac{\partial x_1}{\partial M} * \frac{\partial M}{\partial x_1}$$

$$\varepsilon_{rd} = \frac{1}{2p_1} * \frac{M}{x_1^*}$$

$$\varepsilon_{rd} = \frac{1}{2p_1} * M * \frac{2p_1}{M} = 1$$

Logo, a elasticidade-renda da demanda será 1 para qualquer um dos dois bens. Como essa função representa uma função homotética, a função da renda gasta com qualquer um dos dois bens será sempre constante.[25]

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 296.

(3) *Falso.*

Bens substitutos perfeitos são representados por funções lineares e aditivas e são consumidos exatamente na mesma proporção. A representação genérica da função-utilidade é dada por: $U(x_1, x_2) = ax_1 + ax_2$

(4) *Verdadeiro.*

A utilidade marginal da renda é a mudança marginal na utilidade devido a um crescimento marginal da renda. Este valor é dado pelo multiplicador de Lagrange, λ:

[25] Sobre funções homotéticas ver item (1) da questão 1/1996, p. 54.

Veja o desenvolvimento abaixo:

$$L = x_1x_2 - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - M)$$

CPO:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = x_2 - \lambda p_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = x_1 - \lambda p_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = p_1x_1 + p_2x_2 - M = 0$$

Isolando λ na primeira equação:

$$x_2 - \lambda p_1 = 0 \Rightarrow x_2 = \lambda p_1 \Rightarrow \lambda = \frac{x_2}{p_1} \qquad (1)$$

Das condições de primeira ordem temos que:

$$x_1 = \frac{M}{2p_1}$$
$$x_2 = \frac{M}{2p_2}$$

Substituindo na equação acima o valor de x_2 chegamos ao resultado desejado.[26]

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 54 e 55.
- Simon & Blume (1994), p. 547 a 551.

Questão 2

Segundo a Teoria do Consumidor:

(0) Se um consumidor está inicialmente em equilíbrio e, a partir desta posição, sua renda e todos os preços caem em 5%, o consumo dos bens inferiores aumentará.

(1) Se o preço do bem X cai e o efeito-substituição é maior que o efeito-renda, x não é um bem de Giffen.

(2) Se a curva de demanda de mercado do bem Y é uma reta negativamente inclinada, sua elasticidade-preço é constante.

(3) Se ao preço corrente a demanda de um bem é elástica, uma redução no preço ao longo da curva de demanda reduzirá a receita.

---

[26] O multiplicador de Lagrange representa a variação na função-objetivo quando se relaxa a restrição do problema. No caso específico do problema de escolha do consumidor, a função-objetivo é a função-utilidade e a restrição é a restrição orçamentária. Desse modo, o multiplicador de Lagrange representa a utilidade marginal da renda.

(4) Seja um consumidor cuja função-utilidade é $U(x_1, x_2) = \min\{2x_1, x_2\}$. Se o preço de x_1 for $3 e o preço de x_2 for $1, a curva de renda-consumo será uma reta que parte da origem com inclinação igual a 2 (represente x_1 no eixo das abscissas e x_2 no eixo das ordenadas).

Solução:

(0) *Falso.*

O consumo de bens inferiores permanecerá o mesmo, pois a queda de 5% na renda compensará a queda de 5% nos preços, mantendo-se constante o poder de compra deste consumidor.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 104 e 170.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 132 e 133.

(1) *Verdadeiro.*

Os bens de Giffen são bens cuja quantidade consumida varia positivamente com a mudança ocorrida nos preços, ou seja, aumenta (diminui) quando o preço aumenta (diminui). Quando o preço de um bem se eleva ou diminui, a variação observada na demanda é resultado de dois efeitos: o efeito-substituição, que é a variação na demanda decorrente da mudança nos preços relativos, e o efeito-renda, que é a variação na demanda decorrente da variação no poder de compra daquele consumidor. O bem de Giffen é um caso particular dos bens inferiores (quantidade demandada varia negativamente com a variação ocorrida na renda). Um aumento do preço de um bem implica em uma redução do poder de compra. Para o bem de giffen, o efeito-renda decorrente do aumento de preços determina o aumento do consumo do bem e, além disso, este efeito compensa em magnitude o efeito-substituição. É por isso que o consumo do bem de Giffen aumenta quando o seu preço aumenta. Se para o bem em questão o efeito-substituição é maior do que o efeito-renda, então esse bem não é um bem de Giffen.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 110 a 112; 153.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 133 e 134.

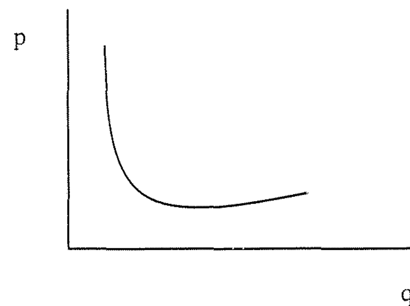
(2) *Falso.*

Se a curva de demanda de mercado do bem Y é uma reta negativamente inclinada, sua elasticidade-preço variará de zero a infinito.

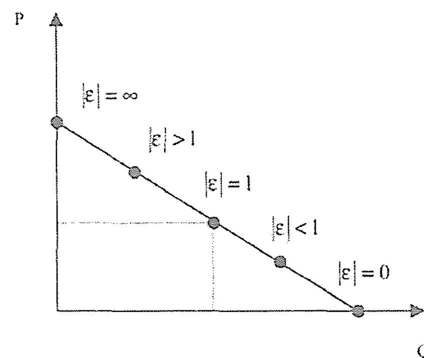
Supondo uma curva de demanda linear da forma genérica $p(q) = a - bq$, sua elasticidade-preço da demanda é dada pela seguinte expressão: $\varepsilon = \frac{p}{q}\frac{\partial q}{\partial p} = -\frac{bp}{a-bp}$.

A elasticidade-preço será zero quando $p_y = 0$ e será infinito quando $q_y = 0$. No ponto médio da curva de demanda, a elasticidade-preço será igual a -1. Uma curva de demanda com elasticidade constante tem o seguinte formato: $Q(p) = Ap^{\varepsilon}$ representada pelo gráfico abaixo:

curva de demanda com elasticidade constante



curva de demanda linear



Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 285 e 286; 291 e 292.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p.36 e 37.

(3) *Falso.*

Isto dependerá da forma da curva.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 287 a 291.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 35 a 39.

(4) *Falso.*

A curva de renda-consumo mostra as cestas demandadas quando ocorrem variações no nível de renda. As preferências do tipo Leontief são preferências homotéticas, ou seja, a fração da renda consumida com cada bem é sempre constante. Além disso, representam preferências relativas a bens complementares, em que o consumidor demanda sempre quantidades fixas dos bens na proporção definida pela função-utilidade. No caso particular acima, para cada unidade do bem 1, são necessárias 2 unidades do bem 2. A inclinação da curva de renda-consumo mostra a relação entre os bens: $x_2 = 2x_1$. Essa relação é sempre constante e não depende dos preços, de modo que a inclinação da curva de renda-consumo é sempre igual a 2.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 106 e 107.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 124 e 125.

Questão 10

Suponha que o Consumidor I tenha a função de utilidade $U(x,y) = x + 2y$ e o Consumidor II tenha a função de utilidade $U(x,y) = min\{x,2y\}$. O Consumidor I tem inicialmente 12 unidades de y e zero unidades de x, enquanto o Consumidor II tem 12 unidades de x e zero unidades de y. É correto afirmar que, no equilíbrio competitivo:

(0) $p_y/p_x = 2$.

(1) A restrição orçamentária do Consumidor I será: $x_s + 2y_s = 12$, em que x_s e y_s são as quantidades consumidas dos dois bens.

(2) A restrição orçamentária do Consumidor II será: $x_s + 2y_s = 24$.

(3) A cesta de consumo de I será: $(x_s = 6, y_s = 9)$.

(4) A cesta de consumo de II será: $(x_s = 6, y_s = 3)$.

Solução:

1° passo: Cálculo das demandas individuais:

$$U(x,y) = x + 2y$$
$$U(x,y) = \min\{x, 2y\}$$

Para o indivíduo 1:



$$\bar{U} = x + 2y$$

$$d\bar{U} = dx + 2dy$$

$$0 = dx + 2dy$$

$$\frac{dx}{dy} = -2$$

$$\Rightarrow \text{se } \frac{P_y}{P_x} > 2 \Rightarrow x = \frac{R_1}{P_x} \text{ e } y = 0, \text{ em que } R_1 = 12P_y$$

$$\Rightarrow \text{se } \frac{P_y}{P_x} < 2 \Rightarrow y = \frac{R_1}{P_y} \text{ e } x = 0$$

$\Rightarrow \text{se } \frac{P_y}{P_x} = 2$ o indivíduo 1 pode consumir qualquer combinação convexa que respeite sua restrição orçamentária.

Para o indivíduo 2:

O indivíduo 2 vai consumir de acordo com a seguinte proporção: $x = 2y$
Substituindo na restrição orçamentária:

$$xP_x + \frac{x}{2}P_y = R_2$$

$$x\left(P_x + \frac{P_y}{2}\right) = R_2$$

$$x = \frac{2R_2}{2P_x + P_y}$$

$$R_2 = 12P_x$$

Dotação da economia é igual a 12 unidades de x e 12 unidades de y.

Consumidor 1 {x=0, y=12}

Consumidor 2 {x=12, y=0}

2º passo: Análise do equilíbrio dos mercados:

1º caso: $\frac{P_y}{P_x} > 2$

Equilíbrio do mercado x:

$$\frac{12P_y}{P_x} + \frac{2(12P_x)}{2P_x + P_y} = 12$$

Fazendo $P_x = 1$:

$$12P_y + \frac{24}{2 + P_y} = 12$$

$$\frac{12P_y(2 + P_y) + 24}{2 + P_y} = 12(2 + P_y)$$

$$24P_y + 12P_y + 24 = 24 + 12P_y$$

$$24P_y = 0$$

$$P_y = 0$$

Esta solução não é possível pois, com $P_x = 1$ e $P_y = 0$, a condição $\frac{P_y}{P_x} > 2$ não se aplica.

2° caso: $\frac{P_y}{P_x} < 2$

Equilíbrio do mercado de x:

$$2\left(\frac{12P_x}{2P_x + P_y}\right) = 12$$

$$\frac{12P_x}{2P_x + P_y} = 6$$

Fazendo $P_x = 1$:

$$\frac{12}{2 + P_y} = 6$$

$$12 = 12 = 6P_y$$

$$P_y = 0$$

Esta solução não é possível.

3° caso: $\frac{P_y}{P_x} = 2$

$$x_1 = \alpha \frac{12P_y}{P_x}$$

$$y_1 = (1-\alpha)12\frac{P_y}{P_y} = (1-\alpha)12$$

Equilíbrio no mercado de y:

$$(1-\alpha)12 + \frac{12P_x}{2P_x + P_y} = 12$$

Fazendo $P_x = 1$ e $P_y = 2$:

$$(1-\alpha)12 + \frac{12}{2+2} = 12$$

$$(1-\alpha)12 + 3 = 12$$

$$(1-\alpha)12 = 9$$

$$12 - 12\alpha = 9$$

$$3 = 12\alpha$$

$$\alpha = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

Este é um equilíbrio possível.

Podemos agora verificar se $\alpha = 0{,}25$ é o único equilíbrio possível ou se existem outros resolvendo o problema de outra forma:
Equilíbrio no mercado de y:

$$(1-\alpha)12 + \frac{12}{2+P_y} = 12$$

$$\frac{12}{2+P_y} = 12\alpha$$

$$12 = 24\alpha + 12\alpha P_y$$

$$12 - 24\alpha = 12\alpha P_y$$

$$1 - 2\alpha = \alpha P_y$$

$$P_y = \frac{1-2\alpha}{\alpha}$$

$$\alpha \in [0,1]$$

Se $\alpha = 0{,}25$, como encontrado, então:

$$P_y = \frac{1-0{,}5}{0{,}25} = \frac{0{,}5}{0{,}25} = 2$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 63 e 64; 94 a 101; 571 a 573.

(0) *Verdadeiro.*

Constata-se que $\frac{P_y}{P_x} = 2$ é o único equilíbrio possível, pois qualquer outro valor de α não estabelece um vetor de preços possível na economia.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 63 e 64; 94 a 101; 571 a 573.

(1) *Falso.*

A restrição orçamentária do consumidor 1 é:

$$P_x x + P_y y = 12P_y$$

Como $\frac{P_y}{P_x} = 2$ e fazendo $P_x = 1$:

$$x + 24 = 24$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 168 e 169.

(2) *Falso.*

A restrição orçamentária do consumidor 2 é dada por:

$$P_x x + P_y y = 12P_x$$

Como $\dfrac{P_y}{P_x} = 2$ e fazendo $P_x = 1$:

$$x + 24 = 12$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 168 e 169.

(3) *Verdadeiro.*

A cesta de consumo do consumidor 1 é dada por:

$$x = \alpha \frac{12P_y}{P_x}$$

$$y = (1-\alpha)\frac{12P_y}{P_y} = (1-\alpha)12$$

$$\alpha = 0{,}25$$

$$y = 0{,}75(12) \Rightarrow y = 9$$

$$x = 0{,}25\frac{12(2)}{1} = 0{,}25(24) \Rightarrow x = 6$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 35 e 36.

(4) *Verdadeiro.*

A cesta de consumo do consumidor 2 é dada por:

$$x = \frac{2(12P_x)}{2P_x + P_y}$$

$$y = \frac{12P_x}{2P_x + P_y}$$

Como $P_x = 1$ e $P_y = 2$

$$x = \frac{24(1)}{2+2} \Rightarrow x = 6$$

$$y = \frac{12(1)}{2+2} \Rightarrow y = 3$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 35 e 36.

Questão 14

Suponha uma ilha com 1001 habitantes onde todos têm preferências idênticas. Enquanto todos gostam de dirigir, todos reclamam dos congestionamentos, barulho e poluição do tráfego. A função-utilidade de um habitante típico é dada por:

$$U(m, d, h) = m + 16d - d^2 - 6h/1000,$$

em que m é o consumo de sanduíches dos residentes, d é o número de horas que o agente típico dirige e h é o número total de horas que os demais habitantes passam dirigindo (a unidade em que se mede h é habitantes-horas). O preço dos sanduíches é \$1 e a renda das pessoas é \$40. Suponha ainda que o custo de dirigir seja nulo. Caso os residentes da ilha decidissem criar uma lei que restringisse o número de horas que a cada indivíduo seria permitido dirigir, qual o limite de horas que deveria ser estabelecido?

Solução:

Podemos escrever a função-utilidade do agente típico igual a :

$$U\ (m, d, h) = m + 16d - d^2 - \ 6d\frac{1000}{1000}$$

uma vez que h = número de horas que os demais indivíduos dirigem.

Simplificando, obtemos:

$$U\ (m, d, h) = m + 10d - d^2$$

A restrição orçamentária do indivíduo é igual a $m \leq 40$, o que faz com que os indivíduos consumam 40 sanduíches.

Maximizando a utilidade do agente típico, obtemos:

$$\underset{d}{Max}\ U(m, d, h) = 40 + 10d - d^2$$

$$\Rightarrow 10 = 2d$$
$$d = 5$$

Logo, o número de horas que maximiza a utilidade dos indivíduos são 5 horas.

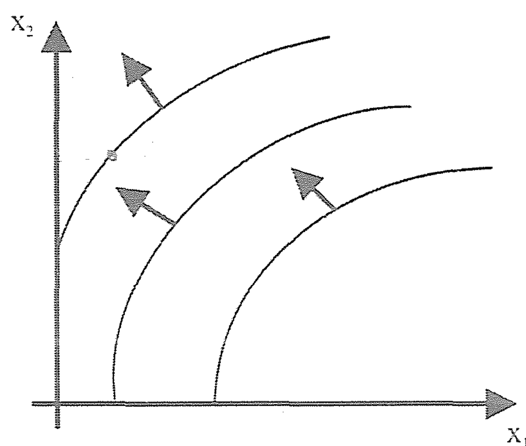
Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 94 a 101.

ANPEC/2004

Questão 1

A figura abaixo mostra as curvas de indiferença de um consumidor e a direção na qual a utilidade deste consumidor aumenta. São corretas as afirmativas:



(0) Existe saciedade.
(1) O indivíduo gosta de diversificação.
(2) O bem 1 é indesejável.
(3) No equilíbrio, o indivíduo só consome um tipo de bem.
(4) A utilidade marginal do bem 2 é não-negativa.

Solução:

(0) *Falso.*

As curvas de indiferença representadas acima apresentam inclinação positiva, denotando que a Taxa Marginal de Substituição é positiva. Um indivíduo apresenta Taxa Marginal de Substituição positiva quando um dos bens consumidos é um *mal*, ou seja, para que o indivíduo aumente o consumo do *mal* é necessário aumentar também o consumo do outro bem de modo a compensar a desutilidade de consumir o mal. No caso das curvas acima, o bem 1 é um mal e o bem 2 é um bem. Para um dado nível de consumo de x_1 (fixo), observamos que quanto maior for o consumo do bem 2 maior será o nível de utilidade do indivíduo (utilidade marginal positiva), o que está representado pelos deslocamentos das curvas de indiferença. Desse modo, mesmo o bem 1 sendo um mal para o consumidor representado acima, não existe ponto de saciedade.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 44 a 46.

(1) *Falso.*

Os deslocamentos das curvas de indiferença indicam que a utilidade do indivíduo aumenta quando o consumo do bem 1 diminui, para um dado nível de consumo do bem 2. Daí, concluímos que o bem 1 apresenta utilidade marginal negativa. No limite, o indivíduo gostaria de consumir apenas o bem 2, que tem utilidade marginal positiva. Além disso, o consumidor apresenta preferências côncavas. No gráfico anterior, qualquer cesta, composta por uma combinação convexa de duas cestas quaisquer do conjunto de consumo, representa uma cesta que proporciona menor nível de utilidade para o consumidor.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 43 e 44; 67 e 68.

(2) *Verdadeiro.*

A inclinação positiva das curvas de indiferença significa que o consumidor exige que o consumo dos dois bens se eleve para que ele mantenha o mesmo nível de utilidade (ao longo da mesma curva de indiferença). Isso significa que a utilidade marginal de um dos bens é positiva e a utilidade marginal do outro bem é negativa.

Nos itens (0) e (1) argumentamos que o bem 2 tem utilidade marginal positiva e o bem 1 tem utilidade marginal negativa. Portanto, o bem 1 não é desejável para esse consumidor.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 43 e 44.

(3) *Verdadeiro.*

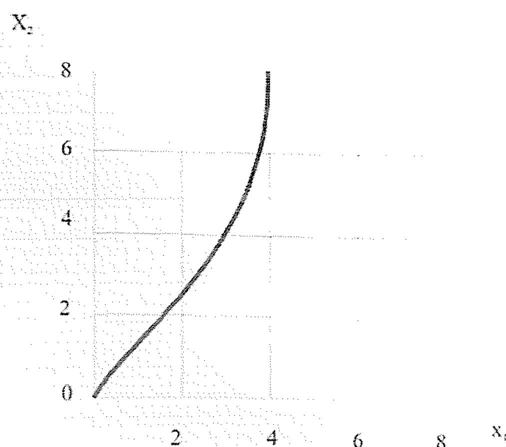
No equilíbrio, o indivíduo consome apenas o bem 2.

(4) *Verdadeiro.*

A utilidade marginal do bem 2 é maior ou igual a zero. Justificativa em (0) e (2).

Questão 2

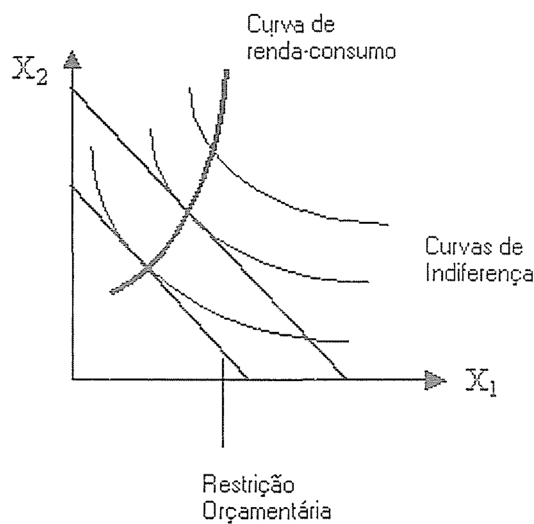
O gráfico abaixo mostra a curva de renda-consumo (ou caminho de expansão da renda) de um consumidor. A respeito do bem x_1, são corretas as afirmativas:



(0) x_1 é um bem de Giffen.
(1) x_1 é um bem necessário.
(2) x_1 é um bem normal.
(3) A elasticidade-renda da demanda de x_1 é igual à unidade.
(4) x_1 é um bem de luxo.

Solução:

A curva de renda-consumo (ou caminho de expansão da renda) mostra as cestas demandadas a diferentes níveis de renda quando os preços dos bens permanecem constantes.



Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 103 a 105.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 123 a 125.

(0) *Falso.*

Bem de Giffen é um caso particular de bens inferiores. Um bem é inferior se seu consumo diminui quando a renda aumenta. A curva de renda-consumo positivamente inclinada indica que o consumo dos bens x_1 e x_2 aumenta quando a renda aumenta. Assim, o bem x_1 não é um bem inferior e, portanto, não é um bem de Giffen.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 103 e 104; 110 a 112.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 133 e 134.

(1) *Verdadeiro.*

Um bem necessário é aquele que quando a renda aumenta, a demanda aumenta menos que proporcionalmente. A curva de renda-consumo apresentada indica que o consumo do bem x_1 aumenta quando a renda aumenta, mas os aumentos no consumo de x_1 ocorrem a taxas decrescentes e se aproxima (assintoticamente) de um consumo máximo igual a 4 unidades.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 108 e 109.

(2) *Verdadeiro.*

Um bem normal é aquele cujo consumo aumenta quando a renda aumenta. O bem necessário é um caso particular de bem normal. De acordo com o item (1) desta questão, concluímos que x_1 é um bem normal.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 103 e 104.

(3) *Falso.*

Se a elasticidade-renda da demanda por um bem for igual à unidade, concluímos que aumentos na renda resultam em acréscimos na quantidade demandada deste bem na mesma proporção do aumento na renda. Ou seja, se a renda aumentar em 1%, a quantidade demandada deste bem também aumenta em 1%. A afirmação de que a elasticidade-renda da demanda de x_1 é igual a um contradiz o fato de que o bem é necessário (item (1)).

Sobre este tópico, ver:

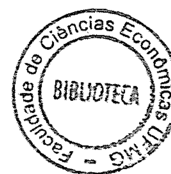
- Varian, H. (2000), p. 296 e 297.

(4) *Falso.*

Bem de luxo também é um caso particular de bem normal. É aquele que quando a renda varia, a demanda varia mais que proporcionalmente.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 104 e 105; 112 e 113.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 120 a 126.



Teoria da Firma

ANPEC /1991

Questão 4

Dada uma função de produção homogênea, é correto afirmar que:

(0) Existem retornos constantes de escala.
(1) A Taxa Marginal de Substituição Técnica é constante ao longo de uma isoquanta.
(2) O caminho de expansão é uma reta.
(3) A elasticidade de substituição entre os fatores é constante e igual a um.
(4) O grau de homogeneidade da função corresponde aos rendimentos de escala.

Solução:

(0) *Falso.*

Uma função de produção apresenta retornos constantes de escala no caso particular em que a função é homogênea de grau um. As funções homogêneas podem ser de três tipos: homogênea de grau 1, homogênea de grau maior que 1 e homogênea de grau menor que 1 apresentando, respectivamente, retornos constantes de escala, retornos crescentes e retornos decrescentes de escala.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 132; 133 e 928.
- Simon & Blume (1994), p. 485.

(1) *Falso.*

A Taxa Marginal de Substituição mede a inclinação de uma isoquanta.
Seja F(k,l) uma função de produção homogênea de grau k.

Então, $F(\lambda k, \lambda l) = \lambda^k F(k, l)$.

A Taxa Marginal de Substituição Técnica (TMST) é dada por:

$$TMST = -\frac{F_k(\lambda k, \lambda l)}{F_l(\lambda k, \lambda l)} = -\frac{\lambda^{\kappa-1} F_k(k,l)}{\lambda^{\kappa-1} F_l(k,l)} = \frac{F_k(\lambda k, \lambda l)}{F_l(\lambda k, \lambda l)}$$

onde F_k, F_l são as derivadas da função de produção F(k, l) em relação a k e l, respectivamente. A Taxa Marginal de Substituição Técnica, no caso de funções homogêneas, depende da razão entre k e l e, portanto, só será constante em casos particulares. No caso de insumos substitutos, por exemplo, a função de produção é homogênea do grau 1 e a Taxa Marginal de Substituição é constante ao longo da isoquanta.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 50 a 52; 73 a 75.

(2) *Verdadeiro.*

O caminho de expansão da firma mostra as combinações de capital e trabalho nos pontos de tangência entre as isoquantas e as isocustos. A condição de equilíbrio da firma requer que a Taxa Marginal de Substituição seja igual à razão entre os preços dos insumos. Dados constantes os preços dos insumos, a razão capital/ trabalho ótima para a firma será constante, pois a TMST não se altera quando há aumentos proporcionais em k e l. Portanto, o caminho de expansão será uma linha reta.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 277 e 278.

(3) *Falso*

A elasticidade de substituição mede a curvatura de uma isoquanta. Mais especificamente, a elasticidade de substituição mensura a variação na razão dos fatores em relação à variação percentual ocorrida na Taxa Marginal de Substituição Técnica, isto é:

$$\sigma = \frac{\dfrac{\Delta\left(x_2/x_1\right)}{x_2/x_1}}{\dfrac{\Delta TmgsT}{TmgsT}}$$

No caso de funções de produção do tipo Cobb-Douglas, a elasticidade de substituição é igual a 1 independentemente do tipo de retorno de escala, mas para outras funções de produção homogêneas esse fato não se verifica.[1] No caso da função de produção com insumos substitutos, por exemplo, a Taxa Marginal de Substituição Técnica não varia quando a razão entre os insumos se altera, e portanto a elasticidade de substituição é igual a zero.

[1] Ver questão 14/1991, p. 127, na qual apresentamos o cálculo da elasticidade de substituição para a função de produção do tipo Cobb-Douglas.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (1992), p.14.

(4) *Verdadeiro.*
Função homogênea de grau menor que 1 ⇒ retornos decrescentes de escala;

Função homogênea de grau maior que 1 ⇒ retornos crescentes de escala;

Função homogênea de grau 1 (homogênea linear) ⇒ retornos constantes de escala.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (1992), p.15.

Questão 5

Considerando os três estágios de produção:

(0) Os estágios I e III caracterizam-se pela presença de produtividade negativa.
(1) No estágio relevante de produção, os produtos médio e marginal do fator variável são decrescentes e positivos.
(2) Quando o produto marginal do fator variável for crescente, o produto marginal do fator fixo é negativo.
(3) Existem para qualquer função de produção.
(4) Na faixa relevante de produção, o produto total do fator fixo é decrescente.

Solução:

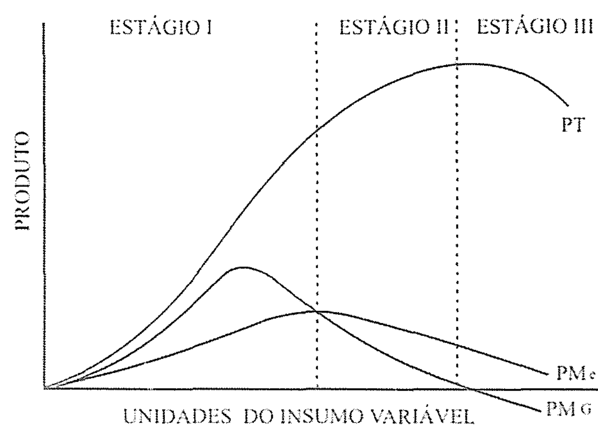
(0) *Falso.*
Os três estágios de produção associados com uma função de produção neoclássica são caracterizados por:

Estágio I: Produto marginal positivo e crescente;

Estágio II: Produto marginal positivo e decrescente;

Estágio III: Produto marginal negativo e decrescente.

A figura abaixo mostra esses três estágios de produção:



Sobre este tópico, ver:

- Ferguson, C. (1978), p. 165 e 166.

(1) *Verdadeiro.*

O estágio de produção II é o relevante. Nesse estágio, tanto o produto médio quanto o produto marginal são positivos e decrescentes. Quando o produto médio é igual ao produto marginal, o produto médio atinge seu máximo.

Sobre este tópico, ver:

- Ferguson, C. (1978), p. 165 e 166.

(2) Não foi respondida.[2]

(3) *Falso.*

Nem toda função de produção apresenta os três estágios de produção. Exemplo:

$F(x) = x^2$
$F'(x) = 2x$
$F''(x) = 2$

Essa função apresenta o produto marginal sempre crescente e a taxas crescentes, para todo x>0. Nesse caso, observamos apenas o primeiro estágio de produção.

Sobre este tópico, ver:

- Ferguson, C. (1978), p. 165 e 166.

(4) *Falso.*

O produto total é decrescente somente no estágio de produção III, quando o produto marginal é negativo, ou seja, acréscimos marginais na quantidade do insumo diminuem a quantidade produzida.

Sobre este tópico, ver:

- Ferguson, C. (1978), p. 165 e 166.

Questão 6

Supondo uma função de produção dada por $q = aL^b K^c$, onde *a*, *b* e *c* são constantes positivas, *L* representa o fator trabalho e *K* representa o fator capital:

(0) Os custos médios de curto prazo serão crescentes.
(1) Os custos médios de longo prazo serão crescentes se $b + c < 1$.
(2) Para um dado nível de capital, o produto marginal do fator trabalho será decrescente e positivo.

[2] Esta questão está mal formulada, pois o conceito de produto marginal do fator fixo é uma incoerência: se o fator de produção está fixo, não faz sentido pensar em produto marginal.

(3) Existem retornos constantes de escala, pois trata-se de uma função Cobb-Douglas.

(4) Se $b + c = 1$, todas as plantas podem ser consideradas de tamanho ótimo.

Solução:

(0) *Falso.*

Os custos médios de curto prazo são crescentes se $b+c<1$.

Fazendo $a=1$, a função-custo associada à tecnologia Cobb-Douglas é dada pela seguinte expressão abaixo:

$$C[w_1, w_2, q] = \left[\left(\frac{b}{c}\right)^{\frac{c}{b+c}} + \left(\frac{b}{c}\right)^{-\frac{b}{b+c}}\right] w_1^{\frac{b}{b+c}} w_2^{\frac{c}{b+c}} q^{\frac{1}{b+c}}$$

Denote $\left[\left(\frac{b}{c}\right)^{\frac{c}{b+c}} + \left(\frac{b}{c}\right)^{-\frac{b}{b+c}}\right]$ de K.

$$C[w_1, w_2, q] = K w_1^{\frac{b}{b+c}} w_2^{\frac{c}{b+c}} q^{\frac{1}{b+c}}$$

Custo médio:

$$CMe = \frac{C(w_1, w_2, q)}{q} = K w_1^{\frac{b}{b+c}} w_2^{\frac{c}{b+c}} q^{\frac{1}{b+c}-1}$$

$$CMe = K w_1^{\frac{b}{b+c}} w_2^{\frac{c}{b+c}} q^{\frac{1-b-c}{b+c}}$$

Desse modo, derivando o custo médio em relação ao produto temos:

$$\frac{\partial cCMe}{\partial q} = K w_1^{\frac{b}{b+c}} w_2^{\frac{c}{b+c}} \frac{1-b-c}{b+c} q^{\frac{1-2b-2c}{b+c}}$$

O CMe é crescente se $\frac{\partial CMe}{\partial q} > 0$. Por sua vez, $\frac{\partial CMe}{\partial q} > 0$ será crescente se $1-b-c>0$, que será crescente apenas se $b+c<1$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 384.

(1) *Verdadeiro.*

Podemos entender o formato das curvas de custos médios de longo prazo a partir do grau de homogeneidade da função de produção. Se a função for homogênea de grau menor que um, isto é, com b+c < 1, a tecnologia apresenta retornos decrescentes de escala e, nesse caso, os custos médios de longo prazo serão crescentes. Se a função for homogênea de grau maior que um, isto é, com b+c > 1, a tecnologia tem retornos crescentes de escala e custos médios de longo prazo decrescentes. Se a função for homogênea de grau 1, isto é, b+c = 1, a tecnologia exibe retornos constantes de escala e custos médios de longo prazo constantes.

(2) *Falso.*

O produto marginal do trabalho é dado por:

$$\frac{\partial q}{\partial L} = abL^{b-1}K^{c}$$

Para K constante, o produto marginal do trabalho é decrescente apenas quando b < 1, pois:

$$\frac{\partial^2 q}{\partial L^2} = ab(b-1)L^{b-2}K^{c} < 0 \Leftrightarrow b<1$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 343.

(3) *Falso.*

Se b+c = 1 a função de produção exibe retornos constantes de escala e não existe uma planta de tamanho ótimo.

(4) *Verdadeiro.*

Se b+c = 1, a tecnologia tem retornos constantes de escala e, portanto, o custo médio será o mesmo para qualquer tamanho de planta.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 282.

Questão 7

Considere um mercado descrito pela curva inversa de demanda P(Q) = 11 - Q, sendo que para Q>11, P = 0. Suponha que haja duas firmas produtoras que possuam custos dados por:

$$C_1(q_1) = q_1^2 \quad \text{e} \quad C_2(q_2) = \frac{q_2^2}{2} + q_2$$

(0) A curva de oferta da firma 1 é $q_1(p) = 2p$.

(1) A curva de oferta da firma 2 é $q_2(p) = p - 1$, quando $p>1$ e $q_2(p) = 0$ se $p<1$.

(2) O equilíbrio competitivo dá-se com Q = 10.

(3) Se ao invés de competitivo o mercado fosse um duopólio de Cournot, o equilíbrio dar-se-ia com Q = 7.

Solução:

(0) *Falso.*

$P(Q) = 11 - Q$

$C_1(q_1) = q_1^2$

$CMg_1 = 2q_1$

$CVMe = q_1$

Como o mercado é competitivo, a curva de oferta da firma em curto prazo corresponde à curva de CMg acima do CVMe.

$2q_1 > q_1 \Rightarrow$ curva de oferta = curva de custo marginal (A condição de que o custo marginal deve ser superior ao custo variável médio estará sendo atendida para qualquer nível de produção).

$2q_1 = p$

$q_1(p) = \frac{p}{2}$ (curva de oferta da firma 1)

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 406 a 408.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 329 e 330.

(1) *Verdadeiro.*

Curva de oferta da firma 2:

$C_2(q) = \frac{q_2^2}{2} + q_2$

$CVMe_2 = \frac{q_2}{2} + 1$

$CMg_2 = \frac{2q_2}{2} + 1 = q_2 + 1$

$\Rightarrow CMg > CVMe$ (Desse modo, a curva de oferta da firma corresponde à curva de custo marginal).

$q_2 + 1 = p$

$q_2(p) = p - 1$

$q_2 \geq 0$ (A quantidade ofertada pode ser positiva ou igual a zero).

$q_2 = 0$ se $p = 1$

$q_2 > 0$ se $p - 1 > 0 \Rightarrow p > 1$

Logo, a curva de oferta da firma 2 é dada por:

$q_2(p) = p - 1 \quad \text{se } p > 1$
$q_2(p) = 0 \quad \text{se } p \leq 1$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 406 a 408.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 329 e 330.

(2) *Falso.*

<u>Equilíbrio competitivo</u>:
A curva de oferta do mercado é a soma horizontal das curvas de oferta individuais.

$$Q(p) = \frac{p}{2} \quad \text{se p} < 1$$
$$= \frac{p}{2} + (p-1) \quad \text{se } p > 1$$

$$Q^S(p) = \frac{p}{2} \quad \text{se p} < 1$$
$$Q^S = \frac{3p}{2} - 1 \quad \text{se p} > 1$$

A curva de demanda é $P(Q) = 11 - Q$
$Q^d = 11 - p$

No equilíbrio, oferta=demanda ($Q = Q^d = Q^S$)

$$11 - p = \frac{p}{2} \quad \text{se p} < 1 \rightarrow \frac{3p}{2} = 11 \rightarrow p = \frac{22}{3} \quad \text{[não é solução, pois p > 1]}$$

$$11 - p = \frac{3p}{2} - 1 \quad \text{se p} > 1 \rightarrow \frac{5p}{2} = 12 \rightarrow p^* = \frac{24}{5}$$

$$Q^* = 11 - \frac{24}{5} = \frac{31}{5} \quad \text{(quantidade de equilíbrio no mercado)}$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 306 e 307.

(3) *Falso.*
Em duopólio de Cournot a Firma 1 resolve:
$$\underset{q_1}{Max}[11 - (q_1 + q_2)]q_1 - q_1^2 = 11q_1 - 2q_1^2 - q_1 q_2$$

CPO:

$$11 - 4q_1 - q_2 = 0$$

(1) $q_1 = \frac{11}{4} - \frac{q_2}{4} \Rightarrow$ Função de reação da Firma 1

A Firma 2 resolve:

$$\underset{q_2}{Max}[11 - (q_1 + q_2)]q_2 - \left[\frac{q_2^2}{2} + q_2\right] = 10q_2 - q_1q_2 - \frac{3}{2}q_2^2$$

CPO:

$$10 - q_1 - 3q_2 = 0$$

(2) $q_2 = -\frac{1}{3}q_1 + \frac{10}{3} \Rightarrow$ Função de reação da Firma 2

Resolvendo o sistema composto pelas equações (1) e (2):

$q_1 = \frac{23}{11}$ e $q_2 = \frac{29}{11}$

$$Q = q_1 + q_2 = \frac{52}{11}$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 513 a 518.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 567 e 568.

Questão 8

Com relação a uma firma monopolista, pode-se dizer que:

(0) A prática de discriminação de preços é impossível, caso a curva de custo médio seja superior, em toda sua extensão, a qualquer das curvas de demanda em mercados separados.

(1) É possível que o tamanho da firma monopolista, no longo prazo, corresponda à escala ótima de produção, devido a uma contingência do mercado. Nesse caso, o preço de venda será maior ou igual ao custo médio de produção.

(2) Supondo que os custos marginais sejam positivos, então o monopolista sempre sai ganhando quando eleva o preço de seu produto.

(3) A empresa monopolista não pode ter prejuízo no curto prazo, pois conhece sua curva de demanda.

Solução:

(0) *Falso.*

Quando o monopolista discrimina preços, ele vende o mesmo produto para consumidores diferentes de modo que o processo de produção é único. O fato de a curva de custo médio estar acima das curvas de demanda para cada mercado separadamente não impede a prática de discriminação de preços. Pelo contrário, fortalece o poder de monopólio da firma em cada mercado. Uma condição para que ocorra a prática do monopólio é que, para todo valor do preço, o custo médio exceda $\frac{1}{2}D(p)$, pois isso significa que é impossível dividir o mercado entre duas firmas e, portanto, garantir o poder de monopólio da firma incumbente no mercado.

Sobre este tópico, ver:

- Layard & Walters (1978), p. 242.

(1) *Verdadeiro.*

Existem diversos fatores que podem justificar a estrutura de mercado monopolista. No caso da estrutura de monopólio natural, por exemplo, em geral a firma não opera no nível da planta eficiente, uma vez que o custo médio é decrescente. Nesse caso, se não houver qualquer regulamentação, a firma produziria a quantidade que maximiza lucros (custo marginal = receita marginal) e o preço ficaria acima do custo médio, caso contrário a firma teria prejuízo.

Sempre que a firma monopolista opera com lucro positivo, o preço é superior ao custo médio.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 444 a 447; 455 e 457.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 454 e 455.

(2) *Falso.*

O monopolista, assim como qualquer outra firma, tem sua quantidade de equilíbrio maximizada quando o custo marginal se iguala à receita marginal. Se os custos marginais forem crescentes, em decorrência de uma função de produção côncava, o monopolista só irá aumentar a quantidade se a receita marginal for superior ou igual ao custo marginal de produção.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 444.

(3) *Falso.*

A empresa monopolista pode ter prejuízo no curto prazo, seja por estratégia da própria empresa para maximizar o lucro intertemporalmente, seja por alguma regulamentação imposta. No longo prazo, a firma monopolista nunca opera com prejuízo, pois neste caso o melhor para a firma é sair do mercado.

Questão 9

Com relação à formação de preços de um insumo produto, é correto afirmar que:

(0) Se o mercado for competitivo, uma elevação da demanda do produto final implica numa elevação do valor da produtividade marginal e da demanda pelo insumo.

(1) Se o mercado for monopolista, o preço do insumo é determinado pela oferta do insumo e, portanto, igual ao valor da produtividade marginal.

(2) A renda corresponde ao retorno de um fator de produção com oferta fixa, sendo determinada pela demanda. Já a quase renda é a retribuição de um fator de produção temporariamente fixo e obtido como resíduo do preço de mercado.

(3) Num modelo competitivo, a curva de demanda da firma pelo insumo é negativamente inclinada, porque a curva de demanda pelo produto possui este formato. Esse fato nada tem a ver com a lei dos rendimentos decrescentes.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

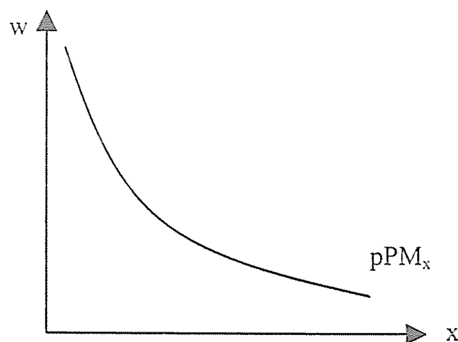
A curva de demanda da firma pelo fator de produção é expressa pela seguinte condição de equilíbrio: $p_x PM(x^*) = w$, onde:

p = preço do produto

PM(x^*) = produto marginal do insumo x

w = preço do insumo

Graficamente, temos:



Podemos derivar a curva de demanda de cada fator analisando o problema da firma que utiliza mais de um insumo como descrito abaixo:

$$\underset{k,L\geq 0}{Max} \quad pF(K,L) - wL - rK$$

$$p\frac{\partial F}{\partial K} = r$$

$$p\frac{\partial F}{\partial L} = w$$

Supondo que um aumento na demanda pelo bem resulte em uma elevação de preço (ou seja, a oferta não é totalmente elástica), isso implica que o valor do produto marginal irá se elevar.

Como estamos supondo que a firma é competitiva no mercado de fatores, o preço dos insumos de produção é constante.

$$p\frac{\partial F}{\partial K}=\bar{r}$$

Se o preço do produto se eleva, o produto marginal tem que se reduzir no novo ponto de equilíbrio. Supondo que a função de produção apresenta rendimentos decrescentes nos fatores de produção, isso implica que a quantidade utilizada do insumo tem que aumentar.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 358 e 359.

(1) *Falso.*

A quantidade ótima do fator contratada pelo monopolista é aquela que satisfaz à condição de que o "produto da receita marginal" (pPM_x), que mede o efeito na receita decorrente de uma variação marginal no insumo, seja igual ao preço do insumo. Ou seja, o monopolista deseja empregar x^* unidades do insumo, de tal maneira que:
$PRM(x^*) = w$
onde:
w = preço do insumo.

O PRM_x é dado por:

$$PRM_x=\frac{\Delta R}{\Delta x}=\frac{\Delta R}{\Delta y}.\frac{\Delta y}{\Delta x}=RMy*PMx$$

onde:
R= receita total
x = quantidade do insumo
y = produto
RMy = receita marginal
PMx = produto marginal

Assim, $PRM_x=\left[p(y)+\frac{\Delta p}{\Delta y}.y\right]PM_x$

ou $PRM_x=p\left[1-\frac{1}{|\varepsilon|}\right]PM_x$

Como para o monopolista $|\varepsilon|\geq 1$, temos:

$$PRM_x=p\left[1-\frac{1}{|\varepsilon|}\right]PM_x\leq pPM_x$$

Isto é, o valor do produto marginal é maior que o produto da receita marginal e, portanto, $w \leq pPM_x$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 489 a 491.

(2) *Verdadeiro.*

O conceito mais generalizado em microeconomia é o de renda econômica. A renda econômica remunera algum fator de produção que existe em oferta fixa mesmo no longo prazo, impedindo a livre entrada de outras firmas no mercado. Exemplos de fatores de produção em que este tipo de situação ocorre são: extração de petróleo, número de licenças de táxis permitidas na cidade, terras férteis etc. O conceito de quase renda não é amplamente difundido nos manuais de microeconomia, mas pode ser estendido para uma situação de escassez temporária de um fator de produção, inviabilizando a livre entrada de firmas na indústria.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 430 a 433.

(3) *Falso.*

No modelo competitivo, a firma deseja contratar a quantidade ótima do insumo (x^*) de maneira que:

$pPM_x(x^*) = w$

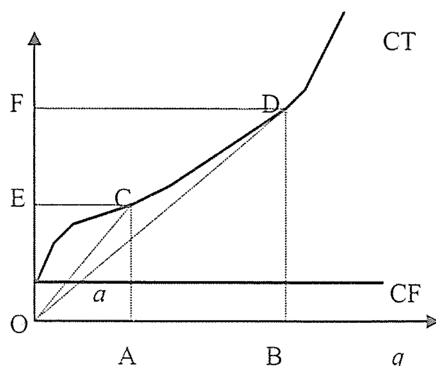
A relação entre x^* e w será negativa quando o produto marginal do insumo for decrescente.[3]

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 359; 489 a 492.

Questão 10

O gráfico abaixo mostra uma curva de custo total de curto prazo.



[3] Em geral, no modelo competitivo, a firma apresenta função de produção com retornos marginais decrescentes, mas é possível admitir um mercado competitivo com firmas apresentando função de produção com retornos constantes de escala. Ou seja, retornos constantes nos dois fatores.

(0) O custo marginal para o nível de produção OA é dado pela tangente do ângulo a.
(1) O custo total médio atinge seu valor mínimo para a produção OB.
(2) O valor mínimo da curva de custo marginal é atingido na produção associada ao ponto C da curva de custo total (CT).
(3) Para o intervalo de produção O até OA, o custo marginal é crescente.
(4) O custo fixo marginal tem o formato de uma hipérbole eqüilátera.

Solução:

(0) *Falso.*[4]

O custo marginal é dado pela inclinação da reta tangente à curva de custo total no ponto C. A tangente do ângulo "a" mede o custo médio para o nível de produção OA.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 269.

(1) *Verdadeiro.*

O custo total médio de produção atinge seu valor mínimo quando é igual ao custo marginal. No ponto D, a reta tangente à curva de custo total tem inclinação igual à razão $\frac{\overline{OF}}{OB}$, que corresponde ao custo marginal. O custo médio para o nível de produção OB também é igual a $\frac{\overline{OF}}{OB}$.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 267.

(2) *Verdadeiro.*

A curva de custo total cresce a taxas decrescentes, até o ponto C. A partir desse ponto, o custo total cresce a taxas crescentes. A taxa de mudança do custo total corresponde ao custo marginal. Ou seja, o custo marginal diminui até o ponto C, quando atinge seu valor mínimo, e cresce a partir desse ponto.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 267.

(3) *Falso.*

Nesse intervalo (O até OA), o custo marginal é decrescente.

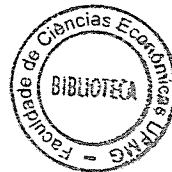
[4] No gabarito da ANPEC, este item consta como anulado.

(4) *Falso.*

O custo fixo total é constante. Portanto, o custo fixo marginal é nulo. Devemos ter cuidado para não confundir o custo fixo marginal com o custo fixo médio. Este último é dado por CFM = $\frac{CF}{q}$, que nesse caso é uma hipérbole eqüilátera.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 264.



Questão 11

Para um modelo de monopólio com discriminação de preços em dois mercados diferentes,

(0) Presume-se que os compradores dos bens num dos mercados possam revendê-los no outro mercado.

(1) A maximização da receita dá-se pela igualdade da receita marginal de cada mercado.

(2) A maximização do lucro é obtida quando o custo por unidade do bem é igualado à receita por unidade do bem em cada mercado, calculados para pequenos acréscimos ou decréscimos da quantidade do bem.

(3) Há possibilidade de preços diferentes em cada mercado, no caso em que ambos os mercados têm a mesma elasticidade-preço na quantidade de lucro máximo da firma.

(4) Soma-se horizontalmente as curvas de demanda de cada mercado como parte da representação geométrica do equilíbrio da firma.

Solução:

(0) *Falso.*

A prática de discriminação de preços em dois mercados requer que os consumidores não possam revender o bem.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 415 a 417.

(1) *Verdadeiro.*

Se as receitas marginais fossem diferentes nos dois mercados, o monopolista teria incentivos para deslocar a produção no sentido de atender o grupo de consumidores que lhe proporcionasse a maior receita marginal, e não estaria maximizando lucros.

(2) *Verdadeiro.*

No item anterior vimos que a *RT* será máxima quando a *RMg* for igual nos dois mercados. Para maximizar o lucro, a receita marginal, em cada mercado deve ser igual ao custo marginal. Suponha que as receitas marginais sejam iguais nos dois mercados. Então, se a receita marginal for maior que o custo marginal, é interessante para a firma aumentar a produção para aumentar seus lucros. Se a receita marginal for menor que o custo marginal, a firma desejará reduzir a produção para aumentar seus lucros.

Seja π o lucro total, onde $\pi = p_1q_1 + p_2q_2 - c(Q_t)$

$Q_t = q_1 + q_2$ e $C(Q_t)$ é a função-custo total.

$q_1 = q_1(p_1) \rightarrow$ função-demanda no mercado 1;

$q_2 = q_2(p_2) \rightarrow$ função-demanda no mercado 2.

Para maximizar o lucro é necessário que:

$$\frac{\Delta \pi}{\Delta q_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{\Delta(p_1q_1)}{\Delta q_1} - \frac{\Delta c}{\Delta Q_t} = 0 \Leftrightarrow RMg_1 = CMg$$

$$\frac{\Delta \pi}{\Delta q_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{\Delta(p_2q_2)}{\Delta q_2} - \frac{\Delta c}{\Delta Q_t} = 0 \Leftrightarrow RMg_2 = CMg$$

ou seja, devemos ter $RMg_1 = RMg_2 = CMg$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 472.

(3) *Falso.*

A relação entre a receita marginal e a elasticidade-preço da demanda é $RMg = p\left(1 + \frac{1}{Ed}\right)$. Igualando a *RMg* nos dois mercados, obtemos a seguinte relação:

$RMg_1 = RMg_2$.

$$p_1\left(1 + \frac{1}{Ed}\right) = p_2\left(1 + \frac{1}{Ed_2}\right)$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\left(1 + \frac{1}{Ed_2}\right)}{\left(1 + \frac{1}{Ed_1}\right)}$$, quando $Ed_1 = Ed_2$, temos $p_1 = p_2$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (1992), p. 235.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 139 e 140.

(4) *Verdadeiro.*

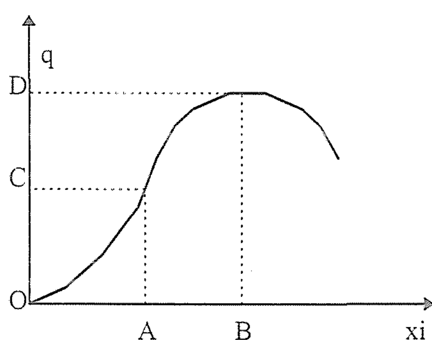
A quantidade total produzida $Q_T = Q_1 + Q_2$ é obtida somando-se horizontalmente as curvas RMg_1 e RMg_2 para obter a curva de $RMgT$. O equilíbrio ocorre no ponto de interseção das curvas de $RMgT$ e CMg.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 493.

Questão 12

A lei dos retornos físicos marginais decrescentes diz que, quando a quantidade de um insumo variável é aumentada, dadas as quantidades dos demais insumos, um ponto é alcançado a partir do qual o produto marginal decresce. A curva abaixo representa a produtividade total.



(0) O produto marginal tem valor negativo para níveis de insumo maiores que OB.

(1) A lei dos retornos físicos marginais decrescentes só é verificada para níveis de insumo maiores que OB.

(2) A lei dos retornos físicos marginais decrescentes é equivalente ao conceito de retornos decrescentes de escala.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Para níveis de insumo maiores que OB, acréscimos na quantidade do insumo diminuem a quantidade total produzida, ou seja, o produto marginal é negativo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 344.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 226.

(1) *Falso.*

A lei dos retornos marginais decrescentes é verificada para níveis de insumo maiores que OA.

(2) *Falso.*

A lei dos retornos físicos marginais decrescentes refere-se à variação na produção física decorrente de uma variação na quantidade de um insumo, com os demais insumos constantes. O conceito de retornos de escala refere-se à variação na produção decorrente de uma variação na quantidade de todos os insumos de produção.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 344 e 348.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 226 a 243.

Questão 13

O mapa de isoquantas de produção é usado para representar, no caso de dois insumos, a superfície de produção num diagrama bidimensional.

(0) A inclinação positiva de algumas isoquantas é explicável pelas produtividades marginais positivas dos dois insumos.
(1) A isoquanta mostra a quantidade máxima de produtos, dados os níveis dos dois insumos.
(2) A noção de isoquanta implica a perfeita substituibilidade entre os insumos.
(3) A isoquanta mostra a quantidade mínima de um insumo, dados o nível de produção e o nível do outro insumo.

Solução:

(0) *Falso.*

A inclinação de uma isoquanta é dada pela Taxa Marginal de Substituição Técnica entre os insumos. Seja a função de produção representada por Y = F(x_1, x_2):

$$\text{TMST} = \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\partial F/\partial x_1}{\partial F/\partial x_2} = -\frac{PMgx_1}{PMgx_2}$$

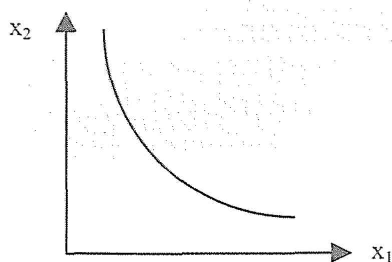
Se $PMgx_1 > 0$ e $PMgx_2 < 0$, então TMST > 0
Se $PMgx_1 < 0$ e $PMgx_2 > 0$, então TMST > 0
Mas, se $PMgx_1 < 0$ e $PMgx_2 < 0$, então TMST < 0

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 370 a 372.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 312.

(1) *Verdadeiro.*

Uma isoquanta é o conjunto de todas as combinações possíveis dos insumos 1, e 2 que são exatamente suficientes para produzir determinada quantidade de produto.



Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 339.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 219.

(2) *Falso.*

Uma isoquanta representa várias combinações de insumos utilizadas para produzir um nível específico de produto. Mas isso não significa perfeita substitutabilidade entre os insumos.[5] Um exemplo é a função de produção Leontief, em que os insumos são complementares. Y = min $\{x_1, x_2\}$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 339 e 340.

(3) *Falso.*

Vide item 1.

Questão 14

A fórmula da elasticidade de substituição é dada por:

$$\sigma = \frac{\Delta(K/L)}{\Delta(TM_gST)} \cdot \frac{TM_gST}{K/L}$$

onde K e L são dois insumos e TMgST é a Taxa Marginal de Substituição Técnica, ou seja, PM_{gL} / PM_{gK} .

(0) A partir de $p \cdot PM_{gL} = \omega$ e $p \cdot PM_{gK} = r$, σ pode ser alterada para representar a variação percentual da intensidade de uso de um insumo em relação à variação percentual no seu preço relativo.

(1) A elasticidade de substituição Técnica mede a variação percentual no uso de um insumo por conta da variação de 1% no uso do outro insumo, ao longo de uma isoquanta.

(2) A fórmula da elasticidade de substituição técnica pode ser reescrita de forma a mostrar a razão entre uma variação percentual da quantidade média de um

[5] Substitutabilidade perfeita ocorre apenas no caso de insumos substitutos que apresentam o mesmo coeficiente técnico na função de produção.

insumo por unidade do outro e a variação percentual da tangente associados a um ponto de uma isoquanta.

(3) Dados os pontos $(K_0, L_0) = (4,4)$ e $(K_1, L_1) = (5,3.2)$ da isoquanta $4 = K^{0,5}L^{0,5}$ é fácil verificar que a elasticidade de substituição Técnica é superior à unidade.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

No ponto de equilíbrio da firma:

$$\text{TMST} = \frac{w}{r}$$

Então a elasticidade de substituição é:

$\sigma = \dfrac{\Delta(K/L)}{\Delta(w/r)}.\dfrac{(w/r)}{(K/L)}$, que mede a mudança percentual em $\dfrac{K}{L}$ dada uma mudança em 1% em w/r.

(1) *Falso.*

A elasticidade de substituição mede a mudança relativa na razão ótima de insumo (K/L) em resposta a uma mudança relativa na razão de preços dos insumos (w/r).

(2) *Verdadeiro.*

No ponto de equilíbrio da firma temos:

$$\text{TMST} = \frac{PMg_L}{PMg_x} = \frac{w}{r}$$

A elasticidade de substituição pode ser escrita como:

$$\sigma = \frac{\dfrac{\Delta(K/L)}{K/L}}{\dfrac{\Delta(PMg_L/PMg_K)}{PMg_L/PMg_K}} = \frac{\Delta(K/L)}{\Delta(PMg_L/PMg_K)}.\frac{PMg_L/PMg_K}{K/L}$$

Isto é, a elasticidade de substituição é uma razão entre a variação percentual da quantidade média de um insumo por unidade do outro (a variação percentual em K/L) e a variação percentual da tangente a um ponto de uma isoquanta (a tangente à isoquanta é dada por PMg_L/PMg_k).

(3) *Falso.*

Considere a função Cobb-Douglas $Y = AL^{\alpha}K^{\beta}$, de forma generalizada. A combinação de insumos que minimiza custo é dada por:

$$\frac{K}{L} = \frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{w}{r}\right)$$

Para encontrar a elasticidade de substituição, temos:

$$\frac{d\left(\frac{K}{L}\right)}{d\left(\frac{w}{r}\right)} = \frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{w}{r}\right) \qquad \text{e} \qquad \frac{\frac{K}{L}}{\frac{w}{r}} = \frac{\beta}{\alpha}$$

Portanto, a elasticidade de substituição para uma função Cobb-Douglas é constante e igual a 1. Em particular, isso é verdadeiro para a isoquanta $4 = K^{0,5}L^{0,5}$.

Sobre este tópico, ver:

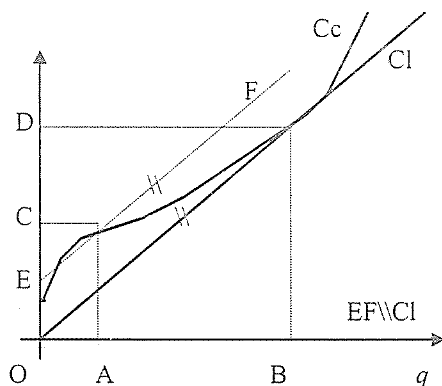
- Chiang, A. (1982), p. 363 a 368.
- Varian, H. (1992), p. 13.

ANPEC/1992

Questão 5

O gráfico abaixo ilustra a relação entre as curvas de custo total de curto e de longo prazos, mas as afirmativas abaixo tratam das curvas médias e marginais.

(0) As curvas médias e marginais de longo prazo correspondentes têm o formato de U.
(1) O mínimo custo médio de curto prazo ocorre na quantidade OB.
(2) Os custos médios de curto prazo e de longo prazo são iguais na quantidade OA.
(3) O custo marginal de curto prazo iguala-se ao custo marginal de longo prazo nas quantidades OA e OB.



Solução:

(0) *Falso.*

As curvas médias e marginais de longo prazo são linhas retas horizontais, pois a curva de custo total de longo prazo é linear com o termo constante igual a zero. (Observação: no longo prazo não há insumos fixos e, portanto, não há custo fixo).

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 280 a 285.
- Varian, H. (2000), p. 393 a 398.

(1) *Verdadeiro.*

Considere a curva Cc. Em OB, temos Cme = Cmg. O custo marginal é dado pela tangente à curva Cc. O custo médio é OB/OD, que também é igual à tangente de Cc quando q = OB. O custo marginal se iguala ao custo médio no ponto de custo médio mínimo.[6]

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 280 a 285.
- Varian, H. (2000), p. 393 a 398.

(2) *Falso.*

O custo médio de longo prazo é igual a OB/OD. O custo médio de curto prazo é igual a OB/OD quando q = OB. Quando q = OA, o custo médio é maior do que OB/OD.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 280 a 285.
- Varian, H. (2000), p. 393 a 398.

(3) *Verdadeiro.*

A inclinação de Cc em OA é igual à inclinação em OB. (As retas EF e Cl são paralelas).

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 280 a 285.
- Varian, H. (2000), p. 393 a 398.

Questão 6

Numa indústria em equilíbrio de concorrência perfeita a longo prazo:

(0) Uma condição suficiente para uma firma produzir é que a sua receita marginal seja igual ao seu custo marginal.
(1) A curva de custo marginal a longo prazo é a curva de oferta da firma.
(2) Não pode existir lucro econômico.
(3) Na presença de deseconomias de escala, um aumento exógeno de demanda provocará um aumento do preço de equilíbrio a longo prazo.

Solução:

(0) *Falso.*

Essa é uma condição necessária para o equilíbrio de longo prazo, mas não de suficiência. Uma condição suficiente para a firma produzir no longo prazo é que a receita marginal (igual ao preço num ambiente competitivo) seja igual ao custo marginal de longo prazo, mas o preço de mercado tem que ser superior ao custo médio. De outro

[6] Ver questão 13/1994, p. 159.

modo, a firma não irá produzir. Dito de outra forma, no longo prazo a firma sempre tem a opção de não produzir, assim, se o preço for inferior ao custo médio, é melhor para a firma não produzir a ter que produzir com prejuízo.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 346 e 347.
- Varian, H. (2000), p. 405.

(1) *Falso.*

A curva de oferta da empresa no longo prazo corresponde à curva de custo marginal nos pontos em que o tamanho da firma é ajustado de maneira ótima. Além disso, como a firma pode escolher permanecer ou não em funcionamento, no equilíbrio de longo prazo a firma não deve ter prejuízo, o que significa que a firma deve operar onde o preço é maior ou igual ao custo médio de produção. Portanto, a curva de oferta de longo prazo da empresa corresponde à curva de custo marginal de longo prazo nos pontos situados acima da curva de custo médio de longo prazo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 397; 414 a 417.

(2) *Verdadeiro.*

Num mercado competitivo, a existência de lucro econômico no longo prazo atrai a entrada de novas firmas que competem por esse lucro (a concorrência perfeita é caracterizada pela inexistência de barreiras à entrada de novas firmas). Nesse caso, a oferta da indústria se expande fazendo com que o preço caia até que no novo ponto de equilíbrio cada empresa tenha lucro econômico nulo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 429.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 343 a 345.

(3) *Falso.*

Um aumento exógeno na demanda aumenta o preço no curto prazo, gerando lucro econômico positivo. No longo prazo, há um estímulo à entrada de novas firmas, de maneira que a oferta também se expande e o preço cai. No longo prazo, o preço é igual ao custo médio e, portanto, os lucros são nulos. O que determina os preços nesse caso é a tecnologia de produção, e variações exógenas na oferta ou na demanda só têm efeitos sobre os preços no curto prazo.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 351 e 352.

Questão 7

(0) Todo monopólio procura igualar a receita marginal ao custo marginal, na região onde a receita marginal cresce mais devagar que o custo marginal.

(1) A demanda por cigarros é altamente inelástica. Suponha que exista um monopólio no mercado de cigarros. Então, se o governo aumenta o imposto *ad valorem* sobre o preço do cigarro tem-se que o lucro do monopólio cai.

(2) Em regime de monopólio a receita só pode aumentar quando o preço aumenta, se se estiver sobre uma parte inelástica da curva de demanda.

(3) Suponha que a curva de custo marginal de um monopólio seja uma reta crescente e que a demanda pelo produto seja $q = A - p$. Então, quanto maior for A, maior será a perda social causada pelo monopólio.

Solução:

(0) *Falso.*

Podemos escrever o problema da maximização de lucro da firma monopolista como:

$\max \pi = P(Q)Q - C(Q)$

onde, $P(Q)$ = curva de demanda de mercado inversa

Q = quantidade produzida

$C(Q)$ = função-custo

Assim, o monopolista escolhe a quantidade a ser produzida de modo a maximizar o lucro.

$$\max_{q \geq 0} \pi = P(Q)Q - C(Q)$$

CPO supondo que a firma produz $Q > 0$

$$P'(Q)Q + P(Q) - C'(Q) = 0$$
$$P'(Q)Q + P(Q) = C'(Q) \text{ (eq1)}$$

A expressão ao lado esquerdo da equação 1 corresponde à *RMg,* e a expressão à direita, ao *CMg*. No equilíbrio, o monopolista escolhe a quantidade que irá produzir igualando *RMg* = *CMg*, não existindo necessariamente nenhuma relação entre o comportamento dessas duas curvas.

Sobre este tópico, ver:

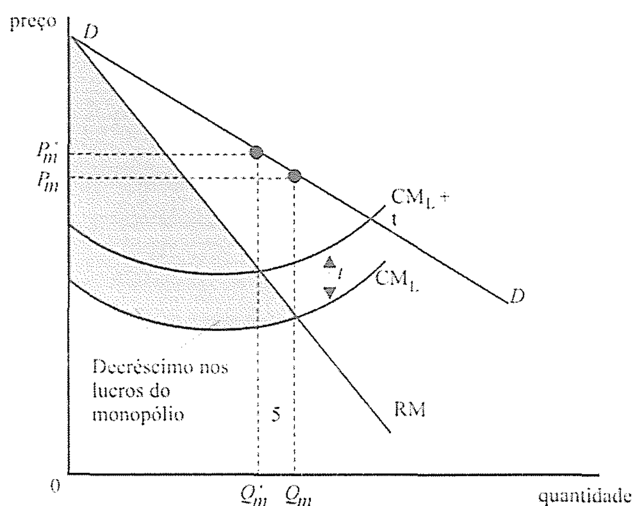
- Varian, H. (2000), p. 444.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 429.

(1) *Falso.*

Em geral, a incidência de um imposto *ad valorem* ou sobre a quantidade em um mercado monopolista determina o aumento do preço e redução do nível de produto vendido, ocasionando uma redução nos lucros. Isto pode ser visto analisando o problema de maximização da firma monopolista:

$$\max_{Q \geq 0} p(q)q - c(q) - (1+\tau)q$$
$$cpo \Rightarrow p'(q)q + p(q) = c'(q) + (1+\tau)$$

Supondo uma curva de custo marginal crescente, a incidência do imposto desloca a curva de custo marginal, determinando que no novo ponto de equilíbrio a receita marginal se iguale ao custo marginal em um nível de produto inferior e a um nível de preços mais elevado. O aumento ocorrido no preço, entretanto, não compensa a redução ocorrida no nível de produto. No caso de uma demanda altamente inelástica, o resultado sobre os lucros é distinto. Uma curva de demanda é inelástica quando a variação da quantidade é menor que a variação ocorrida nos preços. Assim, se a demanda por cigarros é inelástica, então é possível que o produtor repasse para o consumidor mais do que o imposto, elevando o preço, sem que a demanda por cigarros caia em uma proporção maior. Logo, nesse caso, a incidência do imposto pode gerar aumento de lucros para o monopolista. Para visualizar como se dá a incidência de um imposto no mercado monopolista, observe o gráfico abaixo.



Sobre este tópico, ver:

- Pindyck,R, *et al.* (1994), p. 435 e 436.
- Varian, H. (2000), p. 450.
- Pashigian, P. (1998), p. 359.

(2) *Verdadeiro.*

Um aumento no preço provoca uma queda na quantidade demandada mais que proporcional ao aumento no preço, implicando em redução da receita total. Aumentos no preço são acompanhados de uma redução menos que proporcional da quantidade demandada apenas na parte inelástica da curva de demanda.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 446 a 448.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 431 a 433.

(3) *Verdadeiro*.

A curva de custo marginal pode ser representada por:

$CMg = B + Cq$, onde $C > 0$.

Por simplicidade, suponha $B = 0$.

A condição de equilíbrio do monopolista é:

$RMg = CMg$, ou seja, $A - 2q_m = Cq_m$,

onde q_m é a quantidade de equilíbrio do monopólio.

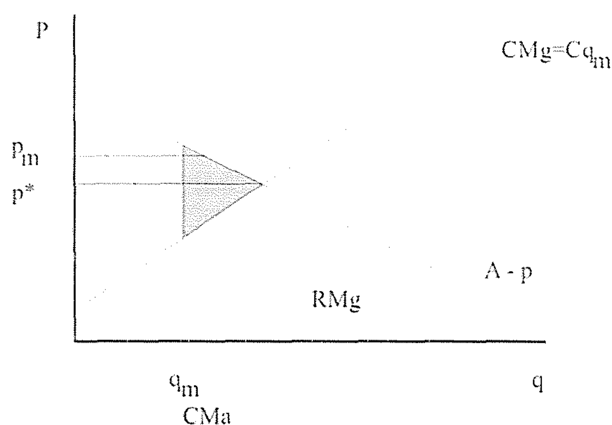
$$q_m = \frac{A}{2+C}$$

Para calcular a perda social, devemos encontrar a quantidade (q_C) que equilibraria um mercado competitivo, sob a condição $P = CMg$, ou seja,

$$A - q_C = Cq_C$$

$$q_C = \frac{A}{1+C}.$$

Graficamente, temos:



$P_m = A - q_m = \dfrac{A(1+C)}{2+C}$ A perda de peso morto (x) causada pelo monopólio corresponde à área hachurada no

gráfico: $x = \dfrac{\left[P_m - \left(\dfrac{AC}{2+C}\right)\right] \cdot [q_C - q_m]}{2}$

$$x = \frac{A^2}{2(2+C)^2(1+C)}.$$

Portanto, quanto maior A, maior será a perda social.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 450 a 452.
- Mas-Colell, A *et al.* (1995), p. 384 a 386.

Questão 8

Uma indústria é formada por um número muito grande de empresas usando uma tecnologia que pode ser descrita por uma função de custo C(q) = 3q, onde q é a quantidade produzida pela empresa. Não existe possibilidade de uma nova firma estar no mercado com essa mesma tecnologia e obter lucro. Em um dado instante, uma firma fora da indústria descobre uma nova tecnologia descrita pela função C(q) = 2q. Essa firma recusa-se a passar a nova tecnologia às existentes.

(0) O preço de equilíbrio após o aparecimento da nova firma é maior ou igual a 3.

(1) Suponha que a função de demanda do produto seja q = 10 - 2p (p é o preço da mercadoria). Então a quantidade total demandada após o surgimento da nova empresa é 3.

(2) Suponha que a demanda seja q = 6 - 2p. Em equilíbrio, a quantidade demandada é 1 (um).

(3) Imagine que a nova tecnologia caia no domínio público. Então com a demanda q = 4 - 2p nada será produzido em equilíbrio.

Solução:

(0) *Falso.*

Antes do surgimento da nova tecnologia, o mercado se encontrava em equilíbrio sob competição perfeita com preço igual ao custo marginal, ou seja, p = 3 e lucro zero para as firmas. A firma com a nova tecnologia tem custo marginal igual ao custo médio: *CMg* = *CMe* = 2. Enquanto esta firma detiver o monopólio da tecnologia, será possível vender por um preço situado entre 2 e 3 e obter lucros positivos, ou melhor, para conservar seu poder de monopólio basta que a firma venda seu produto com um preço pouco abaixo de 3. As demais empresas não poderão vender, pois teriam que colocar seu produto com preço abaixo do custo médio, o que geraria prejuízo.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 319 e 320; 427 a 429.

(1) *Falso.*

A firma com nova tecnologia tem poder de monopólio se p < 3. Então, o problema do monopolista neste caso é:

max $p(q)q - c(q)$, se p < 3.

$q = 10 - 2p \Rightarrow p(q) = 5 - \frac{1}{2}q$

$c(q) = 2q$

Fazendo $RMg = CMg$, temos:
$5 - q = 2 \Rightarrow q = 3$
Mas, se $q = 3 \Rightarrow p = 3{,}5$

Com p = 3,5, as firmas com tecnologia mais cara podem continuar produzindo e, nesse caso, a firma com a nova tecnologia não tem poder de monopólio.

Esta solução não satisfaz à condição p < 3.

Com $p(q) = 5 - \frac{1}{2}q$ e $p < 3 \Rightarrow 5 - \frac{1}{2}q < 3 \Rightarrow q > 4$

Com $p(q) = 5 - \frac{1}{2}q$ e $p > 2 \Rightarrow 5 - \frac{1}{2}q > 2 \Rightarrow q < 6$

Assim, para que a firma tenha poder de monopólio, a quantidade ofertada será maior que 4 e menor que 6 unidades.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 446 e 447.

(2) *Verdadeiro.*

Com $p(q) = 3 - \frac{1}{2}q$, temos $RMg = 3 - q$

$RMg = CMg \Rightarrow 3 - q = 2 \Rightarrow q = 1 \Rightarrow p = 2{,}5$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 444.

(3) *Verdadeiro.*

Se a tecnologia nova for utilizada por todas as empresas do mercado, teremos competição perfeita. Em equilíbrio, $P = CMg = 2$. Dada a curva de demanda $q = 4 - 2p$, temos q = 0.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 404 a 406.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 323 e 324.

Questão 9

Duas empresas possuem a mesma função de custo $C(q) = q^2 + q + 1$ e enfrentam uma função de demanda dada por $q = 6 - p$ se $p \leq 6$ e $q = 0$ se $p > 6$. Neste caso tem-se que:

(0) Em equilíbrio de duopólio de Cournot, cada empresa produzirá 1 (um).
(1) Nesse equilíbrio, o lucro puro de cada empresa será 2 (dois).
(2) Se as duas empresas pertencessem a um único dono, o nível de produção total passaria para 2 (dois).
(3) Sob as hipóteses do último item, o lucro puro total passará para 2,125.

Solução:

O problema da firma 1 é:

$\max_{q_1} p_1 q_1 - c(q_1)$, onde $p = 6 - q$, com $q = q_1 + q_2$

q_1 e q_2 são as quantidades produzidas pelas firmas 1 e 2, respectivamente.
Assim, a equação transforma-se em:

$$\max_{q_1} [6 - (q_1 + q_2)]q_1 - [q_1^2 + q_1 + 1]$$

CPO: $-4q_1 + 5 - q_2 = 0$

$q_1 = \frac{5}{4} - \frac{1}{4}q_2 \Rightarrow$ Função de reação da firma 1.

A firma 2 resolve o problema análogo ao anterior:

$$\max_{q_2} [6 - (q_1 + q_2)]q_2 - [q_2^2 + q_2 + 1]$$

CPO: $-4q_2 + 5 - q_1 = 0$

$q_2 = \frac{5}{4} - \frac{1}{4}q_1 \Rightarrow$ Função de reação da firma 2.

Considerando as duas funções de reação das firmas, o equilíbrio em duopólio de Cournot é encontrado quando $q_1 = q_2 = 1$.
Dada a função de demanda $p = 6 - q$ encontramos $p = 4$.
Lucro da firma 1 = $\pi_1 = \pi_2$ = lucro da firma 2.

$\pi_1 = pq_1 - c(q_1)$

$\pi_1 = 1$

$\pi_2 = pq_2 - c(q_2)$

$\pi_2 = 1$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 514 a 516.

(0) *Verdadeiro.*

(1) *Falso.*

Para justificar os itens (2) e (3), devemos resolver o problema do monopolista:

$$\max_q (6-q)q - [q^2+q+1]$$

CPO: $(6-2q) = 2q+1 \Rightarrow q = \frac{5}{4} \Rightarrow q = 1{,}25$

O lucro máximo do monopolista será π:

$\pi = p.q - c(q)$

onde $p = 6 - q$, com q = 1,25 $\Rightarrow p = 4{,}75$, ou seja, $\pi = \frac{17}{8} = 2{,}125$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 444 e 445.

(2) *Falso.*

(3) *Falso.*

Questão 10

Em concorrência imperfeita:

(0) Com diferenciação de produtos e livre entrada, é possível que haja mercados onde o lucro puro seja zero, mas onde as firmas ainda tenham poder de monopólio.

(1) No modelo de liderança de preços pela firma dominante, as firmas menores comportam-se como firmas em concorrência perfeita e, portanto, auferem lucro puro zero no longo prazo.

(2) O modelo de demanda quebrada explica a estabilidade do preço de mercado, mas não explica como esse mesmo preço é atingido.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Esse é um resultado associado com mercados em concorrência monopolística. Um mercado com essa estrutura tem duas características: as empresas competem vendendo produtos diferenciados, mas altamente substituíveis uns pelos outros, embora não sejam substitutos perfeitos; e o mercado oferece livre entrada e livre saída para as empresas. Nesse mercado, a existência de lucro puro positivo estimula a entrada de novas empresas, o que faz as empresas instaladas reduzirem sua participação no mercado. No longo prazo, o lucro das empresas será nulo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 480 a 484.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 553 e 554.

(1) *Verdadeiro.*

No modelo de liderança de preços, a firma seguidora estabelece o mesmo preço ditado pela firma líder. Nesse caso, a seguidora toma o preço como dado e escolhe o nível de produção que maximize seus lucros, exatamente como no modelo competitivo em que a firma não tem controle sobre o preço vigente no mercado. A firma escolhe o nível de produção em que o preço é igual ao custo marginal. No longo prazo, o nível de produção eficiente é aquele em que o custo marginal é igual ao custo médio (mínimo) e, portanto, no longo prazo o lucro da firma seguidora será zero.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 504.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 571.

(2) *Verdadeiro.*

O modelo de curva de demanda quebrada procura explicar a rigidez de preços em mercados oligopolistas. Nesse modelo, cada empresa se defronta com uma curva de demanda quebrada no preço corrente P*. Para preços maiores que P* a curva de demanda é muito elástica, pois a empresa crê que se aumentar seu preço, as demais empresas não o farão, e ela vai perder grande parte do mercado. Se a empresa vender abaixo do preço P*, as demais empresas acompanharão porque se sentem ameaçadas, de tal forma que a primeira empresa só aumentaria suas receitas se a demanda também aumentasse. Entretanto, o modelo não explica como o preço corrente atingiu P* ou porque as empresas não atingiram um preço diferente.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 585 e 586.

ANPEC/ 1993

Questão 5

Sobre o conceito de isoquanta e o conceito relacionado de Taxa Marginal de Substituição Técnica, é possível fazer várias afirmativas:

(0) Uma isoquanta representa combinações alternativas de produtos para um dado nível de insumo.

(1) Ao longo de uma isoquanta, tem-se um número muito grande de técnicas de produção.

(2) Combinações de insumos ao longo de trechos positivamente inclinados de uma isoquanta são eficientes do ponto de vista econômico, mas não do ponto de vista técnico.

(3) A Taxa Marginal de Substituição Técnica pode ser definida como o negativo da derivada de uma isoquanta.

(4) A Taxa Marginal de Substituição Técnica pode ser definida como o acréscimo na quantidade de um insumo por unidade de acréscimo do outro insumo.

5193

Solução:

(0) *Falso*.

Uma isoquanta representa combinações alternativas de insumos para um dado nível de produto.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 339.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 218.

(1) *Verdadeiro*.

(2) *Falso*.

A inclinação da isoquanta mede a Taxa Marginal de Substituição Técnica, ou seja, a capacidade de a empresa efetuar a substituição de capital por mão-de-obra. Dessa forma, a inclinação positiva indica que é necessário aumentar a quantidade de um insumo se aumentarmos a quantidade do outro, para produzir o mesmo nível de produto. Isso significa que o produto marginal de um dos insumos é negativo. Porém, a eficiência Técnica não admite a possibilidade de produtos marginais negativos. Embora possa ocorrer produto marginal decrescente, isso não significa que ele seja negativo. A substituição entre os insumos vai produzir sempre quantidades positivas do produto, mesmo que essas quantidades sejam decrescentes. O trecho em que a isoquanta tem inclinação positiva também não é eficiente do ponto de vista econômico, visto que há desperdício de recursos. Poderíamos produzir o mesmo volume de produto utilizando menos de um dos insumos e utilizar os recursos poupados na produção de outros bens ou para a satisfação direta de necessidades.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 343 e 344.

(3) *Verdadeiro*.

Seja $Y = F(X_1,X_2)$. Para um dado nível de produto, temos:

$$\frac{\partial F}{\partial X_1}dX_1 + \frac{\partial F}{\partial X_2}dX_2 = 0 \Rightarrow$$

$$TMS = -\frac{dX_2}{dX_1} = \frac{\partial F/\partial X_1}{\partial F/\partial X_2}$$

que corresponde à inclinação da isoquanta.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 312.

(4) *Falso.*

A TMS é definida como o acréscimo na quantidade de insumo necessário para que se reduza a quantidade do outro insumo em uma unidade e se produza o mesmo nível de produto.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 343 e 344.

Questão 6

Tome como referência uma empresa maximizadora de lucros, produzindo 48 unidades de um bem através de uma função de produção com 2 fatores (K e L) caracterizada por retornos constantes à escala. Supondo que o preço do produto é igual a \$1, os preços dos fatores K e L iguais a \$4 e \$2 respectivamente, e o uso de K igual a 3, então:

(0) A quantidade demandada do fator L é igual a 18.
(1) A participação do fator K no valor do produto é igual a 50%.
(2) O produto marginal do fator L é igual a 1/2.
(3) Mantidos constantes os preços dos fatores, a relação K/L só muda se for alterada a quantidade produzida.

Solução:

Dados $Y = 48$; $P = 1$; $r = 4$; $w = 2$; $k = 3$; e tecnologia com retornos constantes de escala, temos:
Em equilíbrio, a demanda por fatores é caracterizada pelas seguintes equações:

$$PMgk = \frac{\partial F}{\partial K} = \frac{r}{p}$$

$$PMgL = \frac{\partial F}{\partial L} = \frac{w}{p}$$

Sob retornos constantes de escala e pelo Teorema de Euler:

$$\frac{\partial F}{\partial k}dK + \frac{\partial F}{\partial L}dL = dY$$

Sabemos que $F(3,L_1) = 48 \Rightarrow F(6, 2L_1) = 96$ (da propriedade de retornos constantes de escala).
Então, podemos escrever:

$$4dK + 2dL = dY$$

$4*3 + 2*dL = 48$, onde $dL = 2L_1 - L_1 \Rightarrow dL = L_1$
Portanto, $dL = L_1 = 18$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 489 a 492.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

(1) *Falso.*

A participação do capital no produto consiste simplesmente na razão *K/Y*. Assim:

$$\frac{K.r}{Y} = \frac{3.4}{48} = \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$$

(2) *Falso.*

Em equilíbrio, $PMgL = 2$ conforme mostrado acima.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 668 e 669.

(3) *Falso.*

A relação *K/L* satisfaz à condição:

$$\frac{\partial F / \partial K}{\partial F / \partial L} = \frac{w}{r}$$

Se w e r forem constantes, a TMS não muda quando a firma está otimizando e, portanto, a relação *K/L* ótima também não se altera.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 312 e 313.
- Varian, H. (2000), p. 343 e 344.

Questão 7

Uma firma operando em uma indústria em concorrência perfeita tem uma curva de produto total dada por $PT = 16L^2 - L^3$, onde L representa a mão-de-obra. O preço do produto é igual a \$12 e a taxa de salário de mercado é \$240. Nestas condições:

(0) A quantidade de mão-de-obra que a firma vai contratar é igual a 10.
(1) Se a taxa de salário for maior que \$512, a firma deve fechar.
(2) A quase-renda do capital da firma é igual a \$4.800.
(3) Dado o custo fixo total de \$5.000, o lucro econômico ou lucro extraordinário da empresa será maior que zero.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

A quantidade de trabalhadores que a firma contrata é definida pelo nível em que ocorre a igualdade entre o produto marginal do trabalho e o salário real. O problema pode ser resolvido maximizando-se o lucro da firma, que constitui a diferença entre receita (p.*PT*) e custo total (*W.L*).Assim, temos:

$$\max_{L \geq 0} p.PT - W.L$$

$$Max_{L\geq 0} 12(16L^2 - L^3) - 240L$$
$$\frac{dLT}{dL} = 12(32L - 3L^2) - 240 = 0$$
$$12(32L - 3L^2) = 240$$
$$32L - 3L^2 = \frac{240}{12} = 20$$
$$-3L^2 + 32L - 20 = 0 \quad (-1)$$
$$3L^2 - 32L + 20 = 0$$
$$L = \frac{32 \pm \sqrt{1024 - 240}}{6}$$
$$L = \frac{32 \pm 28}{6}$$
$$L' = 10$$
$$L'' = 0,6667$$

Além disso, se $L = 10$,

$\frac{dPMa}{dL} = 32 - 6L = -28 < 0$, ou seja, a condição de segunda ordem indica que a função de produção é côncava em $L = 10$ e, portanto, esta é a solução de lucro máximo.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 310 e 311.

(1) *Falso.*

Se a taxa de salário for igual a 512, a função-lucro da firma é:
Lucro = $12 * (16L^2 - L^3) - 512L - CF$
Maximização de lucro:

CPO:
$12 * (32L - 3L^2) - 512 = 0$

Resolvendo a equação:
$$L = \frac{9,4}{6} = 1,5667$$
e
$$L = \frac{55,6}{6} = 9,26667$$
Satisfazem à CPO.

CSO:
Em $L = \frac{9,4}{6} = 1,5667 \Rightarrow -6L + 32 > 0$

Em $L = \frac{55,6}{6} = 9,26667 \Rightarrow -6L + 32 < 0$

Ou seja, a função-lucro é côncava em $L = \frac{55,6}{6} = 9,26667$

Em $L = \frac{55,6}{6} = 9,26667$ o lucro é máximo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 354 a 356.

(2) *Verdadeiro.*

Se $L = 10$, $PT = 600$
Receita = 7200= 600*12
Custo variável = 2400= (240*10)
Quase-renda[7] = Receita total – custo variável = 4800

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 432 e 433.

(3) *Falso.*

O lucro será igual à quase-renda menos o custo fixo, ou seja, a empresa terá um prejuízo de 200.

Questão 8

Com relação às curvas de custo sabe-se que:

(0) A curva de custo marginal sempre fica por baixo da curva de custo médio.
(1) A área embaixo da curva de custo marginal é igual aos custos variáveis.
(2) O custo marginal de curto prazo iguala-se ao custo marginal de longo prazo apenas no ponto onde o custo médio de curto prazo é mínimo.
(3) O custo marginal iguala-se ao custo médio no ponto onde o custo médio é mínimo.

Solução:

(0) *Falso.*

A curva de custo marginal está abaixo da curva de custo médio, *CMg* < *Cme*, quando o custo médio é decrescente; a curva de custo marginal está acima da curva de custo médio quando o custo médio é crescente. Por último as duas curvas são iguais quando o custo médio é mínimo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 388 e 389.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 267 a 269.

---

[7] Quase-renda nesta questão tem sentido de renda econômica.

(1) *Verdadeiro.*

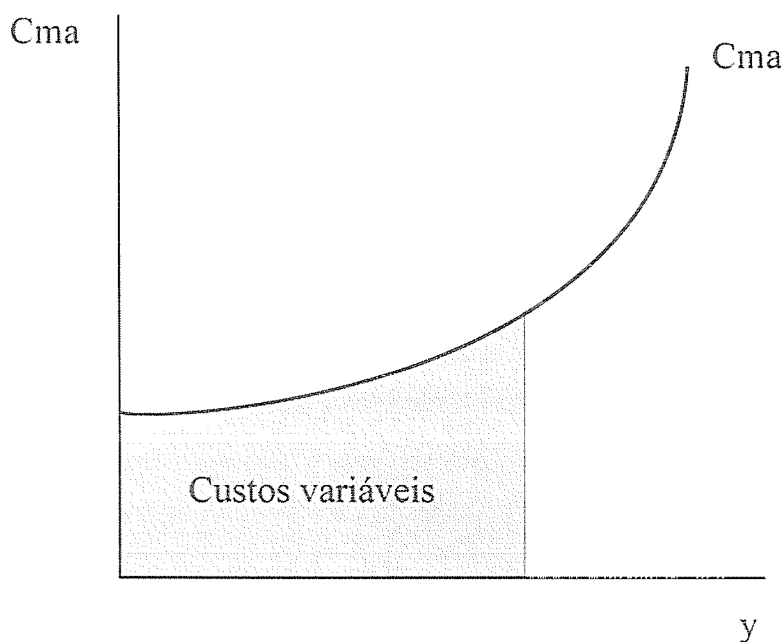
A curva de custo marginal mede o custo de produzir uma unidade adicional de um bem. Se somarmos o custo de produzir cada unidade do bem, obteremos o custo total de produção – com exceção dos custos fixos. Então:

$$CT = CVT + CFT$$

$$\frac{d(CT)}{dy} = \frac{d(CVT)}{dy} = \text{custo marginal}$$

A área sob a curva de custo marginal é dada por:

$$\int \frac{d(CT)}{dy} dy = \int \frac{d(CVT)}{dy} dy = \int CMg \ dy = CVT.$$



Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 389 e 390.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 267 a 269.

(2) *Verdadeiro.*[8]

O custo marginal de longo prazo em qualquer nível de produção deve ser igual ao custo marginal de curto prazo, associado com o nível ótimo de tamanho de fábrica para produzir uma determinada quantidade. No curto prazo existem fatores fixos, enquanto no longo prazo podemos alterar todos os fatores. Nesse caso, o custo marginal de longo prazo tem duas partes: como os custos marginais mudam ao se manter fixo o tamanho da fábrica (correspondente ao custo marginal de curto prazo) e como os custos marginais mudam quando o tamanho da fábrica se ajusta. Entretanto, o tamanho da fábrica é escolhido de maneira ótima, de modo que essa segunda parte seja igual a zero. Portanto, os custos marginais de curto e longo prazo são iguais no nível ótimo de longo prazo. Porém, nesse nível o custo médio é mínimo e, portanto, igual ao custo marginal.

[8] Esta resposta não confere com o gabarito oficial da ANPEC.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 394.

(3) *Verdadeiro.*

Considere $C(Y)$ = Custo Total, onde Y é a quantidade produzida

CMe = Custo Médio = $C(Y)/Y$

CMg = Custo Marginal = $C'(Y)$

$$\frac{\partial CMe}{\partial Y} = \frac{C'(Y)Y - C(Y)}{Y} Y \Rightarrow \frac{\partial CMe}{\partial Y} = C'(Y) - CMe$$

A condição necessária para o custo médio ser mínimo é que $\frac{\partial CMe}{\partial Y} = 0$, ou seja, que $C'(Y) = CMe$

A condição de segunda ordem é que $\frac{\partial^2 CMe}{\partial Y^2} > 0$, onde $\frac{\partial^2 CMe}{\partial Y^2} = C''(Y) - \frac{\partial CMe}{\partial Y}$

Como no ponto de custo médio mínimo $\frac{\partial CMe}{\partial Y} = 0$, a condição de segunda ordem para que o CMe seja mínimo é $C''(Y) > 0$, ou seja, que o custo marginal seja crescente (função de custo convexa).

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 388.

Questão 9

Uma firma vende o seu produto em concorrência perfeita a um preço igual a $40. O custo total é dado por $C = 10 + 20Q^2$, onde Q representa a quantidade produzida. Para o nível de produção que maximiza o lucro, calcule o valor do lucro total.

Solução:

A condição para a firma em concorrência perfeita maximizar lucro é P = C'(Q)
Ou seja, preço igual ao custo marginal.
Aplicando essa condição: 40 = 40Q ⇒ Q = 1.
Lucro = P*Q – C(Q=1)
Lucro = 40 – (10 + 20)
Lucro = 10

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 404 a 406.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 323 e 324.

Questão 10

Considere um monopolista maximizador de lucros:

(0) Por ser o único vendedor no seu mercado, o monopolista pode ignorar a curva de demanda ao definir o seu preço de venda.
(1) A curva de demanda coincide com a curva de receita marginal, fazendo, assim, com que a elasticidade-preço esteja associada à receita marginal.
(2) O monopolista pode ter lucro econômico puro igual a zero, como se pode ver pela comparação das curvas de custo médio com sua curva de receita média.
(3) O controle de preços sobre um monopolista afeta as suas decisões ao redefinir a sua curva de receita marginal, podendo induzi-lo a produzir uma quantidade maior.

Solução:

(0) *Falso.*

O monopolista tem o poder de definir o preço de venda de seu produto no mercado, mas ele faz isso escolhendo a quantidade ótima produzida em função da curva de demanda do mercado.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 443.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 425.

(1) *Falso.*

Seja P(y) a curva de demanda inversa do mercado. A curva de receita do monopolista é R(y) = P(y)y. A receita marginal é dada por:
$R'(y) = p(y) + p'(y)y$

Portanto, a receita marginal não coincide com a curva de demanda. Isso só aconteceria se a demanda fosse perfeitamente elástica (caso competitivo), quando $p'(y) = 0$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 443 a 463.

(2) *Falso.*[9]

A condição para a maximização de lucros do monopolista é que a receita marginal seja igual ao custo marginal. Entretanto, o preço (a receita média) para o monopolista é maior do que a receita marginal e, portanto, maior que o custo marginal, o que garante lucro econômico positivo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 447.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 427 a 429.

[9] Esta resposta não confere com o gabarito oficial da ANPEC.

(3) *Verdadeiro.*

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 452 a 454.

Questão 11

Considere uma indústria que opera em concorrência monopolística em uma situação de equilíbrio de longo prazo. Então:

(0) Cada firma está solidamente instalada no mercado com o monopólio de um produto específico.
(1) A possível entrada de firmas concorrentes na indústria gera uma situação de lucro zero no longo prazo.
(2) No longo prazo, a firma terá um equilíbrio igual ao custo médio e ao custo marginal.
(3) Como a firma iguala o preço ao custo médio, ela opera na posição de mínimo custo médio.

Solução:

(0) *Falso.*

A concorrência monopolística refere-se a uma estrutura comercial em que há várias empresas vendendo produtos altamente substituíveis, porém diferenciados em termos de qualidade, aparência ou reputação. Neste ambiente, a firma detém o monopólio de sua marca, mas não o monopólio do produto.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 480 a 484.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 553 e 554.

(1) *Verdadeiro.*

O mercado em concorrência monopolística se caracteriza pela livre entrada e saída de firmas. No longo prazo, o preço torna-se igual ao custo médio e a empresa tem lucro zero. A possibilidade de lucros positivos no curto prazo atrai novas empresas com marcas concorrentes, diminuindo a participação no mercado das firmas já instaladas. A curva de demanda destas firmas sofre um deslocamento até que seja tangente à curva de custo médio.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 483.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 554 e 555.

(2) *Falso.*

No equilíbrio de longo prazo, o preço é igual ao custo médio, porém o preço é maior que o custo marginal. Em competição monopolística, a curva de demanda tem inclinação negativa, de maneira que o ponto de lucro zero situa-se à esquerda do ponto de custo médio mínimo. Ou seja, o preço é maior que o custo médio mínimo e, portanto, maior que o custo marginal. Lembramos que o custo médio é mínimo quando é igual ao custo marginal.

Veja o gráfico abaixo:

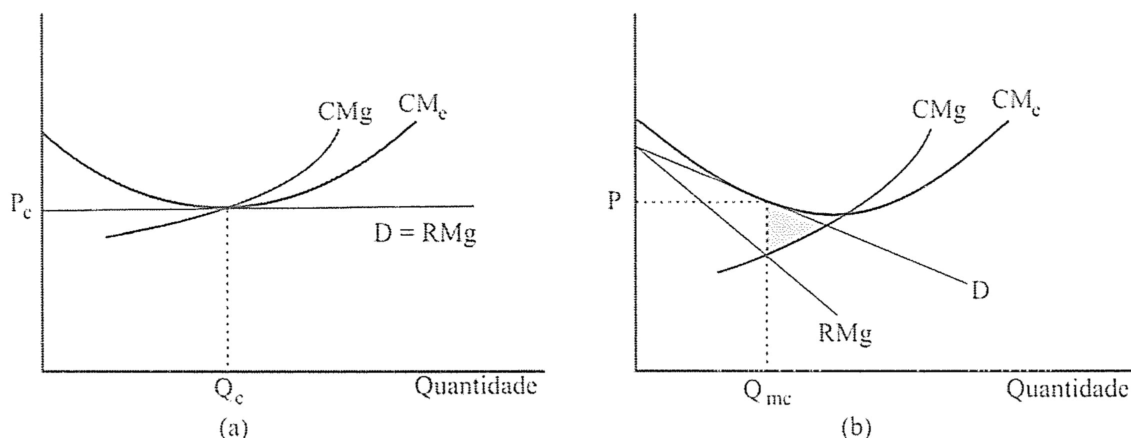


Gráfico - Comparação entre equilíbrio monopolisticamente competitivo e equilíbrio perfeitamente competitivo.(Extraído de Pindyck, R.(1994) p. 557).

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H.(2000), p. 483 e 484.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 556 e 557.

(3) *Falso.*

Vide justificativa em (2).

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 556 e 557.
- Varian, H.(2000), p. 483 e 484.

Questão 12

Uma indústria tem apenas duas firmas, cada uma com um custo marginal constante e igual a \$100. A curva de demanda da indústria é dada por P = 600 - (1/4)Q. Nestas condições:

(0) A curva de reação da firma 1 é dada por $q_1 = 1000 - q_2/2$.

(1) A curva de reação da firma 2 é idêntica à da firma 1.

(2) No Equilíbrio de Cournot, o produto total da indústria é igual a Q = 4000/3.

(3) No Equilíbrio de Cournot, o lucro de cada firma é maior do que em uma situação de cartel.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

O problema da Firma 1 pode ser escrito como:

Lucro = $[600 - (1/4)(q_1 + q_2)]q_1 - 100q_1$

Lucro = $500q_1 - (1/4)q_1^2 - (1/4)q_1q_2$

A firma 1 escolhe quanto produzir para maximizar seus lucros, supondo que a quantidade produzida pela firma 2 seja constante.

Condições de primeira ordem para maximizar o lucro da firma 1:

$$\frac{\partial \text{lucro}}{\partial q_1} = 500 - \frac{1}{2}q_1 - \frac{1}{4}q_2 = 0$$

Portanto, a curva de reação da firma 1 é

$q_1 = 1000 - (1/2)\, q_2$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 508.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 570.

(1) *Verdadeiro.*

As firmas têm a mesma estrutura de custo e a mesma estratégia de maximização de lucros. Formalmente, temos:

Firma 2

Lucro = $[600 - (1/4)(q_1 + q_2)]q_2 - 100q_2$

Lucro = $500q_2 - (1/4)q_2^2 - (1/4)q_1q_2$

A firma 2 escolhe quanto produzir para maximizar seus lucros, supondo que a quantidade produzida pela firma 1 seja constante.

Condições de primeira ordem para maximizar o lucro da firma 1:

$$\frac{\partial \text{lucro}}{\partial q_1} = 500 - \frac{1}{2}q_2 - \frac{1}{4}q_1 = 0$$

Portanto, a curva de reação da firma 2 é

$q_2 = 1000 - (1/2)\, q_1$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 508.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 570.

(2) *Verdadeiro.*

Para encontrar o vetor de equilíbrio, precisamos resolver o sistema:

$q_1 = 1000 - (1/2)\, q_2$

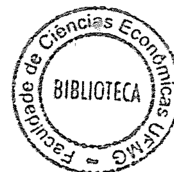
$q_2 = 1000 - (1/2)\, q_1$

A solução é $q_1 = q_2 = \dfrac{2.000}{3}$

Portanto, $Q = q_1 + q_2 = \dfrac{4.000}{3}$

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 570.



(3) *Falso.*

Sendo a curva de demanda da indústria igual a $P = 600 - \left(\frac{1}{4}\right)Q$ e sabendo pelo item (2) que $Q = \frac{4.000}{3}$. Substituímos Q na curva de demanda e encontramos P:

$$P = 600 - \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{4.000}{3}\right) = 600 - \frac{4.000}{12} \Rightarrow P = \frac{7200 - 4000}{12} \Rightarrow P = \frac{3200}{12}$$

$$P = \frac{800}{3}.$$

Os lucros são encontrados como a diferença entre receita total ($P.Q$) e custos totais ($100Q$). Assim, temos:

$$L = \frac{800}{3}\frac{4000}{3} - 100\frac{4000}{3} = \frac{3200000}{9} - \frac{400000}{3}$$

$$L = \frac{3200000 - 1200000}{9} = \frac{2000000}{9}$$

Em cartel, as firmas se unem para maximizar seus lucros conjuntamente, encontrando uma solução equivalente à de monopólio.
Max $(600 - ¼\ Q)Q - 100Q$

CPO:
$500 - ½\ Q = 0$
$Q = 1000.$

Em monopólio ou cartel, a quantidade produzida pela firma é menor e o preço de equilíbrio maior.
$P = 350.$

O lucro conjunto das firmas é igual a $\frac{2.250.000}{3}$. Como as firmas têm tecnologias iguais, o lucro total deve ser dividido entre elas e igual a $\frac{1.125.000}{3}$ para cada firma.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 519 a 523.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 579 a 582.

Questão 13

Uma firma oligopolística tem um custo variável médio igual a Cm = 20\$, constante para um intervalo de produção entre 200 e 1.000 unidades. O valor do estoque

de capital investidos na firma é igual a \$100.000. Para determinar o seu preço de venda, esta firma fixa uma taxa de mark-up *m* sobre o custo variável médio da seguinte forma: P = (1 + m)Cm. Desta maneira:

(0) A taxa de retorno do capital é 10% para uma produção de 1.000 unidades e uma taxa de mark-up igual a 50%.

(1) Se a expectativa de vendas da empresa é de apenas 200 unidades, a taxa de mark-up compatível com uma taxa de retorno de 10% deve ser igual a 250%.

(2) Uma taxa de mark-up de 50% é compatível com a hipótese de que a firma seja maximizadora de lucros, supondo que a elasticidade-preço da curva de demanda seja igual a 3.

(3) Entre 200 e 1.000 unidades produzidas, uma mesma taxa de mark-up gera uma única taxa de retorno do capital.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

A taxa de retorno do investimento, no sentido contábil, é obtida pelo quociente entre o lucro líquido e o valor total dos ativos empregados. O processo utilizado nesta questão consiste no desenvolvimento das receitas e dos custos, retirando-se o lucro como diferença. Como não são incluídos impostos de qualquer espécie, o valor encontrado será considerado lucro líquido. O valor total dos ativos empregados é igual ao valor do estoque de capital investido. Dessa forma, temos:

$p = (1 + m)c_m$

Dados $y = 1000$, $m = 0{,}5$ e $c_m = 20$

Então, p = 30

$lucro = p.y - c_m.y$

Lucro = 10.000

$$\text{taxa de retorno do capital} = \frac{10.000}{100.000} = 10\,\%.$$

Sobre este tópico, ver:

- Welsch, Glenn A. (1973), p. 280 e 281.

(1) *Verdadeiro.*

Dados $y = 200$ e m = 250% = 2,5

Então, p = 70

Lucro = 10.000

$$\text{Taxa de retorno do capital} = \frac{10.000}{100.000} = 10\,\%.$$

(2) *Verdadeiro.*

A firma maximizadora de lucros estabelece um mark-up que satisfaz à relação:

$$1 + m = \frac{1}{1 - \frac{1}{|\varepsilon|}}$$

Dado $|\varepsilon| = 3$, temos:

$$1+m=\frac{1}{1-\frac{1}{3}}\Rightarrow m=0{,}5=50\,\%$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 447 e 448.

(3) *Falso.*

Considere dois exemplos:

$y=500$ e $m=50\,\%\Rightarrow p=30$

Lucro = 5.000

Taxa de retorno do capital = 5%

$y=600$ e $m=50\,\%\Rightarrow p=30$

Lucro = 6.000

Taxa de retorno do capital = 6%

ANPEC/1994

Questão 6

Considere uma firma cuja função-custo pode ser representada pela expressão C = wvy, em que w e v são os preços dos dois fatores de produção utilizados, e y é o produto. Desta maneira:

(0) As proporções nas quais a firma empregará os seus fatores não dependerá da quantidade produzida.

(1) As proporções entre as despesas com cada fator dependerão da quantidade produzida.

(2) A tecnologia implícita na função custo exibe retornos crescentes à escala.

(3) O equilíbrio concorrencial de longo prazo em que todas as empresas pudessem operar com esta função-custo estaria associado à existência de uma só firma.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

O comportamento da função de produção determina o comportamento da função custo. Existem basicamente três tipos de tecnologia:

1) Retornos constantes de escala
2) Retornos crescentes de escala
3) Retornos decrescentes de escala

No caso de retornos constantes de escala

$f(tx, ty) = tf(x, y)$

Aumentando todos os insumos em uma proporção t, a quantidade se eleva na mesma proporção.

Em termos de função-custo:

- Custo médio (unitário) é constante.
- Podemos escrever a função em termos do custo marginal da maneira como se segue:

$C(w, v, y) = wvy$

o $CMe = \dfrac{C(w,v,y)}{y} = wv$.

Logo, CMe é constante, então há retorno constante de escala.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 375 e 376.

(1) *Falso.*

Represente a demanda por fatores por X_i ($i = 1, 2$). As despesas com os fatores 1 e 2 serão dadas por wX_1 e vX_2, respectivamente. A proporção entre as despesas com cada fator é $\frac{wX_1}{vX_2}$. Sob retornos constantes de escala, $\frac{X_1}{X_2}$ é constante. Então, dados w e v, a proporção $\frac{wX_1}{vX_2}$ também será constante.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 142.

(2) *Falso.*

A tecnologia acima exibe retornos constantes de escala. Para produzir y unidades de produto, basta usarmos y vezes mais de cada insumo que era utilizado para produzir uma unidade de produto. No caso de retornos constantes de escala, a função-custo é linear no produto.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 375.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 243.

(3) *Falso.*

Sob retornos constantes de escala, as firmas operam com lucro zero. Há presença de muitas firmas, que operam num mercado competitivo. A existência de uma só firma está associada, por exemplo, à estrutura de monopólio natural, na qual os custos médios são decrescentes (tecnologia com retornos crescentes de escala).

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 580 e 581.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 243.

Questão 7

Um monopolista produz com uma tecnologia que exibe retornos constantes à escala para um mercado cuja função-demanda tem elasticidade constante. Então:

(0) O monopolista pode ignorar a função-demanda e trabalhar com uma taxa de mark-up constante.
(1) A receita marginal se confunde com a função-demanda.
(2) Uma política de subsídio não levaria o monopolista a produzir uma quantidade igual à de concorrência perfeita.
(3) Aplicando-se um imposto específico a este monopolista e sendo a elasticidade da demanda superior a 1, o monopolista irá transferir para o consumidor parte do imposto.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Se a elasticidade da demanda é constante,[10] então $\varepsilon(y) = \varepsilon$ e, portanto, o mark-up será constante.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 447 e 448.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 432.

(1) *Falso.*

A curva de demanda mostra a relação entre preço e quantidade demandada. A receita média é a receita total dividida pela quantidade: $\frac{RT}{Q} = \frac{P(Q)}{Q} = P(Q)$. Assim, a curva de receita média para qualquer estrutura de mercado coincide com a curva de demanda, pois para cada quantidade vendida ela mostra a receita média obtida. As receitas média e marginal são diferentes para quaisquer estruturas de mercado, exceto para a concorrência perfeita. No caso da concorrência perfeita, como o preço é constante, então a $RMe = RMg$. No caso do monopólio, como o monopolista pode reduzir preço a fim de alterar a quantidade vendida, as receitas média e marginal são sempre distintas. Essas considerações não são atendidas para o caso da tecnologia com retornos constantes de escala e demanda com elasticidade constante.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 446 e 447.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 425 e 426.

(2) *Falso.*

Em concorrência, a condição de equilíbrio equivale à igualdade entre preço e custo marginal (custo unitário constante). Assim, se o governo propor um subsídio que seja a diferença entre o preço do monopólio e o preço de concorrência, o monopolista irá produzir a quantidade de concorrência. Suponha:

$p = c \rightarrow$ Concorrência

---

[10] Uma demanda com elasticidade constante tem o seguinte formato: Y(p) = A p^{ε}.

$$p = \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{|\varepsilon|}} \right).c$$

$$|\varepsilon| > 1 \Rightarrow 1 - \frac{1}{|\varepsilon|} < 1 \Rightarrow \frac{1}{1 - \frac{1}{|\varepsilon|}} > 1$$

$p > CMg$

Essa solução não está no ponto eficiente. Para que atinja este ponto, é necessário reduzir preços.

$p = c \quad \rightarrow$ No monopólio, $p > c$

$$t = \left(\frac{-1}{|\varepsilon| - 1} \right).c$$

$$p_c = c$$

$$p_m = \frac{1}{1 - \frac{1}{|\varepsilon|}}.c$$

$$p_c = p_m$$

$$p_c = p_m + t$$

$$c = \frac{1}{1 - \frac{1}{|\varepsilon|}}.c + t$$

$$t = c - \frac{1}{1 - \frac{1}{|\varepsilon|}}.c$$

$$t = \left(1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{|\varepsilon|}} \right).c$$

$$t = 1 - \frac{1}{\frac{|\varepsilon| - 1}{|\varepsilon|}}$$

$$\frac{1}{\frac{|\varepsilon| - 1}{|\varepsilon|}} = \frac{|\varepsilon|}{|\varepsilon| - 1}$$

$$t = 1 - \frac{|\varepsilon|}{|\varepsilon| - 1}$$

$$t = \frac{-1}{|\varepsilon| - 1}$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 445 e 446.

(3) *Falso.*[11]

O ônus do imposto depende da elasticidade da demanda. Como essa elasticidade é maior que 1, isso significa que o monopolista irá transferir para o consumidor um valor maior do que o imposto. No caso do monopolista que está diante de uma curva de demanda com elasticidade constante, uma variação dos custos depende da elasticidade da demanda. Isto é:

$$\frac{dp}{dc} = \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon}$$

Sob este tópico ver:

- Varian, H. (2000), p. 450.

Questão 8

As firmas de uma dada indústria possuem uma mesma estrutura de custo onde o CMg = \$60 e o custo fixo é nulo. A demanda de mercado pelo produto desta indústria pode ser representada por: P = 90 - Q, em que Q e P representam a quantidade e o preço de mercado. Nestas condições, determine o diferencial da produção total da indústria entre um duopólio de Cournot e um regime de monopólio.

Solução:

A condição de maximização de lucro da firma monopolista é $CMg = RMg$.
A receita total da firma (RT) é:
$RT = PQ \Rightarrow RT = (90 - Q)Q$

Derivando a expressão da receita total em relação a Q, temos:
$RMg = 90 - 2Q$

Então, a condição de equilíbrio é $90 - 2Q = 60$, e a quantidade ótima escolhida pelo monopolista é $Q = 15$.

Sob o regime de duopólio, considerando o modelo de Cournot, cada firma escolhe a sua produção para satisfazer a condição de equilíbrio ($CMg = RMg$).

Firma 1

$RT_1 = PQ_1 \Rightarrow RT = (90 - Q)Q_1 \Rightarrow RT = [90 - (Q_1 + Q_2)]Q_1$
Derivando RT em relação a Q_1, temos:
$RMg_1 = 90 - 2Q_1 - Q_2$
A condição de equilíbrio é que $RMg_1 = 60$

[11] Esta resposta não confere com o gabarito oficial da ANPEC.

Firma 2

$RT_2 = PQ_2 \Rightarrow RT = (90 - Q)Q_2 \Rightarrow RT = [90 - (Q_1 + Q_2)]Q_2$
Derivando RT em relação a Q_2, temos:
$RMg_2 = 90 - 2Q_2 - Q_1$
A condição de equilíbrio é que $RMg_2 = 60$

Da condição de equilíbrio das firmas 1e 2, temos o seguinte sistema:
$90 - 2Q_1 - Q_2 = 60$
$90 - 2Q_2 - Q_1 = 60$

Resolvendo o sistema encontramos $Q_1 = Q_2 = 10$. Portanto, o duopólio produz $Q = 20$. A diferença entre a produção do duopólio e a produção do monopólio é de 5 unidades do produto.

Sob este tópico ver:

- Varian, H. (2000), p. 444 e 445; 513 a 516.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 427 a 431; 563 a 568.

Questão 9

Duas firmas produzem bens diferenciados, a custos unitários constantes e iguais a 2. As funções de demanda com que se defrontam as firmas podem ser representadas pelas funções $P_1 = 5 - 2Q_1 + Q_2$ e $P_2 = 5 + Q_1 - 2Q_2$, respectivamente para as firmas 1 e 2, em que P_i e Q_i representam os preços e quantidades dos 2 produtos. Nestas condições calcule a soma do lucro a ser obtido pelos dois duopolistas.

Solução.[12]

Esta solução corresponde a uma solução de Cournot, na qual as firmas escolhem a quantidade e supõem o comportamento da outra firma como fixo.

Para cada firma, calcula-se a receita total e deriva-se a receita marginal:
$Receita\ 1 = P_1Q_1 = (5 - 2Q_1 + Q_2)Q_1$

$Receita\ 2 = P_2Q_2 = (5 + Q_1 - 2Q_2)Q_2$
Derivando, as receitas marginais são:
$RMg_1 = 5 - 4Q_1 + Q_2$
$RMg_2 = 5 + Q_1 - 4Q_2$
A condição de equilíbrio é $RMg = CMg = 2$

Daí temos o seguinte sistema:
$2 = 5 - 4Q_1 + Q_2$
$2 = 5 + Q_1 - 4Q_2$
A solução para o sistema é $Q_1 = Q_2 = 1$

Substituindo nas funções de demanda das firmas, temos os preços:
$P_1 = 4$
$P_2 = 4$

[12] Nesta questão propomos duas soluções diferentes. A primeira solução resolve o problema como um duopólio de Cournot no qual as empresas escolhem as quantidades produzidas simultaneamente. A segunda solução leva em consideração a diferenciação de produtos existente, e cada firma maximiza o seu lucro supondo que o preço do concorrente está fixo. A soma dos lucros obtida independe do tipo de estratégia adotada pelas firmas, mas a quantidade e preço de equilíbrio são diferentes.

O lucro das firmas é:
Firma 1 $\Rightarrow P_1Q_1 - 2Q_1 = 2$
Firma 2 $\Rightarrow P_2Q_2 - 2Q_2 = 2$
Logo, a soma do lucro das duas empresas é 4.

Podemos resolver esse problema supondo uma maximização de Bertrand, na qual as firmas escolhem preço.

$P_2 = 5 + Q_1 - 2Q_2$
$P_1 = 5 - 2Q_1 + Q_2$
$\Rightarrow Q_2 = \dfrac{Q_1 + 5 - P_2}{2}$
$P_1 = 5 - 2Q_1 + Q_2$
$P_1 = 5 - 2Q_1 + \dfrac{Q_1 + 5 - P_2}{2}$
$Q_1 = 5 - \dfrac{2P_1}{3} - \dfrac{P_2}{3}$
$Q_2 = 5 - \dfrac{P_1}{3} - \dfrac{2P_2}{3}$

$$max \left(5 - \frac{P_1}{3} - \frac{2P_2}{3}\right)(P_2 - 2)$$

$P_2 = \dfrac{15 - P_1}{4}$

Maximizando o lucro pela Firma 1, encontramos:

$P_1 = \dfrac{15 - P_2}{4}$
$P_1 = 3 = P_2$
$Q_1 = Q_2 = 2$
$\pi_1 = \pi_2 = 2$[13]

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 513 a 516; 518 e 519.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 562 a 568; 572 e 573.

Questão 13

Com relação às curvas de custo, pode-se afirmar que:

(0) A curva de custo médio é decrescente, enquanto o custo marginal é menor que o custo médio.
(1) A curva de custo marginal é mínima no ponto onde este é igual ao custo médio.
(2) A curva de custo marginal de uma firma que opere com rendimentos constantes à escala é uma reta horizontal.

[13] Esta resposta não confere com o gabarito oficial da ANPEC.

(3) A curva de custo médio de longo prazo é o envelope dos pontos de mínimo custo médio de curto prazo.

(4) A área abaixo da curva de custo marginal é igual ao custo total.

Solução:

Considere $C(Y)$ = Custo Total, onde Y é a quantidade produzida.

CMe = Custo Médio = $\dfrac{C(Y)}{Y}$

CMg = Custo Marginal = $C'(Y)$

$$\frac{\partial CMe}{\partial Y} = \frac{C'(Y)Y - C(Y)}{Y^2} = (C'(Y) - CMe).\frac{1}{Y}$$

A condição necessária para o custo médio ser mínimo é que $\dfrac{\partial CMe}{\partial Y} = 0$, ou seja, que

$C'(Y) = CMe$

A condição de suficiência é que $\dfrac{\partial^2 CMe}{\partial Y^2} > 0$, onde $\dfrac{\partial^2 CMe}{\partial Y^2} = C''(Y) - \dfrac{\partial CMe}{\partial Y}$

Como no ponto de custo médio mínimo $\dfrac{\partial CMe}{\partial Y} = 0$, então a condição de segunda ordem para que o CMe seja mínimo é $C''(Y) > 0$, ou seja, que o custo marginal seja crescente.

(0) *Verdadeiro.*

Tomando a solução geral apresentada acima, suponha que o CMe é decrescente. Isso implica que:

$\dfrac{\partial CMe}{\partial Y} < 0$. Mas como $\dfrac{\partial CMe}{\partial Y} = C'(Y) - CMe \Rightarrow C'(Y) - CMe < 0 \Rightarrow C'(Y) < CMe$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 388 e 389.

(1) *Falso.*[14]

Quando o $CMg = CMe$, é o custo médio que se encontra em seu ponto mínimo. Isto é, o CMg corta a curva de CMe no ponto onde o CMe se situa no mínimo.

Sob este tópico ver:

- Varian, H. (2000), p. 388 e 389.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 267 a 269.

(2) *Verdadeiro.*

A curva de custo para tecnologias com retornos constantes de escala tem a seguinte propriedade:

[14] Esta resposta não confere com o gabarito oficial da ANPEC.

$C(Y) = C(1)Y$

Logo, o custo marginal é $C'(Y) = C(1)$, isto é, constante e igual ao custo de se produzir uma unidade do produto.

Sobre este tópico, ver:

- Varian,. H. (2000), p. 392.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 282 e 283.



(3) *Falso.*

Quando há retornos crescentes ou decrescentes de escala, os pontos de custo médio de curto prazo não se encontram situados na curva de custo médio de longo prazo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 395.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 282 e 283.

(4) *Falso.*

A área abaixo da curva de custo marginal é igual ao custo variável total. Para encontrarmos o custo total é preciso somar os custos fixos.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 389 e 390.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 267 a 269.

Questão 14

Uma firma produz um bem com uma função de produção do tipo Cobb-Douglas, dada por: $Y = L^{\beta}K^{\alpha}$, em que L e K representam os dois fatores de produção. Então:

(0) Se $\alpha + \beta > 1$, então não pode ser definido lucro máximo para esta firma.
(1) Se $\alpha + \beta = 1$, então o lucro máximo será sempre igual a zero.
(2) A Taxa Marginal de Substituição Técnica será uma constante.
(3) A inclinação do caminho de expansão será dado pelo sinal de $(\alpha - \beta)$.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Se $\alpha + \beta > 1$, então a firma exibe retornos crescentes de escala. O problema da firma é escolher K e L que maximizem os seus lucros, dados pela função $\pi = pF(K, L) - rK - wL$, onde p é o preço do produto, r e w são os preços dos fatores K e L, respectivamente. $F(K, L)$ tem a propriedade de que $F(\theta K, \theta L) = \theta^{\alpha+\beta}$, $F(K, L) < \theta F(K, L)$, $\theta > 1$.

Portanto, se supormos, por absurdo, que K^* e L^* são tais que π^* é máximo, então θK^* e θL^*, propiciam um lucro π^{**} maior, ou seja, $\pi^{**} = pF(\theta K^*, \theta L^*) - rK^*$ -

$wL^* = \theta^{\alpha+\beta} F(K^*, L^*) - rK^* - wL^* > F(K^*, L^*) - rK^* - wL^* = \pi$, o que é uma contradição com a afirmação de que π^* seja máximo. O máximo para funções com retornos crescentes de escala não é definido, pois é ilimitado.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 360.

(1) *Verdadeiro.*

Se $\alpha + \beta = 1$, estamos diante de uma tecnologia com retornos constantes de escala. A função $F(K, L)$ é dita homogênea de grau 1. Pelo Teorema de Euler para funções HG1, temos:

$$F(K, L) = \frac{\partial F}{\partial K} K + \frac{\partial F}{\partial L} L \qquad (1)$$

Multiplicando pelos dois lados da equação por p, temos:

$$p.F(K, L) = p\frac{\partial F}{\partial K} K + p\frac{\partial F}{\partial L} L \qquad (2)$$

A condição de equilíbrio para a demanda de fatores em concorrência perfeita é:

$$\frac{\partial F}{\partial K} = \frac{r}{p} \Rightarrow p\frac{\partial F}{\partial K} = r \qquad (3)$$

$$\frac{\partial F}{\partial L} = \frac{w}{p} \Rightarrow p\frac{\partial F}{\partial L} = w \qquad (4)$$

Substituindo (3) e (4) em (2) temos:

$$pF(K, L) = rK + wL \qquad (5)$$

Na equação (5), $pF(K, L)$ é o valor total da produção, e $rK + wL$ é exatamente o custo total da produção, de modo que todo o valor do produto é empregado para a remuneração dos fatores de produção. Em outras palavras, a firma opera com lucro zero (lucro máximo).

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 580 e 581.

(2) *Falso.*

A Taxa Marginal de Substituição Técnica (TMST) é

$$\text{TMST} = -\frac{\partial F}{\partial L} \Big/ \frac{\partial F}{\partial K} = -\frac{\beta K}{\alpha L}$$

Portanto, a TMST não é constante, pois depende da relação K/L. Ela mede a taxa à qual as empresas devem substituir um insumo por outro para manter constante a produção.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 343.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 312.

(3) *Falso.*

O caminho de expansão da firma mostra as combinações dos insumos mão-de-obra e capital que minimizam o custo para cada nível de produção a longo prazo. O caminho de expansão é o conjunto dos pontos em que a TMST é igual à razão dos preços dos fatores $\left(\frac{w}{r}\right)$, (tangência das isoquantas às isocustos), ou seja,

$$TMST = -\frac{w}{r}$$

$$\frac{\beta K}{\alpha L} = \frac{w}{r}$$

E o caminho de expansão da firma pode ser escrito como:

$$K = \frac{\alpha w L}{\beta r}$$

A inclinação do caminho de expansão é $\frac{\alpha w}{\beta r}$

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 278 e 279.

ANPEC/1995

Questão 6

São corretas as afirmativas:

(0) Uma função de produção indica a quantidade produzida de um bem como função das quantidades e dos preços dos fatores.

(1) A função de oferta de um produto em concorrência perfeita é gerada pela soma horizontal das curvas de custo marginal de produção, a partir do ponto em que estas cortarem as respectivas curvas de custo fixo médio.

(2) A área sob a curva de custo marginal é igual ao custo variável total.

(3) A curva de custo variável médio fica sempre abaixo da curva de custo médio.

Solução:

(0) *Falso.*

Uma função de produção indica a relação entre quantidades dos fatores e a quantidade produzida, independentemente dos preços dos fatores.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 574 e 575.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 216.

(1) *Falso.*

A função de oferta de um produto em concorrência perfeita é a soma horizontal das curvas de custo marginal de produção, a partir do ponto em que estas cortarem as respectivas curvas de custo variável médio.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 407 e 408.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 329 e 330.

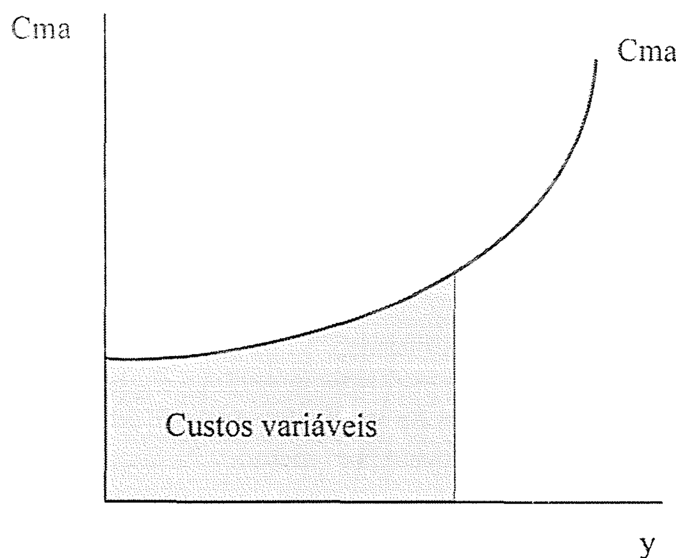
(2) *Verdadeiro.*

Isso ocorre porque a curva de custo marginal mede o custo de produzir uma unidade adicional de um bem. Se somarmos isso ao custo de produzir cada unidade adicional do bem, obteremos o custo total de produção — com exceção dos custos fixos. Então:

$CT = CVT + CFT$

$$\frac{d(CT)}{dy} = \frac{d(CVT)}{dy} = \text{custo marginal}$$

A área sob a curva de custo marginal é dada por $\int \frac{d(CT)}{dy} dy = \int \frac{d(CVT)}{dy} dy = \int$ custo marginal $dy = CVT$.



Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 389 e 390.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 267 a 269.

(3) *Verdadeiro.*

A curva de custo médio é a soma das curvas de custo variável médio e do custo fixo médio [$CMe(y) = CVMe(y) + CFMe(y)$]. A curva de custo fixo médio declina em toda a sua extensão, pois quanto mais unidades forem produzidas, menor é a parcela de custo fixo que cada unidade incorpora em seu custo. Logo, pelo fato de ser a soma dos

custos fixos médios com os custos variáveis médios, a curva de custo total médio não pode se situar abaixo da curva de custo variável médio.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 386 e 387.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 267.

Questão 7

Com relação à teorias da produção e dos custos, é correto afirmar que:

(0) Se a tecnologia de produção for do tipo Leontief, a produtividade marginal dos insumos será não-negativa.

(1) Se a função de produção for homogênea linear, o custo marginal de longo prazo será sempre igual aos valores mínimos dos custos médios de curto prazo.

(2) Se a função de produção tem retornos constantes de escala, a Taxa Marginal de Substituição Técnica depende da relação entre as quantidades de insumos e não de seus valores absolutos.

(3) Se os preços de todos os insumos se elevarem na proporção λ, o custo total mínimo de qualquer que seja o nível de produto aumentará em uma proporção maior, igual ao menor que λ, dependendo se a função de produção tiver retornos decrescentes, constantes ou crescentes de escala, respectivamente.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*[15]

A tecnologia de produção do tipo Leontief pode ser representada por $Y = min\{\alpha X_1, \beta X_2\}$. Os dois insumos são utilizados em proporções fixas, e a proporção ótima é dada por $X_1 = \frac{\beta}{\alpha} X_2$. Se $\alpha X_1 = \beta X_2$. Então, o aumento na quantidade de um insumo, tomando-se constante a quantidade do outro insumo, não aumenta o produto, e o produto marginal desse insumo é zero. Sem perda de generalidade, suponha que $\alpha X_1 < \beta X_2$,[16] então o produto marginal de X_1 é igual a α e o produto marginal de X_2 é nulo.

Portanto, o produto marginal no caso de tecnologia Leontief é sempre não, negativo.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 239 e 240.

(1) *Verdadeiro.*

Se a função de produção é homogênea linear, trata-se de uma tecnologia com retornos constantes de escala. No longo prazo, a mudança da escala de produção não

---

[15] Esta resposta não confere com o gabarito oficial da ANPEC.

[16] Nesse caso, $X_1 < \frac{\beta}{\alpha} X_2$, ou seja, a quantidade de X_1 é menor que o nível ótimo.

altera o custo médio de produção da firma. Sob retornos constantes de escala, o custo médio é constante e, no longo prazo, o *CMeLP* é igual ao *CMgLP*.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 282 e 283.

(2) *Verdadeiro.*

Considere $F(K, L)$ uma função sob retornos constantes de escala, temos:

TMST $= -\frac{F_L}{F_K}$, em que F_L e F_K são, respectivamente, o produto marginal de L e o produto marginal de K. Como $F(K, L)$ é homogênea de grau 1 (retornos constantes de escala), F_L e F_K são funções homogêneas de grau zero. Isso significa que se dobrarmos a quantidade dos insumos, a produção total também dobra e os produtos marginais de L e K não se alteram. Desse modo, a TMST permanece constante. A conclusão é que a TMST não se altera quando são modificados os valores absolutos de L e K.

Uma função com retornos constantes de escala é uma função homogênea, na qual a Taxa Marginal de Substituição é constante ao longo de raios que partem da origem. Isto é, ela não se altera quando os dois insumos aumentam na mesma proporção.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 243.
- Simon & Blume (1994), p. 487 a 490.

(3) *Falso.*

Se o preço de todos os insumos aumentarem, o aumento do custo total não depende dos retornos de escala apresentados pela tecnologia, pois se houver mudança nos preços relativos dos insumos, ocorrerá também uma mudança na intensidade de uso dos fatores de produção.

No caso de uma elevação proporcional do preço de todos os insumos, a razão dos preços relativos não vai se alterar. Isso implica que a condição de equilíbrio não varia, ou seja, a TMST igual à razão dos preços dos fatores continua sem se modificar, independentemente do tipo de função de produção.

Desse modo, o custo total irá se elevar na mesma proporção que o aumento dos insumos. Exemplos:

- Função Leontief:

$F(k, 1) = min\{k, l\}$
$k = 1$
$EQ \Rightarrow p_o = w + r$ (condição de equilíbrio)

Se todos os insumos aumentam na mesma proporção $\Rightarrow$ o custo total se eleva nesta proporção e, portanto, o novo preço tem que se elevar na mesma proporção.

$p = (w + r)\lambda$

- Função Cobb-Douglas com retornos decrescentes de escala:

$$y = k^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{4}}$$

$$pk^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{4}} - wl = rk$$

$$p\frac{1}{2}y = rk$$

$$p\frac{1}{4}y = wl$$

$$CT = rk + wl = p\frac{1}{2}y + p\frac{1}{4}y$$

$$CT = \frac{3py}{4}$$

$$pk^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{4}} - \lambda wl - \lambda rk$$

$$p\frac{1}{2}y = \lambda rk$$

$$p\frac{1}{4}y = \lambda wl$$

$CT = r_1 k + w_1 l$ onde $r_1 = \lambda r$ e $w_1 = \lambda w$

$$CT = \left(p\frac{1}{2}y + p\frac{1}{4}y\right)$$

$CT = \dfrac{3py\lambda}{4}$, ou seja, o custo total aumenta na mesma proporção que o preço dos insumos.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 347 e 348; 375 e 376.

Questão 8

Em mercado perfeitamente competitivo, cada ofertante pode optar entre dois tipos de plantas: a do tipo I, que custa \$ 1.000 e cuja função de custo variável é $CV_1 = 10q^2$ (q é a quantidade produzida); e a do tipo II, que custa \$ 2.205, com $CV_2 = 5q^2$. Sob essas condições, pode-se afirmar que:

(0) Para produzir 20 unidades, a planta adequada à firma é a do tipo II.

(1) Em equilíbrio de longo prazo, todas as firmas deverão utilizar a planta do tipo II.

(2) Para uma demanda total de Q = 5000 - 6P (Q é quantidade total e P, o preço do bem), no equilíbrio de longo prazo, haverá 380 firmas em operação.

(3) Para produzir, cada uma, 14 unidades, as firmas serão indiferentes entre os dois tipos de planta.

Solução:

As firmas têm tecnologias distintas, sendo que a primeira tem custo fixo baixo e custo marginal mais elevado, e a segunda possui custo fixo alto e custo marginal mais baixo.

Curvas de custo total
Planta I: $CT_1 = 10q^2 + 1000$
Planta II: $CT_2 = 5q^2 + 2205$

Curvas de custo médio
Planta I: $CMe_1 = 10q + \frac{1000}{q}$
Planta II: $CMe_2 = 5q + \frac{2205}{q}$

Curvas de custo marginal
Planta I: $CMg_1 = 20q$
Planta II: $CMg_2 = 10q$

(0) *Verdadeiro.*

Nesse caso, não está claro qual é a planta que a firma vai utilizar; depende da quantidade produzida. Para produzir 20 unidades do produto, temos:

$CT_1 = 10*20^2 + 1000 = 5000$
$CT_2 = 5*20^2 + 2205 = 4205$
Planta I: $CMe_1 = 250$
Planta II: $CMe_2 = 210$

A firma irá produzir utilizando a planta do tipo II.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 391 e 392.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 280 a 283.

(1) *Falso.*

Em equilíbrio de longo prazo temos $CMg = CMe$, ou seja, a firma escolhe a planta que permite minimizar o custo médio.

Planta I: $20q = 10q + \frac{1000}{q} \Rightarrow q = 10$

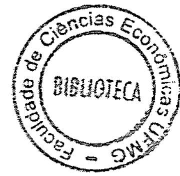
Planta II: $10q = 5q + \frac{2205}{q} \Rightarrow q = 21$

Comparando as curvas de custo médio: $CMe_1 = CMe_2 \Rightarrow 10\text{q} + \frac{1000}{q} = 5q + \frac{2205}{q}$.

As duas plantas proporcionam o mesmo custo médio quando q ~15,5. Se a firma espera produzir uma quantidade menor que 15,5 no longo prazo, então o custo médio pela firma I é menor, e essa planta será escolhida. Se a firma espera produzir uma quantidade maior que 15,5, então ela utiliza a planta II.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 391 e 392.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 280 a 283.



(2) *Verdadeiro.*

A oferta da firma 1 é dada por:

$p = CMg_1$

$p = 20q$

A oferta da firma 2 é dada por:

$p = CMg_2$

$p = 10q$

No longo prazo, a firma 2 oferta $q = 21$ (condição de $CMg = CMe$), assim o preço que estabeleceria seria igual a 210.

$Q(210) = 5000 - 6*210$

$Q(210) = 3740$

No caso da firma 1, no longo prazo ela produz 10 unidades:

$p = 200 = 20q$

Assim, a firma 1 é a firma que resiste no longo prazo dada esta demanda, pois ela produz com um custo menor.

$Q(200) = 5000 - 6*200 = 3800$

$n = 380$

No longo prazo, a firma que vai permanecer no mercado é a firma com o menor preço. Caso contrário, outras firmas podem entrar no mercado e colocar preço menor.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 404 a 406.

(3) *Falso.*

As firmas são indiferentes entre os tamanhos de planta se $q = 15{,}5$, pois quando $q = 15{,}5$, os custos totais são iguais nas duas plantas:

$$10q^2 + 1000 = 5q^2 + 2205$$

$$10q^2 - 5q^2 = 2205 - 1000$$

$$5q^2 = 1205$$

$$q^2 = \frac{1205}{5} = 241$$

$$q = \sqrt{241} \Rightarrow q = 15{,}52$$

Se a quantidade produzida for de 14 unidades, a planta I será a melhor, pois terá o menor custo de produção.

Planta I:

$C = 10q^2 + 1000$

$C = 10(14)^2 + 1000$

$C = 2960$

Planta II:

$C = 5q^2 + 2205$

$C = 5(14)^2 + 2205$

$C = 3185$

Questão 9

Uma indústria operando em concorrência perfeita produz um bem normal. Nessas condições:

(0) No longo prazo, a firma marginal da indústria produzirá uma quantidade maior do que aquela que minimiza seu custo variável médio.

(1) No longo prazo, cada firma produzirá a quantidade que minimiza seu custo total médio.

(2) Caso ocorra progresso tecnológico que faça cair apenas o custo fixo de cada uma das firmas, novos participantes ingressarão na indústria; e no novo equilíbrio de longo prazo, o produto das firmas antigas será menor que o de antes da mudança tecnológica.

(3) Caso o crescimento da economia leve a um aumento da demanda do bem, no longo prazo, o novo preço de equilíbrio será menor que o anterior.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

CT = *CVT* + *CFT*
CMe = *CVMe* + *CFMe*

No longo prazo, a firma produz no ponto de *CMe* mínimo; temos *CMe* = *CMg*.
CVMe + *CFMe* = *CMg*.

Logo, no ponto ótimo para a firma, *CVMe* < *CMe* = *CMg*. Entretanto, a condição para que o *CVMe* seja mínimo é também *CVMe* = *CMg*. Logo, o ponto ótimo para a firma está situado à direita do ponto de *CVMe* mínimo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 387 e 388.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 280 a 282.

(1) *Verdadeiro.*

No longo prazo, em concorrência perfeita, as firmas operam com lucro zero, ou seja, *P* = *CMe*. Sabe-se também que no equilíbrio: *P* = *CMg*. Logo, *CMe* = *CMg*. Significa que o *CMe* é mínimo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 388 e 389.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 282 e 283.

(2) *Verdadeiro.*

Inicialmente, iremos separar os efeitos das mudanças tecnológicas que ocorrem no nível do mercado, e o que ocorre no nível das firmas.

a) No mercado, a entrada de novos participantes implica em um aumento da oferta do mercado, mantendo tudo o mais constante. O deslocamento da oferta da economia provoca uma queda no preço do produto e um aumento na quantidade produzida na economia.

b) Para as firmas, a curva de oferta das firmas individuais não se altera porque não houve mudança na curva de custo marginal (mudança apenas no custo fixo). No equilíbrio da firma, o preço é igual ao custo marginal. Com um preço menor resultante do deslocamento da oferta, cada firma individualmente produzirá uma quantidade menor que anteriormente.

(3) *Falso.*

Dada a oferta de longo prazo, um aumento na demanda eleva tanto a quantidade produzida quanto o preço de equilíbrio.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 414 e 415.

Questão 10

Seja $Z = min\{2L,3K\}$, a função de produção de uma firma monopolista (Z é a quantidade de produto, L o trabalho e K o capital), e seja Z = 6 - P, a curva de demanda de Z. Se o preço do trabalho é igual a 2 e o preço do capital é igual a 3,

(0) Capital e trabalho serão empregados na proporção de 1,5 unidades de trabalho para cada unidade de capital.
(1) O custo de produção de 2 unidades do produto é igual a 6.
(2) A quantidade produzida que maximiza o lucro da firma é menor do que 3.
(3) O lucro da firma é igual a 3.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

O problema da firma é:

Min $wL + rK$ s.a $Z = min\ \{2L, 3K\}$

A demanda por fatores resultante desse problema para a função de produção Leontief obedece a relação:

$2L = 3K = Z$

Ou seja, $L = \frac{Z}{2}$ e $K = \frac{Z}{3}$

Dessa forma, a relação $\frac{L}{K} = \frac{3}{2}$, isto é, 1,5 unidade de trabalho para cada unidade de capital.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 370.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 310 e 311.

(1) *Falso.*

A função-custo é dada por:

$$CT = w\left(\frac{Z}{2}\right) + r\left(\frac{Z}{3}\right)$$

$$CT = \left(\frac{3w + 2r}{6}\right)Z$$

$w = 2$ e $r = 3$

$CT = 2Z$

$CT = 4$ para $Z = 2$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 370.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 310 e 311.

(2) *Verdadeiro.*

$RT = PZ = P(6 - P)$

Condição de equilíbrio: $RMg = CMg \Rightarrow \max_z (6 - z)z - 2z$

$4 = 2z$

$z = 2$

$p = 4$

$\pi = 4$

Essa condição não assegura lucros máximos.

Se $P = 2$ e $Z = 4$, a demanda é totalmente satisfeita e o lucro é igual a zero;

$Z < 4$ e $P > 2$. Nesse caso a função-lucro é:

Lucro $= PZ - 2Z$, onde $P > 2 \Rightarrow$ Lucro > 0

A firma escolhe P que resolve:

Max lucro $= PZ - 2Z = (P - 2)(6 - P) = -P^2 + 8P - 12$

CPO: $-2P + 8 = 0$

$P = 4$

A função-lucro é côncava nos preços do produto, o que garante que a condição de primeira ordem seja necessária e suficiente para que $P = 4$ proporcione lucro máximo.

A quantidade produzida que maximiza lucros é $Z = 6 - P$ ou $Z = 2$.

O lucro total é igual a 4.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 444.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 427 a 429.

(3) *Falso*. Ver item anterior.

Questão 11

A respeito da demanda de insumos variáveis, pode-se afirmar que:

(0) Em condições idênticas de tecnologia e de demanda do bem final, a demanda de insumos (variáveis) de uma firma monopolista no mercado de produto será mais inclinada que a de uma firma perfeitamente competitiva.

(1) Os preços pagos por empresas monopsonistas são inferiores aos pagos por aquelas em qualquer outra estrutura de mercado.

(2) A curva de demanda de insumos de uma indústria em concorrência perfeita é dada pela soma vertical das demandas das firmas participantes.

(3) A quantidade demandada de insumos de uma firma monopsonista é a que iguala o valor da receita marginal do insumo ao preço do insumo.

Solução:

A condição de equilíbrio para a demanda por fator (X) de uma firma é que o valor do produto marginal seja igual ao preço do fator.

$$VPMg = RMg = p(y)\left[1-\frac{1}{|\varepsilon|}\right] = c$$

Se $|\varepsilon| \to \infty$, estamos tratando do caso competitivo. Nesse caso, a condição de equilíbrio para a demanda por fator é que o valor do produto marginal seja igual ao preço do fator. Se $|\varepsilon| < \infty$, trata-se do caso monopolista. Então temos $p(y)\left[1-\frac{1}{|\varepsilon|}\right] * PM_x < p(y) * PM_x$, pois $\left[1-\frac{1}{|\varepsilon|}\right] < 1$.

Ou seja, no caso monopolista, dado o preço do fator, a firma demanda uma menor quantidade do fator do que numa situação de concorrência perfeita. Observe que se o PM_x for decrescente, a demanda por fator do monopólio será menor para o mesmo preço do fator. Para verificarmos a igualdade $p(y)\left[1-\frac{1}{|\varepsilon|}\right] * PM_x^{(monopólio)} = p(y) * PM_x^{(concorrência)} =$ preço do fator, devemos ter $PM_x^{(monopólio)} > PM_x^{(concorrência)}$ e, portanto, a firma demandará menos fator sob o regime monopolista.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 489 a 492.

(0) *Verdadeiro.*

(1) *Verdadeiro.*

Como existem poucos compradores e muitos vendedores no monopsônio, os compradores têm maior poder de mercado e podem utilizá-lo para influenciar o preço que pagam por um produto. Por exemplo, num mercado competitivo, o preço do produto é igual ao seu valor marginal. Entretanto, o comprador monopsonista pode adquirir o produto por um preço mais baixo que seu valor marginal.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 494.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 457 e 462.

(2) *Falso.*

A curva da demanda de insumos é dada pela soma horizontal das demandas de cada firma. A curva de demanda com que cada firma competitiva se defronta é representada por uma linha horizontal, pois ela adota o preço de mercado como premissa, já que não pode influenciar o preço de mercado.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 322 e 323.

(3) *Verdadeiro.*

Esta é a condição de equilíbrio de qualquer firma.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 459.

Questão 12

Uma indústria é composta de duas firmas cujos custos marginais são constantes e iguais. Seja $P = a - X$ a curva de demanda da indústria, em que P é o preço, X é a quantidade demandada e a é uma constante. Em um Equilíbrio de Cournot, dada a quantidade produzida por uma das firmas, a outra escolhe a quantidade que maximiza seu lucro. Em um Equilíbrio de Bertrand, dado o preço de venda de uma das firmas, a outra escolhe o preço que maximiza seu lucro. Nessas condições:

(0) Em um Equilíbrio de Cournot, o lucro de cada firma é igual ao quadrado da quantidade que produz.

(1) A quantidade total produzida em um Equilíbrio de Cournot é igual a 2/3 da quantidade que seria produzida em competição perfeita por muitas firmas iguais às descritas acima.

(2) Em um Equilíbrio de Bertrand, o lucro de cada firma é igual a zero.

(3) A quantidade total produzida em um Equilíbrio de Bertrand é igual à quantidade que seria produzida em competição perfeita por muitas firmas iguais às descritas acima.

Solução:

Modelo de Cournot

Firma 1:

Receita = $PX_1 = (a - X)X_1 = [A - (X_1 + X_2)]\, X_1$
$RMg_1 = a - 2X_1 - X_2 = CMg$ (1)

Firma 2 (por analogia):

$RMg_2 = a - 2X_2 - X_1 = CMg$ (2)

Resolvendo o sistema composto por (1) e (2):

$X_1 = X_2 = \dfrac{a - CMg}{3}$

Produção total: $X_{Cournot} = \dfrac{2}{3}(a - CMg)$

$P = a - \dfrac{2}{3}(a - CMg) = \dfrac{1}{3}a + \dfrac{2}{3}CMg$

Lucro da firma 1 = lucro da firma 2 = $PX_i - CMgX_i$
Lucro da firma i =

$$\left[\frac{1}{3}a + \frac{2}{3}CMg\right]\left[\frac{a - CMg}{3}\right] - CMg\left[\frac{a - CMg}{3}\right] = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(a^2 - 2aCMg + CMg^2\right)$$

Lucro da firma i = $\left(\dfrac{a - CMg}{3}\right)^2$

Em concorrência perfeita com muitas firmas idênticas, a condição de equilíbrio é $P = CMg$.

Nesse caso, $CMg = a - X$, ou seja,

$X_{Concorrência} = a - CMg$

$$\frac{X_{Cournot}}{X_{Concorrência}} = \frac{2}{3}\frac{(a - CMg)}{a - CMg} = \frac{2}{3}$$

(0) *Verdadeiro.*[17]

O lucro da firma i = $\left(\dfrac{a - CMg}{3}\right)^2$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 562 a 568.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 512 a 517.

[17] Esta resposta não confere com o gabarito oficial da ANPEC.

(1) *Verdadeiro.*

$$\frac{X_{Cournot}}{X_{Concorrência}} = \frac{2}{3}\frac{(a - CMg)}{a - CMg} = \frac{2}{3}$$

(2) *Verdadeiro.*

No modelo de Bertrand, a determinação de preços pelas duas firmas é feita simultaneamente. As firmas fixam o preço, igualando-o ao custo marginal e o mercado determina as quantidades de equilíbrio. O resultado é o mesmo obtido em um equilíbrio competitivo. Nesse caso, o lucro é zero. Se uma das firmas fixa seu preço acima do custo marginal, a outra firma pode elevar seus lucros produzindo mais e vendendo a um preço menor. Então, se essa segunda firma espera que a primeira mantenha seu preço acima do custo marginal, ela ganhará todo o mercado. Desse modo, o único equilíbrio possível se dá no nível de preços igual ao custo marginal.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 518 e 519.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 572 e 573.

(3) *Verdadeiro.*

O resultado do modelo de Bertrand é equivalente ao equilíbrio competitivo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 519.

Questão 13

N firmas realizam determinado produto. A i-ésima firma produz a quantidade q_i, e seu custo total de produção é dado pela função $C_i(q_i)$, crescente e convexa. O preço de demanda do produto (p) é uma função decrescente da quantidade total produzida, $p = P(q_1 + q_2 + \ldots + q_N)$. As firmas constituem um cartel que maximiza a soma dos lucros de todas as firmas. Nessas condições:

(0) O custo médio de produção será igual para todas as firmas.

(1) Se todas as firmas de um cartel têm produção positiva, o custo marginal de produção será igual para todas elas.

(2) Se todas as firmas têm custos médios constantes mas diferentes entre si, apenas uma firma produzirá.

(3) Duas firmas que produzem a mesma quantidade terão o mesmo o custo médio de produção.

Solução:

Num cartel, as firmas decidem quanto produzir para maximizar o lucro total do cartel, ou seja, o problema do cartel é escolher q_i tal que:

$$Max\ P(q_1 + q_2 + \ldots + q_n)[q_1 + q_2 + \ldots + q_n] - C_1(q_1) - C_2(q_2) - \ldots - C_n(q_n)$$

$Max\ P(Q)[Q] - C_1(q_1) - C_2(q_2) - ... - C_n(q_n)$

As CPO são:

$$P(Q^*) + \frac{\Delta P}{\Delta Q} Q^* = CMg_i\,(q_i^*)$$

onde $Q^* = q_1^* + q_2^* + ... + q_n^*$

$P(Q^*) + \frac{\Delta P}{\Delta Q} Q^*$ é a receita marginal. Ela é igual para todas as firmas, de modo que no equilíbrio todas as firmas operam sob o mesmo custo marginal.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 519 a 523.
- Varian, H. (1992), p. 306 e 307.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 579 a 583.

(0) *Falso.*

Observe que na estrutura do problema não há nenhuma informação que garanta que as empresas terão o mesmo custo médio no ponto de equilíbrio.

(1) *Verdadeiro.*

Se $q_i^* > 0$ para todas as firmas, então $P(Q^*) + \frac{\Delta P}{\Delta Q} Q^* = CMg_i\,(q_i^*)$ será igual para todas as firmas.

(2) *Verdadeiro.*

Se o custo médio de todas as firmas for constante, mas diferentes entre si, então o CMg das firmas também será dessa forma. Nesse caso, a condição $P(Q^*) + \frac{\Delta P}{\Delta Q} Q^* = CMg_i\,(q_i^*)$ não será verificada para todas as firmas. A firma com menor custo marginal terá então $P(Q^*) + \frac{\Delta P}{\Delta Q} Q^* > CMg_i\,(q_i^*)$ e, portanto, terá incentivos para aumentar sua produção até que a igualdade na última expressão seja alcançada. Ao fazer isso, o lucro do cartel deixa de ser maximizado e o cartel não se sustenta. A firma com o menor custo marginal se mantém no mercado.

(3) *Falso.*

Cada firma tem uma função-custo $C_1\,(q_1), C_2(q_2), ..., C_n(q_n)$. Se duas firmas (1 e 2, por exemplo), produzem a mesma quantidade q, elas terão o mesmo custo médio apenas se as tecnologias forem as mesmas, isto é:

$$\frac{C_1(q)}{q} = \frac{C_2(q)}{q} \Leftrightarrow C_1(q) = C_2(q)$$

A igualdade no equilíbrio é apenas dos custos marginais, e não dos custos médios. Isto é, as firmas produzirão a mesma quantidade se tiverem custos marginais iguais, o que implica que elas podem ter custos fixos diferentes.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (1992), p. 306 e 307.

ANPEC /1996

Questão 6

Um certo mercado é caracterizado pelas seguintes funções de demanda (D) e oferta (O), onde Q é a quantidade e P o preço do bem:

$Q^D = 1600 - 20P$ e $Q^O = -900 + 30P$

(0) Se o mercado é livre, 600 unidades do bem serão comercializadas ao preço de R$ 50.

(1) Se o governo decide que o preço não deve ultrapassar R$ 35, então 150 unidades do bem serão comercializadas.

(2) A alteração no excedente do produtor, como resultado do controle de preços, é de R$ 5.625.

(3) Se o governo impõe um imposto *ad valorem* de 100% sobre o preço do produtor, o efeito sobre a quantidade comercializada do bem é o mesmo que o da colocação do preço máximo de R$ 35.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

$$Q^d = Q^o \Rightarrow 1600 - 20P = -900 + 30P$$

$$-20P - 30P = -900 - 1600 \Rightarrow -50P = -2500 \Rightarrow P = \frac{-2500}{-50} \Rightarrow P = 50$$

$$Q^d = Q^o \Rightarrow 1600 - 20(50) = 1600 - 1000 = 600$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 306 a 310.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 24 a 26.

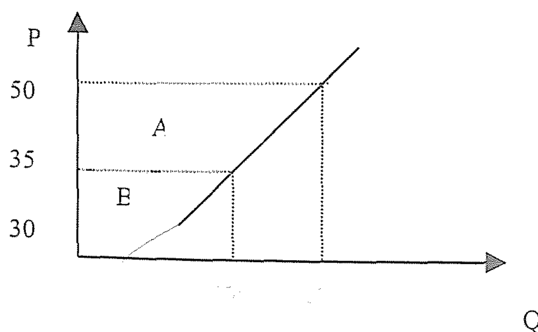
(1) *Verdadeiro.*

$$P = 35;\ Q^o = -900 + 30P = -900 + 30(35) = -900 + 1050 = 150$$

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 60 a 63.

(2) *Verdadeiro.*



O excedente do produtor antes do controle de preços é dado pela área acima da curva de oferta até o preço de mercado (A + B). Após o controle de preços, o excedente do produtor é dado pela área B. A perda de excedente, portanto, é igual à área A.

$$\text{Área A} = \frac{(150 + 600)15}{2} = 5.625$$

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 373 a 375.
- Varian, H. (2000), p. 273 e 274.

(3) *Falso.*

Sob um imposto *ad valorem* de 100% sobre o preço do produtor, temos:

$$Q^{D'} = 1600 - 20(2P) = 1600 - 40P$$

$$Q^{O} = -900 + 30P$$

Fazendo $Q^D = Q^O$ temos: $-900 + 30P = 1600 - 40P \Rightarrow 30P + 40P = 1600 + 900$

$$70P = 2500 \Rightarrow P = \frac{2500}{70} \Rightarrow P \sim 35{,}72$$

$$Q^{o} = -900 + 30(35{,}72) = -900 + 1071{,}6 = 171{,}6$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 311 a 316.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 404 a 408.

Questão 7

Em uma firma, o custo marginal do trabalho é igual a 40L, onde L é a quantidade de trabalho empregada, o custo médio do trabalho é 20L, e a produtividade marginal do trabalho é igual a 40-4L. Quanto trabalho será empregado quando o preço do produto é igual a R$10?

Solução:

$CMg = 40L$
$CMe = 20L$
$PMg = 40 - 4L$
$P = \text{R\$ } 10$

O trabalho será empregado até o ponto em que o valor do produto marginal (*VPMg*) for igual ao preço do trabalho. O preço do trabalho é igual ao custo marginal do trabalho, o que significa a condição de equilíbrio para a oferta de um bem (trabalho) no mercado competitivo.

$$\underbrace{10(40 - 4L)}_{VPMg} = \underbrace{40L}_{CMg} \Rightarrow 400 - 40L = 40L \Rightarrow 80L = 400 \Rightarrow L = \frac{400}{80} \Rightarrow L = 5$$

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 265 e 266.

Questão 8

Quanto à decisão de produção da firma, é correto afirmar que:

(0) Enquanto a receita média exceder o custo médio, a firma estará tendo lucro e deve aumentar a sua produção.
(1) Se a firma escolhe um nível de produção que maximiza o seu lucro, então àquele nível a firma está também minimizando o custo médio de produção.
(2) A curva de demanda de uma firma é também a sua curva de receita média.
(3) A firma minimiza custos igualando as produtividades marginais dos fatores.

Solução:

(0) *Falso.*

Uma firma monopolista tem receita média maior que a receita marginal quando opera com lucros positivos. A condição de maximização é receita marginal igual a custo marginal. A receita marginal para a firma monopolista é diferente da receita média.

No monopólio, a receita total é $P(Q)Q$, onde $P(Q)$ é o preço como função de Q; Q é a quantidade produzida.

A curva de receita média é igual à curva de demanda. $RMe = \dfrac{P(Q).Q}{Q} = P(Q)$.

A receita marginal é dada por $P(Q) + \dfrac{dP}{dQ}Q$. Assim, $RMg \neq RMe = P(Q)$.

Não há nenhuma restrição de igualdade entre *RMe* e *CMe* como condição para a maximização de lucros. O fato de a *RMe* exceder o custo médio não implica necessariamente que a *RMg* é maior que o custo marginal. Esse comportamento depende do ramo as curvas de *RMe* e *CMe* que a firma se localiza.

Esse resultado pode ser visto através da diferenciação das curvas de *RMe* e *CMe*:

$$RMe = \frac{P(Q).Q}{Q}$$

$$\frac{\partial RMe}{\partial Q} = \frac{[P'(Q).Q + P(Q)]Q - P(Q).Q}{Q^2} = 0$$

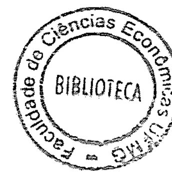
Assim:

$$\frac{\partial RMe}{\partial Q} = \frac{RMg}{Q} - \frac{RMe}{Q} = 0$$

Multiplicando por Q:

$$RMg - RMe = 0$$

$RMg = RMe$



No ponto em que a RMe é máxima ela é igual à RMg.

Se $\frac{\partial RMe}{\partial Q} > 0 \Rightarrow RMg - RMe > 0 \Rightarrow RMg > RMe$

Se $\frac{\partial RMe}{\partial Q} < 0 \Rightarrow RMg - RMe < 0 \Rightarrow RMg < RMe$

Do mesmo modo:

$$\frac{\partial CMe}{\partial Q} > 0 \Rightarrow CMg > CMe$$

$$\frac{\partial CMe}{\partial Q} < 0 \Rightarrow CMg < CMe$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 385 a 389; 444 a 447.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 267; 268.

(1) *Falso.*

A condição para maximização de lucros é $RMg = CMg$ e a condição para minimizar o custo médio é $CMe = CMg$. A firma monopolista tem receita marginal diferente do custo médio.

Condição para minimizar custo médio:

$$CMe = \frac{C(Q)}{Q}$$

$$CMg = C'(Q)$$

$$\frac{dCMe}{dQ} = \frac{C'(Q)Q - C(Q)}{Q} \Rightarrow \frac{dCMe}{dQ} = C'(Q) - CMe$$

A condição necessária para que o custo médio seja mínimo é que $\frac{dCMe}{dQ} = 0$, ou seja, que $C'(Q) = CMe$.

O problema do monopolista é $Max\ P(Q)[Q] - C(Q)$.

CPO:

$P(Q) + \frac{dP}{dQ}Q = CMg(Q)$ e $RMe(Q) = P(Q)$. Logo, em monopólio $P(Q) \neq CMg(Q) = CMe_{min}$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 444 e 445.
- Varian, H. (1992), p. 68 e 69.

(2) *Verdadeiro.*

A receita média, ou seja, o preço recebido por unidade vendida, é exatamente a curva de demanda do mercado.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 425.

(3) *Falso.*

A firma minimiza custos igualando o valor das produtividades marginais dos fatores aos seus respectivos preços. Como os preços reais dos fatores não são necessariamente iguais entre si, não há nenhuma condição garantindo a igualdade na produtividade marginal dos fatores quando a firma minimiza custos, o que só ocorreria por coincidência.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 113.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 311.

Questão 9

Em relação à teoria de produção das firmas, pode-se afirmar que:

(0) A função de produção CES, dada por $f(x_1,x_2)=\left[a_1x_1^{\rho}+a_2x_2^{\rho}\right]^{1/\rho}$, pode também ser expressa como $f(x_1,x_2)=A(\rho)\left[bx_1^{\rho}+(1-b)x_2^{\rho}\right]^{1/\rho}$.

(1) A função CES apresenta rendimentos constantes de escala.

(2) A função de produção $f(x_1,x_2)=\min\left[ax_1\,,\,bx_2\right]$ combina os insumos na proporção $\frac{x_1}{x_2}=\frac{a}{b}$.

(3) Para que as isoquantas sejam estritamente convexas, é necessário que a função de produção seja estritamente côncava.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

$$f(x_1,x_2)=\left[a_1x_1^{\rho}+a_2x_2^{\rho}\right]^{1/\rho}$$

$$f(x_1,x_2)=\frac{(a_1+a_2)^{1/\rho}}{(a_1+a_2)^{1/\rho}}\left[a_1x_1^{\rho}+a_2x_2^{\rho}\right]^{1/\rho}$$

$$f(x_1,x_2)=(a_1+a_2)^{1/\rho}\left[\left(\frac{1}{(a_1+a_2)^{1/\rho}}\right)^{\rho}\left(a_1x_1^{\rho}+a_2x_2^{\rho}\right)\right]^{1/\rho}$$

$$f(x_1,x_2)=(a_1+a_2)^{1/\rho}\left[\frac{a_1}{(a_1+a_2)}x_1^{\rho}+\frac{a_2}{(a_1+a_2)}x_2^{\rho}\right]^{1/\rho}$$

$$f(x_1,x_2) = A(p)\left[bx_1^{\rho} + (1-b)x_2^{\rho}\right]^{1/\rho}, \text{ onde } A(p) = (a_1 + a_2)^{1/\rho} \text{ e } b = \frac{a_1}{a_1 + a_2}$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (1992), p. 19 e 20.

(1) *Verdadeiro.*

$$f(x_1,x_2) = \left[a_1x_1^{\rho} + a_2x_2^{\rho}\right]^{1/\rho}$$

$$f(\lambda x_1,\lambda x_2) = \left[a_1(\lambda x_1)^{\rho} + a_2(\lambda x_2)^{\rho}\right]^{1/\rho} = \left[a_1\lambda^{\rho}x_1^{\rho} + a_2\lambda^{\rho}x_2^{\rho}\right]^{1/\rho} = \left[\lambda^{\rho}(a_1x_1^{\rho} + a_2x_2^{\rho})\right]^{1/\rho}$$

$$f(\lambda x_1,\lambda x_2) = \lambda\left[a_1x_1^{\rho} + a_2x_2^{\rho}\right]^{1/\rho} = \lambda f(x_1,x_2)$$

A função CES é homogênea de grau 1.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p.346 e 347.

(2) *Falso.*

A função $f(x_1, x_2) = \min[ax_1 , bx_2]$ combina insumos de tal modo que $ax_1 = bx_2$, ou seja, $\frac{x_1}{x_2} = \frac{b}{a}$.

(3) *Falso.*

Um conjunto de produção estritamente convexo é representado por uma função de produção estritamente côncava.

Sobre este tópico, ver:

- Simon & Blume (1994), p. 505 a 521.

Questão 10

Considere cinco firmas que se encontram nas seguintes situações de curto prazo:

Firma a: P = Rm = Cm = CM
Firma b: P > Rm = Cm < CM = P
Firma c: P = Rm > Cm = CM < P
Firma d: P > Rm < Cm = CM < P
Firma e: P = Rm < Cm > CM < P

onde P = preço do bem produzido, Rm = receita marginal, Cm = custo marginal e CM = custo médio.

Em relação a essas situações, pode-se afirmar que:

(0) As firmas **a**, **c** e **e** estão operando em um mercado competitivo.
(1) A firma **d** opera com lucro negativo.
(2) A firma **e** poderia aumentar o seu lucro reduzindo a produção.
(3) As firmas **a**, **c** e **d** estão operando a custo mínimo.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

A firma **a** está em um mercado competitivo, pois P = Cm. A condição de equilíbrio da firma competitiva é exatamente P = Cm. Além disso, como no caso da concorrência perfeita, o preço é constante, P = Rm. Logo, a igualdade do Cm = CM se deve ao fato de que, nesse caso específico, a tecnologia admite retornos constantes de escala.

A firma **c** está operando em um mercado em concorrência perfeita, pois o preço é igual à receita marginal, implicando que o preço está constante. Em qualquer outra estrutura de mercado, para aumentar a quantidade produzida, o preço deve diminuir (a curva de demanda é negativamente inclinada). Logo, a receita marginal é menor que o preço. Esta firma está operando com lucros positivos e, portanto, está no curto prazo.

A firma **e** também está operando em um mercado competitivo, pois P = RMg. Como P > CM, a firma opera com lucros positivos no curto prazo. Entretanto, a firma não está maximizando seus lucros, pois Rm < Cm. Assim, para maximizar lucro, a firma teria que diminuir a quantidade produzida.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 404 a 406.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 323 e 324.

(1) *Falso.*

A firma **d** não opera com lucro negativo, pois P > CM. O preço corresponde ao valor que a firma recebe por unidade vendida, e o custo médio é o custo por unidade.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 386.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 264.

(2) *Verdadeiro.*

A firma **e** apresenta P = Rm < Cm. Isto significa que o custo da última unidade de produto é maior que a receita adicional gerada por essa unidade do produto. A firma aumentará seus lucros se reduzir a quantidade produzida.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 405 e 406.

(3) *Verdadeiro.*

O custo médio é mínimo no ponto em que CM = Cm. Suponha um y^* igual ao ponto de custo médio mínimo. À esquerda de y^* os custos médios estão declinando, de forma que $y \leq y^*$.

$$\frac{d}{dy}\left(\frac{c(y)}{y}\right) \leq 0$$

Tirando-se as derivadas, temos:

$$\frac{yc'(y)-c(y)}{y^2} \leq 0 \text{ para } y \leq y^*$$

Isto implica que:

$$c'(y) \leq \frac{c(y)}{y} \text{ para } y \leq y^*.$$

Esta equação mostra que o custo marginal é menor que o custo médio à esquerda do ponto de custo médio mínimo. Uma análise similar mostra que:

$$c'(y) \geq \frac{c(y)}{y} \text{ para } y \geq y^*.$$

Considerando que ambas as equações devem ser válidas no ponto y^*, temos:

$c'(y^*) = \dfrac{c(y^*)}{y^*}$, que diz exatamente que o custo marginal é igual ao custo médio no ponto onde o custo médio é mínimo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 389.
- Varian, H. (1992), p. 68 e 69.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 267 e 269.

Questão 11

Em uma ilha existem 50 armadores, numerados de 1 a 50. Cada um deles pode fabricar até 5 navios por ano. Esses armadores são maximizadores de lucro, sendo as suas respectivas funções de custos dadas por $C_n(Q) = 5 + nQ$, com n = 1, 2, ..., 50, onde Q representa o número de navios fabricados por ano, e $ 5 é um custo quase-fixo, ou seja, só se incorre em tal custo se a produção é não-nula. Se o preço de cada navio é de $ 5, quantos navios serão fabricados, por ano, pelo conjunto dos armadores?

Solução:

A condição para maximização do lucro é CMg = P.

O custo marginal de cada armador depende da ordem em que ele entra no mercado para a fabricação de navios.

$CT_1 = 5 + Q$
$CT_2 = 5 + 2Q$, e assim por diante

$$CMg_n = \frac{\partial C_n}{\partial Q} = n$$

Se o preço de cada navio é dado e igual a $ 5, então, a condição de equilíbrio é n = 5. Dessa forma, a condição de equilíbrio será atendida apenas para o 5° armador a entrar no mercado. Para os armadores 1 a 4, CMg < P. O 5° armador a entrar no mercado terá lucro zero por unidade: CMg = P e, para os armadores tal que n > 5, CMg > P, de modo que eles levariam prejuízo se fabricassem navios. O 5° armador não irá produzir nenhum navio, pois embora o custo marginal seja igual ao preço, ele ainda

teria que arcar com o custo quase-fixo correspondente a 5, tendo, portanto, prejuízo. Assim sendo, a partir do 5º armador, eles decidem não entrar no mercado. Entretanto, cada indivíduo não pode fabricar mais de 5 navios ao ano.

Os armadores maximizam seus lucros produzindo Q = 5, para todo n = 1, 2, 3 e 4, pois a função-custo desses pescadores é crescente em Q, como mostrado na expressão da função-lucro abaixo:

$$\text{Lucro}_n = 5Q - (5 + nQ) = (5 - n)Q - 5, \quad 1 \leq n \leq 4$$

Logo, a produção total dos quatro armadores é igual a 20 navios por ano.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 354 e 355.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 324 a 326.

Questão 12

Um monopolista tem a seguinte tabela de custo marginal para a produção de seu produto:

Quantidade produzida	1	2	3	4	5
Custo marginal	20	30	40	50	60

A demanda por seu produto é dada pela seguinte tabela:

Preço	80	70	60	50	40
Quantidade demandada	1	2	3	4	5

Que preço o monopolista deve cobrar para maximizar o seu lucro?

Solução:

Quantidade	1	2	3	4	5
Receita Total (P*Q)	80	140	180	200	200
Receita Marginal	80	60	40	20	0

A condição de equilíbrio no monopólio é RMg = CMg. O preço escolhido pelo monopolista que satisfaz esta condição é $60, correspondente à três unidades de produto.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 287 ; 444.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 427 e 428.

Questão 13

Monopólio é ineficiente porque, no nível de produto escolhido pelo monopolista:

(0) O preço é maior que o custo médio, e há lucro de monopólio.
(1) A receita média é igual à receita marginal.
(2) O valor marginal de uma unidade a mais do produto para os consumidores é maior que o custo marginal.
(3) A elasticidade da curva de oferta é menor que um.

Solução:

(0) *Falso.*

A ineficiência no monopólio ocorre porque o preço é maior que o custo marginal. A condição de equilíbrio da firma monopolista dá-se no nível de produção ao qual receita marginal é igual ao custo marginal. O monopolista, diferente da concorrência perfeita, tem poder para determinar o preço que quer cobrar, de modo que o preço é sempre diferente da receita marginal. A curva de custo médio da empresa depende do tipo de tecnologia. O monopólio pode ser ocasionado por uma barreira tecnológica ou por uma barreira determinada por regulamentação (patente). No caso de o monopólio ser ocasionado por fatores tecnológicos, o CMe é decrescente com a quantidade produzida, de modo que o monopólio é a estrutura de mercado mais eficiente. Nesse caso, o preço é sempre superior ao CMg, pois caso contrário o monopolista teria lucro negativo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 451.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 425 e 426.

(1) *Falso.*

No monopólio, a receita é maximizada igualando-se receita marginal ao custo marginal, assim como no mercado competitivo. A diferença existe porque, no mercado competitivo, a receita marginal é igual ao preço e no mercado monopolista, a receita marginal é menor que o preço, que corresponde à receita média.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 444.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 427 a 429.

(2) *Verdadeiro.*

O lucro de monopólio existe justamente porque o monopolista fixa o preço maior do que o custo marginal, que é igual à receita marginal. A ineficiência decorre do fato de que, ao fixar o preço a um nível mais alto, a quantidade demandada diminui, e os consumidores consomem uma quantidade menor do que consumiriam se a empresa produtora da mercadoria atuasse em um mercado competitivo e estabelecesse o preço igual à receita marginal.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 451 e 452.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 425 e 426.

(3) *Falso.*

O monopolista só opera no ramo em que a (ε_{pd})— elasticidade-preço da demanda — é maior do que 1 em valor absoluto. Logo, a quantidade aumenta em uma maior proporção quando o preço diminui. De modo análogo, para aumentar a produção, a elasticidade da oferta tem que ser maior que 1. Exprimindo a receita marginal em termos da elasticidade, temos:

$$RMg(y) = p(y)\left[1 + \frac{1}{\varepsilon(y)}\right]$$

A condição de ótimo ocorre onde $RMg = CMg$

$$p(y)\left[1 + \frac{1}{\varepsilon(y)}\right] = CMg(y)$$

Pelo fato de a elasticidade ser negativa, essa expressão pode ser reescrita como:

$$p(y)\left[1 - \frac{1}{|\varepsilon(y)|}\right] = CMg(y)$$

Logo, o ponto que gera lucros máximos ocorre quando $|\varepsilon| \geq 1$, pois se $|\varepsilon| < 1$, uma redução na produção elevaria a receita e diminuiria o custo total, fazendo com que os lucros aumentassem. Portanto, qualquer ponto onde $|\varepsilon| < 1$ não pode ser um lucro máximo para o monopolista, pois ele poderia aumentar os lucros se produzisse menos.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 445 e 446.

Questão 14

Comparando os resultados dos modelos de oligopólio de Cournot, Stackelberg e Bertrand, vemos que:

(0) A firma seguidora de Stackelberg sabe a quantidade produzida pela firma líder quando escolhe o quanto ela mesma produzirá. Ela obterá, então, um lucro maior do que em Cournot.

(1) Quanto maior o número de firmas no modelo de Cournot, mais próximo do custo marginal será o preço de equilíbrio.

(2) No modelo de Bertrand, o preço resultante é menor e a quantidade produzida maior que em Cournot.

(3) A firma líder de Stackelberg produz mais do que produziria em Cournot.

Solução:

(0) *Falso.*

No modelo de Stackelberg, a empresa líder escolhe a produção que maximiza seus lucros considerando o conhecimento que ela tem sobre a curva de reação da firma seguidora. A firma líder tem vantagens em ser a primeira no processo de maximização, de modo que a quantidade produzida pela firma líder é maior, e a quantidade produzida pela firma seguidora é menor em relação ao que ambas produziriam na estratégia de maximização simultânea do modelo de Cournot.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 503 a 509.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 569 a 571.

(1) *Verdadeiro.*

No modelo de Cournot como várias firmas, o equilíbrio é dado por $RMg_i = Mg_i$:
$p(Q) + p'(Q)q_i = c'_i(q_i)$

Rearranjando a equação:

$$p(Q)\left[1 + \frac{dp}{dQ}\frac{q_i}{p} = c'_i(q_i)\right]$$

Fazendo $s_i = \frac{q_i}{Q}$, ou seja, s_i como sendo a participação da firma *i* na produção total (Q), temos:

$p(Q)\left[1 + \frac{dp}{dQ}\frac{Q}{p}s_i\right] = c'_i(q_i)$, ou $p(Q)\left[1 - \frac{s_i}{|\varepsilon(Q)|}\right]$, onde *i* é o índice para firmas, s_i é a participação *i* na produção total(Q) e $\varepsilon(Q)$ é a elasticidade da demanda do mercado.

$RMg_i = CMg_i$, onde *i* é o índice para firmas e $RMg_i = p(Q)\left[1 - \frac{s_i}{|\varepsilon(Q)|}\right]$, onde s_i é a participação *i* na produção total(Q) e ε (Q) é a elasticidade da demanda do mercado.

Dado ε (Q), quanto maior o número de firmas no mercado, menor será s_i, para todo *i*. Dessa forma, quando o número de firmas cresce, o termo $\frac{s_i}{|\varepsilon(Q)|}$ diminui (quando $n \to \infty$, este termo tende a zero), e o preço se aproxima da RMg_i.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (1992), p. 289 e 290.

(2) *Verdadeiro.*

No modelo de Bertrand, ocorre determinação simultânea de preços entre os oligopolistas. O equilíbrio é equivalente ao equilíbrio competitivo. As quantidades produzidas são maiores e os preços menores em relação ao equilíbrio no modelo de Cournot. No equilíbrio do modelo de concorrência de Bertrand, o preço é igual ao custo marginal.

Considere firmas iguais quanto à tecnologia adotada. Nenhuma firma fixará seu preço abaixo do custo marginal, pois neste caso elas poderiam reduzir a produção para aumentar seus lucros. Como as firmas fixam o preço simultaneamente, caso uma firma fixe o preço acima do custo marginal, tendo as outras fixado os seus respectivos preços igualando-os ao custo marginal, ela não venderá nada.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 518.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 572 e 573.

(3) *Verdadeiro.*

Justificativa em (0). Usaremos como exemplo a escolha de produção da firma nos modelos de Cournot e de Stackelberg. O modelo de Stackelberg é aquele em que há uma empresa líder no mercado que escolhe a quantidade de bens y_1 que irá produzir. Em resposta, a empresa seguidora escolhe uma quantidade y_2 a ser produzida. A produção total do mercado Y é a soma das produções individuais $y_1 + y_2$. Para decidir sobre a sua produção, portanto, a empresa líder deve levar em conta a escolha de produção da seguidora. Dessa forma, temos o problema de maximização de lucro da seguidora:

$$\max_{y_2} p(y_1 + y_2)y_2 - c_2 y_2$$

No nível de produção que maximiza o lucro da seguidora, a receita marginal se iguala ao custo marginal:

$$RM_2 = p(y_1 + y_2) + \frac{\Delta p}{\Delta y_2} = CMg_2$$

É importante observar que a escolha de produção da seguidora depende da escolha previamente feita pela líder. Esta decisão é expressa pela função de reação da empresa seguidora $y_2 = f_2(y_1)$. Derivando uma função de reação no caso simples de demanda linear, e considerando (por conveniência) os custos iguais a zero, a função de demanda inversa toma a forma:

$$p(y_1 + y_2) = a - b(y_1 + y_2)$$

Assim, a função-lucro da empresa 2 é:

$$\pi_2(y_1, y_2) = [a - b(y_1 + y_2)]y_2$$

A receita marginal associada a esta função-lucro é:

$$RM_2(y_1, y_2) = a - by_1 - 2by_2$$

Igualando-se a receita marginal ao custo marginal, que neste caso é igual a zero, temos:

$$a - by_1 - 2by_2 = 0$$

Derivamos, então, a curva de reação da empresa 2:

$$y_2 = \frac{a - by_1}{2b}$$

A firma líder, por sua vez, tem conhecimento de que sua escolha afeta a tomada de decisão da firma seguidora e também possui uma função de reação igual a $f_2(y_1)$.

Dessa forma, o problema de maximização de lucro da firma líder se dá da seguinte forma:

$\max_{y_1} p(y_1 + y_2)y_1 - c(y_1)$, onde $y_2 = f_2(y_1)$

Substituindo a segunda equação na primeira, temos:

$\max_{y_1} p[y_1 + f_2(y_1)]y_1 - c_1(y_1)$

Substituindo nesta equação a função de reação da firma 1 e considerando os custos iguais a zero, os lucros da empresa líder serão:

$$\pi_1(y_1, y_2) = p(y_1 + y_2)y_1 = ay_1 - by_1^2 - by_1y_2$$

$$y_2 = f_2(y_1)$$

$$\pi_1(y_1, y_2) = ay_1 - by_1^2 - by_1 f_2(y_1) = ay_1 - by_1^2 - by_1 \frac{a - by_1}{2b}$$

Simplificando esta expressão, temos:

$$\pi_1(y_1, y_2) = \frac{a}{2}y_1 - \frac{b}{2}y_1^2$$

Derivando esta função temos a receita marginal , isto é:

$$RM = \frac{a}{2} - by_1$$

Igualando a receita marginal ao custo marginal que é zero, temos a produção da firma líder:

$$y_1{}^* = \frac{a}{2b}.$$

No modelo de Cournot, as duas empresas estabelecem as suas quantidades produzidas simultaneamente. Dadas as produções y_1 e y_2 das firmas 1 e 2 respectivamente, o equilíbrio se dará no ponto em que a firma 1 produz exatamente a quantidade que a firma 2 espera que ela produza e vice-versa. Formalmente: $y_1 = y_1^e$ e $y_2 = y_2^e$.

No caso mais simples de demanda linear, as duas firmas têm tecnologias idênticas e, neste caso, a função de reação das duas firmas será igual à função de reação no modelo de Stackelberg: $y_1 = \frac{a - by_2}{2b}$ e $y_2 = \frac{a - by_1}{2b}$

Resolvendo para a firma 1, como as tecnologias são idênticas, $y_1 = y_2$. Assim:

$$y_1 = \frac{a - by_1}{2b}.$$

Resolvendo para $y_1{}^*$, temos a produção de cada firma no modelo de Cournot.

$$y_1{}^* = \frac{a}{3b}$$

Comparando os dois modelos, percebemos que no modelo de Stackelberg a firma líder consegue atingir um maior nível de produção do que consegue cada uma das firmas idênticas no modelo de Cournot:

$$y_1{}^* = \frac{a}{2b} > y_1{}^* = \frac{a}{3b}$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 503 a 508 ; 513 a 516.

ANPEC/1997

Questão 4

Suponha que a oferta de certo bem é infinitamente elástica ao preço de R$ 5 e que a demanda deste bem é representada por:

$D = 12 - 2P$.

Onde P é o preço. Então:

(0) Se o governo está planejando adotar um imposto de soma fixa T por unidade vendida, a taxa que maximiza a receita é T=0,5.

(1) O custo social ou peso morto do imposto será $CS = 2T^2$.

(2) A taxa que maximiza a receita do governo menos o custo social será maior que 1/2.

(3) Do ponto de vista social, o governo deve utilizar uma taxa menor que 1/2.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Uma oferta infinitamente elástica implica que a firma está em concorrência perfeita, com custos constantes de escala. O aumento do imposto será todo repassado ao custo, pois se o produtor tiver que arcar com parte do imposto, terá lucro negativo.

Um imposto T para cada unidade implica em aumentar o preço do produto para $P_d = P + T$. A receita do governo é dada por:

$R = Tq$

$R = T(12 - 2p)$

$R = T(12 - 2(5 + T))$

$R = T(2 - 2T) = -2T^2 + 2T$

$Max_t -2T^2 + 2T$

$\Rightarrow -4T+2 = 0$

$T = 0,5$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 313 a 318.

(1) *Falso.*

A demanda do consumidor é dada por: $D = 12 - 2p$

$D(5) = 12 - 2(5) = 12 - 10 = 2$

Neste caso, o excedente do consumidor é: $EC = (6 - 5)2 = 2$

Veja no gráfico abaixo:

$D = 12 - 2p$

se $p = 6$, então $D = 0$

se $p = 1$, então $Q = 10$

se $p = 2$, $Q = 8$

se $p = 3$, $Q = 6$

se $p = 5$, $Q = 2$. Assim , temos:

A + B = área abaixo da curva de demanda acima do nível de preço de mercado.

$\Rightarrow -4T+2 = 0$

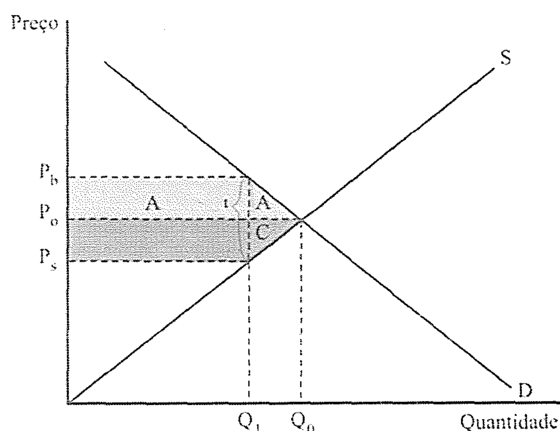


Gráfico extraído de Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 405.

No caso da incidência do imposto, a quantidade demandada irá se reduzir para Q_1:

$D(p) = 12 - 2(p + t)$, já que todo o imposto é repassado para o consumidor.

$D(p) = 12 - 10 - 2t$

$D = 2 - 2t$

O peso morto ocorre porque menos consumidores entrarão no mercado. A perda do bem-estar social é dada por (B + C):

$$A = \frac{(2-(2-2t))t}{2} = \frac{2t^2}{2} = t^2$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 319 e 320.

(2) *Falso.*

A receita do governo é dada por:

$Rg = -2t^2 + 2t$

$CS = t^2$

Max $R - CS = -2t^2 + 2t - t^2$

$- 4t + 2 - 2t = 0$

$- 6t = - 2$

$t = 1/3$

(3) *Verdadeiro.*

Ver justificativa do item anterior.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 412.
- Varian, H. (2000), p. 318 a 320.

Questão 5

Uma firma utiliza os insumos A e B na produção de um único bem. Ela está em operação usando 10 unidades de A e 15 unidades de B para produzir 10 unidades do produto. As produtividades marginais dos insumos A e B, neste nível de atividade, são 0,5 e 0,8, respectivamente. Se a firma passar a usar 10,5 unidades de A e 14,7 unidades de B podemos afirmar que a produção, aproximadamente:

(0) Aumenta.
(1) Diminui.
(2) Fica constante.

Solução:

Suponha uma função de produção genérica. Para saber a variação do produto quando ambos os insumos variam, diferencia-se totalmente a função.

$y = F(K, L)$

$$dy = \frac{\partial F}{\partial K}dK + \frac{\partial F}{\partial L}dL$$

Como $dy = (0{,}5).(0{,}5)$

O produto marginal de A = 0,5

O produto marginal de B = 0,8

Variação na produção: 0,5.0,5 – 0,3 . 0,8 = 0,25 – 0,24 = 0,01.

A produção irá aumentar. Logo, a resposta correta é aquela que corresponde ao item (0).

Questão 6

Quais das seguintes afirmativas são verdadeiras?

(0) Uma firma que produz um bem a partir de vários insumos, com tecnologia de retornos constantes de escala, tem uma função de custos de longo prazo estritamente convexa.
(1) Uma firma em concorrência perfeita de longo prazo opera num nível de produção que tem elasticidade de custo total maior que um.
(2) Os custos médios variáveis se aproximam dos custos médios para altos níveis de produção.
(3) Se os custos médios são estritamente decrescentes, não existe escala eficiente de produção para a firma.

Solução:

(0) *Falso.*

Uma firma que exibe tecnologia com retornos constantes de escala tem custos constantes. Logo, a função-custo não pode ser estritamente convexa. Ela será linear.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 132.
- Varian, H. (1992), p.15; 66 e 67.

(1) *Falso.*

Uma firma em concorrência perfeita no longo prazo opera no nível de produção em que o custo médio é mínimo, não existindo necessariamente uma relação com a elasticidade da curva de custo total.

(2) *Verdadeiro.*

Quanto maior o nível de produção, mais diluídos se tornam os custos fixos e, portanto, os custos variáveis tendem a se tornar a parte mais importante dos custos totais.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 386 e 387.

(3) *Verdadeiro.*

Este é o caso do monopólio natural. Quanto maior for a planta da firma, menores os custos unitários. Assim, não haverá um ponto em que a produção será ótima e os lucros serão máximos, pois sempre que a produção da firma for aumentada, os custos se reduzirão, aumentando os lucros.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 457 e 458.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 454.

Questão 7

Uma firma usa 10 unidades de trabalho e 20 unidades de capital para produzir 10 unidades de produto. O produto marginal do trabalho é 0,5. Se existe retornos constantes de escala, o produto marginal do capital deve ser:

(0) 0,25.
(1) 0,5.
(2) Não é possível calcular com a informação disponível.
(3) 0,75.

Solução:

A produtividade marginal do trabalho é 0,5.
A condição para que existam retornos constantes de escala é: $f(\alpha K, \alpha L) = \alpha f(K, L)$.
$f(10L, 20K) = 10$
$f[1.1(10L); 1.1(20K)] = 1.1f(10L; 20K) = 11$
$dy = 11 - 10 = 1$
$PMg_L = 0,5$

$$dy = \frac{\partial y}{\partial L}dL + \frac{\partial y}{\partial K}dK$$

$$dy = 1 = 0,5(1) + \frac{\partial y}{\partial K}(2)$$

$$0{,}5 = 2\frac{\partial y}{\partial K} \Rightarrow \frac{\partial y}{\partial K} = \frac{0{,}5}{2} = 0{,}25.$$

Logo, a resposta correta corresponde ao item (0).

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 222 e 223.

Questão 8

Uma empresa pode obter eletricidade com dois geradores. O mais moderno, o gerador 1, tem custo marginal $Cmg_1 = 10 + 2Q_1$ e o mais velho, o gerador 2, tem custo marginal $Cmg_2 = 20 + 2Q_2$ (onde Q_1 e Q_2 representam a produção obtida a partir de cada gerador). A empresa, obviamente, quer produzir ao custo mínimo. Assim sendo:

(0) Ela não deve usar o gerador mais velho para produzir menos do que 5 Kwh.
(1) Ela não deve utilizar o gerador mais velho quando a produção é maior do que 5 Kwh.
(2) Ela nunca utiliza os dois geradores simultaneamente.
(3) Ela utiliza os dois geradores simultaneamente se quiser produzir 20 Kwh.

Solução:

Supondo que a firma utiliza os dois geradores, a condição de equilíbrio da firma é dada por:

$CMg_1 = CMg_2$

$10 + 2q_1 = 20 + 2q_2$

$$q_1 = \frac{10 + 2q_2}{2} = 5 + q_2$$

Assim, se $q_2 = 0$, $q_1 = 5$, ou seja, se a empresa quer produzir menos do que 5 kwh, ela só vai utilizar o gerador mais novo, que tem um menor componente fixo no CMg.

Quando a firma deseja produzir mais que 5 kwh, vale a pena utilizar o gerador velho, pois os custos marginais serão iguais.

Portanto, se a firma quer produzir 20 kwh, ela utilizará os dois geradores e cada um deles produzirá a seguinte quantidade de energia:

$q_1 = 5 + q_2 \Rightarrow q_1 = 5 + (20 - q_1) \Rightarrow q_1 = 12{,}5$

$q_2 = 7{,}5$

$CMg_1 = CMg_2 = 35.$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 391 e 392.

Questão 9

Em relação à teoria de mercado, assinalar quais das afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas:

(0) No equilíbrio de longo prazo, em concorrência perfeita, firmas com tecnologia de retornos constantes à escala são inativas.

(1) Firmas com tecnologia $f(k,l) = k^{1/3}l^{1/6}$ concorrem perfeitamente em uma economia onde o ingresso na indústria tem custo de R$ 3. Os preços unitários de k e l são R$ 2 e R$ 1, respectivamente. Então, o preço de equilíbrio em concorrência perfeita de longo prazo é R$ 6.

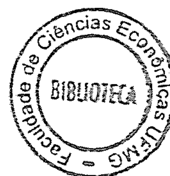
(2) Se a demanda na economia descrita na parte (1) é $X = 200 - 20p$ (onde p é o preço), então o número de firmas ativas no equilíbrio de longo prazo é 180.

(3) Se tivermos um duopólio de firmas com tecnologias descritas na parte (1) e com conjecturas de Cournot, então o preço de equilíbrio em tal duopólio é R$ 9.

Solução:

(0) *Falso.*

Estas firmas operam com lucro zero mas não são inativas.



Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 360 e 361.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 342 a 345.

(1) *Verdadeiro.*

Para encontrar o preço de equilíbrio, devemos encontrar a curva de oferta da firma. Para tal, é necessário minimizar o custo, achar a função-custo e então aplicar a condição de equilíbrio de longo prazo, que é dada por CMg = CMe = preço (no longo prazo a condição de equilíbrio é de lucro zero).

$$\min_{k,l} 2k + l - \lambda(k^{1/3}l^{1/6} - q)$$

$$\frac{\partial f}{\partial k} = 2 - \lambda\frac{1}{3}k^{-2/3}l^{1/6} = 0 \Rightarrow \lambda\frac{1}{3}k^{-2/3}l^{1/6} = 2 \Rightarrow \lambda = \frac{2}{\frac{1}{3}k^{-2/3}l^{1/6}} \Rightarrow \lambda = 6\frac{k^{2/3}}{l^{1/6}}$$

$$\frac{\partial f}{\partial l} = 1 - \lambda\frac{1}{6}k^{1/3}l^{-5/6} = 0 \Rightarrow \lambda\frac{1}{6}k^{1/3}l^{-5/6} = 1 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{\frac{1}{6}k^{1/3}l^{-5/6}} \Rightarrow \lambda = 6\frac{l^{5/6}}{k^{1/3}}$$

Resolvendo o sistema:

$$\frac{6k^{2/3}}{l^{1/6}} = \frac{6l^{5/6}}{k^{1/3}} \Rightarrow 6k^{2/3}k^{1/3} = 6l^{5/6}l^{1/6} \Rightarrow 6k^{2/3+1/3} = 6l^{5/6+1/6} \Rightarrow 6k = 6l \Rightarrow k = l$$

$f(k, l) = k^{1/3}l^{1/6} = q$. Como $k = l$, tem-se que $q = k^{1/3}k^{1/6}$.

$q = k^{1/3+1/6} = k^{3/6} = k^{1/2}$. Dessa forma, $k = l = q^2$.

$$CT = P_k k + P_l l + CF$$

$$C = 2k + l + 3$$

$$CT = 2q^2 + q^2 + 3 = 3q^2 + 3$$

$$CMg = 6q$$

$$P = CMg = 6q$$

$q = \frac{P}{6}$ (curva de demanda de firma no curto prazo)

$CMe = \frac{3q^2+3}{q} = 6q \Rightarrow 6q^2 = 3q^2+3 \Rightarrow 6q^2 - 3q^2 = 3 \Rightarrow 3q^2 = 3 \Rightarrow q^2 = 1 \Rightarrow q = 1$

$P = 6q = 6(1) = 6.$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 381.

(2) *Falso.*

$X = 200 - 20(6) = 200 - 120 = 80.$

No longo prazo, cada firma oferta 1 unidade. Como o preço de equilíbrio é 6, o número de firmas ativas no equilíbrio de longo prazo é 80.

(3) *Falso.*

No modelo de Cournot, as duas firmas decidem simultaneamente as suas quantidades produzidas, em função da quantidade que cada uma espera que a outra produza. Assim sendo, a firma 1 fixa um nível de produção y_1 em função da produção esperada da firma 2, y_2^e.Da mesma forma, a firma 2 fixa seu nível de produção y_2 em função da quantidade que espera que a firma 1 produza y_1^e. No equilíbrio, as produções coincidirão com as expectativas e nenhuma firma terá incentivo a alterar a sua produção. Formalizando: $y_1 = y_1^e$ e $y_2 = y_2^e$.As funções de produção das duas firmas são iguais entre si e iguais a $f(k,l) = k^{1/3}l^{1/6}$. O ingresso na indústria tem o custo de R$3 e os preços de k e l são, respectivamente, R$2 e R$1.

O problema de maximização da firma 1 é $max\ p(y_1 + y_2)y_1 - c(y_1)$. A combinação de produção ótima desse mercado será (y_1*, y_2*), tal que:

$y_1^* = f_1(y_2^*)$

$y_2^* = f_2(y_1^*)$

As funções de reação das empresas 1 e 2 têm as respectivas formas:

$y_1 = \frac{a - by_2}{2b}$ e $y_2 = \frac{a - by_1}{2b}$.

Como as duas empresas possuem tecnologia idêntica, seus níveis de produção de equilíbrio serão iguais, de modo que:

$y_1 = \frac{a - by_1}{2b}$ e $y_1^* = \frac{a}{3b}$

$y_2 = \frac{a - by_2}{2b}$ e $y_2^* = \frac{a}{3b}$

A produção total do setor será:

$y_1^* + y_2^* = \frac{2a}{3b}$

a = 1/3 e b = 1/6 . Assim, a produção total será:

$y^* = \frac{2/3}{3/6} = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{3} = \frac{4}{3}$

Como as firmas têm tecnologias idênticas, elas produzirão produtos idênticos e atuarão de forma competitiva no mercado, igualando preço a custo marginal e trabalhando com lucro igual a zero. Dessa forma, a função-lucro $y^*(p) - c(y^*) = 0$.

$$\frac{4p}{3} - 6 = 0 \Rightarrow \frac{4p - 18}{3} = \frac{0}{3} \Rightarrow 4p = 18 \Rightarrow p = 18/4 = 9/2.$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 512 a 516.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 566 a 568.

Questão 10

Com relação à teoria do monopólio, é correto afirmar que:

(0) Um monopolista que discrimina preços em dois mercados fixa um preço maior no mercado que tenha uma elasticidade maior.

(1) Um monopolista que possua várias fábricas deve produzir, em equilíbrio, num nível onde os custos marginais se igualem.

(2) Se a demanda por um produto é $x = p^{-\alpha}$, e o custo unitário de um monopolista que produz tal bem é constante, então, o monopolista repassa aos consumidores mais do que os acréscimos que possa ter nos custos unitários, isto é, $\frac{dp}{dc} > 1$.

(3) Se a elasticidade de demanda é constante e igual a um (em módulo), então não existe solução ao problema de um monopolista com custos marginais constantes.

Solução:

(0) *Falso.*

O monopolista irá fixar preço maior no mercado com menor elasticidade. Neste mercado, se o preço é mais alto, a demanda diminui em proporção menor ao aumento do preço e o lucro do monopolista aumenta. No mercado com maior elasticidade, vale a pena cobrar o preço mais baixo, pois se o monopolista cobra o preço mais alto, a demanda cairá mais do que proporcionalmente ao aumento do preço e o lucro do monopolista cairá.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 476.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 493 e 494.

(1) *Verdadeiro.*

A condição de equilíbrio será RMg = CMg de cada planta. Como a RMg é a mesma, o equilíbrio ocorre na parte em que o monopolista iguala os CMgs.

(2) *Verdadeiro.*

Se a demanda é $x = p^{-\alpha}$, sua elasticidade é constante: $X = Ap^{\varepsilon}$. Neste caso:

$$p\left(1+\frac{1}{\varepsilon}\right)=c \Rightarrow p=\frac{c}{\frac{\varepsilon+1}{\varepsilon}} \Rightarrow p=\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}c \Rightarrow \frac{dp}{dc}=\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}.$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (1992), p. 236 e 237.

(3) *Verdadeiro.*

O monopolista só opera no ramo da curva de demanda em que a elasticidade é maior do que 1.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 448 a 450.

Questão 11

Uma indústria é formada por N oligopolistas idênticos com custos marginais constantes iguais a k. A demanda de mercado é dada por $x = A - p$ (x = quantidade demandada; p = preço unitário; A é constante positiva maior que k). As seguintes afirmações são corretas:

(0) Se há vinte firmas na indústria oligopolista com conjectura de Cournot, k = 5 e A = 110, a oferta de cada firma será 5 e o preço de equilíbrio R$ 105.

(1) Se o número de firmas é grande, o preço de Equilíbrio de Cournot está próximo do preço de equilíbrio em concorrência perfeita.

(2) Se o oligopólio da parte (0) competir com conjectura de Stackelberg, então a quantidade produzida pelo líder é 50.

Solução:

(0) *Falso.*

$k=5 \qquad N=20$

$A=110 \qquad x=A-p$

Como demonstrado na questão 14/1996, a condição de equilíbrio para uma firma em estrutura de oligopólio com N firmas é dada por:

$$P(x)\left[1+\frac{\partial p}{\partial x}*\frac{x_i}{p}\right]=C'(x_i)$$

$$P(x)\left[1+\frac{\partial p}{\partial x}*\frac{x_i}{p}s_i\right]=C'(x_i)$$

$$P(x)\left[1+\frac{s_i}{p}\right]=C'(x_i)$$

$$x = 110 - p$$
$$p = 110 - x$$
$$\frac{\partial p}{\partial x} = -1$$

$$\varepsilon_p = \frac{\partial x}{\partial p} * \frac{p}{x}$$

$$\varepsilon_p = -1\frac{p}{x} = -\frac{p}{x}$$

$$P(x)\left[1 + \frac{1/20}{-p/x}\right] = 5$$

$$P(x)\left[1 - \frac{1}{20} * \frac{x}{p}\right] = 5$$

$$P(x)\left[1 - \frac{1}{20} * \frac{x}{p}\right] = 5$$

$$P\left[1 - \frac{1}{20} * \frac{110 - p}{p}\right] = 5$$

$$P\left[\frac{20p - 110 + p}{20p}\right] = 5$$

$$20p - 110 + p = 100$$
$$21p = 210$$
$$p = 10$$

$$x = 110 - 10$$
$$x = 100$$
$$x_i = \frac{100}{20} = 5$$

O preço de equilíbrio será igual a 10, e a oferta de cada firma será 5.

(1) *Verdadeiro.*

Se o número de firmas é grande, s_i tende para infinito, logo o preço de equilíbrio será igual ao custo marginal.

(2) *Falso..*

Queremos encontrar o total produzido pela firma líder. Nesse caso, como as demais firmas possuem tecnologias idênticas, podemos tratar o conjunto de firmas seguidoras como uma única firma (denominada firma 2, a partir de agora), o que simplifica a solução.

O primeiro passo é encontrar a função de reação da firma 2 (problema semelhante à solução de Cournot):

$$\underset{x_2}{Max}\ P(x)x_2 - kx_2$$

$$\underset{x_2}{Max}\ (110 - x_1 - x_2)x_2 - 5x_2$$

Derivando essa expressão em relação a x_2, encontramos a função de reação da firma 2.

$$x_2 = 52{,}5 - \frac{x_1}{2}$$

A firma 1 (líder) maximiza seus lucros levando em consideração a função de reação da firma 2 (encontrada anteriormente). Assim, o problema da firma 1 será:

$$\underset{x_1}{Max}\ P(x)x_1 - kx_1$$

$$\underset{x_1}{Max}\ (110 - x_2 - x_1)x_1 - 5x_1$$

Substituindo a função de reação da firma 2, temos:

$$\underset{x_1}{Max}\left[110 - \left(52{,}5 - \frac{x_1}{2}\right) - x_1\right]x_1 - 5x_1$$

Ou seja:

$$\underset{x_1}{Max}\ 52{,}5x_1 - \frac{x_1^2}{2}$$

Derivando em relação a x_1 e igualando a zero, encontramos a quantidade produzida pela firma líder:

$$x_1 = 52{,}5$$

Questão 12

Uma cartelização de sucesso exige que:

(0) A demanda pelo bem não tenha elasticidade-preço muito elevada.

(1) O cartel controle a maior parte da oferta ou que a oferta competitiva (fora do cartel) seja pouco elástica.

(2) Os seus membros tenham acesso à mesma tecnologia.

(3) Todos os produtores de um setor façam parte do cartel.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Quanto maior a elasticidade preço da demanda, maior a variação da quantidade quando a firma pratica uma redução do preço. A dificuldade de estabelecimento de um cartel ocorre porque as firmas sempre têm incentivo a burlar o cartel, uma vez que se aumentarem a quantidade produzida o lucro aumenta. Nesse sentido, se a elasticidade-preço da demanda for muito elevada, a alteração no lucro decorrente de um aumento na quantidade será ainda maior.

(1) *Verdadeiro.*

Se a parcela da oferta controlada pelo cartel for pequena, as firmas têm maior incentivo a sair do cartel, pois, nesse caso, o preço fixado pelo cartel não pode ser muito

alto. O poder de monopólio do cartel é a condição mais importante para a estabilidade do cartel.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 593 a 597.

(2) *Falso.*

Não há necessidade de uniformidade da tecnologia para se estabelecer um cartel. Basicamente existem duas exigências para a estabilidade de um cartel:

1) Possibilidade de um acordo estável sobre preços e quantidade, o que é alcançado, em geral, se a ameaça de preços competitivos for grande e;
2) Poder de monopólio do cartel;

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 593 a 597.

(3) *Falso.*

É necessário que o cartel tenha poder de monopólio, mas não que todos os produtores façam parte do cartel.

ANPEC/1998

Questão 5

Dada a função de produção $Q = 10\ K^{0,5}\ L^{0,5}$ e o preço do capital (K) igual a R 4,00 e o preço do Trabalho (L) igual a R 4,00/hora, podemos concluir que a função custo-total, médio e marginal de longo prazo serão dadas por:

(0) CT = 12 q; C Médio = 12; C Mg = 12
(1) CT = 0,8q^2; C Médio = 0,8 q; CMg = 1,6q.
(2) CT = 0,8 q; C Médio = 0,8; CMg = 0,8
(3) CT = 10 q^2 ; C Médio = 10q; CMg = 20q.
(4) CT = 0,5 q; C Médio 0,5 q; CMg = 0,5.

Solução:

Uma primeira observação: Como a função apresenta retornos constantes de escala, os custos são constantes e, portanto, qualquer resposta na qual o custo marginal difere do custo médio está errada (eliminam-se as opções 1, 2 e 4).

Para encontrar a função-custo, devemos resolver o problema de minimização de custos da firma. Como a função é uma Cobb-Douglas, só admite solução interior:

$$\min_{K,L} 4K + 4L - \lambda(10K^{0,5}L^{0,5} - y)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = 4 - \lambda 0{,}5(10K^{-0,5}L^{0,5}) = 0 \Rightarrow 4 - \lambda 5K^{-0,5}L^{0,5} = 0 \Rightarrow \lambda 5K^{-0,5}L^{0,5} = 4$$

$$\lambda = \frac{4}{5K^{-0,5}L^{0,5}}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial L} = 4 - \lambda 0{,}5(10K^{0,5}L^{-0,5}) = 0 \Rightarrow 4 - \lambda 5K^{0,5}L^{-0,5} = 0 \Rightarrow \lambda 5K^{0,5}L^{-0,5} = 4$$

$$\lambda = \frac{4}{5K^{0,5}L^{-0,5}}$$

$$\frac{4}{5K^{-0,5}L^{0,5}} = \frac{4}{5K^{0,5}L^{-0,5}} \Rightarrow 20K^{0,5}L^{-0,5} = 20K^{-0,5}L^{0,5} \Rightarrow \frac{K^{0,5}}{K^{-0,5}} = \frac{20L^{0,5}}{20L^{-0,5}} \Rightarrow K = L$$

$$\Rightarrow 10K^{0,5}L^{0,5} = \bar{y}$$

$$10k = 10l = \bar{Y} \Rightarrow k = l = \frac{Y}{10}$$

$$CT = 4\frac{y}{10} + 4\frac{y}{10} = 8\frac{y}{10} = 0{,}8y$$

$$CMg = 0{,}8$$

$$CMe = 0{,}8$$

Resposta correta: item (2)

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 381 a 384.

Questão 6

Marque falso ou verdadeiro:

(0) O lucro de uma firma é máximo quando a receita marginal é igual ao custo marginal, seja em competição perfeita ou não.

(1) Uma firma pode continuar produzindo no curto prazo, mesmo que o preço do produto seja inferior ao seu custo médio total.

(2) A curva de oferta de uma determinada firma é o trecho da curva de custo marginal situado acima da curva de custo médio total.

(3) A oferta é perfeitamente elástica quando os custos marginais são constantes.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

A condição de equilíbrio da firma pede que, no ponto de lucro máximo, a receita marginal seja igual ao custo marginal. Esta condição é sempre válida, independentemente da estrutura de mercado. Esta é uma condição necessária, mas não suficiente para garantir que o lucro seja máximo, de modo que, sempre que o lucro for máximo, esta condição tem que estar sendo satisfeita.

Existem duas situações nas quais a igualdade entre receita e custo marginal se verifica e o lucro não é máximo:

- quando a firma decide não produzir, devido ao custo variável médio ser superior ao preço do produto.
- no curto prazo, quando a curva de receita marginal corta a curva de custo marginal em mais de um ponto.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 319 a 321.
- Varian, H. (2000), p. 444 e 504.

(1) *Verdadeiro.*

Se o preço for inferior ao custo médio total, a firma está tendo lucros negativos. Este resultado só ocorre na estrutura de concorrência perfeita. Neste caso, como se trata de equilíbrio de curto prazo, a firma não tem como deixar de pagar os custos fixos. A firma irá produzir sempre que o preço for superior ao custo variável médio, caso contrário não compensa para a firma produzir uma unidade adicional. Neste caso, a firma sai do mercado e fica com o lucro negativo equivalente ao valor do custo fixo. Em outras palavras, no curto prazo, a função-lucro da firma em concorrência perfeita é escrita da seguinte forma:

$$\pi(p) = \max\{\pi(p), -F\}$$

Se o preço for inferior ao custo médio total, mas ainda for superior ao custo variável médio, vale a pena para a firma produzir, pois o prejuízo que terá produzindo será menor que o prejuízo que terá se parar de produzir, em razão da magnitude do preço, que cobre os custos variáveis e parte dos custos fixos. Porém, se o preço for inferior ao custo médio variável, vale a pena parar de produzir, pois além dos custos fixos, o produtor terá que arcar com prejuízos no custo de produção.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 326 e 327.
- Varian, H. (2000), p. 407 e 408.

(2) *Falso.*

A condição de equilíbrio de concorrência perfeita postula que o custo marginal deve ser igual à receita marginal (preço). Porém, a firma só decide produzir se o preço for superior ao custo variável médio. Desse modo, no curto prazo, a curva de oferta da firma em concorrência perfeita coincide com a curva de custo marginal acima do ponto em que esta curva intercepta a curva e custo variável médio.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 408.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 329 e 330.

(3) *Verdadeiro.*

Quando a firma tem custos marginais constantes, é sempre possível para a firma aumentar sua produção indefinidamente para responder a qualquer variação na demanda.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 335.

Questão 7

Suponha, hipoteticamente, que a Função Custo Total dos produtores de soja da região do Cerrado baiano foi estimada e apresentou a seguinte representação:

$$CT = 4r + \frac{wq^2}{400}$$

Onde CT é o custo total, (r) representa a remuneração do capital, (w) representa a remuneração do trabalho e q representa o nível de produção. Suponha que a demanda de mercado da soja seja dada pela expressão

$$Qd = 10.000 - 5.000P$$

onde P representa o preço de mercado Suponha que existam 100 empresas no mercado de soja atuando competitivamente e que cada firma vende o seu produto ao mesmo nível de preços, e que o valor da remuneração do trabalho é igual a quatro (4) reais por jornada. Com base nessas informações, podemos concluir que o preço e a quantidade de equilíbrio de mercado serão, respectivamente, iguais a:

(0) 1; 5.000.
(1) 1; 4.500.
(2) 2; 5.000.
(3) 1,1; 5.000.
(4) 1,2; 4.500.

Solução:

A primeira observação importante diz respeito ao tipo de equilíbrio a ser encontrado. Como o número de empresas é fixo, trata-se de um equilíbrio de curto prazo, pois no longo prazo existe livre entrada e saída de firmas no mercado em concorrência perfeita. Esta observação é importante porque as condições de equilíbrio de curto e longo prazos da firma em concorrência perfeita são totalmente distintas. No curto prazo, a firma em concorrência perfeita pode auferir lucros positivos, negativos ou lucro zero, enquanto que, no longo prazo, somente a situação de lucro zero é possível de ser alcançada como equilíbrio, já que a entrada e saída de firmas é livre.

A condição de equilíbrio de curto prazo diz que:

$$P = CMg$$

$$CT = 4r + \frac{wq^2}{400} \Rightarrow CMg = \frac{\partial CT}{\partial q} = \frac{2wq}{400} = \frac{wq}{200} = P$$

Esta equação define a oferta da firma individual no curto prazo. Como o preço do trabalho é dado $w = 4$, podemos reescrever esta expressão da seguinte forma:

$$P = \frac{4q}{200} = \frac{q}{50}$$

Assim, a curva de oferta da firma é dada por: $q = 50P$

Como existem 100 firmas no mercado, a curva de oferta do mercado é dada por: $Q = 5.000P$

Em equilíbrio de mercado, a demanda deve se igualar à oferta:

$Q_s = Q_d \Rightarrow 5.000P = 10.000 - 5.000P$
$10.000P = 10.000$
$P = 1$
$Q = 5.000$
A resposta correta, portanto, corresponde ao item (0).



Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 323 e 324.

Questão 8

Em um determinado mercado, existem somente duas empresas produzindo cerveja em lata. A curva de demanda de mercado por cerveja em lata é dada por $P = 100 - 0,5X$, onde P representa o preço e X a produção global do mercado. Suponha que a função custo da empresa A é igual a $C_A = 5X_A$ e da empresa B igual a $C_B = 0,5\,X^2_B$.

Com base no modelo de Cournot, podemos afirmar que no equilíbrio:

(0) O empresário A vai produzir 80, e terá lucro de 3.000; o empresário B vai produzir 30 e terá um lucro de 8.00; o preço de mercado será igual a 45.

(1) O empresário A vai produzir 70 e terá lucro de 3.200; o empresário B vai produzir 40 e terá lucro de 9.00; e o preço de mercado será igual a 40.

(2) O empresário A vai produzir 60 e terá lucro de 3.100; o empresário B vai produzir 20 e terá lucro de 600; e o preço de mercado será igual a 50.

(3) O empresário A vai produzir 80 e terá lucro de 3.000; o empresário B vai produzir 30 e terá lucro de 900; e o preço de mercado será 55.

(4) O empresário A vai produzir 80 e terá lucro de 3.200; o empresário b vai produzir 30 e terá lucro de 900; o preço de mercado será igual a 45.

Solução:

O problema de cada firma é maximizar o lucro. Entretanto, cada firma estrategicamente tenta reagir ao preço que espera que a outra firma realize. A produção total X é dada pela soma das quantidades produzidas por cada firma individualmente. Assim, podemos escrever o problema das firmas da seguinte maneira:

Firma A: $\max_{X_a}(100 - 0,5(X_a + X_b)X_a - 5X_a$

$$100 - X_a - 0,5X_b = 5 \Rightarrow 95 - 0,5X_b = X_a f(X_b)$$

Firma B: $\max_{X_a}(100 - 0,5(X_a + X_b)X_b - 0,5X_b^2$

$$100 - X_b - 0,5X_a = 1X_b \Rightarrow 100 - 0,5X_a = 2X_b f(X_a)$$

Substituindo no problema de maximização da firma A a função de reação da firma B, obtemos:

$95 - 0,5X_b = x_a$

$100 - 0,5X_a = 2X_b$

$$X_b = \frac{100 - 0,5X_a}{2}$$

$$95 - 0{,}5\left(\frac{100 - 0{,}5X_a}{2}\right) = X_a$$

$X_a = 80$
$X_b = 30$
$P = 100 - 55 = 45$
$\pi_a = 45 * 80 - 400 = 3200$
$\pi_b = 45 * 30 - 450 = 900.$

Portanto, a resposta correta corresponde ao item (4).

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 512 a 517.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 566 a 569.

Questão 9

Com relação à situação de monopólio, é correto afirmar que:

(0) A fim de maximizar os lucros, uma firma monopolista escolhe a quantidade produzida de forma a igualar a receita marginal ao custo marginal.
(1) A relação entre o preço praticado pelo monopolista e o seu custo marginal depende da elasticidade da demanda.
(2) Um monopolista com múltiplas fábricas distribui a produção de forma que o custo variável médio seja o mesmo em cada fábrica.
(3) Um monopólio natural é caracterizado quando as economias de escala tornam excessivamente dispendioso que mais de uma firma abasteça o mercado.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Esta é a condição de equilíbrio de qualquer firma, porém, em estruturas de mercados diferentes, a receita marginal das firmas se comporta de maneira diferente. Em concorrência perfeita, a receita marginal é sempre constante, ou seja, é igual ao preço, que está determinado exogenamente à firma. No caso do monopólio, a receita marginal é variável, pois o monopolista tem poder suficiente para alterar os preços quando decide alterar a produção.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 444.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 427.

(1) *Verdadeiro.*

Pela condição de equilíbrio do monopolista, sabemos que: $p\left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right) = c$.

Assim, quanto mais elástico for o mercado, menor o preço que o monopolista vai fixar, pois a demanda tem grande capacidade de reação.

Sobre este tópico, ver.[18]

- Varian, H. (2000), p. 445 e 446.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 432.

(2) *Falso.*

A condição de equilíbrio do monopolista é que o custo marginal seja igual à receita marginal. Assim, se o monopolista tem múltiplas fábricas com custos crescentes em todas as plantas, a condição de equilíbrio do monopolista será a igualdade da receita marginal ao custo marginal em cada planta, ou seja, os CMgs são iguais entre as plantas.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 437 e 438.

(3) *Verdadeiro.*

O monopólio natural ocorre em situações de custos decrescentes de escala. Desse modo, o custo médio é decrescente e não é lucrativo dividir a produção em mais de uma planta.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 454 e 455.
- Varian, H. (2000), p. 455 a 457.

Questão 11

Uma importante fábrica de latas de cerveja de alumínio produz uma determinada quantidade do produto que pode ser definida por:

$$Q = 10.000L^{1/2},$$

onde L representa a quantidade de horas de trabalho. Suponha que a empresa opera em um ambiente competitivo e o preço unitário de cada lata é de R$ 0,01. Na hipótese do salário dos trabalhadores ser igual a R$ 2,00/hora, pode-se concluir que a empresa contratará um número de trabalhadores da ordem de:

(0) 650
(1) 660
(2) 652
(3) 625
(4) 620

Solução:

Este é um equilíbrio de curto prazo de uma firma em concorrência perfeita. Esta firma maximiza os lucros fazendo receita marginal igual a preço e igual ao custo marginal. Podemos escrever o problema da firma da seguinte forma:

$$Max\ 0{,}01xq - 2L \qquad \text{sujeito a } q = 10000L^{1/2}$$

[18] O problema de maximização do monopolista está completamente resolvido no item (0) da questão 7/1992, p. 132.

Assim, temos:

$$L = \left(\frac{q}{10000}\right)^2$$

$$\max 0{,}01.q - 2\left(\frac{q}{10000}\right)^2 \quad :$$

$$0{,}01 = \frac{4q}{10000} \Rightarrow q = 250.000$$

L = 625 ⇒ resposta: item 3.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 354 e 355.

ANPEC/1999

Questão 5

Considere uma firma que dispõe de tecnologia representada pela função de produção

$$f(K,L) = min\ \{3K,\ 2L\}.$$

A firma tem como objetivo maximizar a quantidade produzida, sujeita a restrição de custo. Nesta situação:

(0) A firma utiliza somente L, independentemente dos preços dos insumos.

(1) A firma utiliza os insumos tal que $K = L$, independentemente dos preços dos insumos.

(2) A firma utiliza os insumos tal que $K = ({}^2/_3)\ L$, independentemente dos preços dos insumos.

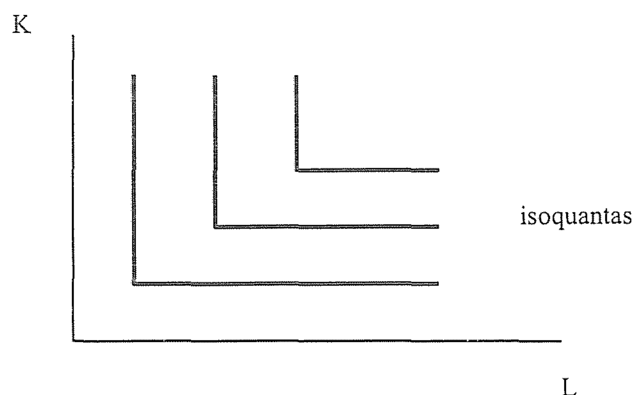
(3) A decisão da firma a respeito da proporção entre K e L depende dos preços destes insumos.

Solução:

(0) *Falso.*

Esta tecnologia corresponde à tecnologia Leontief, na qual os insumos são utilizados em proporções fixas. Desse modo, o produtor utiliza os insumos na proporção:

$$3K = 2L \Rightarrow k = \frac{2}{3}l$$



Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 64.

(1) *Falso.*

Esta não é a proporção definida na tecnologia. Ela define que os insumos L e K sejam utilizados na proporção de $k = \frac{2}{3}l$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 106 e 114.

(2) *Verdadeiro.*

A explicação para esta resposta é uma combinação entre (1) e (3).

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 106 e 114.

(3) *Falso.*

A tecnologia Leontief só admite uma combinação eficiente dos insumos. Deste modo, mesmo que os preços variem, a proporção de insumos utilizada na produção não se altera.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 106 e 114.

Questão 6

Com relação à Teoria da Produção, é correto afirmar que:

(0) Uma isoquanta é uma curva que representa todas as possíveis combinações de insumos que resultam no mesmo custo de produção.

(1) Considere a produção com um fator variável apenas. Neste caso, quando o produto marginal é igual a zero, o nível de produção é máximo.

(2) Novamente, considere a produção com um fator variável apenas. Neste caso, quando o produto marginal é igual ao produto médio, o produto marginal é máximo.

(3) O caminho de expansão apresenta as combinações dos insumos que minimizam os custos para cada nível de produção da firma.

Solução:

(0) *Falso.*

Uma isoquanta representa todas as possíveis combinações de insumos que resultam em um mesmo nível de produção.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 339.

(1) *Verdadeiro.*

Se a função de produção possui um único insumo variável, podemos supor que os retornos desse insumo são decrescentes, a função de produção será côncava e, portanto, o ponto de produto máximo será dado quando o produto marginal for igual a zero. Entretanto, esse ponto não consiste no nível de produção que maximiza o lucro.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 225 e 226.

(2) *Falso.*

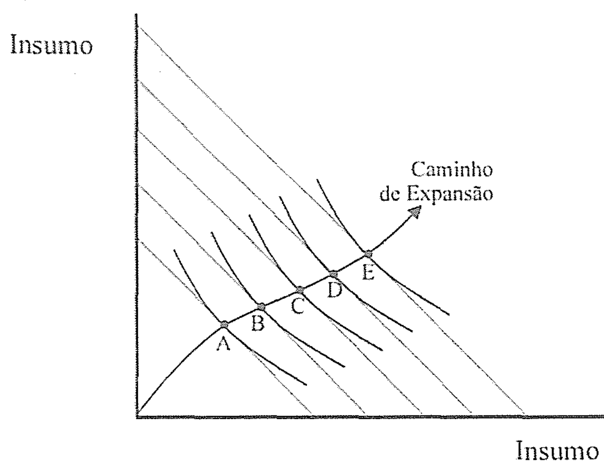
Considere um contra-exemplo. Considere o caso de uma função de produção linear $Y = x$. Nesse caso, os retornos são constantes e, portanto, não existe nível de produto máximo e nem nível de produto marginal máximo. O produto marginal é sempre constante. Além disso, o produto marginal é sempre igual ao produto médio.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. et al. (1994), p. 225.

(3) *Verdadeiro.*

O caminho de expansão de uma firma ilustra as combinações de insumos que minimizam o custo para cada nível de produção, ou seja, é a curva que passa pelos pontos de tangência entre a isocusto e a isoquanta.



Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 277 e 278.
- Varian, H. (2000), p. 104 e 105.

Questão 7

Com relação às funções de produção, podemos afirmar que:

(0) A função de produção $F(K,L) = (K.L)^{1/2}$ apresenta rendimentos decrescentes de escala.

(1) A elasticidade de substituição da função de produção $F(K,L)=(a_1K^b + a_2 L^b)^{1/b}$ é variável.

(2) As isoquantas da função de produção $F(K,L) = K^{0.5} L^{0.5}$ são linhas retas.

(3) Rendimentos decrescentes para um único fator de produção e rendimentos constantes de escala não são inconsistentes.

(4) A função de produção $F(K,L) = 3K + 4L$ apresenta rendimentos constantes de escala.

(5) Existe uma relação direta entre rendimentos crescentes de escala e as economias de escopo.

Solução:

(0) *Falso.*

Esta função de produção é do tipo Cobb-Douglas e apresenta retornos constantes de escala. Uma função admite retornos constantes de escala se:

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L)$$

$$F(K, L) = (K.L)^{1/2} \qquad (1)$$

$$F(K, L) = K^{1/2} L^{1/2} \qquad (2)$$

$$F(\lambda K, \lambda L) = (\lambda K)^{1/2} (\lambda L)^{1/2} = \lambda F(K, L) \qquad (3)$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 340 e 341; 347.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 249 e 250.
- Simon & Blume, (1994), p. 483 a 486.

(1) *Falso.*

Esta função de produção corresponde à função CES (*constant elasticity of substitution*), a qual pertence à classe de funções que apresentam elasticidade de substituição constante.

$$F(K,L) = (a_1K^b + a_2L^b)^{1/b}$$

$$TMS = \frac{a_1}{a_2}\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{b-1}$$

$$\sigma = \frac{\partial \ln \frac{x_2}{x_1}}{\partial \ln TMS}$$

$$\ln TMS = (b-1)\ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right)$$

$$\frac{\partial \ln x_2 / x_1}{\partial \ln TMS} = (b-1)$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (1992), p. 19 e 20.

(2) *Falso.*

Esta função de produção é do tipo Cobb-Douglas e admite isoquantas com a mesma forma das curvas de indiferença Cobb-Douglas, conforme gráfico abaixo.



Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 340 a 342.

(3) *Verdadeiro.*

A expressão rendimentos decrescentes usualmente se refere a rendimentos marginais decrescentes, estando mais associada à variação de um único fator. A expressão rendimentos de escala usualmente se refere ao comportamento da função de produção, quando todos os insumos se alteram. O caso Cobb-Douglas pode ser um exemplo de funções que representam este comportamento.

Suponha a seguinte função:

$$F(K,L) = K^{1/2}L^{1/2}$$

$$\frac{\partial F(K,L)}{\partial K} = \frac{1}{2}K^{-1/2}L^{1/2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 F(K,L)}{\partial K^2} = -\frac{1}{4}K^{-3/2}L^{1/2} < 0 \quad (2)$$

$$F(\lambda K,\lambda L) = (\lambda K)^{1/2}(\lambda L)^{1/2} = \lambda F(K,L) \quad (3)$$

A equação 1 descreve o produto marginal do capital. A equação 2 descreve o comportamento do produto marginal do capital. A equação 3 descreve o comportamento da função de produção quando ambos os insumos se alteram. Como a expressão descrita pela equação 2 é sempre negativa, o produto marginal do capital será sempre decrescente. A equação 3 mostra que a função admite retornos constantes de escala.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 344, 347.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 223 e 224; 243.

(4) *Verdadeiro.*

Esta função é do tipo substitutos perfeitos.

$$F(\lambda K,\lambda L) = 3\lambda K + 4\lambda L = \lambda F(K,L) = \lambda(3K + 4L)$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 340;347.

(5) *Falso.*

Economias de escopo diz respeito ao comportamento da função de produção multiprodutora, ou seja, firmas que produzem mais de um produto. Economia de escala diz respeito ao comportamento da função de produção quando se alteram as quantidades utilizadas de todos os fatores.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 287.

Questão 8

Em relação à tecnologia das firmas, podemos dizer que:

(0) Uma firma produzindo um produto a partir da utilização de vários insumos, então a propriedade de livre descarte *(free diposal)* implica que a produtividade marginal de um insumo pode ser negativa.
(1) Uma empresa que esteja enfrentando rendimentos decrescentes não pode estar enfrentando simultaneamente economias de escala.
(2) No caso de uma firma produzindo apenas um produto a partir da utilização de muitos insumos, então a propriedade de convexidade implica em produto marginal de um insumo ser não crescente.
(3) Se um conjunto de produção é convexo, então a tecnologia não pode apresentar rendimentos crescentes de escala.
(4) Uma tecnologia que apresente a propriedade de rendimentos constantes de escala não pode simultaneamente apresentar produto marginal decrescente para cada fator.

Solução:

(0) *Falso.*

A propriedade de livre descarte diz que a quantidade de um dos insumos pode ser aumentada sem alterar o produto. Neste caso, o produto marginal seria igual a zero. Se algum insumo apresentar produtividade marginal negativa, ao aumentarmos a quantidade utilizada deste insumo, o produto total final irá se reduzir.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 341.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 131.

(1) *Falso.*

Ver justificativa do item (5) da questão 7/1999, p. 213.

(2) *Verdadeiro.*

Defina, x e x' como dois vetores de produção do espaço de produção y.

Diz-se que o espaço de produção é convexo quando:

$x \in y$

$x' \in y$

$ax + (1-a)x' \in y, a \in [0,1]$

Ou seja, a combinação convexa desses vetores de produção também pertence ao espaço de produção. Isso significa que se particionarmos a produção em dois planos de produção, é possível continuar produzindo pelo menos a mesma quantidade. Desse modo, a hipótese de convexidade equivale à hipótese de retornos marginais não crescentes.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (1992), p. 8 e 9.

(3) *Verdadeiro.*

Justificativa item (2).

(4) Falso.

Vide justificativa em 7/1999 item (0), p. 213.

Questão 10

Considere o seguinte modelo de duopólio de Cournot. Existem duas firmas produzindo um produto homogêneo, com funções de custo respectivamente
$c_1(q_1) = 5\ q_1^2$ e $c_2(q_2) = 2\ q_2^2$.
A curva de demanda é dada por $P = 200 - 4\ Q$, onde $Q = q_1 + q_2$.
Assim:

(0) A função de reação da firma 1 é $q_1 = (200 - 4\ q_2) / 14$.
(1) No equilíbrio de Nash, a firma 2 produz 14 unidades.
(2) No equilíbrio de Nash, a firma 1 tem lucro superior a \$500.
(3) Se o problema fosse elaborado conforme o modelo de Stackelberg, sendo a firma 2 líder e a firma 1 seguidora, os lucros das duas firmas seriam menores.

Solução:

(0) *Falso.*

Problema da firma 1:

$$\pi_1 = RT_1 - CT_1$$

$$\pi_1 = [200 - 4(q_1 + q_2)q_1] - 5q_1^2$$

$$\max \pi_1 = [200 - 4(q_1 + q_2)]q_1 - 5q_1^2$$

Condição de primeira ordem:

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_1} = 200 - 8q_1 - 4q_2 - 10q_1 = 0$$

Função de reação da firma 1 é: $q_1 = \dfrac{200 - 4q_2}{18}$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 513 a 516.



(1) *Verdadeiro.*

Problema da firma 2:

$$\pi_2 = RT_2 - CT_2$$
$$\pi_2 = [200 - 4(q_1 + q_2)q_2] - 2q_2^2$$
$$\max \pi_2 = [200 - 4(q_1 + q_2)]q_2 - 2q_2^2$$

Condição de primeira ordem:

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = 200 - 4q_1 - 12q_2 = 0$$

Função de reação da firma 2 é: $q_2 = \dfrac{200 - 4q_1}{12}$

Substituindo uma função na outra.

$$q_1 = \frac{200 - 4q_2}{18} = f(q_2)$$

Substituindo q_2:

$$200 - 4\frac{200 - 4q_1}{12} = 18q_1$$

$$q_1 = 8$$

$$q_2 = \frac{200 - 4q_1}{12}$$

$$q_2 = 14$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 513 a 516.

(2) *Verdadeiro.*

Lucro da firma 1:

$$p = 200 - 4(8 + 14)$$

$$p = 112$$

$$\pi_1 = 112(8) - 5(64)$$

$$\pi_1 = 576$$

Lucro da firma 2:

$$\pi_2 = 112(14) - 5(14)^2$$

$$\pi_2 = 588$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 513 a 516.

(3) *Falso.*

O lucro da líder aumenta, e o lucro da seguidora diminui.

Firma 2 – líder.

Firma 1 – seguidora.

$$\max_{q_2} 200q_2 - 4(q_1 + q_2)q_2 - 2q_2^2$$

$$200q_2 - 4\left[\frac{200-4q_2}{18} + q_2\right]q_2 - 2q_2^2 = 0$$
$$q_2 = 24{,}56$$
$$q_1 = \frac{200-4q_2}{18}$$
$$q_1 = 5{,}65$$

Determinando o preço:
$$p = 200 - 4(q_1 + q_2)$$
$$p = 200 - 4(24{,}56 + 5{,}65)$$
$$p = 79{,}15$$

Lucro da seguidora:
$$\pi_1 = (79{,}15)(5{,}65) - 5(5{,}65)^2$$
$$\pi_1 = 290{,}12$$

Lucro da líder:
$$\pi_2 = (79{,}15)(24{,}56) - 2(24{,}56)^2$$
$$\pi_2 = 1340{,}73$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 504 a 509.

Questão 13

Considere agora a possibilidade de discriminação de preços:

(0) A discriminação de preços de primeiro grau é a prática de preços diferenciados para cada consumidor, cobrando o valor máximo que cada indivíduo estaria disposto a pagar para consumir o bem.
(1) Descontos para estudantes nos cinemas é um exemplo típico de discriminação de preços de segundo grau.
(2) A discriminação de preços de segundo grau é a prática de preços diferenciados de acordo com a quantidade consumida.
(3) A discriminação de preços de segundo grau permite aumentar o nível de bem-estar dos consumidores ao mesmo tempo que aumenta o lucro da empresa.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Este é exatamente o caso de discriminação de primeiro grau, no qual o monopolista cobra de cada consumidor o valor de seu excedente.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 465 e 466.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 485.

(1) *Falso.*

A discriminação de preços de segundo grau diz respeito a situações em que o monopolista discrimina os preços, ofertando pacotes de preço e quantidade/qualidade para grupos de consumidores com preferências distintas. A discriminação de preços de terceiro grau diz respeito a situações em que o mesmo produto é vendido para grupos de consumidores diferentes a preços diferentes. Para que o monopolista possa discriminar preços em terceiro grau, é necessário que não seja possível a atividade de revenda. Descontos para estudantes é um exemplo de discriminação de preços de terceiro grau.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 471 e 472.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 491.

(2) *Verdadeiro.*

Na discriminação de preços de segundo grau, grandes quantidades são adquiridas a preços unitários mais baixos do que pequenas quantidades. Em geral o monopolista discrimina pacotes de preço/quantidade, nos quais nos pacotes com maior quantidade o preço unitário é menor.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 467 e 468.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 489 e 490.

(3) *Verdadeiro.*

A discriminação de preços de segundo grau está também relacionada à presença de informação assimétrica no mercado. Nesses casos, o monopolista não consegue distinguir os tipos de consumidores, ainda que os mesmos possuam toda a informação sobre o seu próprio tipo. Desse modo, se o monopolista ofertar o produto a um preço médio, a quantidade vendida será inferior àquela quantidade se ele pudesse ofertar para cada consumidor o tipo de produto que lhe agrada. Para reduzir a perda de eficiência ocasionada pela informação assimétrica, o monopolista pode oferecer alguns pacotes preço/quantidade, de modo que os consumidores se revelem ao comprar o produto. A discriminação de preços irá permitir que o monopolista consiga vender para um grupo maior de consumidores em comparação à situação de não discriminação.

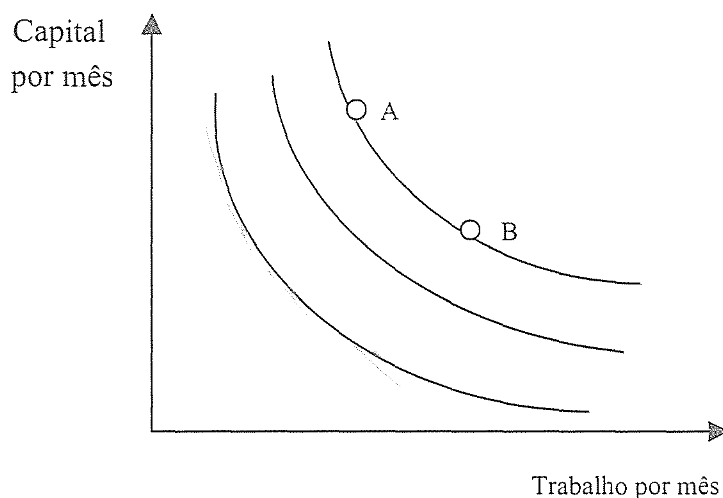
Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 467 a 469.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 489 e 490.

ANPEC /2000

Questão 4

O seguinte mapa de isoquantas descreve a função de produção de uma dada empresa.



É correto dizer que:

(0) As isoquantas apresentadas têm inclinação negativa porque tanto o capital quanto o trabalho apresentam produtos marginais positivos.

(1) À medida que percorremos uma dada isoquanta, substituindo capital por trabalho no processo produtivo, o produto marginal do trabalho aumenta e o produto marginal do capital diminui.

(2) O processo de produção A é mais intensivo em trabalho do que o processo de produção B.

(3) Nas isoquantas apresentadas, a elasticidade de substituição entre capital e trabalho é negativa.

(4) A tecnologia de produção da empresa obedece à propriedade de livre descarte.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

As isoquantas de produção mostram as várias combinações de insumos necessários para se obter um determinado volume de produção. A inclinação da isoquanta mede a Taxa Marginal de Substituição Técnica, ou seja, a capacidade de a empresa efetuar a substituição de capital por mão-de-obra. Dessa forma, a inclinação negativa indica que é necessário diminuir a quantidade de um insumo para se aumentar a quantidade do outro. A hipótese da eficiência Técnica não admite a possibilidade de produtos marginais negativos. Embora possa ocorrer produto marginal decrescente, isso não significa que ele seja negativo. A substituição entre os insumos vai produzir sempre quantidades positivas do produto, mesmo que essas quantidades sejam decrescentes. Não há possibilidade de produção negativa.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 222 e 223; 236.

(1) *Falso.*

Ao longo de uma isoquanta, o produto total está constante. Assim, quando alternamos os insumos, aquele insumo que teve a quantidade aumentada reduz o

produto marginal e o insumo que diminuiu a quantidade deve aumentar o produto marginal de modo que o produto total fique constante, como mostrado abaixo:

$$Y = F(K, L)$$

$$\overline{dY} = \frac{\partial F}{\partial K}.dK + \frac{\partial K}{\partial L}.dL$$

$$dY = 0 \Rightarrow \frac{\partial F}{\partial K}dK = \frac{\partial F}{\partial L}.dL$$

Dado que dL aumentou e dK diminuiu, para que a expressão abaixo fique constante, a produtividade marginal do capital tem que aumentar, e do trabalho tem que diminuir:

$$\frac{\partial F}{\partial K}dK = -\frac{\partial F}{\partial L}dL$$

A isoquanta representada no gráfico refere-se à tecnologia Cobb-Douglas. O resultado proposto independe do tipo de retorno, conforme ilustrado no exemplo:

$$Y = K^{\alpha} L^{\beta}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha K^{\alpha-1} L^{\beta}$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial K^2} = \alpha(\alpha - 1)K^{\alpha-2}L^{\beta}$$ (negativo) $\Rightarrow$ produto marginal é decrescente

$\frac{\partial Y}{\partial K} = \beta K^{\alpha} L^{\beta-1}$. Se $\alpha > 1$, $\frac{\partial^2 Y}{\partial K^2} > 0$ $\Rightarrow$ produto marginal é crescente

	a	*b*	*c*	*d*
K	1	0,5	1	0,5
L	1	1,5	1	1,5
Alfa	0,5	0,5	2	2
Beta	0,5	0,5	2	2

	PMgK	*PMgL*
a	0,5	0,5
b	0,866025	0,288675
c	2	2
d	2,25	0,75

a) $Y = K^{0,5}L^{0,5}$. Neste caso, o retorno é decrescente nos insumos, mas constante no produto, pois 0,5 + 0,5 = 1.

b) $Y = 0,5K^{0,5}1,5L^{0,5}$. Houve um deslocamento ao longo da isoquanta, pois K e L variaram, mas α e β permaneceram os mesmos.

c) $Y = K^2L^2$. Neste exemplo, houve um deslocamento para outra isoquanta, pois variou-se a proporção de α e β. Neste caso, os retornos são crescentes tanto nos insumos quanto no produto.

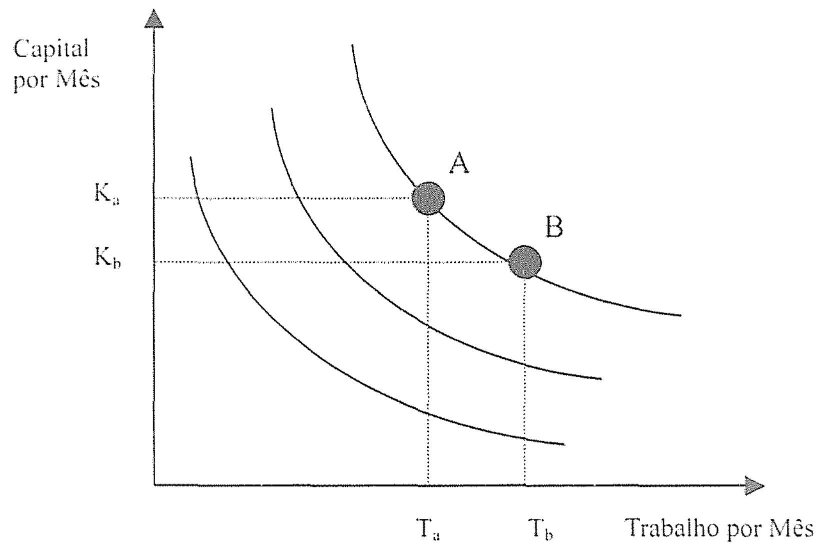
d) $Y = 0,5K^2 1,5L^2$. Ocorreu uma mudança ao longo da isoquanta, em relação à (c).

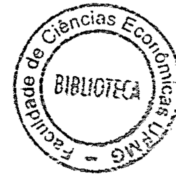
Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 226.

(2) *Falso.*

Analisando-se o gráfico, percebe-se que o processo de produção B é o mais intensivo em trabalho, e o processo A é mais intensivo em capital.





Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 236.

(3) *Falso.*

A elasticidade de substituição mede a curvatura de uma isoquanta. Ela pode ser expressa como:

$$\sigma = \frac{\dfrac{\Delta(x_2/x_1)}{x_2/x_1}}{\dfrac{\Delta TMS}{TMS}}$$

$$\sigma = \frac{TMS}{(x_2/x_1)}.\frac{\partial(x_2/x_1)}{\partial TMS}$$

No caso de uma função de produção Cobb-Douglas:

$$TMS = -\frac{a}{1-a}.\frac{x_2}{x_1}$$

$$\frac{x_2}{x_1} = -\frac{a}{1-a}.TMS$$

$$\ln.\frac{x_2}{x_1} = \ln\frac{a}{1-a} + \ln|TMS|$$
$$\sigma = \frac{\partial \ln(x_2/x_1)}{\partial \ln|TMS|} = 1$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (1992), p. 13 e 14.

(4) *Verdadeiro.*

A propriedade de livre descarte diz que se a quantidade de insumos for aumentada, é possível produzir pelo menos a mesma quantidade que se tinha anteriormente. Isto é, a absorção de qualquer quantidade de insumo sem nenhuma redução do produto é sempre possível. Se não há custo para a empresa obter mais insumos, então ter insumos excedentes não faz mal algum. Portanto, se a empresa lograr mais capital ou mais trabalho, ela conseguirá produzir pelo menos a mesma quantidade do produto que produzia antes.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 341.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 131.

Questão 5

Uma firma competitiva produz um bem a partir da utilização de um único insumo. A tecnologia da firma apresenta retornos decrescentes de escala em todos os níveis de produção. É correto afirmar que:

(0) A curva de custo total da firma é uma linha reta com inclinação ascendente.

(1) Para todos os níveis de produção positivos, o custo marginal é superior ao custo médio.

(2) Caso a firma fosse dividida em duas outras firmas menores de igual tamanho, os lucros totais aumentariam.

(3) A função de oferta de longo prazo é uma linha reta que passa pela origem.

(4) Os custos médios de longo prazo crescem à medida que a produção aumenta.

Solução:

(0) *Falso.*

A curva de custo total só será uma linha reta com inclinação ascendente quando os custos marginais forem constantes.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 262; 267 e 268.

(1) *Verdadeiro.*

Como a firma apresenta retornos descrescentes de escala, isso significa que os custos médios são crescentes. Ou seja, cada unidade adicional custa mais caro para o produtor. Quando o custo médio é crescente o custo marginal é ainda maior que o custo médio, caso contrário esse seria decrescente.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 388.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 267.

(2) *Verdadeiro.*

No caso de retornos decrescentes, o produto cresce a taxas decrescentes, de modo que o produto marginal é decrescente. Assim, para níveis de produção menores, o produto marginal é maior. Logo, duas plantas com tamanho menor, utilizando metade da quantidade dos insumos, é mais eficiente do que uma planta maior que utiliza toda a quantidade do insumo.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 243 a 245.

(3) *Falso.*

A curva de oferta da firma em concorrência perfeita corresponde à curva de custo marginal acima do ponto em que esta corta o custo médio. Como os custos são crescentes $\Rightarrow$ o custo marginal é sempre superior ao custo médio. Assim, a curva de oferta coincide com a curva de custo marginal. A curva de custo marginal só seria uma reta se os retornos de escala fossem constantes.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 407 e 408.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 329 e 330.

(4) *Verdadeiro.*

O CMe aumenta devido ao crescimento do CMg, sendo que quanto maior o produto, maior o CMe.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 280.

Questão 6

Com relação à teoria dos custos, é correto afirmar que:

(0) Especificada a função de produção e conhecidos os preços dos insumos (constantes por hipótese), a função de custo de longo prazo pode ser determinada através de um processo de otimização, cujo parâmetro é o nível de produção.

(1) Se a função de produção é homogênea linear, a função de custo é homogênea de grau um.

(2) Uma firma que experimenta grande variabilidade intertemporal no preço de um insumo básico, sempre prefere uma política de estabilização do governo que controle esse preço em seu nível médio, a ter que enfrentar a instabilidade desse preço.

(3) Se x é o único insumo variável no curto prazo e o seu preço, w, é constante, então a curva de custo variável médio é w vezes a recíproca da curva de produtividade média de x.

(4) O custo marginal de curto prazo é maior que o custo marginal de longo prazo, porque este último não inclui o custo do insumo fixo.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

A função-custo é a função-valor associada ao problema de minimização de custos descrito abaixo:

Supondo o espaço de produção $X = R^L$

$\min wx$ (notação matricial) s.a. $F(x) = \overline{Y}$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (1992), p. 48.

(1) *Verdadeiro.*

Se a função de produção é homogênea linear $\Rightarrow$ a função admite retornos constantes de escala.[19] Neste caso, propondo uma função de dois insumos:

$$Y = F(X_1, X_2)$$
$$Y = F(\alpha X_1, \alpha X_2) = \alpha F(X_1, X_2)$$

No caso da função de produção homogênea do grau 1, ao apresentarmos a quantidade dos insumos em determinada proporção, o nível de produto aumenta na mesma proporção. O comportamento dos custos totais está totalmente associado ao comportamento da função de produção. Sobre a função de produção com retornos constantes, para aumentar o nível de produção em uma determinada proporção, a quantidade de insumos deve aumentar exatamente na mesma proporção, de modo que a função-custo é homogênea do grau 1.

$$C(w_1, w_2, q)$$
$$C(w_1, w_2, q) = \alpha C(w_1, w_2, q)$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 347.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 132 e 133 ; 928.

[19] A função homogênea linear é igual à função homogênea de grau 1.

(2) *Falso.*

Suponha dois vetores de preços dos insumos, w e w'. Como a função-custo é côncava nos preços dos insumos, o custo associado à combinação convexa desses preços é maior do que a soma dos custos associados a cada um dos vetores de preços separadamente. Ou seja, dados w e w', construa a combinação convexa do preço dos insumos como

$tw + (1 - t)w', \forall t \in [0,1]$.

A convexidade da função-custo determina que:

$$C(tw + (1 - t)w', y) \geq tC(w,y) + (1 - t)C(w', y)$$

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 133 e 134.

(3) *Verdadeiro.*

Para visualizar este resultado, faça $y = F(x)$, onde x é a quantidade do insumo variável, e y é o nível de produto associado. O custo variável de produção equivale ao produto do número de unidades do insumo variável a ser utilizada pelo preço do insumo.

$C(w, y) = w.x$ mas $x = F^{1}(y)$
$C(w, y) = w. F^{1}(y)$

O custo variável médio é igual a:

$CVM = \frac{w.F^{-1}(y)}{y}$, que é exatamente w vezes a recíproca da curva de produtividade média de x.

(4) *Falso.*

O custo marginal de longo prazo em qualquer nível de produção y deve ser igual ao custo marginal de curto prazo associado ao nível ótimo do tamanho da fábrica, ou seja, a curva de custo marginal consiste em segmentos das curvas de custo marginal de curto prazo associadas a cada nível diferente de fator fixo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 397.

Questão 7

Se as funções de demanda e oferta de um bem forem especificadas, respectivamente, por $x_d = 14-2p$ e $x_s = -1+8p$, em que x_d e x_s são, respectivamente, as quantidades demandada e ofertada desse bem, e p o seu preço, então é correto afirmar que:

(0) A receita média de equilíbrio nesse mercado será igual a 1,5.

(1) Um aumento de 20% na demanda, acompanhado de um aumento de 20% na oferta, para qualquer que seja o preço, não alterará o preço de equilíbrio, mas aumentará a quantidade de equilíbrio em 20%.

(2) Um imposto de 0,5 por unidade produzida e vendida aumentará o preço pago pelos consumidores em 0,5, mas não alterará o preço recebido pelos produtores.

(3) Um subsídio de 0,5 por unidade produzida e vendida reduzirá o preço pago pelos consumidores para 1,1 e aumentará o preço recebido pelos produtores para 1,6.

(4) A garantia de um preço mínimo igual a 2 gerará um excedente de demanda nesse mercado de 5.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Igualando oferta e demanda, fazemos:

$x_s = x_p$, $14 - 2p = -1 + 8p$

$15 = 10p$

$p = 1,5$

$$RMe = \frac{RT}{x} = \frac{px}{x} = p$$

$RMe = p = 1,5$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 309.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 34; 425 e 426.

(1) *Verdadeiro.*

$x_d = (1,2)(14 - 2p)$

$x_s = (1,2)(-1 + 8p)$

$(1,2)(14 - 2p) = (1,2)(-1 + 8p)$

$p = 1,5$

$x_d = x_s = 13,2$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 312.

(2) *Falso.*

<u>Em concorrência perfeita:</u>

Devido ao imposto, o preço recebido pelo ofertante será diferente do preço pago pelo demandante.

$p_d = 0,5 + p_s$

$X_d = 14 - 2p_d$

$X_s = -1 + 8p_s$

Substituindo:

$X_d = 14 - 2(0,5 + p_s)$

$X_d = X_s$

$14 - 2(0,5 + p_s) = -1 + 8p_s$

$p_s = 1,4$

$p_d = 1,9$

Em monopólio:

O custo marginal da firma é acrescido do imposto.
Condição de equilíbrio: $RMg = CMg$ + imposto.
Desse modo, o imposto é repassado integralmente para os consumidores.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 404 e 405; 435 e 436.

(3) *Verdadeiro.*

$p_d + 0,5 = p_s$

$X_d = X_s$

$14 - 2p_d = 3 + 8p_d$

$p_d = 1,1$

$p_s = 1,6$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 315 e 316.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 404 a 406.

(4) *Falso.*

O preço mínimo será fixado em 2.
O preço de equilíbrio é igual a 1,5.

$X_d = 14 - 2p = 14 - 4 = 10$

$X_s = -1 + 8p = -1 + 16 = 15$

Excesso de oferta = 15 – 10 = 5

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 382 a 384.

Questão 8

Uma indústria monopolista tem o seu mercado doméstico protegido da concorrência das importações. A curva de demanda doméstica pelo seu produto é: $P_d = 12 - Q_d/10$. A firma também exporta para o mercado internacional, em que o preço

é $P_e = 9$, independentemente da quantidade exportada Q_e. O custo marginal da firma é : CMg = 5 + Q/10, em que $Q = Q_d + Q_e$. Calcule a quantidade exportada, Q_e, pela indústria.

Solução:

Uma solução possível consiste em montar o problema de maximização da firma monopolista tendo como variáveis de escolha quantidade exportada (*Qe*), e a quantidade produzida para o mercado interno (*Qd*).

$$RT = PdQd + PeQe$$

$$RT = \left(12 - \frac{Qd}{10}\right)Qd + 9Qe$$

$CMg = 5 + \frac{Q}{10}$, então: $CT = 5Q + \frac{Q^2}{20}$

Como $Q = Qd + Qe$, então $CT = 5(Qd + Qe) + \frac{(Qd+Qe)^2}{20}$

$$\pi = RT - CT$$

$$max\ \pi = \left(12 - \frac{Qd}{10}\right)Qd + 9Qe - 5(Qd + Qe) - \frac{(Qd+Qe)^2}{20}$$

CPO:

$\frac{\partial \pi}{\partial Qd} = 12 - \frac{2Qd}{10} - 5 - \frac{Qd}{10} - \frac{Qe}{10} = 0$, logo $Qd = \frac{70 - Qe}{3}$

$\frac{\partial \pi}{\partial Qe} = 9 - 5 - \frac{Qd}{10} - \frac{Qe}{10} = 0$, logo $Qd = 40 - Qe$

Igualando: $\frac{70 - Qe}{3} = 40 - Qe$

$Qe = 25$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 367 e 368.

ANPEC/2001

Questão 3

Em relação à teoria da produção, pode-se afirmar que:

(0) Se uma firma utiliza apenas dois fatores, que são substitutos perfeitos, pode-se concluir que a função de produção dessa firma apresenta retornos constantes de escala.

(1) A hipótese de livre disponibilidade de fatores implica que, para qualquer fator produtivo, a produtividade marginal é não-negativa.

(2) Para uma firma, cuja função de produção é $F(K,L) = K^{1/2} + L^2$, os retornos de escala são diferentes, dependendo da proporção em que os fatores K e L são utilizados.

(3) Na função de produção $F(K,L) = [K^a + L^a]^b$, em que a e b são constantes positivas, a Taxa Marginal de Substituição Técnica entre K e L é decrescente para qualquer valor de b, se o parâmetro a for inferior à unidade.

(4) Para a firma que trabalha com uma tecnologia do tipo $F(K,L) = K + \min\{K,L\}$, as isoquantas são formadas por segmentos que formam um ângulo reto.

Solução:

(0) *Falso.*

Vejamos através de dois contra-exemplos: as funções de produção $F(K,L) = \max\{K^{1/2}, L^{1/2}\}$ ou $F(K,L) = K^{1/2} + L^{1/2}$ têm os fatores de produção K e L como substitutos perfeitos. No entanto, elas são exemplos de funções de produção com retornos decrescentes de escala.

(1) *Verdadeiro.*

A produtividade marginal negativa de um fator significa que o emprego de uma unidade a mais desse fator de produção, mantendo-se constantes as quantidades dos demais insumos, provoca um decréscimo no produto total. A hipótese de livre disponibilidade significa que pode-se excluir do processo de produção esta quantidade de fator acima do ponto em que a sua produtividade marginal é negativa. Ou seja, a livre disponibilidade de fatores implica utilizar fatores apenas se a produtividade marginal é estritamente positiva ou igual a zero.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 131.

(2) *Verdadeiro.*

A função de produção $F(K,L) = K^{1/2} + L^2$ não é homogênea, pois ela é uma soma de monômios de graus diferentes: $K^{1/2}$ é um monômio de grau ½; L^2 é um monômio de grau 2. Se uma função é dada pela soma de monômios de mesmo grau, temos uma função homogênea e, neste caso, os retornos de escala não dependeriam da proporção em que os fatores K e L são utilizados.

Para a função $F(K,L) = K^{1/2} + L^2$, se dobrarmos a quantidade dos insumos, temos $F(2K, 2L) = \sqrt{2}K^{1/2} + 4L^2$. Se 2F(K, L) é maior, igual ou menor que F(2K, 2L), depende da proporção em que K e L são utilizados, e não há uma relação clara dos retornos à escala para funções de produção não homogêneas.

(3) *Verdadeiro.*

Na função de produção $F(K,L) = [K^a + L^a]^b$, em que a e b são constantes

positivas, a Taxa Marginal de Substituição Técnica entre K e L é decrescente para qualquer valor de b, se o parâmetro for inferior à unidade.

$$F(K,L) = [K^a + L^a]^b$$

$$TMST_{K,L} = \frac{\Delta L}{\Delta K} = -\frac{PMg_K}{PMg_L}$$

$$TMST_{K,L} = -\frac{ab[K^a + L^a]^{b-1} K^{a-1}}{ab[K^a + L^a]^{b-1} L^{a-1}}$$

$$TMST_{K,l} = -\left(\frac{K}{L}\right)^{a-1}$$

Se a > 1, a – 1 > 0, então, à medida que K diminui e L aumenta, a TMST aumenta, ou seja, ela é crescente.

Se a < 1, a – 1 < 0, então, à medida que substituimos K por L, a TMST diminui, e, portanto, é decrescente.

(4) *Falso.*

A função de produção F(K,L) = K + min{K,L} pode ser descrita como uma função definida por partes:

F(K, L) = 2K se min{K, L} = K, ou seja, se K < L.

F(K, L) = 2K ou F(K, L) = K + L, se K = L.

F(K, L) = K + L, se min{K, L} = L, ou seja, se K > L.

Esboçando a isoquanta associada ao nível de produção igual a 1:

1° caso: $\bar{Y} = 2K$

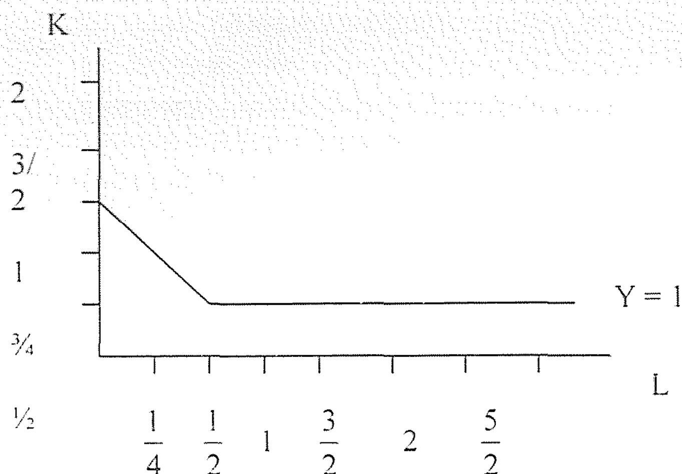
$$d\bar{Y} = 2dK \text{ se } K < L$$
$$1 = 2K$$
$$K = \frac{1}{2} \text{ se } K < L.$$

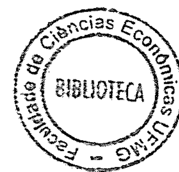
2° caso: $1 = 2K = K + L$ se $K = L$

$$K = \frac{1}{2} \text{ ou } K = L = \frac{1}{2}$$

3° caso: $1 = K + L$ se $K > L$

$$K = 1 - L$$
$$\text{se } L = 0 \Rightarrow K = 1$$
$$\text{se } L = \frac{1}{2} \Rightarrow K = \frac{1}{2}$$
$$\text{se } L = \frac{1}{4} \Rightarrow K = \frac{3}{4}$$





Questão 4

A respeito de custos de produção, é correto afirmar que:

(0) A curva de Custo Fixo Médio de Longo Prazo é decrescente para qualquer nível de produto.
(1) A área abaixo da curva de custo marginal equivale ao custo variável médio.
(2) A área abaixo da curva de custo variável médio equivale ao custo fixo.
(3) A lei dos retornos decrescentes explica o formato da curva de custo médio de longo prazo.
(4) Se uma firma decide produzir q = 0 no curto prazo é porque seus custos totais são iguais a zero.

Solução:

(0) *Falso.*

No longo prazo não há custos fixos. Portanto, se pensarmos numa função de custo fixo médio de longo prazo, ela deve ser igual a zero para qualquer nível de produção.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 386.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 280 e 281.

(1) *Falso.*

A área abaixo da curva de custo marginal equivale ao custo variável total. O custo marginal é o custo de produzir uma unidade adicional do produto. A soma do custo marginal sob todas as unidades do produto é igual ao somatório do custo de cada unidade produzida, com exceção do custo fixo total. Portanto, trata-se do custo variável total.

CT = CVT + CFT

$$\frac{\partial(CT)}{\partial y} = \frac{\partial(CVT)}{\partial y} = \text{custo marginal}$$

A área sob a curva de custo marginal é dada por $\int \frac{\partial(CT)}{\partial y} dy = \int \frac{\partial(CVT)}{\partial y} dy = \int$ custo marginal dy = CVT.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 388 e 389.

(2) *Falso.*
O custo fixo corresponde à área entre o custo médio total e o custo variável médio.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 388 e 389.

(3) *Falso.*
O formato da curva de custo médio está associado aos retornos de escala da função de produção e não depende da lei dos retornos decrescentes. Essa lei trata dos retornos marginais dos fatores de produção.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 280 e 281.

(4) *Falso.*
Se uma firma decide produzir q = 0 no curto prazo é porque seu custo médio é menor que o preço, seus custos fixos são positivos e o preço é menor que o custo variável médio.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 407 e 408.

Questão 5

Uma pequena empresa de artesanato, maximizadora de lucros, requer somente o fator trabalho, L, para produzir. Sua função de produção é dada por: $Q = 80L - L^2$, em que Q representa a quantidade produzida. Os trabalhadores podem ser contratados ao salário W, num mercado competitivo.

(0) Se W = R$ 200 e o preço unitário do artesanato é de P = R$ 10, a firma maximizará lucros contratando L = 30 trabalhadores e seu lucro será de R$ 9.000.
(1) Para os mesmos valores de W e P do quesito anterior, se a firma quiser maximizar a receita total, contratará L = 50 trabalhadores.
(2) Se o preço unitário do artesanato cair para P = R$ 5, a firma demitirá 10 trabalhadores, e seu lucro será de R$ 2.000.

(3) Suponha que, para recontratar trabalhadores demitidos ou treinar novos, a firma se defronte com um custo de ajustamento dado por C = $(L - L_{-1})^2$. Caso o número de trabalhadores no período anterior tivesse sido $L_{-1} = 30$ e caso W = R$ 200 e P = R$ 5 a firma ajustará o número de trabalhadores para L = 10, obtendo lucros de R$ 1.400.

(4) Conclui-se, dos quesitos anteriores, que a existência de custos de ajustamento reduz o impacto da redução do preço do produto sobre o nível de emprego.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

A função de produção da firma é $Q = 80L - L^2$. O produto marginal do trabalho é dado por $PMg_L = \frac{dQ}{dL} = 80 - 2L$. A firma contrata trabalho até que o valor do produto marginal (*VPMg*) seja igual ao salário. Dados $W = 200$ e $P = 10$, temos $VPMg = 10(80 - 2L) = 200 \Rightarrow L = 30$.

A firma produz $Q = 1.500$, portanto sua receita é igual a 15.000 ($P.Q$).

Custo total = $L.W = 30.200 = 6.000$

Lucro = receita – custo = 15.000 – 6.000 = 9.000

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 355; 404 a 406.

(1) *Falso.*

A receita total é dada por $RT = P.Q \Rightarrow RT = 10(80L - L^2)$.

Condições de primeira ordem para maximizar *RT*:

$$\frac{dRT}{dL} = 0 \Rightarrow 80 - 2L = 0 \Rightarrow L = 40$$

Condições de segunda ordem:

$$\frac{d^2RT}{dL^2} = -2 < 0$$

Logo, se $L = 40$, a receita total é máxima.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 723 e 724.

(2) *Verdadeiro.*

Se $P = 5$, $W = 200$

$VPMg = 5(80 - 2L)$

Fazendo $VPMg = W \Rightarrow 5(80 - 2L) = 200 \Rightarrow L = 20$.

Quando $P = 10$, temos $L = 30$. Então, quando o preço muda de R$10,00 para R$5,00, a firma demite 10 trabalhadores.

Considerando ainda $P = 5$ e $L = 20$, a firma produz $Q = 1.200$.

Receita total = 6.000

Custo total = 20 . 200 = 4.000

Lucro = 2.000

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 355.

(3) *Falso.*

A firma agora leva em conta os custos de ajustamento. A função-lucro (π) é:

$\pi = P(80L - L^2) - WL - (L - L_{-1})^2$

$\pi = 5(80L - L^2) - 200L - (L - 30)^2$

$\pi = 400L - 5L^2 - 200L - 2(L - 30)^2$

CPO:

$\pi' = 0 \Rightarrow 400 - 10L - 200 - 2(L - 30) = 0$

$\Rightarrow -200 - 10L - 2L + 60 = 0$

$\Rightarrow 260 = 12L$

$\Rightarrow L \cong \dfrac{260}{12}$

CSO:

$\pi'' = -12 < 0$

Logo, considerando-se os custos de ajustamento, quando $P = 5$, $L = 30$. A firma prefere não demitir funcionários quando o preço cai de R$10,00 para R$ 5,00.

(4) *Verdadeiro.*

Justificativa em (2) e (3).

Questão 6

Suponha que uma indústria de brinquedos seja composta de duas firmas, A e B, que, além de diferenciarem seus produtos, concorrem em preços. As duas firmas operam com os mesmos custos fixos, iguais a R$ 10, custos variáveis nulos e defrontam-se com as seguintes funções de demanda:

$Q_A = 6 - P_A + 0{,}5\ P_B$

$Q_B = 6 - P_B + 0{,}5\ P_A$

em que Q_A e Q_B são as quantidades vendidas e P_A e P_B os preços praticados pelas firmas A e B, respectivamente.

(0) Supondo que cada firma adote a melhor estratégia de preço em função do preço da concorrente, cada uma cobrará R$ 4 por unidade vendida, obtendo lucro total de R$ 6.

(1) Caso entrem em conluio para maximizar o lucro conjunto, cada firma cobrará o preço unitário de R$ 6, usufruindo lucro total de R$ 8.

(2) A solução de conluio é estável, já que cada firma obtém maiores lucros.

(3) Se o jogo de determinação simultânea de preços for repetido um número infinito de períodos, e se a taxa de juros do mercado for inferior a 0,50, a estratégia do gatilho será um equilíbrio perfeito em subjogos, e a solução de conluio será a mais plausível.

(4) Se o jogo de determinação simultânea de preços for repetido um número finito de períodos, a solução mais plausível será a não cooperativa, correspondente ao Equilíbrio de Cournot de preços em cada período.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Cada firma escolhe seu preço para maximizar sua receita total, pois os custos variáveis são nulos.

Firma A:

$$MaxP_A Q_A = P_A(6 - P_A + 0{,}5P_B) \Rightarrow 6P_A - P_A^2 + 0{,}5P_A P_B$$

CPO: $\dfrac{\partial MaxP_A Q_A}{\partial P_A} = 6 - 2P_A + 0{,}5P_B = 0$

Firma B:

$$MaxP_A Q_A = P_B(6 - P_B + 0{,}5P_A) \Rightarrow 6P_B - P_B^2 + 0{,}5P_A P_B$$

CPO:

$$\frac{\partial MaxP_B Q_B}{\partial P_B} = 6 - 2P_B + 0{,}5P_A = 0$$

Resolvendo o sistema:

$$\begin{cases} 6 - 2P_A + 0{,}5P_B = 0 \\ 6 - 2P_B + 0{,}5P_A = 0 \end{cases}$$

Na primeira equação, isola-se P_A:

$$-2P_A = -6 - 0{,}5P_B \Rightarrow P_A = \frac{-6 - 0{,}5P_B}{-2} \Rightarrow P_A = 3 + 0{,}25P_B$$

Substitui-se P_A na segunda equação:

$$6 - 2P_B + 0{,}5(3 + 0{,}25P_B = 0 \Rightarrow 6 - 2P_B + 1{,}5 + 0{,}125P_B = 0$$

Isolando P_B: $-2P_B + 0{,}125P_B = -6 - 1{,}5 \Rightarrow -1{,}875P_B = -7{,}5 \Rightarrow P_B = \dfrac{-7{,}5}{-1{,}875} \Rightarrow P_B = 4$

Substituindo-se $P_B = 4$ na primeira equação, tem-se P_A:

$$6 - 2P_A + 0{,}5(4) = 0 \Rightarrow -2P_A = -6 - 2 \Rightarrow -2P_A = -8 \Rightarrow P_A = \frac{-8}{-2} \Rightarrow P_A = 4$$

A escolha de preços pelas firmas resulta na escolha de quantidades. Substituindo-se os preços nas funções de demanda, cada firma encontra sua quantidade ótima.

Firma A: $Q_A = 6 - P_A + 0{,}5\ P_B \Rightarrow Q_A = 6 - 4 + 0{,}5(4) \Rightarrow Q_A = 4$

Firma B: $Q_B = 6 - P_B + 0{,}5\ P_A \Rightarrow Q_B = 6 - 4 + 0{,}5(4) \Rightarrow Q_B = 4$.

O lucro de cada firma é $(P.Q)$ - custo:

Lucro A = *Lucro B* = 4.4 –10 = 6.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 404 a 406.

(1) *Verdadeiro.*

As firmas maximizam a receita total conjunta:

$$Max P_A Q_A + P_B Q_B = P_A(6 - P_A + 0{,}5P_B) + P_B(6 - P_B + 0{,}5P_A)$$

CPO:

$$\begin{cases} 6 - 2P_A + 0{,}5P_B + 0{,}5P_B = 0 \Rightarrow 6 - 2P_A + P_B = 0 \\ 6 - 2P_B + 0{,}5P_A + 0{,}5P_A = 0 \Rightarrow 6 - 2P_B + P_A = 0 \end{cases}$$

Analogamente ao exercício acima, isola-se P_B na segunda equação e substitui-se na primeira equação, encontrando P_A:

$$6 - 2P_B + P_A = 0 \Rightarrow [-2P_B = -P_A - 6](-1) \Rightarrow P_B = \frac{P_A + 6}{2}$$

$$6 - 2P_A + P_B = 0 \Rightarrow 6 - 2P_A + \frac{P_A + 6}{2} = 0 \Rightarrow 12 - 4P_A + P_A + 6 = 0 \Rightarrow -3P_A = -12 - 6 \Rightarrow P_A = \frac{-18}{-3} \Rightarrow P_A =$$

$$6 - 2P_B + 6 = 0 \Rightarrow -2P_B = -12 \Rightarrow P_B = \frac{-12}{-2} \Rightarrow P_B = 6$$

As quantidades produzidas são encontradas substituindo-se os preços nas funções demandas de cada firma:

Firma A: $Q_A = 6 - P_A + 0{,}5\, P_B \Rightarrow Q_A = 6 - 6 + 0{,}5(6) \Rightarrow Q_A = 3$

Firma B: $Q_B = 6 - P_B + 0{,}5\, P_A \Rightarrow Q_B = 6 - 6 + 0{,}5(6) \Rightarrow Q_B = 3$

Lucro A = *Lucro B* = 3.6-10 = 8.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 519 a 523.

(2) *Falso.*

A solução em conluio é $P_A = P_B = 6$

<u>Firma A</u>:

Max $P_A Q_A$, dado $P_B = 6$

Max $P_A(6 - P_A + 3)$

CPO:

$9 - 2\,P_A = 0$

A firma escolhe $P_A = 4{,}5$

$Q_A = 4{,}5$

Lucro A = 4,5.4,5 – 10 = 10,25.

Neste caso, a firma B terá $Q_B = 2{,}25$, com $P_A = 4{,}5$ e $P_B = 6$. *Lucro* B = 6.2,25 – 10 = 5. Se a firma A maximizar seu lucros, violando um acordo de conluio, ela obterá maiores lucros e a firma B ficará em uma situação pior. Analogamente, o acordo poderia ser violado pela firma B, que tem os mesmos incentivos para isso. Portanto, a solução de conluio não é estável.

Sobre este tópico, ver:

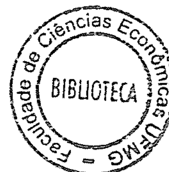
- Varian, H. (2000), p. 519 a 523.

(3) *Verdadeiro.*

Se cada firma fixar seu preço sem levar em consideração a decisão da outra firma, as duas fixarão o preço em R$4,00. Porém, a estratégia de conluio é mais lucrativa para as duas, de modo que, se a determinação simultânea de preços for repetida indefinidamente, elas poderão entrar em um acordo em que nenhuma delas terá incentivos para quebrar o conluio. Isto acontecerá porque, em um jogo com infinitas rodadas, qualquer uma delas poderá punir a não-cooperação da outra, não cooperando na próxima rodada da determinação. Como para as firmas o que importa são os ganhos futuros, a ameaça de não-cooperação futura (o que implicará em perdas) torna-se suficiente para garantir a cooperação em todas as rodadas, não havendo incentivo em nenhuma das firmas para não cooperar.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 535 e 536.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 624.



(4) *Verdadeiro.*

O jogo de rodadas finitas pode ser analisado a partir da última rodada, em que qualquer que seja a escolha da firma, a outra não terá oportunidade nem para puní-la, por não cooperação, nem para recompensá-la por cooperação. Deste modo, na última rodada, as duas firmas terão incentivo em não cooperar. Porém, se uma firma sabe que a outra não irá cooperar na última rodada, ela será incentivada a não cooperar na penúltima rodada. Como as duas firmas tem os mesmos incentivos, as duas se recusarão a cooperar na penúltima rodada, assim como na antepenúltima, e em todas as outras até a primeira rodada. Desta forma, desde o início, nenhuma das duas firmas terá incentivo a cooperar e esta será a estratégia dominante.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 535.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 624 a 626.

Questão 7

A empresa XYZ vende seus produtos a preços mais baixos para idosos. Pode-se afirmar que:

(0) A demanda de idosos pelos produtos da empresa XYZ é mais elástica ao preço do que a demanda de pessoas mais jovens.
(1) A firma XYZ não opera em concorrência perfeita.
(2) A firma XYZ consegue evitar que seus produtos sejam revendidos pelos compradores.
(3) Se a função-demanda dos idosos for $q = 20 - p$ e a função-custo for dada por $c = 10q$, a quantidade vendida a idosos será 10 unidades.
(4) A empresa teria lucros maiores caso não discriminasse preços.

Solução:

Sejam $p_1(q_1)$ e $p_2(q_2)$, respectivamente, os preços cobrados para idosos e para jovens, onde q_1 e q_2 são as quantidades demandadas pelos dois grupos. A firma resolve um problema de maximização com discriminação de preços de 3° grau (discriminação de preços de 3° grau é aquela em que o monopolista vende o produto a pessoas diferentes a preços diferentes, mas que todas as unidades do produto oferecidas ao mesmo grupo são vendidas ao mesmo preço):

$Max p_1(q_1)q_1 + p_2(q_2)q_2 - c(q_1 + q_2)$

CPO:

$RM_1(q_1) = CMg(q_1 + q_2)$

$RM_2(q_1) = CMg(q_1 + q_2)$

Daí, temos:

$$p_1(q_1)\left[1 - \frac{1}{|\varepsilon_1(q_1)|}\right] = CMg(q_1 + q_2)$$

$$p_2(q_2)\left[1 - \frac{1}{|\varepsilon_2(q_2)|}\right] = CMg(q_1 + q_2)$$

(0) *Verdadeiro.*

No problema acima, $p_1q_1 < p_2q_2$.

Logo, $\left[1 - \frac{1}{|\varepsilon_1(q_1)|}\right] > \left[1 - \frac{1}{|\varepsilon_2 q_2|}\right] \Rightarrow \frac{1}{|\varepsilon_1(q_1)|} < \frac{1}{|\varepsilon_2 q_2|} \Rightarrow |\varepsilon_1(q_1)| > |\varepsilon_2 q_2|$, ou seja, a elasticidade da demanda dos idosos é maior do que a elasticidade da demanda dos jovens.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 491 a 496.
- Varian, H. (2000), p. 472 e 473.

(1) *Verdadeiro.*

Sob concorrência, $p_1(q_1) = p_2(q_2) = CMg(q_1 + q_2)$ para todas as firmas, e não há discriminação de preços.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 464.

(2) *Verdadeiro.*

Se os compradores puderem revender os produtos, no equilíbrio, $p_1(q_1) = p_2(q_2) = CMg(q_1 + q_2)$, e também não haverá discriminação de preços.

(3) *Falso.*

Função de demanda dos idosos: $q = 20 - p$
Função-custo: $c = 10q$

Receita 1 = $p(q_1)q_1 = p_1(20 - p_1)$
$RMg_1 = 20 - 2p_1$
$CMg = 10$
$RMg_1 = CMg \Rightarrow p_1 = 5$
$q_1 = (20 - 5) \Rightarrow q_1 = 15$

(4) *Falso.*

Neste caso, a empresa consegue facilmente identificar dois grupos distintos de consumidores com elasticidades de demandas diferentes. Pressupondo-se que não haja um mercado secundário para o produto desta empresa, ou seja, que os consumidores não consigam revender os produtos que compram, a empresa consegue lucros mais altos vendendo seu produto a um preço maior aos clientes que possuem menor elasticidade de demanda, ou seja, que são menos sensíveis aos aumentos de preços, e a um preço menor àqueles que são mais sensíveis aos aumentos de preços.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 483 e 484.

Questão 8

Analise cada uma das assertivas abaixo relacionadas, supondo uma indústria composta por *n* firmas, $n > 2$, cada uma atuando segundo as hipóteses do modelo de Cournot.

(0) Como o número de firmas da indústria é superior a 2, a condição necessária à maximização do lucro de cada uma deixa de ser a igualdade entre receita marginal e custo marginal.

(1) Quanto maior for o número de firmas que participarem da indústria, o Equilíbrio de Cournot mais se aproximará do equilíbrio competitivo.

(2) Quanto maior for a concentração da indústria, mais elástica ao preço será a curva de demanda com a qual cada firma se defrontará individualmente.

(3) Por não corresponder ao Equilíbrio de Nash, o Equilíbrio de Cournot será instável.

(4) Se a demanda pelo produto for preço-elástica, a solução de cartel será a mais estável para a indústria.

Solução:

(0) *Falso.*

No modelo de Cournot cada firma escolhe sua produção (q_i) dada a expectativa que ela tem da produção das demais firmas e, portanto, da produção total da indústria (Q). A condição de equilíbrio é que sua receita marginal seja igual ao seu custo marginal, ou seja, $p(Q) + \frac{\Delta p}{\Delta Q} q_i = CMg(q_i)$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (1992), p. 289.

(1) *Verdadeiro.*

No modelo de Cournot com várias firmas o equilíbrio é dado por $RMg_i = CMg_i$, onde i é índice para firmas. A receita marginal pode ser reescrita como $RMg_i = p(Q)\left[1 - \frac{s_i}{|\varepsilon(Q)|}\right]$, onde s_i é a participação da firma i na produção total(Q) e $\varepsilon(Q)$ é a elasticidade da demanda do mercado. Dado $\varepsilon(Q)$, quanto maior o número de firmas no mercado, menor será s_i para todo i. Dessa forma, quando o número de firmas cresce, o termo $\frac{s_i}{|\varepsilon(q)|}$ diminui (quando $n \rightarrow \infty$, esse termo tende a zero), e o preço se aproxima do *CMg*.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (1992), p. 290.

(2) *Falso.*

A elasticidade da curva de demanda individual da firma é dada por $\frac{|\varepsilon(Q)|}{s_i}$. Quanto mais concentrada for a indústria, maior será s_i e, portanto, menor será a elasticidade da curva de demanda com a qual a firma se defronta individualmente.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (1992), p. 290.

(3) *Falso.*

O Equilíbrio de Cournot é um Equilíbrio de Nash. Cada firma maximiza seus lucros, dada a produção das demais firmas.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 532.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 615.

(4) *Falso.*

Se a demanda por produto for preço-elástica, quando uma firma reduz o preço, a quantidade demandada de seu produto aumenta mais que proporcionalmente à redução do preço, aumentando os seus lucros. Então, dada a produção da sua concorrente, a firma terá maiores incentivos a burlar um acordo de conluio quanto mais preço elástica for a demanda pelo seu produto.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 520 a 522.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 595.

Questão 15

Suponha um produto cuja demanda seja diferente para homens e mulheres. A demanda masculina é dada por $Q^d m = 20 - 2p$ e a demanda feminina por $Q^d f = 18 - 3p$. A oferta de mercado é composta por produtos nacionais e importados, e as curvas de oferta são, respectivamente: $Q^s n = 10 + 2p$ e $Q^s i = 2p - 10$. Calcule o excesso de oferta que resultaria da adoção de um preço mínimo igual a 6.

Solução:

$$Q^d = Q^d_m + Q^d_f \Rightarrow Q^d = 20 - 2p + 18 - 3p = 38 - 5p$$

$$Q^s = Q^s_n + Q^s_i \Rightarrow Q^s = 10 + 2p + 2p - 10 = 4p$$

$$p = 6 \Rightarrow$$

$$Q^d = 38 - 5(6) = 38 - 30 = 8$$

$$Q^s = 4(6) = 24$$

O excesso de oferta é Q^s - Q^d

$$Q^s - Q^d = 24 - 8 = 16$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 308 a 310.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 376 a 378.

ANPEC /2002

Questão 5

Com relação à teoria dos custos, é correto afirmar que:

(0) A estrutura de custos de uma empresa não se altera quando o valor dos aluguéis aumenta, caso a firma tenha sua fábrica em terreno próprio.

(1) Sendo o trabalho o único fator variável, para níveis de produção em que o produto médio é maior que o produto marginal do trabalho, o custo médio é crescente.

(2) Quando o custo variável médio cresce, o custo marginal é maior que o custo médio.

(3) A área abaixo da curva de custo marginal de longo prazo até o nível de produção x é igual ao custo total associado à produção da quantidade x.

(4) A curva de custo médio de longo prazo é composta pelos pontos de mínimo das diversas curvas de custo médio de curto prazo.

Solução:

(0) *Falso.*

A estrutura de custos de uma empresa é afetada devido à mudança no custo de oportunidade de seu terreno. Ou seja, para que continuasse vantajosa a produção, a

receita obtida com o terreno deveria ao menos ser igual ao ganho obtido com a locação do mesmo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 352.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 218.

(1) *Falso.*

O produto médio do trabalho é a quantidade produzida dividida pelo número de trabalhadores.

$$PMe = \frac{f(L)}{L}$$

O produto marginal do trabalho é a variação da produção dada uma variação no número de trabalhadores: $PMg = \frac{\partial[f(L)]}{\partial L}$.

O custo marginal mede a variação nos custos dada uma variação no produto: $\frac{\partial custo\ total}{\partial q}$.

O custo médio é o custo de cada unidade produzida: $\frac{custo\ total}{q}$.

O custo variável médio mede o custo variável por unidade do produto: $\frac{custo\ variável}{q}$.

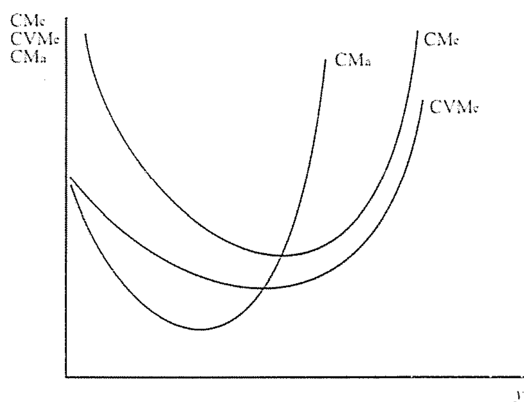
Se o produto médio do trabalho é superior ao seu produto marginal, o custo marginal é maior que o custo variável médio. Contudo, devido à existência de fatores fixos na produção, o custo médio total não será necessariamente inferior ao custo marginal, trecho este em que o custo médio é crescente.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 383 a 392; 343 a 344.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 221 a 226.

(2) *Falso.*

Quando o custo variável médio cresce, o custo marginal não é necessariamente maior que o custo variável médio. Em virtude da eventual presença de custos fixos, o custo marginal pode ser inferior ao custo médio.



Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 391.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 226.

(3) *Verdadeiro.*

No longo prazo todos os fatores são variáveis, portanto, a área abaixo da curva de custo marginal de longo prazo inclui todos os custos envolvidos na produção da quantidade representada no eixo x.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H.(2000), p. 395 a 400.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 227 a 240.

(4) *Falso.*

A curva de custo médio de longo prazo é a envoltória inferior das curvas de custo médio de curto prazo, ou seja, a curva de custo médio de longo prazo é tangente às curvas de custo médio de curto prazo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H.(2000), p. 397.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 397.

Questão 6

Considere um duopólio em que a demanda inversa de mercado é dada por p = a - bq. O custo fixo das duas empresas é zero, de modo que o custo médio e o custo marginal são constantes e iguais a c.

(0) No Equilíbrio de Cournot cada empresa vende $\frac{(a-c)}{3b}$.

(1) No Equilíbrio de Bertrand o preço de mercado é dado por $\frac{c}{2b}$.

(2) Se a firma 2 for líder em quantidade, venderá $\frac{(a-c)}{2b}$ unidades.

(3) Em caso de conluio, as duas empresas vendem conjuntamente um total de $\frac{(a-c)}{b}$ unidades.

(4) Caso as empresas tenham custos diferenciados, sendo o custo médio da empresa 1 dado por c_1 e o custo médio da empresa 2 dado por c_2, e $c_1 < c_2$, então, no Equilíbrio de Bertrand, as duas empresas dividem o mercado entre si e o preço será igual a c_2.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

No modelo de Cournot as firmas maximizam seu lucro com base na quantidade de produção esperada da outra firma. A maximização é feita simultâneamente pelas duas empresas considerando que a quantidade ofertada no mercado é igual à soma das quantidades individuais. Assim:

Firma 1:

$$\max_{q_1} p(q_1 + q_2^e)q_1 - c(q_1)$$

Como a curva de demanda do mercado foi dada no exercício, ($p = a - bq$), podemos substituí-la no problema de maximização da firma 1. Além disso, se o custo médio = custo marginal = c, então o custo total = cq_1:

$$\max_{q_1}[a - b(q_1 + q_2)]q_1 - cq_1$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = a - 2bq_1 - bq_2 - c = 0 \Rightarrow q_1 = \frac{a - bq_2 - c}{2b} \qquad (1)$$

Firma 2:

Analogamente, para a firma 2:

$$\max_{q_2}[a - b(q_1 + q_2)]q_2 - cq_2$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = a - 2bq_2 - bq_1 - c = 0 \Rightarrow q_2 = \frac{a - bq_1 - c}{2b} \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1), temos:

$$q_1 = q_2 = \frac{(a-c)}{3b}$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H.(2000), p. 501 a 504.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 477 a 483.

(1) *Verdadeiro.*[20]

O modelo de Bertrand se difere do modelo de Cournot pelo fato de as firmas terem por escolha os preços e não as quantidades. Assim, o resultado é obtido a partir das maximizações simultâneas das duas empresas, escolhendo os preços. Como as duas empresas apresentam uma estrutura de custos idêntica, o equilíbrio ocorrerá com o preço sendo igual ao custo marginal, porque o Equilíbrio de Bertrand é idêntico ao equilíbrio competitivo, mesmo tendo apenas duas firmas. Isto acontece porque caso ambas as firmas admitam preço acima do custo marginal, elas têm incentivo a baixar um pouco os preços para conquistar os consumidores da outra. Assim, p = c.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 506 e 507.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 485 e 486.

(2) *Verdadeiro.*

No modelo de liderança de quantidade, uma firma faz a escolha antes da outra. Este modelo é conhecido como modelo de Stackelberg: Se a firma 2 é líder, ela maximiza seus lucros presumindo que a seguidora maximiza lucro levando em conta as escolhas da líder. Portanto, a firma 2 incorpora a função de reação da firma 1 em sua maximização. Dessa forma, o problema da seguidora é:

$$\max_{q_1}[a - b(q_1 + q_2)]q_1 - cq_1$$

Resolvendo o problema da seguidora, temos:

$$q_1 = \frac{(a - bq_2 - c)}{2b} \qquad (1)$$

A diferença para o problema de Cournot é que a quantidade da líder (q_2) é determinada antes da escolha do seguidor. Portanto, a firma 1 considera q_2 como constante. A firma líder conhece a função da reação da firma seguidora e maximiza seu lucro levando em conta esta informação. Desta forma:

$$\max_{q_2}[a - b(q_1 + q_2)]q_2 - cq_2 \qquad (1)$$

Substituindo (1) em (2), a firma 2:

$$\max_{q_2}\left[a - b(\frac{a - bq_2 - c}{2b} + q_2)\right]q_2 - cq_2$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = a - 2bq_2 - \frac{a}{2} + \frac{2bq_2}{2} + \frac{c}{2} - c = 0 \Rightarrow q_2 = \frac{a - c}{2b}$$



Sobre este tópico, ver:

- Varian, H.(2000), p. 492 a 497.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 483; 485.

(3) *Falso.*

No conluio ou cartel, as empresas dividem o lucro de monopólio:

[20] Esta questão não confere com o gabarito oficial da ANPEC.

$$\max_{q}(a - bq)q - cq$$

$$\frac{\partial\pi}{\partial q} = a - 2bq - c = 0 \Rightarrow q = \frac{a-c}{2b}$$

$$q_1 = q_2 = \frac{a-c}{4b}$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 507 a 511.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 502 a 506.

(4) *Falso.*

Caso as duas firmas apresentem custos diferenciados, a firma 1, com menores custos médios, irá afastar a firma 2 do mercado, escolhendo o preço infinitesimalmente inferior a c_2.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H (2000), p. 506 e 507.
- Pindyck, R . *et al.* (1994), p. 485 e 486.

Questão 15

Em Panamá da Serra existe somente um distribuidor de água. A demanda de água é dada por D(p) = 93 – 0,5p. A companhia distribuidora precisa comprar água da Companhia Represa, detentora de todos os reservatórios da região. O custo marginal da água para a Companhia Represa é zero, e os custos fixos da distribuidora são negligíveis. Se o setor não é regulado (monopólio puro), qual o preço que a Companhia Represa cobrará da distribuidora?

Solução:

Como a Companhia Represa é dona de todos os reservatórios, ela irá auferir lucros monopolísticos maximizando o seu lucro a partir da demanda de mercado. Desta forma temos o seguinte problema de maximização para a Companhia Represa.

$$\max_{q\geq 0} \pi = \max(\frac{93-q}{0,5})q$$

$$\Rightarrow 93 - 2q = 0$$

$$\Rightarrow q = \frac{93}{2} \text{ e p} = 93$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 444.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 425 a 429.

ANPEC/ 2003

Questão 3

Segundo as teorias da produção e da oferta da firma:

(0) A função de produção $f(x_1, x_2) = (x_1^b + x_2^b)^a$, em que b > 0 e a > 0, apresentará retornos crescentes de escala se $ba > 1$.

(1) É possível ter-se produtos marginais decrescentes para todos os fatores de produção e, ainda assim, ter-se retornos crescentes de escala.

(2) Na função de produção $F(K, L) = 2K^{0,7}L^{0,5}$, a Taxa Marginal de Substituição Técnica de trabalho por capital é constante.

(3) A variação no excedente do produtor quando os preços mudam de p_1 para p_2 é igual à metade da área à esquerda e acima da curva de custo marginal entre os preços p_1 e p_2.

(4) Se o produto marginal de um fator variável está acima do produto médio, este último estará crescendo.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Os parâmetros *a* e *b* medem como a quantidade de produto responde às variações dos insumos. Se $ab > 1$, ao adicionarmos uma unidade a mais de cada insumo no processo produtivo, o resultado será mais do que uma unidade a mais de produto, o que corresponde aos retornos crescentes de escala.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 340 e 341.

(1) *Verdadeiro.*

O produto marginal decrescente diz respeito ao comportamento da variação da produção quando alteramos apenas um dos insumos, enquanto que os retornos de escala dizem respeito ao comportamento do produto quando alteramos os dois insumos. Desse modo, é possível que se tenha ao mesmo tempo produto marginal decrescente em um dos fatores e retorno crescente de escala nos dois fatores, como demonstra o exemplo da função de produção abaixo.

$$f(k,l) = k^{1/2}l^{3/4}$$

$$f(\lambda k, \lambda l) = (\lambda k)^{1/2}(\lambda l)^{3/4} = \lambda^{5/4}k^{1/2}l^{3/4}$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 344; 347 e 348.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 226 a 228; 243.

(2) *Falso.*

A Taxa Marginal de Substituição Técnica é a inclinação da isoquanta. Tecnicamente:

$PMg_K(K, L)dK + PMg_L(K, L)dL = dQ = 0.$

Reordenando a equação acima, temos:

$-\dfrac{dK}{dL} = TMST_{L,K} = \dfrac{PMg_L(K,L)}{PMg_K(K,L)}$, em que $TMST_{L,K}$ é a Taxa Marginal de Substituição Técnica entre L e K.

Na questão acima, podemos derivar parcialmente K e L para achar a $TMST$:

$$TMST_{K,L} = \frac{PMg_L}{PMg_K} = \frac{2K^{0,7}0,5L^{-0,5}}{2(0,7)K^{-0,3}L^{0,5}} = \frac{K^{0,7}L^{-0,5}}{1,4K^{-0,3}L^{0,5}} = \frac{K^{0,7+0,3}}{1,4L^{0,5+0,5}} = \frac{K}{1,4L} = 1,4KL^{-1}.$$

Para esta função, a $TMST$ não é constante dependendo dos níveis de capital e trabalho.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 343 e 344.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 312 e 313.

(3) *Falso.*[21]

(4) *Verdadeiro.*

O produto marginal é o acréscimo de produto decorrente da utilização de uma unidade adicional de insumo variável. Se o produto marginal é crescente, isso implica que cada unidade adicional de insumo gera uma variação maior de produto que a unidade anterior. Desse modo, o produto médio é crescente.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 225.

Questão 4

Em relação à teoria dos custos, analise as proposições:

(0) Seja $4y^2 + 100y + 100$ o custo total de uma firma, em que y é o produto. Se y = 25,o custo variável médio será 204.

(1) Seja $S_i(p) = p/2$ a curva de oferta da firma i. Se foram produzidas 3 unidades, o custo variável total será 9.

(2) Sejam $f(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^{1/2}$ a função de produção de uma firma e w_1 e w_2, os preços de x_1 e x_2, respectivamente. Supondo que $w_1 > w_2$, a minimização de custos requer que $x_1 = 0$.

(3) Seja $c(y) = 3y + 10$, para y > 0, a função de custo de curto prazo de uma firma. Para c(0) = 6, o custo quase-fixo será 4.

(4) Uma firma opera duas plantas. Para minimizar custos, esta firma deve aumentar a produção na planta onde o custo médio for menor e reduzir a produção em que o custo médio for maior.

[21] Ver questão 6/1996, p. 178.

Solução:

(0) *Falso.*

A função custo total desta firma pode ser dividida em duas funções: a função custo fixo $CF = 100$ e a função custo variável $CV = 4y^2 + 100y$, de modo que $CF + CV = CT$. Dada a função custo variável, o custo variável médio pode ser obtido dividindo-se CV pelo nível de produção. Dado que a quantidade produzida é $y = 25$, temos

$$CMe = \frac{4y^2 + 100y}{y} = \frac{4(25)^2 + 100(25)}{25} = 200.$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 385 a 387.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 264.

(1) *Verdadeiro.*

Supondo que a curva de oferta da firma acima descrita representa uma firma em concorrência perfeita, sabemos que em equilíbrio, a curva de oferta da firma é determinada pela curva de custo marginal acima do $CVMe$. Desse modo:

$$Q = S_i(p) = \frac{p}{2}$$

como, $cmg = p$

$$\text{cmg} = 2\text{q}$$

$$\Rightarrow \text{CT} = \text{q}^2$$

$$\Rightarrow CT(3) = 9$$

(2) *Verdadeiro.*

Nesta função, x_1 e x_2 são insumos substitutos perfeitos. Portanto, a minimização de custos prevê que o insumo mais barato seja utilizado. Se $w_1 > w_2$, ou seja, se o preço do insumo x_1 é maior que o preço do insumo x_2, então x_2 deve ser utilizado e a quantidade de x_1 usada deve ser igual a zero.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 373.

(3) *Verdadeiro.*

A função-custo $c(y) = 3y + 10$ exprime o custo variável ($3y$) e o custo fixo (10) para um nível positivo de produção. Se, para um nível de produção igual a zero, o custo fixo é igual a 6, então o custo semi-fixo é igual a 4 =(10 – 6), pois este só é um custo fixo para um nível de produção diferente de zero.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 379; 389 e 390.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 262 e 264.

(4) *Falso.*

O custo total de uma firma é a soma dos custos fixos e custos variáveis. O custo (total) médio é a soma destes dois custos dividido pelo nível de produção. No caso acima, a firma opera com duas plantas com custos médios diferentes, porém não há informações sobre os custos fixos e variáveis. Se os custos fixos forem os principais responsáveis pelo alto custo, será melhor para a empresa aumentar a produção na planta com maiores custos, pois esta planta de produção apresenta retornos crescentes de escala. Se, no entanto, o alto custo for devido a um alto custo variável, então um aumento na produção implicará em aumento nos custos médios, e será melhor para a firma reduzir a produção nesta planta, pois ela apresenta retornos decrescentes de escala, e aumentar a produção na planta em que o custo médio é menor.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 436 a 439.

Questão 5

Para mercados em concorrência perfeita, são corretas as afirmativas:

(0) A condição de que a receita marginal seja igual ao custo marginal aplica-se tanto ao monopolista quanto à firma em concorrência perfeita. A diferença é que, no caso da última, a receita marginal independe da quantidade produzida.

(1) A curva de demanda percebida para o produto de uma firma específica será perfeitamente elástica mesmo que a curva de demanda do mercado seja negativamente inclinada.

(2) Como a rivalidade entre as firmas é intensa, cada uma deve levar em conta as quantidades produzidas pelos concorrentes ao definir seu próprio nível ótimo de produção.

(3) No equilíbrio de longo prazo, informação perfeita e livre entrada de agentes no mercado garantem que lucros anormais sejam insustentáveis.

(4) A estática comparativa entre equilíbrios de longo prazo indica que a incidência de um imposto *ad valorem* sobre o produtor será tanto maior quanto mais elástica for a demanda do bem.

Solução:

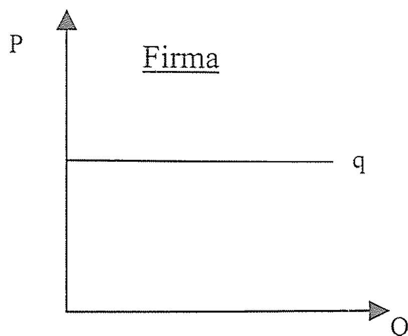
(0) *Verdadeiro.*

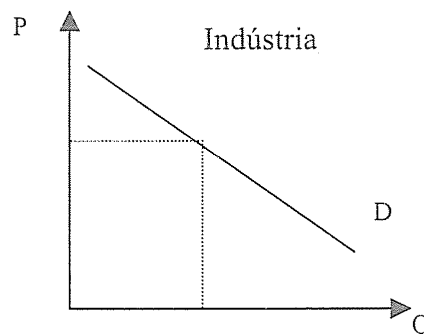
Na concorrência perfeita, a quantidade produzida pela firma não tem impacto sobre o preço de mercado do produto, pois cada firma competitiva representa apenas uma pequena parcela do mercado. Portanto, a firma adota o preço de mercado como premissa, escolhendo o seu nível de produção com base na hipótese comportamental de que o preço de mercado não será influenciado por seu nível de produção escolhido. Dessa forma, a receita que a firma terá com a venda de uma unidade adicional do produto será a mesma receita que ela teria se não aumentasse a quantidade produzida.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 322 e 323.

(1) *Verdadeiro.*





Como a empresa competitiva representa apenas uma parcela de todas as empresas do setor, ela toma o preço como dado e vende qualquer quantidade ao mesmo preço.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 323.

(2) *Falso.*

Quando se diz que um mercado está em concorrência, não se pretende dizer que há intensa rivalidade entre as firmas. O termo concorrência apenas indica que as empresas partem do pressuposto de que o preço de mercado independe do nível de produção. Portanto, num mercado competitivo, cada firma se preocupa apenas com a quantidade de bens que deseja produzir, que vai estar determinada pela estrutura de custos (no equilíbrio preço=custo marginal). Seja qual for essa quantidade, ela só poderá vendê-la ao preço vigente no mercado. Todas as firmas na concorrência perfeita seguem este comportamento, de modo que não precisam levar em conta a quantidade produzida pelas outras.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 402.

(3) *Verdadeiro.*

Se, no curto prazo, as firmas do mercado competitivo estão auferindo lucro positivo,[22] novas firmas terão incentivos a entrar nesse setor, com perspectivas de também obter lucro positivo. Porém, na medida em que novas empresas vão entrando, os lucros vão diminuindo até que as firmas passam a ter lucro zero. Quando isso ocorre, não há incentivos para que novas empresas entrem no setor, nem para que saiam. Enquanto os lucros continuarem positivos, dada a possibilidade de livre entrada de firmas no setor, sempre haverá entrada de firmas até que os lucros cheguem a zero.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 343.

[22] Lucro positivo significa que a empresa está tendo um lucro elevado em relação ao investimento feito.

(4) *Falso.*

É necessário também conhecer a elasticidade da oferta para saber sobre quem recairá o imposto. Em geral, um imposto recai principalmente sobre o comprador se a magnitude de $\frac{E_d}{E_s}$ for pequena, e recai principalmente sobre o vendedor se a magnitude de $\frac{E_d}{E_s}$ for grande.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 318.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 407 e 408.

Questão 6

Para mercados em concorrência monopolística, são corretas as afirmativas:

(0) O equilíbrio de longo prazo de uma firma em concorrência monopolística se dá em um ponto em que a curva de custo médio é negativamente inclinada.

(1) Uma das diferenças entre concorrência perfeita e concorrência monopolística é que, no caso da última, a demanda de mercado é negativamente inclinada.

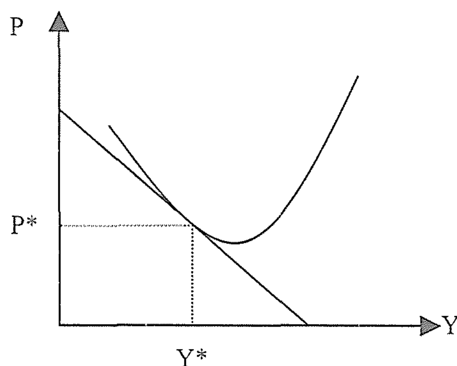
(2) No equilíbrio de longo prazo, o custo marginal deve ser igual à receita marginal obtida a partir da curva de demanda de mercado.

(3) O equilíbrio de curto prazo da firma requer que a receita marginal (em termos de demanda residual) seja igual ao custo marginal, mesmo que a receita média seja diferente do custo médio. No equilíbrio de longo prazo, a receita média deve ser igual ao custo médio mesmo que a receita marginal seja diferente do custo marginal.

(4) No equilíbrio de longo prazo do mercado, o preço é maior do que o custo médio.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*



Quando a curva de CMe é negativamente inclinada, isso indica que o aumento da produção reduz os custos da empresa. Este ponto é interpretado na concorrência monopolística como se houvesse excesso de capacidade. Se existissem menos empresas no setor, cada uma poderia atuar numa escala de produção mais eficiente, porém haveria menos variedade de produtos. A curva de CMe, no equilíbrio, deve ser tangente à curva

de demanda, de modo que o preço se iguala ao custo médio. Neste ponto, a empresa passa a ter lucro zero, embora continue possuindo poder de monopólio.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 483 e 484.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 554; 555 e 556.

(1) *Falso.*

O que difere a concorrência perfeita da concorrência monopolística é que a curva de demanda que a firma se defronta, neste caso, é negativamente inclinada, indicando algum poder de monopólio. No caso da concorrência perfeita, a curva de demanda da firma é infinitamente elástica. Nas duas estruturas de mercado, a curva de demanda de mercado é negativamente inclinada.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 554 e 555.

(2) *Falso.*

No equilíbrio de longo prazo, o preço é igual ao custo médio, pois a firma irá auferir lucro zero. A condição de equilíbrio no qual o custo marginal é igual à receita marginal obtida a partir da demanda de mercado é o equilíbrio de curto prazo, onde a empresa aufere lucros positivos. No longo prazo, com a possibilidade de entrada de novas empresas concorrentes, as empresas existentes vão perdendo poder de mercado e, dessa forma, seus lucros diminuem até o ponto em que elas tenham que cobrar preço igual ao custo médio e obter lucro zero.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 554 e 555.

(3) *Verdadeiro.*

A condição de equilíbrio de longo prazo requer que os lucros sejam iguais a zero. Desse modo, a receita média (igual ao preço) deve ser igual ao custo médio.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 554 e 555.

(4) *Falso.*

No equilíbrio de longo prazo, o preço é igual ao custo médio, pois se fosse maior, as empresas teriam lucros positivos, o que estimularia novas empresas a entrarem no setor. No longo prazo não é possível ter lucros positivos, pois com a concorrência, as empresas perdem poder de mercado até que o lucro seja reduzido a zero. Dessa forma, não há possibilidade de o preço ser maior que o custo médio, pois enquanto isso acontecesse, mais firmas entrariam no mercado.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 554 e 555.

Questão 7

Um monopolista atende a dois mercados distintos. A função $q_1 = 32 - 0{,}4p_1$ representa a demanda do primeiro, e a função $q_2 = 18 - 0{,}1p_2$, a demanda do segundo. A função-custo da firma é dada por CT = 50 + 40q. O monopolista pode discriminar entre os dois mercados. Julgue as seguintes afirmações:

(0) Em equilíbrio, as quantidades destinadas a cada um dos mercados são tais que a soma das receitas marginais (nos dois mercados) é igual ao custo marginal.
(1) A quantidade de equilíbrio é mais elevada no primeiro mercado.
(2) No equilíbrio, o módulo da elasticidade é igual a 3 no primeiro mercado e igual a 0,8 no segundo.
(3) O excedente do consumidor no primeiro mercado é 70.
(4) Do ponto de vista do bem-estar, a ineficiência de um monopólio é medida pela perda de peso morto.

Solução:

Inicialmente, é necessário calcular a função-demanda inversa:

Mercado 1

$$q_1 = 32 - 0{,}4p_1 \Rightarrow p_1 = -2{,}5q_1 + 80$$

Mercado 2

$$q_2 = 18 - 0{,}1p_2 \Rightarrow p_2 = -10q_2 + 180$$

$$CT = 50 + 40q \Rightarrow CMg = 40$$

$$RT_1 = pq_1 = (80 - 2{,}5q_1)q_1 \Rightarrow 80q_1 - 2{,}5q_1^2$$
$$RT_2 = pq_2 = (-10q_2 + 180)q_2 \Rightarrow -10q_2^2 + 180q_2$$

A receita marginal iguala-se ao custo marginal em cada mercado:

$$RMg_1 = CMg$$
$$80 - 5q_1 = 40$$
$$q_1^* = 8$$

$$RMg_2 = CMg$$
$$-20q_2 + 180 = 40$$
$$20\,q_2 = 140$$
$$q_2^* = 7$$

Substituindo na função-demanda inversa, temos:

$p_1 = 80 - 2{,}5q_1$

$p_1 = 80 - 2{,}5 * 8$

$p_1 = 80 - 20$

$p_1^* = 60$

$p_2 = -10q_2 + 180$

$p_2 - 10 * 7 + 180$

$p_2^* = 110$

(0) *Falso.*

No equilíbrio, é a *RMg* de cada mercado que se iguala ao *CMg*, e não a soma das receitas marginais. Como o *CMg* é o mesmo em cada mercado, isso significa que a *RMg* em cada mercado também tem que ser a mesma.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 472.

(1) *Verdadeiro.*

No mercado 1, $q_1^* = 8$, e no mercado 2, $q_2^* = 7$.

(2) *Falso.*

$$p_1(q_1)\left[1 - \frac{1}{\varepsilon_1(q_1)}\right] = CMg(q_1 + q_2)$$

$$60.\left[1 - \frac{1}{\varepsilon_1(q_1)}\right] = 40$$

$$60 - \frac{60}{|\varepsilon_1(q_1)|} = 40$$

$$\frac{-60}{|\varepsilon_1(q_1)|} = -20$$

$$-20\ |\varepsilon_1(q_1)| = -60$$

$$|\varepsilon_1(q_1)| = 3$$

$$p_2(q_2)\left[1-\frac{1}{|\varepsilon_2(q_2)|}\right]=CMg(q_1+q_2)$$

$$110\left[1-\frac{1}{|\varepsilon_2(q_2)|}\right]=40$$

$$110 - \frac{60}{|\varepsilon_2(q_2)|}=40$$

$$\frac{-110}{|\varepsilon_2(q_2)|}=-70$$

$$-70|\varepsilon_2(q_2)|=-110$$

$$|\varepsilon_2(q_2)|\cong 1{,}57$$

O módulo da elasticidade no primeiro mercado é igual a 3, porém, no segundo mercado este é aproximadamente igual a 1,57.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 472.

(3) *Falso.*
$p_1 = 80 - 2{,}5q_1$

* Se $q_1 = 0$:
$p_1 = 80$
$p_c = 40 = CMg$
A receita marginal se iguala ao custo marginal em q=8, assim:

$EC = \dfrac{8*40}{2} = 160$ (área abaixo da curva de demanda e acima do preço de concorrência= excedente líquido do consumidor)

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 480.

(4) *Verdadeiro.*

No monopólio, o preço cobrado excede o custo marginal, ao contrário do mercado competitivo, em que o preço é igual ao custo marginal. Pelo fato de o poder de monopólio resultar em preços mais altos e quantidades mais baixas produzidas, isso ocasiona uma piora no bem-estar dos consumidores. Tal fato ocorre porque quando o preço é mais alto, os consumidores adquirem menos do produto (e perdem excedente por isso), e aqueles que o adquirem também perdem um excedente. Os produtores

ganham excedente devido ao preço mais alto, mas por outro lado perdem excedente devido ao lucro adicional que teriam ganho se tivessem cobrado o preço competitivo. A diferença entre o excedente do consumidor e o excedente do produtor indica a perda bruta (custo social da ineficiência) decorrente do poder de monopólio. A ineficiência do monopólio, então, é representada pela perda de peso morto, e ocorre porque o nível de produção é inferior ao que poderia ser, se houvesse competição.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 450 a 452.

Questão 13

Considere um duopólio de Cournot no qual as firmas escolhem simultaneamente as quantidades. A função de demanda inversa é dada por P = 6 – Q. Suponha que as firmas possuam custos marginais constantes respectivamente iguais a $c_1 = 1$ e $c_2 = 2$ (os custos fixos para ambas as firmas são nulos). Em equilíbrio, qual a razão entre os lucros das firmas 1 e 2 (isto é, π_1/π_2)?

Solução:

A curva de demanda de mercado é $P = 6 - Q$ em que $Q = (Q_1 + Q_2)$, sendo Q_1 a produção total da firma 1 e Q_2 a produção total da firma 2. O $CMg_1 = c_1 = 1$ e o $CMg_2 = c_2 = 2$.

A curva de reação da empresa 1 pode ser expressa por:

receita $R_1 = PQ_1 = (6 - Q)Q_1 = [6 - (Q_1 + Q_2)]Q_1 = 6Q_1 - Q_1^2 - Q_1Q_2$.

A receita marginal da firma 1,RMg_1 é a receita incremental ΔR_1 que resulta de uma variação incremental da produção ΔQ_1:

$$RMg_1 = \frac{\partial R_1}{\partial Q_1} = 6 - 2Q_1 - Q_2$$

Igualando-se RMg_1 a CMg_1, obtém-se a curva de reação da empresa 1:

$$2Q_1 + Q_2 = 6 - 1 \Rightarrow 2Q_1 + Q_2 = 5 \Rightarrow 2Q_1 = 5 - Q_2 \Rightarrow Q_1 = \frac{5 - Q_2}{2} \qquad (1)$$

Fazendo o mesmo para a empresa 2 temos:

$R_2 = PQ_2 = (6 - Q)Q_2 = [6 - (Q_1 + Q_2)]Q_2 = 6Q_2 - Q_2^2 - Q_1Q_2$.



$$RMg_2 = \frac{\partial R_2}{\partial Q_2} = 6 - 2Q_2 - Q_1$$

Igualando-se RMg_2 a CMg_2 tem-se:

$$6 - 2Q_2 - Q_1 = 2 \Rightarrow 2Q_2 + Q_1 = 6 - 2 \Rightarrow 2Q_2 + Q_1 = 4 \Rightarrow Q_2 = \frac{4 - Q_1}{2} \qquad (2)$$

Substituindo (2) em (1) temos:

$$Q_1 = \frac{5 - \frac{4-Q_1}{2}}{2} \Rightarrow Q_1 = \frac{6+Q_1}{2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow Q_1 = \frac{6+Q_1}{4} \Rightarrow 4Q_1 = 6 + Q_1 \Rightarrow 4Q_1 - Q_1 = 6$$

$$\Rightarrow 3Q_1 = 6 \Rightarrow Q_1 = \frac{6}{3} \Rightarrow Q_1 = 2$$

Substituindo Q_1 em (2) encontramos Q_2:

$$Q_2 = \frac{4-2}{2} \Rightarrow Q_2 = 1$$

Encontradas as ofertas individuais das duas firmas, é possível calcular a oferta do mercado através da curva de demanda, pois, ao igualarmos *RMg* = *CMg* no cálculo das quantidades produzidas das duas firmas, asseguramos que a oferta de mercado seja igual à demanda. Assim:

$$Q = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q = 2 + 1 \Rightarrow Q = 3$$

Substituindo Q na função de demanda do mercado encontramos o preço do produto:

$$P = 6 - 3 \Rightarrow P = 3$$

Para encontrarmos o lucro de cada firma, fazemos receitas (PQ) menos despesas (cQ). O cálculo dos custos de produção é simples, já que os custos fixos são nulos e os custos marginais são dados. Dessa forma temos:

Lucro da firma 1: $\pi_1 = PQ_1 - c_1Q_1 = 3.2 - 1.2 = 6 - 2 = 4$

Lucro da firma 2: $\pi_2 = PQ_2 - c_2Q_2 = 3.1 - 2.1 = 1$

Por fim, a relação entre os lucros das firmas 1 e 2, ou seja $\frac{\pi_1}{\pi_2}$ é igual a:

$$\frac{\pi_1}{\pi_2} = \frac{4}{1} = 4$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 512 a 516.

Questão 15

Uma firma utiliza dois fatores de produção (trabalho e capital) para produzir um único produto. Seu produto é vendido e o capital comprado sob condições de competição perfeita, ao passo que a firma possui poder de monopsônio no mercado de trabalho. A função de produção é dada por $Q = 2000\, L^{0,5}\, K^{0,5}$, em que Q mede o produto anual da firma em unidades, L o número de empregados e K denota o número de unidades de capital. A oferta de trabalho defrontada pela firma é dada por $L = (36)10^{-8}\, w^2$, em que w representa o salário anual. Sabe-se também que o preço do produto é dado por $p = 18$ e que $K = 25$. Qual o produto médio do trabalho associado à solução ótima

dessa firma? Divida o valor por mil e arredonde para o número inteiro imediatamente superior.

Solução:

A condição de equilíbrio da firma monopsonista é expressa por:
$RMg_L = DMg_L$ (1)
onde
RMg_L = Receita do Produto Marginal do Trabalho
DMg_L = Despesa Marginal do Trabalho
A diferença em relação à firma que compra no mercado competitivo é que as despesas marginal e média do monopsonista são diferentes.
Dada a curva de oferta de trabalho:
$L(w) = (36)10^{-8}\ w^2$ (2)

A despesa total (D) com o fator trabalho será:
$D(w) = L(w)*w$
$D(w) = (36)10^{-8}\ w^3$ (3)

E a despesa marginal será:
$DMg_L = D'(w) = (108)10^{-8}w^2$ (4)

O próximo passo é encontrar a demanda pelo fator trabalho. Essa demanda satisfaz à condição:

$P*Q'(L) = w$, dados p=18 e k=25 (5)
Ou seja,

$$18*5000*L^{-0.5} = w \Rightarrow L = \left(\frac{9000}{w}\right)^2$$

$$L = \left(\frac{81*10^8}{w^2}\right) \quad (6)$$

Igualando (6) e (4), temos:

$$w^2 = \frac{9*10^8}{6\sqrt{3}}$$

$$w = \frac{3*10^4}{\sqrt{6\sqrt{3}}}$$

Encontrado o valor de w, temos:
$L = 54\sqrt{3}$
O Produto Médio (Pme) é:
$Pme = 10000L^{-0,5}$

$$PMe = \frac{10}{\sqrt{54\sqrt{3}}} = \frac{10}{2\sqrt[4]{108}} = 1.551 \cong 2$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 492 a 494.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 457 a 460.

ANPEC/ 2004

Questão 3

Em relação à teoria da produção, analise as seguintes questões:

(0) Seja a função de produção $f(x_1, x_2) = 10\min\{3x_1, 2x_1 + x_2\}$, em que x_1 e x_2 são os insumos. Pode-se afirmar que, no ponto $(x_1, x_2) = (20{,}40)$, a isoquanta tem uma quebra (vértice).

(1) Considere uma função de produção com apenas dois insumos e que esses insumos sejam substitutos perfeitos. Esta função de produção é compatível tanto com retornos constantes, quanto com retornos crescentes ou com retornos decrescentes de escala.

(2) Uma firma opera com duas plantas cujos custos são $c_1(y_1) = y_1^2 + 45$ e $c_2(y_2) = 3y_2^2 + 20$, respectivamente. y_1 e y_2 são as quantidades produzidas. Se $y_1 + y_2 = 12$, a produção da segunda planta, y_2, será igual a 3.

(3) A função de custo de curto prazo de uma firma é $c(y) = 3y + 10$ para $y > 0$ e $c(0) = 6$, em que y é a quantidade produzida. O custo quase-fixo da firma é igual a 10.

(4) O custo total de uma firma é expresso por: $4y^2 + 100y + 100$ (y é a quantidade). Caso $y = 25$ unidades, o custo variável médio será 200.

Solução:

(0) *Falso.*

A função de produção $f(x_1, x_2) = 10\min\{3x_1, 2x_1 + x_2\}$ indica que a tecnologia utilizada pela firma apresenta as seguintes características:

- a firma produz um produto utilizando dois insumos: os bens 1 e 2;
- a tecnologia de produção é do tipo Leontief;
- o segundo insumo de produção pode ser produzido através de uma combinação dos dois insumos.

A isoquanta que representa tecnologias do tipo Leontief apresenta o formato em L, indicando que qualquer combinação dos insumos que não esteja na proporção definida pela tecnologia não significa aumento de produto. O vértice da isoquanta representa a proporção de utilização dos insumos. No caso da tecnologia acima representada, a proporção ótima será definida de tal forma que $3x_1 = 2x_1 + x_2$. Ou seja, haverá uma quebra na isoquanta no ponto em que $x_1 = x_2$. Portanto, no ponto $(x_1, x_2) = (20{,}40)$, a isoquanta não tem uma quebra.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 373.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 84 e 85; 129.

(1) *Verdadeiro.*

As funções de produção:

$f(x_1,x_2) = \max\{x_1,x_2\}^a$

$f(x_1,x_2) = \{x_1 + x_2\}^a$

São exemplos de funções que descrevem tecnologias cujos insumos são substitutos perfeitos, e os retornos de escala dependem do valor do parâmetro "a".

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 373 ; 381 a 384.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 84 e 85.

(2) *Verdadeiro.*

A firma tem duas plantas cujos custos são expressos por:

$c_1(y_1) = y_1^2 + 45$

$c_2(y_2) = 3y_2^2 + 20$

A firma utilizará as duas plantas de maneira que o custo total de produção seja mínimo. Ou seja, a firma escolhe y_1 e y_2 para:

$Min \quad c_1(y_1) + c_2(y_2)$

O plano de produção ótimo requer que o custo marginal de produção seja igual nas duas plantas[23]:

$c'_1(y_1) = c'_2(y_2)$

Assim, a condição de equilíbrio para essa firma implica que:

$y_1 = 3y_2$

Se $y_1 + y_2 = 12$, concluímos que $y_1 = 9$ e $y_2 = 3$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 391 e 392.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 436 a 438.

(3) *Falso.*

A função-custo $c(y) = 3y + 10$ exprime o custo variável ($3y$) e o custo fixo (10) para um nível positivo de produção. Se, para um nível de produção igual a zero, o custo fixo é igual a 6, então o custo quase-fixo é igual a 4 =(10 – 6), pois este só é um custo fixo para um nível de produção diferente de zero.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 379; 389 e 390.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 262; 264.

---

[23] Caso a igualdade dos custos marginais entre as plantas não seja possível, a firma sempre utilizará a planta com o menor custo marginal.

(4) *Verdadeiro.*

O custo total de uma firma é a soma dos custos fixos (CF) e custos variáveis (CV). Na função apresentada, o custo total pode ser decomposto em:

$CV = 4y^2 + 100y$

$CF = 100$

O custo variável médio (CVM), nesse caso, é expresso por:

$$CVM = \frac{CV}{y} = 4y + 100$$

Quando y = 25, CVM = 200.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 385 e 386; 390.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 262 e 266.

Questão 4

As vendas de ingressos para os jogos de um time de futebol dependem do número de vitórias do time por temporada e do preço dos ingressos. Em outras palavras, a função-demanda pelos ingressos é dada por $q = N(20 - p)$, em que p é o preço dos ingressos, q é a quantidade de ingressos (em milhares) e N é a proporção de jogos ganhos. O time pode aumentar N se investir C reais (em milhares) na contratação de novos talentos. Neste caso, tem-se que $N = 0{,}7 - \frac{1}{C}$. Assuma que o custo marginal de vender um ingresso seja zero. São corretas as afirmativas:

(0) O preço dos ingressos que maximiza lucros da firma é 10.

(1) O valor do investimento em jogadores, C, que maximiza os lucros, é 5 (em milhares).

(2) O lucro máximo da firma é 60 (em milhares).

(3) A receita total no ponto ótimo é 60 (em milhares).

(4) A proporção ótima de vitórias é 0,5.

Solução:

O problema da firma é escolher o preço dos ingressos (p) e a quantia a investir na contratação de talentos (C) para maximizar seus lucros. A função de lucros (L), portanto, depende de p e C, como se segue:

$L = pq - C$

$L = p[N(20 - p)] - C$

$L = p[(0{,}7 - \frac{1}{C})(20 - p)] - C$

As condições de primeira ordem desse problema são:

$\frac{\partial L}{\partial p} = 0$

e

$$\frac{\partial L}{\partial C} = 0$$

Ou seja,

$$\frac{\partial L}{\partial p} = 20(0,7 - \frac{1}{C}) - 2(0,7 - \frac{1}{C})p = 0$$

Assim temos que:

$20 - 2p = 0 \;\; p = 10$

e

$$\frac{\partial L}{\partial C} = \frac{(20-p)p}{C^2} - 1 = 0$$

$$C^2 = (20 - p)p$$

Dado o preço ótimo (p = 10), podemos encontrar o valor ótimo de C:
C = 10.

Portanto, a escolha ótima da firma corresponde aos seguintes valores:
p = 10 reais
C = 10 reais (em milhares)

Como resultado, temos:

N = 0,6 (proporção ótima de vitórias)
q = 6 (quantidade demandada de ingressos, em milhares)
Receita total = 60 reais (em milhares)
Lucro total = 50 reais (em milhares)

(0) *Verdadeiro.*
(1) *Falso.*
(2) *Falso.*
(3) *Verdadeiro.*
(4) *Falso.*

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 367 e 368.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 319 a 321.

Questão 5

Indique as afirmativas corretas:

(0) Um monopolista que seja capaz de praticar discriminação de preços de 1° grau pode exaurir a totalidade dos ganhos de troca do consumidor.

(1) Um monopolista que é capaz de praticar discriminação de preços de 1° grau pode optar por vender uma quantidade y tal que a curva de demanda seja inelástica neste nível de produto.

(2) Os descontos dados nas compras por atacado constituem discriminação de preços de 2° grau.

(3) Por maximizar o bem-estar agregado da economia, a oferta de equilíbrio na discriminação de preços é uma alocação eficiente.

(4) Na discriminação de preços de 3° grau, o grupo com demanda menos elástica paga um preço unitário maior que o grupo com demanda ~~menos~~ mais elástica.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

A discriminação de preços de primeiro grau consiste na prática de preços diferenciados pela qual o monopolista vende cada unidade do produto pelo valor máximo que o consumidor está disposto a pagar para consumir o bem. Trata-se da discriminação perfeita de preços. Ou seja, não há excedente do consumidor, pois tal excedente é dado pela diferença entre o preço máximo que o indivíduo está disposto pagar e o preço que ele efetivamente paga. Essa prática permite ao monopolista extrair a totalidade do excedente que o consumidor teria caso não houvesse discriminação de preços.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 465 a 467.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 485 a 489.

(1) *Verdadeiro.*

O monopolista que não discrimina preços escolhe produzir uma quantidade y de tal forma a maximizar seus lucros. A condição de equilíbrio é que a receita marginal seja igual ao custo marginal. Ou seja,

$$p(y) + \frac{\Delta p}{\Delta y} y = CMa(y)$$

Essa condição pode ser reescrita em função da elasticidade-preço da demanda.

$$p(y)\left[1 - \frac{1}{|\varepsilon(y)|}\right] = CMa(y)$$

O monopolista não pode vender uma quantidade y tal que $|\varepsilon|<1$, pois nesse caso a expressão entre colchetes tornar-se-ia negativa. Uma vez que o preço e o custo marginal são positivos, esse resultado não é possível.

Entretanto, se o monopolista discrimina preços em primeiro grau, ele pode cobrar de cada consumidor o preço máximo que ele está disposto a pagar por uma unidade do produto. Supondo que a demanda e o custo marginal sejam funções contínuas da quantidade produzida, temos que o lucro (L) do monopolista será dado por:

$$L = \int_0^{y^*} [p(y) - CMa(y)]dy$$

Nesse caso, o monopolista pode elevar seus lucros se aumentar sua produção até o nível (y^*) que torna o preço igual ao custo marginal, independentemente da elasticidade-preço da demanda.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 465 a 473.

(2) *Verdadeiro.*

A discriminação de preços de 2° grau diz respeito a situações em que o monopolista discrimina os preços de acordo com a quantidade comprada pelo consumidor. Ou seja, o monopolista estabelece preços diferenciados para diferentes quantidades (ou intervalos de quantidades), mas os consumidores que compram a mesma quantidade pagam o mesmo preço. Nesse caso, o monopolista discrimina os preços ofertando pacotes de preço e quantidade, o que constitui uma característica das compras por atacado, em que as grandes quantidades são adquiridas a preços unitários menores do que as pequenas.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 467 a 469.
- Pindyck, R. (1994), p. 489 e 490.

(3) *Falso.*

A discriminação de preços contribui para elevar o bem-estar agregado da economia porque, ao praticá-la, o monopolista aumenta a quantidade do produto transacionada na economia. Entretanto, a alocação resultante não é eficiente, pois, exceto para a discriminação de preços de primeiro grau, haverá uma "perda de peso morto" decorrente da prática monopolista.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 556 e 557.

(4) *Verdadeiro.*

A discriminação de preços de 3° grau é aquela em que o monopolista diferencia o preço do produto para diferentes grupos de consumidores. Ou seja, todas as unidades do produto oferecidas para um grupo (por exemplo, idosos ou estudantes) são vendidas ao mesmo preço, mas às unidades vendidas para outro grupo (por exemplo, jovens ou não estudantes) se aplica um preço diferente.

A título de ilustração, sejam $p_1(q_1)$ e $p_2(q_2)$, respectivamente, os preços cobrados para o grupo 1 e grupo 2 de consumidores, onde q_1 e q_2 são as quantidades demandadas pelos dois grupos. A condição de equilíbrio para a discriminação de preços de 3° grau requer a igualdade entre a receita marginal obtida com a venda do produto para cada um dos grupos e o custo marginal. Ou seja,

$$RM_1(q_1) = CMg(q_1 + q_2)$$

$$RM_2(q_1) = CMg(q_1 + q_2)$$

Essa condição pode ser reescrita em termos das elasticidades-preço da demanda dos dois grupos:

$$p_1(q_1)\left[1-\frac{1}{|\varepsilon_1(q_1)|}\right]=CMg(q_1+q_2)$$

$$p_2(q_2)\left[1-\frac{1}{|\varepsilon_2(q_2)|}\right]=CMg(q_1+q_2)$$

Daí, concluímos que o grupo com demanda menos elástica paga um preço unitário maior que o grupo com demanda mais elástica. Isto é, se $|\varepsilon_1| < |\varepsilon_2|$, então $p_1 > p_2$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 471 a 473.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 491 a 495.

Questão 6

São corretas as afirmativas:

(0) O modelo de duopólio, em que cada firma defronta-se com uma demanda quebrada, permite explicar a rigidez do preço do produto em relação a variações nos preços dos insumos.

(1) O paradoxo de Bertrand afirma que duopolistas que usam como estratégias os preços dos produtos que oferecem não se comportam racionalmente.

(2) Assuma que uma indústria seja constituída por firmas idênticas. É correto afirmar que a produção da indústria na conjuntura de Cournot é maior do que aquela que seria observada se as firmas constituíssem um Cartel.

(3) No modelo de Stackelberg, a firma com menor custo médio é a firma líder, por definição.

(4) Sejam $c(y_1)=8y_1$ e $c(y_2)=10y_2$, os custos totais das firmas 1 e 2, respectivamente. É correto afirmar que, numa conjuntura de Cournot, a produção da firma 2 será menor que a da firma 1.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

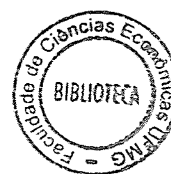
O modelo de curva de demanda quebrada procura explicar a rigidez de preços em mercados oligopolistas. Nesse modelo, cada empresa se defronta com uma curva de demanda quebrada no preço corrente P*. Para preços maiores que P*, a curva de demanda é muito elástica, pois a empresa crê que se aumentar seu preço, as demais empresas não o farão, e ela vai perder grande parte do mercado. Se a empresa vender abaixo do preço P*, as demais empresas acompanharão porque se sentem ameaçadas, de tal forma que a primeira empresa só aumentaria suas receitas se a demanda também aumentasse.

Devido a esse formato da curva de demanda, a curva de receita marginal será descontínua no ponto (P*,Q*), onde Q* é a quantidade demandada ao preço corrente P*. Tal descontinuidade gera um intervalo dentro do qual variações nos custos (decorrentes de variações nos preços dos insumos) deslocam a curva de custo marginal

mas não alteram o plano de preço e produção ótimo (P*,Q*) da firma (Receita marginal, = Custo Marginal).

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 584 a 586.



(1) *Falso.*

No modelo de Bertrand, os duopolistas têm os preços como variável-chave de decisão. A racionalidade de seu modelo é que se a mercadoria é homogênea, os consumidores estarão dispostos a comprar do vendedor com o menor preço, e este abasteceria todo o mercado.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 518 e 519.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 572 e 573.

(2) *Verdadeiro.*

Considere uma indústria com n firmas atuando sob o regime de Cournot. A condição de equilíbrio da firma é que a receita marginal da firma seja igual ao custo marginal. Ou seja,

$$p(Q) + \frac{\Delta p}{\Delta Q} q_i = CMa(q_i)$$

onde p é o preço; Q é a quantidade total produzida pela indústria; q_i é quantidade produzida pela firma i.
Essa condição pode ser reescrita em função da elasticidade-preço da demanda (ε) e da participação da empresa i no mercado (s_i).

$$p(Q)\left[1 - \frac{1}{|\varepsilon(Q)|/s_i}\right] = CMa(q_i)$$

Como as firmas são idênticas, podemos supor que $s_i = s$ e $CMa(q_i) = CMa(q)$ para todas as empresas. Ou seja, teremos:

$$p(Q)\left[1 - \frac{1}{|\varepsilon(Q)|/s}\right] = CMa(q)$$

Na competição de Cournot, a determinação de p e Q será feita respeitando essa igualdade, onde "s" será menor que 1 para todas as empresas da indústria. Observe, entretanto, que quanto maior s, maior será o preço praticado na indústria. E, portanto, menor será a quantidade transacionada (considerando-se uma curva de demanda negativamente inclinada).

No limite, s será igual a 1 e o problema degenera-se para a solução de monopólio. Assim, o preço atinge seu valor máximo em função da curva de demanda do mercado. Essa solução é a mesma que seria observada se as firmas constituíssem um cartel. Nesse caso, a quantidade seria menor e o preço maior do que qualquer outra situação atingida sob o regime de Cournot.

Suponha o caso de $N = 2$ e uma demanda linear dada por:

$$p = a - bq$$
$$q = \frac{a-p}{b}$$

Solução de duopólio:

A Firma 1 maximiza o lucro escolhendo q_1:

Max L= $(a - b(q_1 + q_2))q_1 - cq_1$

$$\frac{\partial L}{\partial q_1} = 0 \Rightarrow a - 2bq_1 - bq_2 - c = 0$$

$$a - bq_2 - c = 2bq_1$$

Assim, a função de reação da firma 1:

$$q_1(q_2) = \frac{a - bq_2 - c}{2b}$$

Analogamente, temos para a firma 2:

$$q_2(q_1) = \frac{a - bq_1 - c}{2b}$$

Substituindo, temos:

$$q_1 = q_2 = \frac{a-c}{3b}$$
$$q = 2\frac{a-c}{3b}$$

Solução de Coalisão

Maximizar o Lucro Conjunto

Max $(a - b(q_1 + q_2))(q_1 + q_2) - c(q_1 + q_2)$

$$a(q_1 + q_2) - b(q_1 + q_2)^2 - c(q_1 + q_2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_1} = a - 2b(q_1 + q_2) - c = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_2} = a - 2b(q_1 + q_2) - c = 0$$

$$\boxed{q_1 = q_2}$$

$$a - 2b(2q_1) = c$$

$$a - 4bq_1 = c$$

$$\frac{a-c}{4b} = q_1$$

$$q = \left(\frac{a-c}{4b}\right)2$$

$$\boxed{q = \frac{a-c}{2b}}$$

Solução de Monopólio

$$\text{Max } L = (a - bq)q - cq$$
$$\frac{\partial L}{\partial q} = a - 2bq = c$$

$$\boxed{q = \frac{a-c}{2b}}$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 512 a 519.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 562 a 569.

(3) *Falso.*

No modelo de Stackelberg, a firma líder é aquela que tem alguma vantagem que lhe permite escolher a quantidade a ser produzida antes que as demais firmas façam seu plano de produção. Somente após essa escolha, as firmas seguidoras decidem que quantidade elas devem produzir. A vantagem de ser a firma líder não decorre, necessariamente, da estrutura de custos das empresas.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 503 a 512.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 569 a 571.

(4) *Verdadeiro.*

Considere a condição de equilíbrio apresentada em (2)

$$p(Q)\left[1 - \frac{1}{|\varepsilon(Q)|/s_i}\right] = CMa(q_i)$$

A firma 1 tem custo marginal igual a 8, enquanto a firma 2 tem custo marginal igual a 10.

Então, podemos escrever:

$$p(Q)\left[1-\frac{1}{|\varepsilon(Q)|/s_1}\right]=8\text{, para a firma 1}$$

$$p(Q)\left[1-\frac{1}{|\varepsilon(Q)|/s_2}\right]=10\text{, para a firma 2}$$

Comparando essas duas expressões, podemos inferir que s_1 é menor que s_2, pois, nesse caso

$$p(Q)\left[1-\frac{1}{|\varepsilon(Q)|/s_1}\right]<p(Q)\left[1-\frac{1}{|\varepsilon(Q)|/s_2}\right]$$

Ou seja, quanto menor o custo marginal de uma firma em relação a outra firma da mesma indústria, maior será a sua participação nesse mercado sob a conjuntura de Cournot.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 512 a 518.

Questão 10

Um monopolista cujos custos de produção são dados por $c(q)=q^2+100$ defronta-se com a demanda de mercado $p=A-3q$, em que A > 0 é uma constante. É correto afirmar:

(0) Se A < 40, o monopolista, no equilíbrio, terá prejuízo.
(1) A alocação eficiente nesse mercado é $q^e=(2/5)A$.
(2) Se A = 45, será possível regular o monopólio de modo que este produza quantidade competitiva sem ter prejuízo.
(3) Considerando A = 48, um regulador que estipule um preço mínimo de R$ 30,00 estará agindo conforme o interesse do monopolista de maximizar lucro em detrimento do ótimo social.
(4) O peso morto do monopólio quando A = 48 é 36.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

O problema do monopolista é escolher q para:

Max $p(q)q - c(q) = (A-3q)q - (q^2 + 100)$

Condições de Primeira Ordem:
$A - 8q^* = 0$

$q^* = A/8$

Lucro ótimo (π^*)

$$\pi^* = \frac{A^2}{16} - 100$$

O monopolista terá prejuízo se $\pi^* < 0$

Ou seja, se $\pi^* = \frac{A^2}{16} - 100 < 0$

Isso acontece se $0 < A < 40$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 463.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 427 a 431.

(1) Falso.

O monopolista escolhe produzir q = A/8, mas, nesse caso, o monopólio não será eficiente devido à perda de peso morto que decorre desse plano de produção. A alocação eficiente é aquela que corresponde ao nível de produção que atende à condição de equilíbrio em concorrência perfeita, quando o preço é igual ao custo marginal. Ou seja,

$$A - 3q^e = 2q^e$$

$$q^e = \frac{A}{5}$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 451 a 455.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 450 a 452.

(2) *Falso.*

Se A = 45, a demanda de mercado será

$$p = 45 - 3q$$

O nível de produção competitivo (q^c) é aquele em que o preço é igual ao custo marginal. Isto é,

$$45 - 3q^c = 2q^c$$
$$q^c = 9$$

Nesse caso, a firma opera com prejuízo igual a 19 unidades monetárias [c(9) = 181; receita = 162].

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 451 a 455.

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 452 a 456.

(4) Verdadeiro.

Se A = 48, p = 48 – 3q.

O monopolista escolhe o nível de produção (q), que maximiza seus lucros (L):
Max L = (48 – 3q)q – (q^2 + 100)

Condição de primeira ordem:
48 – 8q = 0

q* = 6

Nesse caso, p = 30.

Portanto, ao estipular um preço mínimo de R$ 30,00 o regulador permite que o monopolista implemente o plano de produção que maximiza seus lucros de monopólio.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 463.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 427 a 431.

(4) *Falso.*

O primeiro passo para respondermos a essa questão é encontrar a quantidade que vigora sob o regime de monopólio e a que seria estabelecida sob um regime competitivo.

Quando A = 48, vimos em (3) que o plano ótimo do monopolista é produzir 6 unidades e estabelecer um preço igual a 30. Sob competição, devemos fazer preço igual ao custo marginal:
$48 - 3q^c = 2q^c$

$q^c = 9{,}6$

E, daí: p = 19,2

A perda de peso morto do monopólio corresponde à área situada entre a curva de demanda e o custo marginal, no intervalo de quantidades de 6 a 9,6 unidades. A perda de peso morto decorre da redução na quantidade de 9,6 unidades (que prevaleceria no hipotético mercado competitivo), para 6 unidades (monopólio).

$$Perda = \int_6^{9,6}[p(q) - CMa(q)]dq = \int_6^{9,6}[(48-3q) - 2q]dq = 32{,}4$$

Portanto, a perda de peso morto do monopólio é R$ 32,4.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 453 e 454.
- Pindyck, R. (1994), p. 450 a 452.

Questão 12

A indústria de aviões é composta por 16 firmas. A função-custo de longo prazo de 10 dessas firmas é definida por $c(y) = 2 + \frac{y^2}{2}$ e a das 6 restantes por $c(y) = \frac{y^2}{10}$. Nenhuma firma nova pode entrar na indústria. Supondo-se que o preço de um avião seja igual a 1, pergunta-se: qual será a quantidade ofertada da indústria no longo prazo? Qual a oferta de longo prazo da indústria se o preço do produto for 1 (isto é, $p_y = 1$)?

Solução:

A indústria de aviões é composta por dois grupos de firmas, com as seguintes funções de custos:

Grupo 1: $c(y) = 2 + \frac{y^2}{2}$

Grupo 2: $c(y) = \frac{y^2}{10}$

No longo prazo, a condição de equilíbrio é que o preço seja igual ao custo marginal para todas as empresas e que o lucro seja maior ou igual a zero.[24] A possibilidade de lucro positivo no longo prazo se deve à hipótese de que nenhuma firma nova pode entrar na indústria.

O custo marginal das firmas é dado por:

Grupo 1: $c'(y) = y$

Grupo 2: $c'(y) = \frac{y}{5}$

Em equilíbrio, cada firma produziria a quantidade que torne o custo marginal igual a 1:

Grupo 1: $y = 1$

Grupo 2: $y = 5$

Entretanto, o lucro/ prejuízo das firmas seria:

[24] No longo prazo, a condição de equilíbrio da firma é definida pela igualdade entre o preço, o custo marginal e o custo médio. O que diferencia o curto prazo do longo prazo é exatamente a necessidade de igualdade entre o custo marginal e o custo médio. Usualmente, no longo prazo, o lucro é zero, daí a igualdade entre o preço e o custo médio. No caso da questão acima existe uma restrição ao número de empresas que operam com custo mais baixo, desse modo, essas empresas poderiam operar com lucro positivo. Uma solução alternativa da questão proposta envolveria a igualdade do custo médio e marginal ao preço e a constatação direta que esta igualdade só seria verificada para empresas do tipo 1 que ,portanto, seriam as que ficam estabelecidas no mercado.

Grupo 1: c(y = 1) = 2,5 e receita = 1 ➾ prejuízo = 1,5

Grupo 2: c(y = 5) = 2,5 e receita = 5 ➾ lucro = 2,5

No longo prazo, as 10 firmas do primeiro grupo sairão do mercado, pois elas estariam operando com prejuízo. Enquanto isso, cada uma das 6 firmas do segundo grupo produzirão 5 aviões. A oferta da indústria será igual a $\boxed{\text{30 aviões}}$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 391 e 392.

Questão 13

Seja $u(D, M)$ a função-utilidade de um indivíduo, em que D é o número de unidades de um bem doméstico e M é o número de unidades de um bem importado. A função-utilidade é uma Cobb-Douglas. Sabe-se que, se a Taxa de Substituição Econômica de bens importados por domésticos for 0,5, o indivíduo consumirá a mesma quantidade dos dois bens, em equilíbrio. Pede-se: qual é a Taxa Marginal de Substituição de M por D se a cesta de consumo é $(D, M) = (50{,}200)$?

Solução:

Seja $u(D, M) = AD^{\alpha}M^{\beta}$ a função de utilidade Cobb-Douglas, onde A, α e β são parâmetros. A Taxa Marginal de Substituição de bens importados (M) por bens domésticos (D) é:

$$TMS = -\frac{dM}{dD} = \frac{\partial U / \partial D}{\partial U / \partial M}$$

Para a função de utilidade acima, temos:

$$\text{TMS} = \frac{\alpha}{\beta}\frac{\text{M}}{\text{D}}$$

Sabemos que TMS = 0,5, quando M = D.

Nesse caso, podemos inferir que a razão $\alpha / \beta = 0{,}5$. Ou seja,

$$\text{TMS} = 0{,}5\frac{\text{M}}{\text{D}}$$

Então, quando (D,M) = (50,200), a $\boxed{\text{TMS} = 2}$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 75 e 76.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 108 e 109 ; 249.

Questão 14

Em um duopólio com horizonte de vida infinito, as firmas podem concordar em produzir conjuntamente, como um monopólio, ou concorrer ao estilo Cournot. No primeiro caso, em cada período, cada uma delas teria um lucro de 100 e, no segundo, de

50. Porém, se uma das firmas trair o acordo de comportar-se conjuntamente como monopólio, seu lucro seria de 200 naquele período enquanto nos seguintes o acordo seria desfeito, passando as firmas a concorrer ao estilo Cournot. Há um ativo financeiro que oferece rendimentos fixos de 100r% por período. Qual o valor de 100r que deixa as firmas indiferentes entre agir como monopólio ou trair a coalizão?

Solução:

Se as firmas atuarem em conluio, o lucro individual será igual a 100 por n períodos ($n \rightarrow \infty$). Ou seja, o valor presente do fluxo de lucros futuros da firma i (π_i), será igual a:

$$\pi_i^M = 100 + 100\delta + 100\delta^2 + 100\delta^3 + \ldots = 100\sum_{n=0}^{\infty}\delta^n \quad (1),$$

onde M denota que as firmas atuam como monopólio; e

$\delta = \dfrac{1}{1+r}$ é um fator de desconto correspondente à taxa de desconto de 100r%.

A expressão (1) significa que:

$$\pi_i^M = 100 * \frac{1}{1-\delta} \qquad (2)$$

Se uma firma trair a coalizão, seu lucro será igual a 200 no período em que ocorre a traição e 50 nos demais períodos (competição de Cournot). O valor presente do fluxo de lucros futuros da firma traidora (π_i^T) será igual a:

$$\pi_i^T = 200 + 50\delta + 50\delta^2 + 50\delta^3 + \ldots = 150 + 50\sum_{n=0}^{\infty}\delta^n$$

$$\pi_i^T = 150 + 50 * \frac{1}{1-\delta}$$

A firma i será indiferente entre atuar em conluio ou quebrar o acordo de coalizão se

$$\pi_i^M = \pi_i^T$$

Isto é, se

$$100 * \frac{1}{1-\delta} = 150 + 50 * \frac{1}{1-\delta}$$

A igualdade ocorre quando $\delta = \dfrac{2}{3}$

Ou, equivalentemente,

$$\delta = \frac{1}{1+r} = \frac{2}{3}$$

r = 0,5 ➔ $\boxed{100r = 50}$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 519 a 523.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 593 a 597.

Incerteza, Informação Assimétrica e Teoria dos Jogos

ANPEC/1992

Questão 4

(0) A Sena é uma loteria onde, em caso de ausência de vencedor, o prêmio é acumulado para o sorteio seguinte. Um indivíduo avesso ao risco jamais deve jogar na Sena.

(1) As companhias de seguro aceitam fazer seguros porque são mais propensas ao risco que a média das pessoas.

(2) Um indivíduo propenso ao risco é aquele que aceita correr uma perda maior que os outros.

(3) Um consumidor neutro ao risco prefere não fazer seguro do seu automóvel porque o valor esperado em caso de perda é menor que o valor do automóvel.

(4) Numa economia existe um único ativo com renda variável. Então quanto maior a propensão ao risco de um indivíduo, maior a proporção deste ativo no seu portfólio.

Solução:

(0) *Falso.*

Vejamos a definição de aversão ao risco: diz-se que um indivíduo é avesso ao risco se a utilidade auferida com o valor esperado da loteria for superior à utilidade auferida se o indivíduo entrar na loteria.

Ou seja, supondo dois estados da natureza, e denominando de L uma loteria qualquer, pertinente ao espaço de loterias ℓ, que paga x_1 no estado 1, e x_2 no estado 2:

π = probabilidade do estado da natureza 1 ocorrer

1 - π = probabilidade do estado da natureza 2 ocorrer

VE = valor esperado da loteria = $(\pi x_1 + (1-\pi)x_2)$

Temos que o indivíduo é avesso ao risco se:

$$U(VE) \geq U(L)$$

Onde $U(L) = \pi U(x_1) + (1-\pi)U(x_2)$

Assim, dependendo do valor do bilhete e do valor do prêmio acumulado, pode ser que mesmo para um indivíduo avesso ao risco a utilidade de jogar na Sena seja maior do que a utilidade de não jogar.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 235 e 236.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 187 e 188.

(1) *Falso.*

As companhias de seguro aceitam fazer seguro porque elas têm capacidade de diversificar o risco. Em geral, supõe-se que as companhias sejam neutras ao risco.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 239 e 240.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 195 e 196.

(2) *Falso.*

Um indivíduo propenso ao risco é aquele que prefere entrar na loteria a receber, com certeza, o valor esperado da loteria. Isto é, um indivíduo propenso ao risco é aquele que prefere uma distribuição aleatória da riqueza ao valor esperado dela.

Usando a mesma notação definida no item 0, o indivíduo propenso ao risco é aquele que:

$$U(L) \geq U(VE)$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 236 e 237.

(3) *Falso.*

Se o seguro for atuarialmente justo, o indivíduo neutro ao risco é indiferente entre fazer ou não fazer o seguro do automóvel. Vejamos o exemplo abaixo descrito. Suponha:

π = probabilidade de ser roubado
(1 - π) = probabilidade de não ser roubado
w_0 = riqueza inicial
D = valor do automóvel
q = prêmio de risco (proporção de cada real segurado cobrado)
α = valor monetário

O valor esperado da riqueza do indivíduo se este não fizer seguro é dado pela expressão abaixo:

$$EW(sem\ seguro) = \pi(w_0 - D) + (1-\pi)(w_0) = w_0 - \pi D$$
$$U(sem\ seguro) = w_0 - \pi D$$

O valor esperado da riqueza se o indivíduo fizer seguro é dado por:

$\pi(w_0 - D + \alpha - \alpha q) + (1-\pi)(w_0 - \alpha q)$
se $q = \pi$

$$EW(seguro) = w_0 - \pi D$$
$$U(seguro) = w_0 - \pi D$$

Como o indivíduo é neutro ao risco, a utilidade auferida com a riqueza esperada é igual ao próprio valor da riqueza. Assim se $q = \pi$, ou seja, se o seguro for atuarialmente justo, a utilidade de fazer seguro será exatamente igual à de não fazer.[1]

Se $q > \pi$, a utilidade de fazer seguro será estritamente menor que a utilidade de não fazer seguro.

Se $q < \pi$ a seguradora aufere lucro negativo o que, portanto, não é uma solução possível.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 237; 243 e 244.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 189 e 190.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 188.

(4) *Verdadeiro*.

Suponha:
w_0 = riqueza inicial
a = montante de riqueza investida no ativo arriscado
$\tilde{r}$ = retorno do ativo arriscado (variável aleatória)
r = retorno do ativo sem risco

Em uma economia com apenas um ativo arriscado, sempre que o indivíduo for propenso ao risco, ele vai investir toda a sua riqueza no ativo arriscado. Veja o exemplo abaixo.

Podemos escrever o problema do consumidor, no qual o mesmo escolhe o montante de riqueza a ser investida no ativo arriscado como:

$Max_{a\geq 0}\ EU[(w_0 - a)(1+r) + a(1+\tilde{r})]$ EQ (1)

[1] Um seguro é atuarialmente justo se o valor pago por unidade monetária segurada for igual à probabilidade de ocorrência do sinistro. Quando a seguradora cobra o prêmio segundo o valor atuarialmente justo, seu lucro é zero. Uma definição mais ampla de seguro atuarialmente justo pode incluir custos administrativos nos custos do seguro.

Rearranjando os termos:

$$\max_{a\geq 0} EU[w_0(1+r)+a(\tilde{r}-r)] \qquad \text{EQ (2)}$$

O consumidor escolhe quanto irá investir de sua riqueza no ativo arriscado.
Derivando em relação a "a":

$$\frac{\partial EU}{\partial a} = EU'[w_0(1+r)+a(\tilde{r}-r)](\tilde{r}-r) \qquad \text{EQ (3)}$$

Uma forma de solucionar esse problema é analisar o sinal da derivada no ponto em que $a = w_0$, em outras palavras, analisar o comportamento da utilidade marginal esperada se o indivíduo investir toda a sua riqueza no ativo arriscado.

Se a utilidade marginal esperada for positiva no ponto $a = w_0$, isso significa que a utilidade esperada do indivíduo é crescente no ponto $a = w_0$ e, portanto, que a mesma é crescente com a renda aplicada. Assim, o indivíduo irá investir toda a sua riqueza no ativo arriscado.

No ponto $a = w_0$ a expressão da utilidade marginal esperada pode ser rescrita como:

$$\left.\frac{\partial EU}{\partial a}\right|_{a=w_0} = EU'[w_0(1+\tilde{r})](\tilde{r}-r) \qquad \text{EQ (4)}$$

$$= \operatorname{cov}(u'(w_0(1+\tilde{r})),\tilde{r}) + EU'[w_0(1+\tilde{r})]E(\tilde{r}-r) \qquad \text{EQ (5)}$$[2]

Rearranjando os termos, temos que para que a EQ (5) seja estritamente positiva, o retorno esperado do ativo arriscado deve ser superior ao lado direito da expressão abaixo:

$$E(\tilde{r}-r) > -\frac{\operatorname{cov}(u'(w_0(1+\tilde{r})),\tilde{r})}{EU'[w_0(1+\tilde{r})]} \qquad (6)$$

Para dado retorno do ativo arriscado, $\tilde{r}$, quanto menor o grau de aversão ao risco do indivíduo, medido pela curvatura da curva de utilidade marginal, maior o montante da riqueza investido no ativo arriscado.[3]

Em um caso extremo, se o indivíduo for propenso ao risco, a covariância é positiva e o indivíduo sempre investe toda a sua riqueza no ativo arriscado. Ou seja, quanto maior a propensão ao risco, maior a proporção da renda investida no ativo arriscado.

---

[2] Esta equação é uma aplicação da fórmula da covariância, isto é: $\operatorname{cov}(X,Y) = E[(x-u_x)(y-y_y)] = E[X,Y] - u_x u_y = \sigma_{xy}$ (Vasconcellos, M. A. *et al.* (2000), p. 259).

[3] O mesmo exercício de estática comparativa pode ser feito no ponto a=0, ou seja, quando o indivíduo não investe nada da sua riqueza no ativo arriscado. Se a utilidade marginal esperada passar positivamente por este ponto, isso significa que a utilidade esperada é crescente com a riqueza aplicada no ativo arriscado. A igualdade a zero da condição de primeira ordem gera a condição que estabelece o montante de riqueza investido no ativo arriscado.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 188.
- Vasconcellos, M. A. *et al.* (2000), p. 259.
- Huang; Litzemberger (1988), p.18.

ANPEC/1993

Questão 15

Madame Pompidou economizou 10.000 francos e planeja gastar esse dinheiro com uma viagem ao Brasil. A utilidade da viagem é uma função do logaritmo de seus gastos no Brasil e é dada por U = *ln* (gastos). Nesta viagem existe uma probabilidade de 25% de que ela venha a perder 1.000 francos. Para evitar esse risco de perda de 1.000 francos, ela pode fazer um seguro pagando um prêmio de 250 francos. Pode-se afirmar que:

(0) O prêmio cobrado é atuarialmente justo.
(1) Fazendo o seguro, a utilidade esperada da viagem será menor do que sem fazê-lo.
(2) O prêmio máximo que ela deveria pagar é 240 francos.
(3) Sem o seguro, a utilidade esperada da viagem é igual a 9.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Para a seguradora, temos que o lucro esperado EL é igual a:

$$E(lucro) = 250 - (0{,}25*1000 + 0{,}75*0) \Rightarrow 0$$

Portanto, o prêmio é atuarialmente justo. Dito de outra forma, o valor pago por Madame Pompidou é exatamente igual ao valor esperado da perda: 0,25*1000 = 250

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 181.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 178 a 180.

(1) *Falso.*

A utilidade esperada de Madame Pompidou, se a mesma não fizer seguro, é dada por:

$$EU_{ss} = 0{,}75\ln(10000) + 0{,}25\ln(9000)$$
$$EU_{ss} \cong \ln(9740)$$

Com seguro:

$$EU_{cs} = 0{,}75\ln(10000-250) + 0{,}25\ln(10000-250-1000+1000)$$
$$EU_{cs} = \ln(9750)$$

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 186.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 178 a 180.

(2) *Falso.*

O prêmio máximo que o indivíduo deveria pagar é um valor que o deixa indiferente entre fazer seguro ou não fazer.

Esse valor deve satisfazer $EU_{ss} = EU_{cs}$. Portanto, o valor máximo que Madame Pompidou estaria disposta a pagar pelo seguro é 260.

$$[EU_{cs} = 0{,}75\ln(10000-260) + 0{,}25\ln(10000-260-1000+1000) = \ln(9740)]$$

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 189 e 190.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 178 a 180.

(3) *Falso.*

Sem seguro a utilidade esperada é $EU_{ss} \cong \ln(9740) \cong 9{,}184$

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 186.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 178 a 180.

ANPEC/1994

Questão 4

Um consumidor considera 4 alternativas de consumo (A, B, C, D), sendo que a utilidade de cada uma delas é dada por:

100 = U(A) > U(B) > U(C) > U(D) = 0.

O consumidor deve considerar na sua escolha duas situações:

Situação (1): todas as alternativas ocorreriam com probabilidades iguais a 1/4;

Situação (2): a probabilidade de ocorrência das alternativas seriam 0,15; 0,50; 0,15 e 0,20, respectivamente.

Sabe-se também que a alternativa C é equivalente à loteria em que A e D ocorrem com probabilidades de 0,40 e 0,60, respectivamente, e que a alternativa B é equivalente à loteria em que A e D ocorrem com probabilidades 0,20 e 0,80. Diante disto, calcule a soma da utilidade esperada da Situação (1) com a utilidade esperada da Situação (2).

Solução:

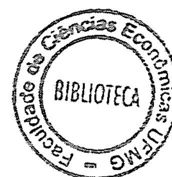
Obs.: Na formulação original esta questão está inconsistente. Para solucionar a inconsistência supusemos que a alternativa B equivale à loteria em que A e D ocorrem com probabilidade 0,80 e 0,20, respectivamente.

A solução deste problema é uma aplicação direta do Teorema da Utilidade Esperada. Assumindo que as preferências do consumidor satisfazem o axioma da independência e o axioma da continuidade, podemos escrever as preferências deste consumidor na forma da utilidade esperada.

Ou seja,

$$U(\alpha_K L_K) = \alpha_K U(L_K)$$

Assim,



$$U(A) = 100$$
$$U(D) = 0$$

$$U(C) = 0{,}4U(A) + 0{,}6U(D) = 40$$
$$U(B) = 0{,}8U(A) + 0{,}2U(D) = 80$$

$$U(A) > U(B) > U(C) > U(D) = 0$$
$$100 > 80 > 40 > 0$$

$$U(situação1) = 0{,}25 * 100 + 0{,}25 * 80 + 0{,}25 * 40 + 0 = 55$$
$$U(situação2) = 0{,}15(100) + 0{,}5(80) + 0{,}15(40) + 0 = 61$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 232 e 233; 236.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 186 a 190.

Questão 5

Um indivíduo tem possibilidade de escolher entre 3 situações alternativas:

Situação (1): ganhar $7,5 milhões com probabilidade de 4/5 e $15 milhões com probabilidade de 1/5.

Situação (2): ganhar $10 milhões com probabilidade de 4/5 e $5 milhões com probabilidade de 1/5.

Situação (3): ganhar $9 milhões com 100% de certeza.

Diante disto:

(0) O indivíduo deve ser indiferente às situações (1) e (2).
(1) Se o indivíduo preferir a situação (2) à situação (3) então ele é inconsistente nas suas escolhas.
(2) Se para este indivíduo a utilidade de ganhar uma soma x de dinheiro for dada por U(x) = 4x, então a situação (2) é melhor que a situação (1).
(3) Se ele for indiferente às três situações ele tem posição neutra frente ao risco.

Solução:

O ganho esperado em cada uma das três situações é $9 milhões:

- Situação (1): $E[ganho] = \$7{,}5 * \frac{4}{5} + \$15 * \frac{1}{5}$
- Situação (2): $E[ganho] = \$10 * \frac{4}{5} + \$5 * \frac{1}{5}$
- Situação (3): $E[ganho] = \$9 * 1$

Devemos ter as seguintes relações se o indivíduo for neutro ao risco:[4]

$$U\left(\$7{,}5 * \frac{4}{5} + \$15 * \frac{1}{5}\right) = U(7{,}5) * \frac{4}{5} + U(15) * \frac{1}{5} \qquad \text{(Situação 1)}$$

$$U\left(\$10 * \frac{4}{5} + \$5 * \frac{1}{5}\right) = U(10) * \frac{4}{5} + U(5) * \frac{1}{5} \qquad \text{(Situação 2)}$$

Nesse caso, o indivíduo é indiferente entre as alternativas 1 e 2. Mas se ele for avesso ou propenso ao risco, devemos ter:

$$U\left(\$7{,}5 * \frac{4}{5} + \$15 * \frac{1}{5}\right) \neq U(7{,}5) * \frac{4}{5} + U(15) * \frac{1}{5} \qquad \text{(Situação 1)}$$

$$U\left(\$10 * \frac{4}{5} + \$5 * \frac{1}{5}\right) \neq U(10) * \frac{4}{5} + U(5) * \frac{1}{5} \qquad \text{(Situação 2)}$$

Assim como devemos ter $U(7{,}5) * \frac{4}{5} + U(15) * \frac{1}{5} \neq U(10) * \frac{4}{5} + U(5) * \frac{1}{5}$.

Logo, o indivíduo não será indiferente entre as alternativas 1 e 2.

[4] U(x) é definida como a função utilidade de Bernoulli.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 185 e 186.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 179 a 181; 186 a 189.

(0) *Falso.*

Seria verdadeiro apenas se o indivíduo fosse neutro ao risco.

(1) *Falso.*

Se o indivíduo for neutro ao risco, ele será indiferente entre as alternativas 2 e 3, sem que seja inconsistente.

(2) *Falso.*

Se U(x) = 4x, o indivíduo é neutro ao risco e indiferente entre as situações 1 e 2.

(3) *Verdadeiro.*

O indivíduo é indiferente entre obter um valor com certeza e entrar em uma loteria, pois em média ele aufere o mesmo ganho. Logo, trata-se de um indivíduo neutro ao risco.

ANPEC/1995

Questão 4

Ao sair de casa pela manhã um indivíduo tem que decidir se leva consigo um guarda-chuva. Se chover e ele não tiver o guarda-chuva consigo, sua utilidade cai 3 unidades. Se chover e ele tiver o guarda-chuva, sua utilidade cai apenas 1 unidade. Se não chover, o esforço de carregar o guarda-chuva reduz sua utilidade de 1/2 de unidade.

(0) Independentemente da probabilidade de chuva, ele nunca deve levar guarda-chuva.
(1) Se a probabilidade de chuva for maior que 20%, ele deve levar guarda-chuva.
(2) Se a probabilidade de sol for maior que 50%, ele não deve levar guarda-chuva.
(3) Se a probabilidade de chuva for menor que 20%, ele deve levar guarda-chuva.

Solução:

O indivíduo deve escolher entre levar o guarda-chuva ou não levá-lo. A incerteza está associada a dois estados da natureza, chover (com probabilidade p) ou não chover (com probabilidade 1-p). A fim de tomar sua decisão de levar ou não o guarda-chuva, o indivíduo compara a utilidade esperada resultante de cada escolha, ou seja:

O indivíduo tem duas estratégias: levar ou não o guarda-chuva
Dois estados da natureza que podem ocorrer: chover ou não chover

Denomine:
Utilidade esperada se levar guarda-chuva = EU_g
Utilidade esperada se não levar guarda-chuva = EU_{sg}

Se não chover e não levar guarda-chuva, a utilidade obtida é U;
Se chover e não levar guarda-chuva, a utilidade obtida é U - 3;
Se não chover e levar guarda-chuva, a utilidade obtida é U - 1/2;
Se chover e levar guarda-chuva, a utilidade obtida é U - 1.

$$EU_{sg} = (1-p)U + p(U-3) = U - 3p$$
$$EU_{g} = (1-p)(U-1/2) + p(U-1) = U - 1/2 - 1/2p$$

Assim, para que o indivíduo esteja indiferente entre levar ou não o guarda-chuva, devemos ter:

$$U - 3p = U - 1/2 - 1/2p$$

$EU_{sg} = EU_{g} \Leftrightarrow P = 1/5 \Rightarrow$ o indivíduo é indiferente entre levar ou não o guarda-chuva.
$EU_{sg} > EU_{g} \Leftrightarrow P < 1/5 \Rightarrow$ o indivíduo prefere não levar o guarda-chuva.
$EU_{sg} < EU_{g} \Leftrightarrow P > 1/5 \Rightarrow$ o indivíduo prefere levar o guarda-chuva.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 232 e 233; 236.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 179 a 181; 186 a 189.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 185 e 186.

(0) *Falso.*

A decisão do indivíduo depende da probabilidade de chover. Não levar consigo o guarda-chuva não é uma estratégia estritamente dominante para o indivíduo. Uma estratégia é estritamente dominante se, independentemente do que faça o outro jogador, o jogador 1 sempre escolha determinada estratégia.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 530.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 612 e 613.

(1) *Verdadeiro.*

Se p > 1/5, o indivíduo prefere levar o guarda-chuva.

(2) *Falso.*

Se a probabilidade de sol for maior que 50%, a probabilidade de chuva é menor que 50%. O indivíduo não levará o guarda-chuva apenas se p < 1/5, mas se 1/5 < p< 50%, o indivíduo levará guarda-chuva.

(3) *Falso.*

Se p < 20%, o indivíduo não levará o guarda-chuva.

Questão 5

Um fazendeiro tem a opção de cultivar trigo e batatas. Se fizer sol, cada hectare de trigo gerará um lucro de 200; e se plantado com batatas, o lucro será de 100. Se fizer chuva, o lucro de um hectare de trigo será de 120; e se plantado com batatas, de 200. A utilidade da renda do fazendeiro é dada por $U(Y) = \log_e Y$, em que Y é o lucro. As probabilidades de sol e chuva são iguais. O fazendeiro deverá:

(0) Plantar apenas trigo.
(1) Destinar ao trigo 3/4 da área.
(2) Plantar somente batatas.
(3) Destinar 1/2 da área a batatas.

Solução:

Estratégias do fazendeiro: plantar trigo ou plantar batatas.
Dois estados da natureza que podem ocorrer: chover e não chover.

Seja A a parcela de terra alocada para o cultivo de trigo por hectare. Há dois estados da natureza: chover ou não chover, com probabilidade $p_1 = p_2 = ½$, respectivamente. Nesse caso, podemos calcular a renda do indivíduo se fizer sol ou se fizer chuva:

$Y_1 = 200A + 100(1 - A)$, se sol; (Y_1 = renda se fizer sol)
$Y_2 = 120A + 200(1 - A)$, se chuva; (Y_2 = renda se fizer chuva)

$U(Y_1) = \ln(100A + 100)$, se sol;
$U(Y_2) = \ln(200 - 80A)$, se chuva.

O indivíduo deve escolher A de modo a maximizar a utilidade esperada do lucro por hectare:

$$\underset{A\geq 0}{Max}\, EU = \frac{1}{2}\ln(100A + 100) + \frac{1}{2}\ln(200 - 80A)$$

CPO:

$$EU' = \frac{1}{2}\left(\frac{100}{100A + 100}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{-80}{200 - 80A}\right)$$

$$\text{Se } A = 0,\ EU' = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}\right) > 0$$

O cálculo da utilidade marginal esperada no ponto $A = 0$ nos dá o sinal da utilidade marginal. Se a utilidade marginal esperada for positiva em A=0, isso implica que a utilidade esperada é crescente com a fração de terra plantada com trigo. Como a utilidade marginal esperada é sempre positiva, o indivíduo sempre vai plantar alguma quantidade de trigo.

Então, devemos ter $A > 0$, tal que $EU' = 0$. Ou seja, a igualdade da condição de primeira ordem a zero nos dá a fração de terra que será alocada no cultivo de trigo.

Fazendo $\frac{1}{2}\left(\frac{100}{100A+100}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{-80}{200-80A}\right)=0$, encontramos solução $A = \frac{3}{4}$.

A função logarítmica é côncava e caracteriza o indivíduo como avesso ao risco. Portanto, as condições de primeira ordem são suficientes para caracterizar a solução do consumidor.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 179 a 181; 186 a 189.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 188.

(0) *Falso.*

O indivíduo sempre vai plantar alguma quantidade de trigo.

(1) *Verdadeiro.*

(2) *Falso.*

O fazendeiro deve alocar $\frac{1}{4}$ da área para o cultivo de batatas.

(3) *Falso.*

ANPEC/1996

Questão 4

Em relação à Teoria de Escolha do Consumidor sob condições de risco, pode-se afirmar que:

(0) A concavidade das curvas de indiferença em relação à origem representa a aversão ao risco dos consumidores.

(1) Se um consumidor é neutro com respeito a riscos, então ele estará disposto a pagar R$ 10 por um bilhete de loteria, se este lhe fornecer um ganho esperado de R$ 10.

(2) Um indivíduo que tem aversão a riscos jamais participará de qualquer aposta.

(3) Prêmio de risco é o valor que uma pessoa avessa a risco está disposta a pagar a fim de evitar riscos.

Solução:

(0) *Falso.*

Se o indivíduo é avesso ao risco, a sua função utilidade deve ser côncava. As curvas de indiferença de funções de utilidade côncavas são convexas em relação à origem.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 236.
- Varian, H. (1992), p. 179.

(1) *Verdadeiro.*

Suponha uma loteria justa onde o indivíduo paga R$10 para apostar e ganha R$20 com probabilidade 0,5 e R$0 com probabilidade 0,5. O valor esperado dessa loteria é igual a 10.

Se o indivíduo não entrar na loteria:

$U(w) = w = 10$

Se o indivíduo entrar na loteria:

$U(w) = 0{,}5(20) + 0{,}5(0) = 10$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 232 e 233; 237.

(2) *Falso.*

Depende da loteria. Se o prêmio de risco cobrado for atuarialmente justo, o indivíduo avesso ao risco sempre prefere sair da loteria.

Sobre este tópico, ver:

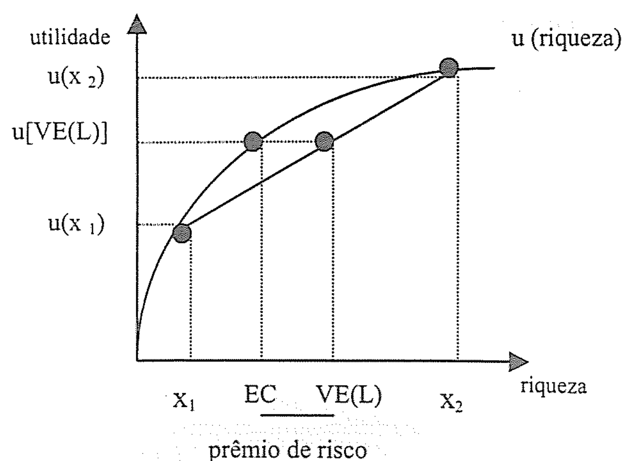
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 189 e 190.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 186.

(3) *Verdadeiro.*

Para definir o conceito de risco é importante considerar o conceito de equivalente de certeza. Equivalente de certeza (EC) corresponde ao valor monetário que o indivíduo aceita receber com certeza para não entrar na loteria. Ou seja,

$U(EC) = U(loteria)$

O prêmio de risco equivale ao valor esperado da loteria, subtraído do valor do equivalente de certeza. No gráfico abaixo representamos um indivíduo avesso ao risco. No eixo das abcissas temos os resultados em valores monetários e no das ordenadas o valor da utilidade.



Sobre este tópico, ver:

- Varian , H. (2000), p. 235 e 236.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 189 e 190.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 185 a 187.

Questão 5

Em uma situação de incerteza, as preferências do consumidor podem ser representadas pela função de utilidade esperada, ou função de utilidade de von Neumann-Morgenstern. Quais das funções abaixo têm as propriedades dessa função de utilidade? Indique como Verdadeira cada uma das funções que têm as propriedades da função de utilidade esperada, e como Falsa aquelas que não têm. Nas funções abaixo, sejam π_1 e π_2 as probabilidades de duas situações hipotéticas ("estados da natureza") 1 e 2 ocorrerem, e c_1 e c_2 o consumo em cada uma delas.

(0) $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 c_1 + \pi_2 c_2$

(1) $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = a(\pi_1 c_1^2 + \pi_2 c_2^2)$

(2) $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 a \log c_1 + \pi_2 b \log c_2$

(3) $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \dfrac{\pi_1}{\pi_2} \log c_1 + \dfrac{\pi_2}{\pi_1} \log c_2$

Solução:

Seja $u(c)$ a utilidade obtida com o consumo c. Uma função-utilidade de von Neumann-Morgenstern será representada por uma combinação linear de $u(c_1)$ e $u(c_2)$, em que os coeficientes dessa combinação linear são dados pelo vetor de probabilidades. A função von Neumann-Morgenstern é linear nas probabilidades.

Ou seja, uma função utilidade von Neumann-Morgenstern terá a forma:

$$u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 u(c_1) + \pi_2 u(c_2)$$

Devemos lembrar que as propriedades dessa função são preservadas diante de uma transformação linear afim, ou seja, uma função do tipo $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = a[\pi_1 u(c_1) + \pi_2 u(c_2)] + b$ também será do tipo von Neumann-Morgenstern.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 173 a 180.

(0) *Verdadeiro.*

Observe que $u(c) = c$.

(1) *Verdadeiro.*

Temos aqui $u(c) = c^2$, o que implicaria em uma função utilidade de von Neumann-Morgenstern dada por $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 c_1^2 + \pi_2 c_2^2$. Aplicando-se uma transformação afim, com b = 0, temos a função apresentada.

(2) *Falso.*

Temos $u(c) = \log(c)$, e $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2)$ não é uma combinação linear tendo como coeficientes as probabilidades π_1 e π_2.

Note que esta função utilidade pode ser representada por:

$$u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 a \log c_1 + \pi_2 b \log c_2$$
$$= \pi_1 \log(c_1)^a + \pi_2 \log(c_2)^b$$

Rigorosamente, esta função continua apresentando a forma da utilidade esperada, entretanto, neste caso, a utilidade é dependente do estado da natureza. O caso mais geral da função de utilidade esperada considera a utilidade invariante com os estados da natureza. Os manuais de graduação não contemplam a possibilidade de funções utilidade diferentes entre os estados da natureza. Desse modo, estamos considerando a afirmativa como falsa.

Existem diversas situações em que as funções-utilidade variam com o estado da natureza. Essa formulação típica ocorre muito em problemas de economia da saúde, em que, dependendo do estado da natureza, o indivíduo pode ter utilidades diferentes.

(3) *Falso.*

Temos $u(c) = \log(c)$, e $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2)$ não é uma combinação linear tendo como coeficientes as probabilidades π_1 e π_2, ou seja, esta função não é linear nas probabilidades.

ANPEC/1997

Questão 2

Um indivíduo tem função de utilidade esperada definida por $u(w) = \sqrt{w}$ (onde w é a sua riqueza). Seja:

- A: a loteria que paga R$ 36 com probabilidade 1/6 e zero com probabilidade 5/6;
- B: a loteria que paga R$ 100 com probabilidade 0,01, R$ 25 com probabilidade 0,2 e zero com probabilidade 0,79. Então, podemos afirmar:

(0) Este indivíduo prefere a loteria B à loteria A.

(1) Este indivíduo é indiferente entre a loteria B e receber R$ 1,21 com certeza.

(2) Um outro indivíduo com utilidade esperada $v(w) = 2\sqrt{w} + 3$ é mais avesso ao risco que o indivíduo acima.

Solução:

Utilidade esperada da loteria A: $EU(A) = \frac{1}{6}\sqrt{36} + \frac{5}{6}\sqrt{0} \Rightarrow EU(A) = R\$1{,}00$

Utilidade esperada da loteria B:

$$EU(B) = 0{,}01\sqrt{100} + 0{,}2\sqrt{25} + 0{,}79\sqrt{0} \Rightarrow EU(B) = R\$1{,}10$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 232 e 233.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 179 a 181; 186 a 189.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 188.

(0) *Verdadeiro.*

$$EU(B) = R\$1{,}10 > EU(A) = R\$1{,}00$$

(1) *Verdadeiro.*

$$U(1{,}21) = \sqrt{1{,}21} = 1{,}1 = EU(B) = R\$1{,}10$$

(2) *Falso.*

A função $v(w)$ é uma transformação linear crescente de $u(w)$ e, portanto, representa as mesmas preferências diante do risco.

ANPEC/1998

Questão 10

Antônio está planejando uma excitante viagem, cujo roteiro será Cidade de S.Paulo - Santa Cruz de La Sierra - La Paz, concluindo em Machu-Pichu, e planeja gastar um total de US$ 10.000. A utilidade derivada da viagem é uma função das despesas que vai realizar e está dada por $U(Y) = ln\ Y$. Suponha que existam 25 por cento de probabilidade de Antônio perder US$ 1.000 na viagem. Com base nessas informações, pode-se concluir que a utilidade esperada da viagem será igual a :

(0) 9,5000
(1) 9,5500
(2) 9,2500
(3) 9,1840
(4) 9,1000

Solução:

Estado da natureza 1 (Antônio não perde dinheiro na viagem): $Y_1 = 10.000$, com probabilidade 75%.

Estado da natureza 2 (Antônio perde dinheiro na viagem): $Y_2 = 9.000$, com probabilidade 25% (perda de US$ 1.000).

Utilidade esperada: EU = 0,75ln(10.000) + 0,25ln(9.000) = 9,1840

Logo, a resposta correta corresponde ao item (3).

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 232 e 233.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 179 a 181; 186 a 189.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 188.

Questão 13

Com relação à Teoria dos Jogos, é correto afirmar que:

(0) Um jogo não-cooperativo tem sempre um Equilíbrio de Nash em estratégias puras.
(1) Um equilíbrio com estratégias dominantes é necessariamente um Equilíbrio de Nash.
(2) Um Equilíbrio de Nash é necessariamente um equilíbrio com estratégias dominantes.
(3) Um Equilíbrio de Nash em estratégias mistas é sempre uma combinação de dois ou mais equilíbrios de Nash em estratégias puras.

Solução:

(0) *Falso.*

Os jogos de soma zero não têm equilíbrio em estratégias puras. Suponha o exemplo representado na forma matricial abaixo:

	CA	CO
CA	-1,1	1,-1
CO	1,-1	-1,1

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 532.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 609 a 611; 619 e 620.

(1) *Verdadeiro.*

Um equilíbrio com estratégias estritamente dominantes é necessariamente um Equilíbrio de Nash, pois se a estratégia é estritamente dominante, esta é a melhor resposta que o jogador pode ter, independentemente da estratégia jogada pelos demais jogadores e, portanto, será um Equilíbrio de Nash.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 530 e 531.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 615 e 616.

(2) *Falso.*

O conceito de Equilíbrio de Nash exige apenas que todos os jogadores dêem sua melhor resposta em função da escolha dos outros jogadores, mas esta estratégia não necessariamente deve ser dominante.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 531.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 615 e 616.

(3) *Falso.*

Um Equilíbrio de Nash em estratégias mistas é uma randomização de estratégias, e não de equilíbrios.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 532 e 533.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 620 e 621.

ANPEC/1999

Questão 9

Considere uma loteria com 3 possíveis resultados: o recebimento de $100 com probabilidade 0,10; o recebimento de $25 com probabilidade 0,60; e o recebimento de $0 com probabilidade 0,30.

(0) Se a função-utilidade de um indivíduo for dada por $U(x)=\sqrt{x}$, onde x = valor recebido, a utilidade esperada desta loteria para este indivíduo será 5.

(1) Um indivíduo com preferências dadas pela função-utilidade $U(x)=\sqrt{x}$, onde x = valor recebido, é indiferente entre receber um bilhete desta loteria ou receber $16 com certeza.

(2) As propriedades da função de utilidade esperada são preservadas por qualquer transformação monotônica desta função.

(3) Quanto mais côncava a função-utilidade, maior é a aversão a risco do indivíduo.

Solução:

(0) *Falso.*

$$U(x)=\sqrt{x}$$

$$\begin{aligned} UE(L) &= 0{,}10\sqrt{100}+0{,}60\sqrt{25}+0{,}30\sqrt{0} \\ &= 0{,}10.(10)+0{,}60(5)+0 \\ &= 1+3=4 \end{aligned}$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 232 e 233.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 179 a 181; 186 a 189.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 185 a 188.

(1) *Verdadeiro.*

Conforme calculado acima, se o indivíduo entrar na loteria, a utilidade esperada é igual a 4.

Assim, como $U(x)=\sqrt{x}$, este indivíduo é indiferente a receber R$ 16,00 com certeza ou entrar na loteria.

$U(16)=\sqrt{16}=4$

(2) *Falso.*[5]

A utilidade esperada é invariante a qualquer transformação afim.

(3) *Verdadeiro.*

O grau de aversão ao risco do indivíduo é representado na concavidade da função-utilidade. O coeficiente de aversão ao risco é dado por $-\frac{u''}{u'}$.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 185 a 187.

Questão 14

Considere o jogo abaixo entre os agentes A e B, cada um com duas possíveis estratégias (na matriz de ganhos, os valores à esquerda são referentes ao jogador A, e os ganhos à direita são referentes ao jogador B). Suponha que os dois jogadores tomem sua decisão simultaneamente.

	B_1	B_2
A_1	2,4	0,0
A_2	1,2	6,3

Nesta situação:

(0) A estratégia A_2 é dominante para o jogador A.
(1) (A_2,B_2) é o único Equilíbrio de Nash em estratégias puras.
(2) Não há equilíbrio com estratégias dominantes.
(3) No equilíbrio com estratégias mistas, o jogador A escolhe a estratégia A_1 com probabilidade $^1/_5$ e a estratégia A_2 com probabilidade $^4/_5$.

Solução:

(0) *Falso.*

Quando o jogador B joga B_1, a melhor estratégia para o jogador A é jogar A_1. Assim, é imediato que A_2 não é uma estratégia dominante. Uma estratégia dominante constitui-se de uma estratégia que gera o maior *payoff* para o jogador, independentemente do que o outro jogador fizer.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 530.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 612 e 613.

(1) *Falso.*

(A_1, B_1) e (A_2, B_2) são equilíbrios de Nash em estratégias puras do jogo acima.

[5] Esta resposta não confere com o gabarito oficial da ANPEC.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 517 e 518.
- Pindyck, R.(1994), p. 615 e 616; 620.

(2) *Verdadeiro.*

Não existem estratégias dominantes para os dois jogadores. Quando A escolhe A_1, a melhor estratégia para B é jogar B_1. Quando A escolhe A_2, a melhor estratégia para B é jogar B_2. Logo, B não tem estratégia dominante. Em (0) foi discutido que A também não tem estratégia dominante.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 530.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 612 e 614.

(3) *Verdadeiro.*

Suponha que o agente A jogue A_1 com probabilidade α e A_2 com probabilidade $(1 - \alpha)$; e que o agente B jogue B_1 com probabilidade β e B_2 com probabilidade $(1 - \beta)$.

<u>Agente A:</u>

$$UE_A = 2\alpha\beta + 0\alpha(1-\beta) + 1(1-\alpha)\beta + 6(1-\alpha)(1-\beta)$$
$$UE_A = 7\alpha\beta - 5\beta - 6\alpha + 6$$
$$\frac{dUE_A}{d\alpha} = 7\beta - 6$$

Se $7\beta - 6 > 0 \Rightarrow \alpha = 1$ e $\beta > \frac{6}{7}$

Se $7\beta - 6 < 0 \Rightarrow \alpha = 0$ e $\beta < \frac{6}{7}$

Se $7\beta - 6 = 0 \Rightarrow \alpha \in (0, 1)$ e $\beta = \frac{6}{7}$

<u>Agente B:</u>

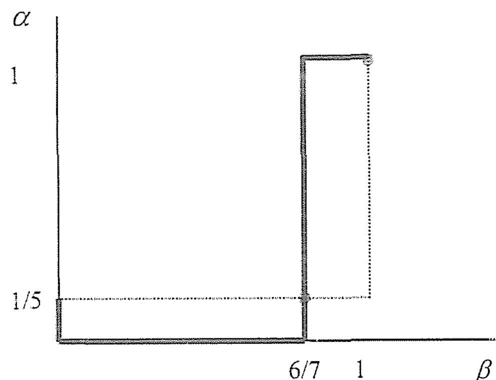
$$UE_B = 4\alpha\beta + 0\alpha(1-\beta) + 2(1-\alpha)\beta + 3(1-\alpha)(1-\beta)$$
$$UE_B = 5\alpha\beta - \beta - 3\alpha + 3$$
$$\frac{dUE_B}{d\beta} = 5\alpha - 1$$

Se $5\alpha - 1 > 0 \Rightarrow \beta = 1$ e $\alpha > \frac{1}{5}$

Se $5\alpha - 1 < 0 \Rightarrow \beta = 0$ e $\alpha < \frac{1}{5}$

Se $5\alpha - 1 = 0 \Rightarrow \beta \in (0, 1)$ e $\alpha = \frac{1}{5}$

Graficamente, temos:



Há três equilíbrios de Nash:

1) $\alpha = \beta = 0$ (Estratégias A_2, B_2)

2) $\alpha = \beta = 1$ (Estratégias A_1, B_1)

3) Estratégias mistas:

$$\alpha = \frac{1}{5};\ \beta = \frac{6}{7}$$

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 620 e 621.
- Gibbons, R. (1992), p. 29 a 45.

ANPEC/2000

Questão 3

Admita que a função de utilidade de um investidor seja especificada por U(M) = $M^{1/2}$, em que M = 150 é a renda. Suponha que ele deseje aplicar 100% de sua renda na compra de ações de duas empresas A e B. Os preços de mercado dessas ações são hoje iguais $P_A = P_B = 15$, mas podem variar, a depender do estado da natureza, de acordo com a seguinte distribuição de probabilidades:

Estado da natureza	Probabilidade	P_A	P_B
0	½	40	5
1	½	5	40

Determine a utilidade esperada do investidor, admitindo-se que este invista metade de sua renda em ações da empresa A e a outra metade em B.

Solução 1:

Aos preços atuais, a restrição orçamentária do indivíduo é $15q_a + 15q_b = 150$, ou seja, $q_a + q_b = 10$.

Se o indivíduo investe metade de sua renda em ações da empresa A e a outra metade em ações da empresa B, e temos $P_A = P_B = 15$, logo $q_a = q_b = 5$.

A riqueza no estado 0: 40x5 +5x5 = 225

A riqueza no estado 1: 5x5 +40x5 = 225

Cada estado ocorre com probabilidade igual a $\frac{1}{2}$, então a utilidade esperada é $EU = \frac{1}{2}M_0^{1/2} + \frac{1}{2}M_1^{1/2}$ (em que M_0 e M_1 referem-se à riqueza nos estados 0 e 1, respectivamente).

$$EU = \frac{1}{2}\sqrt{225} + \frac{1}{2}\sqrt{225} \Rightarrow EU = 15$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 234 e 235.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 186 e 187.

Solução 2: [6]

Qual a escolha ótima entre ações das empresas A e B?

Riqueza no estado 0: $40q_a + 5q_b$

Riqueza no estado 1: $5q_a + 40q_b$

$q_a + q_b = 10 \Rightarrow q_a = 10 - q_b$

O indivíduo deve escolher q_b que maximize

$$Max_{q_b \geq 0} EU = \frac{1}{2}\sqrt{40(10-q_b) + 5q_b} + \frac{1}{2}\sqrt{5(10-q_b) + 40q_b}$$

$$Max_{q_b \geq 0} EU = \frac{1}{2}\left(\sqrt{400 - 35q_b} + \sqrt{50 + 35q_b}\right)$$

[6] Estamos apresentando uma solução alternativa mais completa. Para a resolução dos itens da ANPEC não é necessário todo esse desenvolvimento.

CPO:

$$EU'(q_b) = \frac{1}{4} * \left(\frac{(-35)}{\sqrt{400 - 35q_b}} + \frac{(35)}{\sqrt{50 - 35q_b}} \right)$$

1°) $EU'(q_b = 0) > 0$

2°) $EU'(q_b) = 0$

Resolvendo a expressão da CPO (igualando a zero) encontramos:

$$q_b = \frac{450}{70}$$

Sabendo-se que $q_a = 10 - q_b$, temos $q_a = \frac{250}{70}$.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 187 e 188.

Questão 12

Alguns mercados se caracterizam pela existência de informação assimétrica. É correto afirmar que:

(0) O problema da informação assimétrica refere-se apenas ao fato de que informação representa um custo, não tendo portanto qualquer efeito sobre a alocação eficiente de recursos em mercados competitivos.

(1) Segundo Akerlof, no mercado de bens usados o resultado esperado é um preço médio uniforme para todos os bens vendidos, na ausência de garantias ou instrumentos similares.

(2) Os salários de eficiência fornecem uma explicação para o fenômeno do desemprego involuntário no mercado de trabalho.

(3) O problema do risco moral no mercado de seguros surge porque a parte segurada pode influenciar a probabilidade do evento gerador do pagamento.

(4) Na seleção adversa tanto as pessoas envolvidas com riscos mais elevados quanto as pessoas envolvidas com riscos menores passam a optar pela aquisição do seguro.

Solução:

(0) *Falso.*

Problemas de informação assimétrica são situações em que a informação não é distribuída uniformemente entre os agentes envolvidos. Na presença de informação assimétrica não é possível implementar a alocação eficiente.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 693 e 694.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 801 e 802; 805 e 806.

(1) *Verdadeiro.*

No caso de bens usados, existem bens com qualidade diferenciada, mas como os consumidores não têm condições de distinguir entre os bens, eles são vendidos ao mesmo preço, qual seja, o preço médio. Dependendo da distribuição de qualidade dos bens usados, entretanto, pode não existir equilíbrio nesse mercado. Caso seja possível aos vendedores oferecerem algum tipo de garantia para os consumidores, estes estariam sinalizando para os consumidores qual tipo de bem eles estão vendendo e, nesse caso, seria possível vender bens com preços diferenciados.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 694 e 695; 702.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 802 a 805; 810 e 811.

(2) *Verdadeiro.*

Dada a presença de informação assimétrica entre trabalhadores e firmas, a qual se traduz em impossibilidade de monitorar o esforço realizado pelos trabalhadores, as firmas podem optar pela introdução de mecanismos de incentivos. Uma das formas de incentivar os trabalhadores a realizar a ação de esforço alto é pagar a eles um salário acima do salário de equilíbrio, pois supõe-se que há uma relação positiva entre o salário real auferido pelo trabalhador e sua produtividade. A introdução de um salário de eficiência coloca, então, uma rigidez ao salário real, na medida em que este está superior ao nível de produtividade dos trabalhadores. Contudo, isso causa o desemprego involuntário, uma vez que, mesmo que haja trabalhadores querendo trabalhar a um salário menor que o de equilíbrio, eles não trabalharão, pois as firmas não desejarão contratá-los.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 834 a 838.

(3) *Verdadeiro.*

No problema de risco moral, a distribuição de probabilidade dos resultados é endógena e depende da ação que o agente realiza. É o caso, por exemplo, de seguro de automóvel, no qual a probabilidade de sinistro (roubo ou acidente) depende da ação que o indivíduo realiza.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 699 e 700.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 817 e 818.

(4) *Falso.*

No caso de seleção adversa, o vendedor não pode diferenciar os consumidores de riscos diferentes, tendo que cobrar um preço médio pelo produto. Desse modo, somente os indivíduos com risco superior ao risco médio da sociedade irão comprar o seguro, uma vez que para os indivíduos de risco baixo o seguro não é justo. Por

exemplo, no caso de seguro-saúde, somente os indivíduos idosos, com risco mais elevado, irão comprar o seguro se o prêmio de risco cobrado for calculado em função do risco médio da sociedade.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 698 e 699.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 806 e 807.

Questão 13

O proprietário de uma editora de livros infantis deseja contratar um agente para vender de casa em casa seus livros. Se o agente for contratado, ele poderá esforçar-se muito, nesse caso venderá o equivalente a 2500 reais em livros durante um mês com probabilidade 3/4 e venderá o equivalente a 100 reais com probabilidade 1/4. Caso o agente não se esforce, venderá 2500 reais com probabilidade 1/4 e 100 reais com probabilidade 3/4. A utilidade de von Neumann-Morgenstern do agente é $U(x) = x^{1/2}$, e existe um custo para o agente se esforçar correspondendo a 20 unidades de utilidade. O proprietário não observa o esforço do agente, mas observa quanto ele conseguiu vender, e deve escolher um contrato (r, s) em que r é o salário do agente se vender 2500 reais e s se vender 100 reais.

(0) A situação descrita é um exemplo típico de um modelo de sinalização com informação assimétrica.
(1) Se o proprietário oferecer r = s = 900, o agente aceitará o emprego e se esforçará muito.
(2) Se o proprietário oferecer r = s = 400, o agente aceitará o emprego e terá utilidade esperada 20.
(3) Se o proprietário oferecer r = 1600 e s = 0, o agente aceitará o emprego e será indiferente entre esforçar-se muito e não se esforçar.
(4) Se o proprietário oferecer o salário r = 400 e s = 100, o agente aceitará o emprego e se esforçará muito.

Solução:

Esse é um problema de risco moral. Podemos responder essa questão de várias formas. Se montarmos todo o problema, ou seja, construindo o problema de maximização do lucro do proprietário da editora de livros infantis, sujeito às restrições de compatibilidade de incentivos e de participação, obteremos a resposta correta. Todavia este procedimento pode demandar a realização de muitos cálculos. No caso particular desse problema, podemos solucioná-lo apenas construindo as restrições de compatibilidade de incentivos e de participação, e estará caracterizada a solução. Essa solução é possível neste caso, pois o problema, apresenta dois estados da natureza e duas ações possíveis.

(0) *Falso.*

Este não é um problema de sinalização. Problemas de sinalização são caracterizados por situações em que o tipo do agente é dado exogenamente à situação do contrato proposto. Desse modo, a fim de minimizar os problemas de informação

assimétrica existentes, em geral o agente realiza uma ação, antes de o principal propor o contrato, para sinalizar qual é o seu verdadeiro tipo.

O problema descrito é um problema de risco moral. Em problemas de risco moral o tipo de agente é endógeno, ou seja, em função do contrato proposto pelo principal, o agente decide qual a ação que maximiza sua utilidade.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 699 e 700; 702 a 705.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 810 a 812, 817 e 818.

(1) *Falso.*

Para que o principal implemente a ação de esforço alto, este não pode pagar um salário constante para o agente avesso ao risco. Sob salário constante, o agente realiza a ação que lhe proporciona maior utilidade (ou menor desutilidade), qual seja, o menor esforço. A divisão de riscos ótima implica em o principal oferecer para o agente um salário contingente ao resultado.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 706 a 710.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 826 a 829.

(2) *Verdadeiro.*

Se o principal pagar para o vendedor 400, o vendedor obterá utilidade 20 e não irá realizar esforço. Basta substituir na função-utilidade do agente.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 706 a 710.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 168 e 169; 826 a 829.

(3) *Verdadeiro.*

Para o agente realizar o esforço alto, temos as seguintes restrições:
RCI = restrição de compatibilidade de incentivos

$$\text{(RCI)}\ \frac{3}{4}\sqrt{r}+\frac{1}{4}\sqrt{s}-20=\frac{1}{4}\sqrt{r}+\frac{3}{4}\sqrt{s}$$

$$\sqrt{r}=\sqrt{s}+40$$

RP= Restrição de Participação[7]

$$\text{(RP)}\ \frac{3}{4}\sqrt{r}+\frac{1}{4}\sqrt{s}=20$$

$$3\sqrt{r}+\sqrt{s}=80$$

$$\sqrt{s}=80-3\sqrt{r}$$

[7] Também denominada de restrição de racionalidade individual.

$\sqrt{s} = 80 - 3\sqrt{r}$
$\sqrt{s} = \sqrt{r} - 40$
$120 = 4\sqrt{r}$
$30 = \sqrt{r}$
$r = 900$

$\sqrt{s} = 80 - 3\sqrt{900}$
$\sqrt{s} = 80 - 90$
$\sqrt{s} = -10$
$s = 10^2$
$s = 100$

Assim, o vetor de salários ofertado para o agente realizar o esforço alto seria:

$$r = 900$$
$$s = 100$$

Para o agente realizar esforço baixo não existe problema de compatibilidade de incentivos, sendo suficiente ao principal oferecer um contrato que satisfaça a restrição.

$\frac{1}{4}u(s) + \frac{3}{4}u(r) = 0$
$\Rightarrow s = r = 0$

O salário proposto será igual a zero.

O vetor de salários proposto no item (3) também satisfaz a restrição de compatibilidade de incentivos do agente, deixando, portanto, o agente indiferente entre esforçar-se e não esforçar-se. Este vetor de salários, apesar de satisfazer a restrição de compatibilidade de incentivos, não é o vetor que maximiza os lucros do proprietário da editora de livros, pois deixa o vendedor de livros com uma utilidade estritamente positiva, igual a 10, e superior ao custo de oportunidade do vendedor, conforme mostrado abaixo.

$\frac{3}{4}\sqrt{1600} + \frac{1}{4}\sqrt{0} - 20 = \frac{1}{4}\sqrt{1600} + \frac{3}{4}\sqrt{0}$
$\frac{3}{4}40 - 20 = \frac{1}{4}40$
$30 - 20 = 10$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 706 a 710.

(4) *Falso.*

Esse par de salários não satisfaz a restrição de compatibilidade de incentivos anterior:

$$\frac{3}{4}\sqrt{400}+\frac{1}{4}\sqrt{100}-20=\frac{1}{4}\sqrt{400}+\frac{3}{4}\sqrt{100}$$

$$\frac{3}{4}20+\frac{1}{4}10-20=\frac{1}{4}20+\frac{3}{4}10$$

$$-10 = 50$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 706 a 710.

Questão 14

Considere o jogo estático entre dois agentes apresentado a seguir.

Agente 2

Agente 1		c	d
	a	5,5	0,10
	b	10,0	1,10

(0) O perfil de estratégias (a, d) é um Equilíbrio de Nash desse jogo.
(1) O jogo possui um único Equilíbrio de Nash.
(2) b é uma estratégia dominante para o jogador 1.
(3) Se o jogo for repetido um número infinito de vezes e os jogadores não descontarem o futuro, então existe um Equilíbrio de Nash no jogo repetido no qual os jogadores sempre escolhem (a, c).
(4) Todo Equilíbrio de Nash num jogo estático é eficiente de Pareto.

Solução:

(0) *Falso.*

Um Equilíbrio de Nash é um par de estratégias em que cada jogador, dada a estratégia do outro jogador, escolhe sua melhor resposta. O perfil de estratégias (a, d) não é um Equilíbrio de Nash do jogo, pois quando o jogador 2 joga d, a melhor resposta para o jogador 1 é jogar b.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 531.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 614 a 616.

(1) *Verdadeiro.*

Essa afirmativa é verdadeira se considerarmos apenas os equilíbrios em estratégias puras. Logo, considerando que o Agente 2 sempre escolhe d, o melhor que o Agente 1 tem a fazer é escolher b. Portanto, o equilíbrio será (b, d).

Sobre este tópico, ver:



- Varian, H. (2000), p. 531 a 533.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 614 a 616; 620.

(2) *Verdadeiro.*

Para qualquer estratégia do jogador 2, jogar b é sempre a melhor resposta.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 530.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 612.

(3) *Verdadeiro.*

Quando o jogo é repetido um número infinito de vezes, há possibilidade de influenciar o comportamento do adversário: cooperar se o oponente cooperar, e não cooperar se ele não cooperar. Como as duas partes se importam com o ganho futuro, o tratado de não-cooperação pode ser suficiente para induzir as pessoas a jogar uma estratégia eficiente de Pareto. Logo, a estratégia Pareto eficiente é (a, c), pois não é possível fazer com que ambos os jogadores melhorem. Para que um melhore, o outro necessariamente deve piorar.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 534 a 536.

(4) *Falso.*

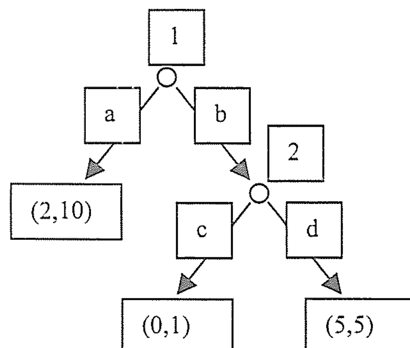
Não existe relação direta entre Equilíbrio de Nash e eficiência no sentido de Pareto. Um par de estratégias é um Equilíbrio de Nash se a escolha de um jogador é ótima, dada a escolha do outro, e a eficiência simplesmente diz que não há outra escolha que faça com que ambos os jogadores melhorem. O exemplo mais claro da não existência de uma relação direta é o Dilema dos Prisioneiros, em que é possível melhorar os dois agentes sem piorar ninguém, e o Equilíbrio de Nash não garante esta alocação como equilíbrio.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 531 e 534.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 615 e 616.

Questão 15

Considere o jogo na forma extensiva apresentado a seguir.



(0) O perfil de estratégias (a, c) é um Equilíbrio de Nash.
(1) O perfil de estratégias (b, c) é um Equilíbrio de Nash.
(2) Num Equilíbrio de Nash perfeito em subjogos o jogador 2 jogará sempre c.
(3) Existem dois Equilíbrios de Nash nesse jogo.
(4) Todo Equilíbrio de Nash desse jogo é perfeito em subjogos.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

O jogo na forma normal é

		Agente 2	
		c	d
Agente 1	A	2, 10	2, 10
	b	0, 1	5, 5

Se o agente 1 joga a, o melhor que o agente 2 tem a fazer é jogar c (ou d). Se o agente 2 joga c, a melhor estratégia para o agente 1 é jogar a. Portanto, (a, c) é um Equilíbrio de Nash do jogo acima. Neste jogo existem dois Equilíbrios de Nash em estratégias puras: o par de estratégias (a, c) e o par (b, d).

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 531 e 539.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 615 e 616; 630 e 631.

(1) *Falso.*

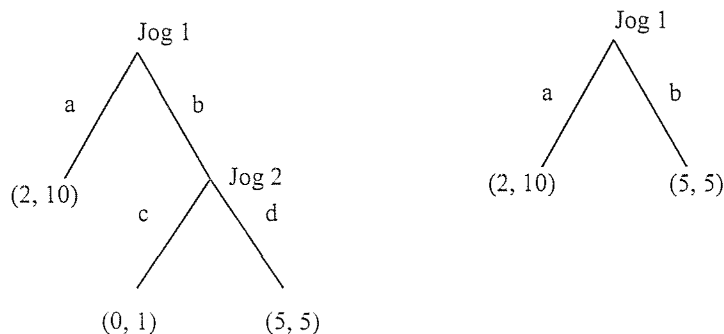
Quando o agente 1 joga b, o agente 2 joga d, logo (b, c) não pode ser um Equilíbrio de Nash.[8]

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 531 e 539.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 615 e 616; 630 e 631.

(2) *Falso.*

Para encontrar o Equilíbrio de Nash perfeito em subjogos, resolva por indução retroativa. Dado que o agente 1 joga b, o melhor para o agente 2 é jogar d. Assim, subimos a árvore com o *payoff* (5, 5), conforme descrito na árvore abaixo:



O Equilíbrio de Nash perfeito em subjogos é (b, d). O Equilíbrio de Nash perfeito em subjogos elimina todas as estratégias não críveis.

Dado que o jogador 2 joga d, e obtemos o *payoff* (5, 5), o melhor que o agente 1 pode jogar é b, logo o único Equilíbrio de Nash perfeito em subjogos é (b, d).

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 539.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 630 a 632.

(3) *Verdadeiro.*

Os pares de estratégias (a, c) e (b, d) são Equilíbrios de Nash.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 531.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 615 e 616; 630 e 631.

(4) *Falso.*

Há dois Equilíbrios de Nash no jogo (ver item 3), mas apenas (b, d) é Equilíbrio de Nash perfeito em subjogos (ver item 2).

[8] Ver conceito de Equilíbrio de Nash no item 0 da questão 14/2000, p. 306.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 538 a 540.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 630 a 633.

ANPEC/2001

Questão 11

Na economia, há dois tipos de agentes: 50% são do tipo 1, otimista e despreocupado, e 50% são do tipo 2, pessimista e estressado. Os dois possuem um carro avaliado em R$ 20.000 e poderiam adquirir um dispositivo anti-furto por R$ 1.000, o que reduziria a probabilidade de furto de 30% para 15%. Porém, somente os agentes do tipo 2 adquirem este dispositivo. Supondo que a seguradora não tenha como distinguir entre os dois tipos de agentes, utilize o índice de utilidade de von Neumann-Morgenstern para avaliar as seguintes assertivas:

(0) Considerando dois estados da natureza, um em que exista furto de veículos e outro em que não exista, o "preço justo" de um seguro completo – aquele que assegura a manutenção da riqueza nos dois estados – será de R$ 6.000 para o agente do tipo 1;

(1) e de R$ 4.000 para o agente do tipo 2.

(2) Se, devido à informação incompleta, a seguradora decidir aplicar a probabilidade média de furto de veículos, o "preço justo" do seguro será de R$ 4.500.

(3) Se o preço do seguro for de R$ 4.500, o equilíbrio de mercado de seguros será separador já que, para os agentes do tipo 2, a restrição de racionalidade individual não poderá ser satisfeita.

(4) A seguradora realizará um lucro estritamente positivo em cada apólice vendida caso, não reconhecendo a característica do mercado, venda seguros ao preço de R$ 4.500.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Se o seguro é justo, o preço de cada unidade de seguro é igual à probabilidade de ocorrer a perda, ou seja, p = 0,3 (Agente do tipo 1). Se o agente faz seguro completo, o preço total do seguro é 0,3*20.000 =R$ 6.000.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 698 e 699.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 817 e 818.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 173 e 174; 179 e 180.

(1) *Falso.*

O preço de cada unidade de seguro seria igual a p = 0,15 para o agente do tipo 2. Se o agente fizer seguro completo, o preço total do seguro será 0,15*20.000 = R$ 3.000.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 817 e 818.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 173 e 174; 179 e 180.

(2) *Verdadeiro.*

Se for aplicada a probabilidade média, o preço justo do seguro será igual a R$ 0,225 para cada unidade. O preço total do seguro completo é 0,225*20.000 = R$ 4.500.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 698 e 699.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 817 e 818.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 173 e 174; 179 e 180.

(3) *Verdadeiro.*

O equilíbrio de mercados será separador porque somente os indivíduos do tipo 1 irão demandar o seguro. Isto se dará porque os indivíduos do tipo 1 estão dispostos a pagar R$ 6.000 pelo seguro ofertado a R$ 4.500. Já os indivíduos do tipo 2 só estão dispostos a pagar R$ 3.000 pelo seguro ofertado a R$ 4.500, de modo que nenhum indivíduo do tipo 1 irá requisitar o seguro.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 702 a 705.

(4) *Falso.*

Nesse caso, os agentes do tipo 2 conhecem o seu tipo e não farão seguro completo, pois o preço não é justo. Apenas os agentes do tipo 1 farão seguro completo, de modo que o lucro em cada apólice não poderá ser positivo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 693 a 697.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 802 a 807.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 173 e 174; 179 e 180.

Questão 12

Um pequeno produtor utiliza implementos agrícolas e trabalho para produzir mudas de plantas ornamentais. Esse produtor deseja maximizar seu lucro, que depende do esforço E de um trabalhador, assim como de condições climáticas aleatórias. O esforço máximo do trabalhador é dado por $E = 1$ e o esforço nulo por $E = 0$. Há um custo para o trabalhador esforçar-se, dado por $C(E) = 0$, se $E = 0$ e $C(E) = 5.000$, se $E = 1$. A probabilidade de o clima ser favorável é de $p = 0,5$ e a matriz de lucros possíveis é dada por:

	Clima Favorável ($p=0,5$) R$	Clima desfavorável ($p=0,5$) R$
$E=0$	10.000,00	5.000,00
$E=1$	20.000,00	10.000,00

Analise as assertivas abaixo, supondo que o objetivo do trabalhador seja maximizar sua remuneração esperada líquida, e que o objetivo do produtor seja maximizar o lucro.

(0) Se o esforço E não pode ser monitorado, a situação descreve um problema típico de agente-principal, baseado em informação assimétrica.

(1) O contrato de remuneração que oferece pagamento fixo, W^*, induz ao esforço máximo, $E = 1$.

(2) O esforço máximo, $E = 1$, será induzido se o esquema de remuneração for: $W = 0$, se $\Pi \in [5.000, 10.000]$; e $W = 12.000$, se $\Pi = 20.000$, em que W é a remuneração do trabalhador e Π é o lucro realizado do produtor.

(3) Um contrato de remuneração que estabeleça remuneração fixa $W^* < 1000$, se comparado com o contrato descrito no quesito (2), induz a uma situação melhor tanto para o produtor, quanto para o trabalhador.

(4) A falta de informação a respeito do esforço realizado pelo trabalhador pode levar à ineficiência, já que diminui simultaneamente a remuneração do trabalhador e o lucro do produtor.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Se o esforço não pode ser monitorado, trata-se de um problema de risco moral. As ações do agente não podem ser observadas pelo principal.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 706 a 710; 712 e 713.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 817 e 818; 821 e 822; 826 a 829.

(1) *Falso.*

Se o salário é fixo, então não há incentivos para que o agente se esforce. Como o agente não pode ser monitorado, o seu esforço será zero.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 706 a 710; 712 e 713.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 817 e 818; 821 e 822; 826 a 829.

(2) *Verdadeiro.*

Se o agente não se esforça, então $\pi \in [5.000, 10.000]$ com probabilidade igual a 1, e W = 0. Se o agente se esforça, então com probabilidade 0,5 ele receberá W = 12.000 pois $\pi = 20.000$ e, com probabilidade 0,5, teremos W = 0, com $\pi \in [5.000, 10.000]$. Dado C(E) = 5.000, neste caso, a restrição de compatibilidade de incentivos é satisfeita:

$$(0,5*12.000 - 0,5*0) - 5.000 > 0$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 706 a 710; 712 e 713.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 817 e 818; 821 e 822; 826 a 829.

(3) *Falso.*

Um contrato com remuneração fixa e menor que 1.000 implica em esforço 0. O agente recebe $1.000 com certeza e tem esforço 0. O lucro esperado do produtor é 0,5*10.000 + 0,5*5.000 = 7.500. Em (2), o agente realiza esforço total (E = 1), tem uma remuneração esperada igual a 6.000 e um custo C(E) = 5.000. O lucro esperado do produtor é 0,5*20.000 + 0,5*10.000 = 15.000.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 706 a 710; 712 e 713.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 817 e 818; 821 e 822; 826 a 829.

(4) *Falso.*

A falta de informação leva à ineficiência. Entretanto, a falta de informação pode elevar a remuneração do trabalhador e a redução no lucro do produtor.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 706 a 710; 712 e 713.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 817 e 818; 821 e 822; 826 a 829.

Questão 13

Considere o jogo descrito pela seguinte matriz de possibilidades, em que (x, y) = (ganho do agente 1, ganho do agente 2)

		Agente 2: a	Agente 2: b
Agente 1	A	3,2	5,5
	B	0,0	7,4

(0) As estratégias B e b são dominantes para os agentes 1 e 2, respectivamente.

(1) O par de estratégias (B, b) é um Equilíbrio de Nash.

(2) O par de estratégias (A, b) é eficiente no sentido de Pareto.

(3) Todo Equilíbrio de Nash desse jogo é eficiente no sentido de Pareto.

(4) Há um Equilíbrio de Nash em estratégias mistas no qual o jogador 1 escolhe A com probabilidade 2/3 e B com probabilidade 1/3.

Solução:

(0) *Falso.*

Uma estratégia é estritamente dominante se consiste na melhor estratégia para determinado jogador, independentemente do que o outro jogador faça. O jogador 2 sempre joga b, que é uma estratégia estritamente dominante.

Quando o jogador 2 escolhe b, o melhor para o jogador 1 é jogar B. Entretanto, a estratégia A é melhor para o jogador 1 no caso de o jogador 2 escolher jogar a. Desse modo, para o jogador 1, não há estratégias dominantes.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 530.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 612 e 613.

(1) *Verdadeiro.*

A estratégia b é dominante para o agente 2. Se o agente 2 joga b, a melhor estratégia do agente 1 é jogar B. Logo, a estratégia (B, b) é um Equilíbrio de Nash que resulta no vetor de ganhos (7, 4).

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 531.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 614 e 616.

(2) *Verdadeiro.*

Um par de estratégias é eficiente no sentido de Pareto se para melhorar um dos jogadores é necessário piorar os demais.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 534.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 615 e 616.

(3) *Verdadeiro.*

O único Equilíbrio de Nash deste jogo é o par (B, b), que também é um par de estratégias eficiente de Pareto, como conceituado no item acima.

Sobre este tópico, ver:

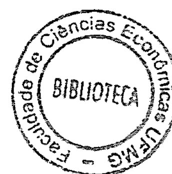
- Varian, H. (2000), p. 531 e 534.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 615 e 616.

(4) *Falso.*

Podemos ver esse resultado calculando todos os Equilíbrios de Nash existentes no jogo.

Supondo,
Jogador 1 joga "A" com probabilidade α.
Jogador 1 joga "B" com probabilidade $(1 - \alpha)$
Jogador 2 joga "a" com probabilidade β.
Jogador 2 joga "b" com probabilidade $(1 - \beta)$

Temos:



$$EU_1 = \alpha\beta(3) + \alpha(1-\beta)5 + 0 + (1-\alpha)(1-\beta)7$$
$$= 3\alpha\beta + 5\alpha - 5\beta + 0 + (1-\alpha-\beta+\alpha\beta)7$$
$$= 3\alpha\beta + 5\alpha - 5\beta + 0 + 7 - 7\alpha - 7\beta + 7\alpha\beta$$
$$= 10\alpha\beta - 2\alpha - 12\beta + 7$$

$$\frac{dEU_1}{d\alpha} = 10\beta - 2$$

$$\frac{dEU_1}{d\alpha} > 0$$
$$\Rightarrow 10\beta - 2 > 0$$
$$10\beta > \frac{2}{10}$$
$$\beta > \frac{1}{5}$$

$$\frac{dEU_1}{d\alpha} < 0$$
$$\Rightarrow 10\beta - 2 < 0$$
$$10\beta < 2$$
$$\beta < \frac{1}{5}$$

$$\frac{dEU_1}{d\alpha} = 0$$
$$\Rightarrow 10\beta - 2 = 0$$
$$\beta = \frac{1}{5}$$

$$EU_2 = 2(\alpha)\beta + 5\alpha(1-\beta) + 0 + 4(1-\alpha)(1-\beta)$$
$$= 2\alpha\beta + 5\alpha - 5\beta + 4 - 4\alpha - 4\beta + 4\alpha\beta$$
$$= 6\alpha\beta + \alpha - 9\beta + 4$$

$$\frac{dEU_2}{d\beta} = 6\alpha - 9$$

$$\frac{dEU_2}{d\beta} > 0$$
$$\Rightarrow 6\alpha - 9 > 0$$
$$6\alpha > 9$$
$$\alpha > \frac{3}{2} > 1$$

$$\frac{dEU_2}{d\beta} < 0$$
$$\Rightarrow 6\alpha - 9 < 0$$
$$\alpha > 1$$

$$\frac{dEU_2}{d\beta} = 0$$
$$\Rightarrow 6\alpha - 9 = 0$$
$$6\alpha = 9$$
$$\alpha = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{dEU_1}{d\alpha} > 0 \Rightarrow \alpha = 1$$

Então $\alpha = 1$ se $\beta > \frac{1}{5}$.

$$\frac{dEU_1}{d\alpha} < 0 \Rightarrow \alpha = 0$$

Então $\alpha = 0$ se $\beta < \frac{1}{5}$.

$$\frac{dEU_1}{d\alpha} = 0 \Rightarrow \alpha \in (0,1)$$

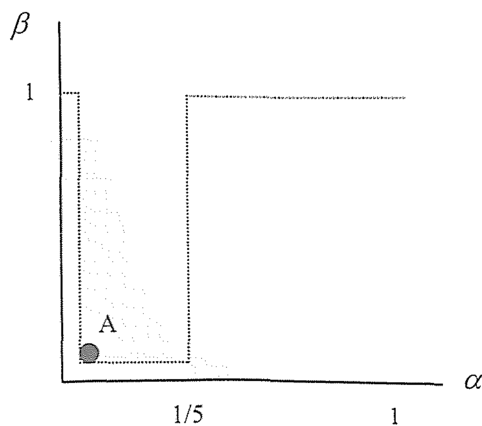
Então $\alpha \in (0,1)$ se $\beta = \frac{1}{5}$.

$$\frac{dEU_2}{d\beta} > 0 \Rightarrow \beta = 1$$

Então $\beta = 1$ se $\alpha > \frac{3}{2}$. Impossível.

$$\frac{dEU_2}{d\beta} < 0 \Rightarrow \beta = 0$$

Então $\beta = 0$ se $\alpha < \frac{3}{2}$.



O único equilíbrio do jogo está representado no gráfico anterior pelo ponto A, $\begin{pmatrix} \beta = 0 \\ \alpha = 0 \end{pmatrix}$, que define o equilíbrio com o par de estratégias (B, b).

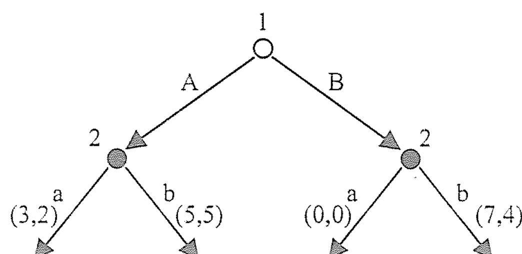
Logo, o jogador 2 escolhe $\beta = 0$, ou seja, joga a estratégia b com probabilidade igual a 1, conforme visto anteriormente. Neste caso, a melhor estratégia para o agente 1 é jogar sempre B.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 620 e 621.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 532 e 533.

Questão 14

Considere o jogo na forma extensiva apresentada a seguir.



(0) A estratégia A domina estritamente a estratégia B.
(1) Existe um Equilíbrio de Nash que resulta nos ganhos (5, 5).
(2) Não existe Equilíbrio de Nash que resulte nos ganhos (7, 4).
(3) Todo Equilíbrio de Nash do jogo é perfeito em subjogos.
(4) Todo Equilíbrio de Nash em estratégias puras do jogo é eficiente no sentido de Pareto.

Solução:

(0) *Falso.*

Se o agente 2 joga b, o melhor para o agente 1 é jogar B. Logo, a estratégia A não é estritamente dominante para o agente 1.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 530.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 612 e 613.

(1) *Verdadeiro.*

Se o agente 1 joga A, o agente 2 joga b. Se o agente 2 joga b, o agente 1 joga B. Portanto, este não é um Equilíbrio de Nash.

Se o agente 1 joga B, o agente 2 joga b. Se o agente 2 joga b, o agente 1 joga B, portanto (B, b) é um Equilíbrio de Nash em estratégias puras. Porém, este é um jogo

seqüencial, em que o jogador 1 faz sua escolha e, em seguida o jogador 2 escolhe sua jogada. Como os dois jogadores são racionais, o jogador 1 tenta prever a jogada do jogador 2, e este pode, por sua vez, sinalizar qual será sua escolha. Se o jogador 2 sinaliza que vai jogar b, ou se o jogador 1 assim o acha, o jogador 1 escolhe B e os ganhos são (7, 4). Porém, como o jogador 2 é racional, ele sinaliza para o jogador 1 que irá escolher a, e neste caso a melhor estratégia para o jogador 1 é jogar A. Porém, depois que o jogador 1 já jogou, ele não poderá mais mudar sua escolha, então o jogador 2 joga b e os ganhos são (5, 5). Observe que com esta estratégia o jogador 2 aumenta seus ganhos.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 531 e 539.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 615 e 616; 630 e 631.

(2) *Falso.*

A estratégia b é dominante para o agente 2. Se o agente 2 joga b, a melhor estratégia do agente 1, neste caso, é jogar B, caracterizando-se como um Equilíbrio de Nash.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 531 e 532; 539.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 614 a 616; 620.

(3) *Falso.*

O Equilíbrio de Nash em estratégias puras (7, 4), não é equilíbrio em subjogos. Neste caso o equilíbrio é (5, 5), como visto na questão 1.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 531 e 532; 538 a 540.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 614 a 616; 620; 630 a 633.

(4) *Verdadeiro.*

Considerando os possíveis resultados do jogo acima, o equilíbrio (B, b) é um equilíbrio eficiente no sentido de Pareto. Entretanto, como regra geral, não existe relação direta entre Equilíbrio de Nash e eficiência. O exemplo mais claro da não-existência de uma relação direta é o "dilema do prisioneiro", em que é possível melhorar os dois agentes sem piorar ninguém, e o Equilíbrio de Nash não garante esta alocação como equilíbrio.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 533 e 534.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 618 e 619.

ANPEC/2002

Questão 2

A função de utilidade do tipo von Neumann-Morgenstern de um agente é dada por u(M), em que M é a renda monetária do agente:

(0) Se u(M) = log (M), então o agente é avesso ao risco.
(1) Se u(M) = $M^{1/3}$, o agente não pagaria mais de \$2 por uma loteria cujo valor esperado seja \$2.
(2) Se as preferências do agente 1 são representadas por u(M) e as preferências do agente 2 são representadas por v(u(M)), em que v é uma função estritamente crescente, então, os dois agentes possuem as mesmas preferências.
(3) Se u(M) = M^2, a utilidade esperada de um bilhete de loteria que pague \$3, \$5 ou \$6, todos com a mesma probabilidade, é 70/3.
(4) Nenhum agente pagaria por um bilhete de loteria um valor maior que o valor esperado da loteria.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

A função logarítmica é côncava, o que implica em aversão ao risco.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 185 e 186.

(1) *Verdadeiro.*

A função apresentada é côncava, representando um indivíduo avesso ao risco. Indivíduos avessos ao risco não pagam por uma loteria mais do que o seu valor esperado.

U(valor esperado) $\geq$ valor esperado de entrar na loteria

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 235 e 236.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 185 e 186.

(2) *Falso*

Funções do tipo von Neumann-Morgenstern que sofrem transformações monotônicas só mantêm propriedades ordinais se esta transformação monotônica for afim positiva, ou seja, v(u(M)) = aU(M) + b. Para todos os outros tipos de transformações monotônicas, a função-utilidade deixa de representar preferências originais. Como nada garante que a transformação monotônica v(u(M)) é afim positiva, a afirmativa é falsa.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H, (2000), p. 232.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 173.

(3) *Verdadeiro.*

A utilidade esperada é igual a $\frac{1}{3}*9+\frac{1}{3}*25+\frac{1}{3}*36=\frac{70}{3}$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 232.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 186.

(4) *Falso.*

Agentes propensos ao risco pagam por um bilhete de loteria um valor maior que o valor esperado da loteria porque:

U(valor esperado) $\leq$ valor esperado de entrar na loteria

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 235 e 236.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 185 e 186.

Questão 8

Considere uma economia com dois períodos na qual existem dois tipos de empresas de tecnologia: 50% são empresas do tipo A e 50% do tipo B, ambas necessitando de financiamento de $50. Empresas que não obtêm financiamento encerram suas atividades tendo valor zero. As empresas do tipo A no segundo período poderão valer $50 ou $80 (ambos com a mesma probabilidade), enquanto as empresas do tipo B poderão valer zero ou $120 (ambos com a mesma probabilidade). Nesta economia existe apenas um banco que capta recursos a uma taxa de 10%. O banco pode emprestar recursos às empresas, cobrando juros que serão pagos apenas no segundo período, caso o valor realizado da empresa seja suficientemente elevado. No caso de uma empresa do tipo A, por exemplo, ela somente pagará $50 se esse for seu valor realizado, independentemente da taxa de juros acordada. Já no caso de uma empresa do tipo B, não haverá pagamento algum se o valor realizado for zero. Finalmente, assuma que uma empresa não tomará um empréstimo que não possa pagar nem mesmo quando seu valor realizado for elevado.

(0) Supondo que o banco pode distinguir os dois tipos de empresas, as taxas de juros mínimas que poderia cobrar das empresas do tipo A e B são respectivamente 20% e 120%.

(1) A taxa de juros máxima que uma empresa do tipo A pode aceitar pagar é 80%, enquanto que para empresas do tipo B esse máximo é 120%.

(2) Suponha que o banco não possa distinguir entre os dois tipos de empresa e que raciocine da seguinte forma: "Como metade das firmas são do tipo A e metade são do tipo B, vou cobrar, da firma que solicitar empréstimo, uma taxa de juros correspondendo à média das taxas que cobraria de cada empresa se pudesse distingui-las". Então cobrará juros de 100%.

(3) Se o banco não pode distinguir entre os tipos de empresas, uma estratégia ótima para o banco seria cobrar 140% de qualquer empresa de tecnologia que quisesse financiamento.

(4) Em equilíbrio, firmas de ambos os tipos A e B tomam empréstimos do banco.

Solução:

Empresa → 50% tecnologia A
→ 50% tecnologia B
Bancos → emprestam às empresas recursos captados a 10%

1º período: Ambas precisam de financiamento = 50.
Bancos emprestam

2º período: A $\Rightarrow p = \frac{1}{2}$ de valer 50 ou $(1 - p) = \frac{1}{2}$ de valer 80.

B $\Rightarrow p = \frac{1}{2}$ de valer 0 ou $(1 - p) = \frac{1}{2}$ de valer 120.

Bancos recebem o capital emprestado se as empresas realizam valores compatíveis com estes.

Suponhamos que temos 2 empresas do tipo A e 2 do tipo B.

(0) *Falso.*[9]

Empresa A: 50% das firmas podem pagar juros enquanto outros 50% pagam apenas o principal. Como o custo de captação do banco é de 10%, e somente metade das empresas pagam os juros, o banco deve cobrar ao menos 20% de juros para não ter prejuízo.

Empresa B: 50% não pagam nada (nem mesmo o principal), enquanto os outros 50% podem pagar juros. O banco deve recuperar desse segundo grupo de empresas todo o capital emprestado. Assim, ela deve recuperar 50 reais referentes aos empréstimos das empresas que não pagarão nada, mais 50 reais referentes ao empréstimo para o restante das empresas, mais 10 reais referentes ao valor de captação. Então ele cobrará do segundo grupo de empresas 100% do capital total emprestado, ou seja, 110 reais. Para tanto, deverá cobrar uma taxa de juros igual a 220%, pois 50*2,2 = 110.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 437 a 450.

[9] Esta resposta não confere com o gabarito oficial da ANPEC.

(1) *Falso.*

Empresa A: o máximo de lucro que a empresa tem é (80 – 50) = 30. Portanto só poderá pagar uma taxa de juros sobre os 50 reais emprestados até este montante. Logo, a taxa máxima de juros é 60% $\left(\frac{30}{50} = 0{,}6\right)$.

Empresa B: usando o mesmo raciocínio anterior, a taxa máxima é de 140% $\left(\frac{70}{50} = 1{,}4\right)$

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 437 a 450.

(2) *Verdadeiro.*

Nesta questão é relevante observar que o banco vai cobrar a taxa máxima que as empresas estão dispostas a pagar, e não a taxa mínima que ele poderia cobrar, com o objetivo de obter maiores lucros.

Do item anterior vimos que as taxas máximas para as empresas do tipo A e B são 60% e 140% respectivamente. A taxa média, portanto, seria de 100%.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 437 a 450.

(3) *Verdadeiro.*

A cobrança de uma taxa de juros de 140% atrairá apenas as empresas do tipo B, maximizando o lucro sobre este tipo de empréstimo. Para o banco não vale a pena atrair empresas do tipo A, pois para tanto deveria cobrar no máximo 60%. Mas nesse caso ele incorreria em prejuízo ao emprestar para as empresas do tipo B. Esse prejuízo (de 60% sobre o capital emprestado para essas empresas) não compensa o lucro esperado sobre as empresas do tipo A (60% - 20% = 40%).

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 437 a 450.

(4) *Falso.*

Assumindo que o banco não distingue os tipos de empresa, a estratégia ótima é cobrar uma taxa de juros de 140%. Nesse caso, apenas as empresas do tipo B tomam empréstimo.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 437 a 450.

Questão 11

Julgue as afirmativas abaixo.

		JOGADOR 2	
		α	β
JOGADOR 1	a	5,0	5,1
	b	-70,0	20,1

(0) Com relação ao jogo descrito pela matriz de possibilidades acima representada, pode-se afirmar que as estratégias a e β são dominantes.

(1) Com relação ao jogo descrito pela mesma matriz de possibilidades, pode-se afirmar que o par (b, β) constitui um Equilíbrio de Nash.

(2) Com relação ao jogo descrito pela mesma matriz de possibilidades, pode-se afirmar que o jogo possui um Equilíbrio de Nash em estratégias estritamente mistas.

(3) Com relação à Teoria dos Jogos, pode-se dizer que o "dilema dos prisioneiros" ocorre quando o Equilíbrio de Nash não é um equilíbrio em estratégias dominantes.

(4) Com relação à Teoria dos Jogos, pode-se dizer que o problema da não-cooperação que ocorre no "dilema dos prisioneiros" desaparece caso o jogo seja repetido por um número finito de vezes, porque introduz considerações sobre reputação.

Solução:

(0) *Falso.*

Estratégia dominante é quando existe uma escolha ótima de estratégia para cada um dos dois jogadores, não importando o que o outro jogador faça. O melhor para o indivíduo 2 é sempre jogar β, porém para o jogador 1 não há estratégia dominante. Se o jogador 2 joga α, então o jogador 1 joga b.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 530.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 612 e 613.

(1) *Verdadeiro.*

Um equilíbrio é considerado de Nash se a escolha do jogador 1 é ótima, dada a escolha do jogador 2, e a escolha do jogador 2 é ótima, dada a escolha do jogador 1. O par (b, β) constitui-se em um Equilíbrio de Nash, porque nenhum dos jogadores tem incentivo para mudar de opção.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 531 e 539.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 615 e 616; 630 e 631.

(2) *Falso.*

Não há equilíbrio em estratégias estritamente mistas.[10] Suponha que o jogador 1 jogue a com probabilidade γ e que o jogador 2 jogue α com probabilidade λ.

$$EU_1 = 5\gamma\lambda + 5(1-\gamma)\lambda - 70\gamma(1-\lambda) + 20(1-\gamma)(1-\lambda)$$

$$EU_1 = 5\gamma\lambda + 5\gamma\lambda - 5\gamma\lambda - 70\gamma + 70\gamma\lambda + 20 - 20\gamma - 20\lambda + 20\lambda\gamma$$

$$EU_1 = -15\lambda - 90\gamma + 90\gamma\lambda + 20$$

$$\frac{\partial EU_1}{\partial \gamma} = -90 + 90\lambda$$

$$90\lambda - 90 > 0$$

$$90\lambda > 90$$

$$\lambda > 1 \rightarrow \text{Impossível}$$

$$\Rightarrow \gamma = 0$$

$$\frac{\partial EU_1}{\partial \lambda} = -15 + 90\gamma$$

$$90\gamma > 15$$

$$\gamma > \frac{15}{90}$$

Como $\gamma = 0$, $\lambda = 0$.

$$EU_2 = 0 + \lambda(1-\gamma) + (1-\lambda)(1-\gamma)$$

$$EU_2 = \lambda - \gamma\lambda + 1 - \lambda - \gamma + \gamma\lambda$$

$$EU_2 = 1 - \gamma$$

[10] Um equilíbrio em estratégias puras pode ser considerado um equilíbrio em estratégias mistas degenerado, entretanto estamos interpretando que o termo empregado, estratégias estritamente mistas, se refira necessariamente a uma randomização de estratégias puras.

$$\frac{\partial EU_2}{\partial \gamma} = -1$$

$$\frac{\partial EU_2}{\partial \gamma} > 0$$

$-1 > 0 \rightarrow$ Impossível

$\Rightarrow \gamma = 0$

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 620 e 621.

(3) *Falso.*

No "dilema dos prisioneiros" o equilíbrio (quando não há cooperação) é um Equilíbrio de Nash em estratégias dominantes (ambos confessam).

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 533 e 534.

(4) *Falso.*

A cooperação será desenvolvida apenas se o jogo for repetido um número infinito de vezes. Em um jogo finito os jogadores sempre têm incentivos para não cooperar na última jogada.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 534 a 536.

Questão 12

Nesta questão, assuma que os agentes sejam neutros com relação ao risco (portanto, eles se pautam apenas pelo valor esperado). O nível de produção depende do esforço empreendido pelo trabalhador. Caso este empenhe muito esforço, o nível de produção será de 100 ou 20 unidades, ambos ocorrendo com a mesma probabilidade. Caso empenhe pouco esforço, o nível de produção pode ser de 100 com probabilidade de 20% ou 20 com probabilidade de 80%. O preço do produto é \$1 e não há custos associados a insumos. O trabalhador tem uma desutilidade equivalente a \$48 para despender muito esforço e \$38, para pouco esforço, e tem utilidade de reserva igual a zero.

(0) Nestas condições não interessa ao empresário contratar o trabalhador pagando um salário fixo.
(1) Caso o trabalhador alugue o equipamento para trabalhar por conta própria, o valor máximo que se pode cobrar pelo aluguel é \$10.
(2) Em caso de parceria (cada parceiro recebe uma proporção fixa do produto), o trabalhador deve receber pelo menos 90% do lucro.

(3) Um salário fixo de $18 mais uma bonificação de 50% da produção é aceitável tanto para o trabalhador quanto para o empresário.
(4) Caso o trabalhador seja avesso ao risco, o lucro esperado do empresário será menor que $12, independentemente de qual seja o arranjo institucional.

Solução:

Muito esforço: 0,5 $\rightarrow$ y = 100
0,5 $\rightarrow$ y = 20

Pouco esforço: 0,2 $\rightarrow$ y = 100
0,8 $\rightarrow$ y = 20

$P_y = 1$
Desutilidade = 48, se muito esforço
Desutilidade = 38, se pouco esforço

(0) *Verdadeiro.*

O salário fixo (constante) iria fazer com que o trabalhador desenvolvesse pouco esforço. E na situação de pouco esforço o lucro esperado do empresário é menor.

Podemos visualizar o resultado, supondo que o empresário possa monitorar o esforço do trabalhador. Nesse caso, o lucro líquido do empresário na situação de muito esforço é dado por:

$$\pi_{esperado} = (0{,}5 * 100 + 0{,}5 * 20) - 48 = 12$$

Pouco esforço:

$$\pi_{esperado} = (0{,}2 * 100 + 0{,}8 * 20) - 38 = -2$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 706 a 710; 712 a 713.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 812 a 816; 826 a 829.

(1) *Falso.*

Se o trabalhador trabalha por conta própria, ele irá fazer muito esforço, tendo lucro bruto esperado igual a 60. Porém, o trabalhador tem uma desutilidade de 48 quando faz muito esforço. O seu retorno esperado é então de 60 – 48 = 12. Assim, o valor máximo que se pode cobrar de aluguel é $ 12.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 706 a 710; 712 a 713.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 812 a 816; 826 a 829

(2) *Falso.*

Em caso de uma parceria o trabalhador também tende a desenvolver um esforço alto. Assim, sua utilidade esperada é dada pela parcela do lucro bruto que ele recebe

menos a sua desutilidade. Portanto a parcela mínima do lucro que ele deve receber para aceitar a parceria é quando sua utilidade é igual a zero. Neste caso:

$$p*(\pi) - desutilidade = 0$$
$$p*60 - 48 = 0$$
$$p = 0{,}8$$

O mínimo que ele deveria receber é 80% dos lucros brutos.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 706 a 710; 712 a 713.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 812 a 816; 826 a 829.

(3) *Verdadeiro.*

No caso de um salário fixo de 18 reais e mais 50% da produção, o ganho esperado do trabalhador seria de 18 + 0,5(60) – 48 = 0. No caso do empresário, o seu ganho esperado seria de 0,5(0,5*100 + 0,5*20) – 18 = 12. Ambos teriam utilidades não negativas tornando o acordo aceitável.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 706 a 710; 712 a 713.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 812 a 816; 826 a 829.

(4) *Verdadeiro.*

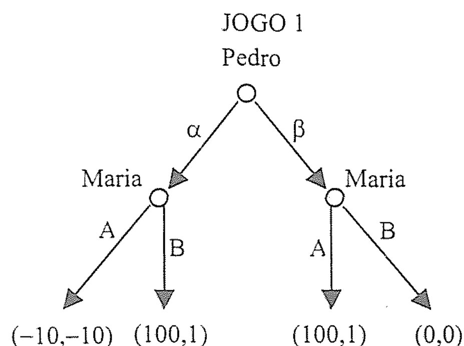
Como o trabalhador é avesso ao risco ele não irá trabalhar se o valor esperado da sua utilidade for igual ou menor do que zero. Dessa forma, o salário esperado do indivíduo deve ser maior do que 48 reais para que ele empenhe grande esforço. Nesse caso o lucro esperado do empregador será inferior a 12 reais. Para que o trabalhador empenhe pouco esforço, o seu salário esperado dever ser de pelo menos 38 reais. O lucro do empregador será negativo.

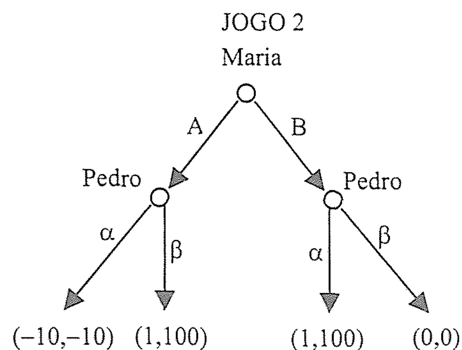
Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 706 a 710; 712 a 713.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 812 a 816; 826 a 829.

Questão 13

Considere os jogos na forma extensiva apresentados a seguir.





(0) Para qualquer um dos jogos existem 2 Equilíbrios de Nash em estratégias puras.
(1) No jogo 1, a estratégia α é dominante para Pedro.
(2) Ambos os jogos possuem a mesma forma reduzida e, portanto, as mesmas soluções.
(3) Em cada um destes jogos só existe 1 equilíbrio perfeito em subjogos.
(4) Existe um Equilíbrio de Nash do jogo 1 no qual Maria joga B nos seus dois nós de decisão.

Solução:

(0) *Falso.*[11]

Para encontrar os Equilíbrios de Nash dos jogos é conveniente escrever cada jogo na forma normal.

Jogo 1

Estratégias:

- Pedro é o primeiro jogador a se mover e dispõe das seguintes opções: α ou β.
- Maria joga depois da escolha de Pedro. Entretanto, antes que o jogo se inicie Maria tem as seguintes opções de jogadas:
  - A se Pedro joga α; ou A se Pedro joga β: AA
  - B se Pedro joga α; ou A se Pedro joga β: BA
  - A se Pedro joga α; ou B se Pedro joga β: AB
  - B se Pedro joga α; ou B se Pedro joga β: BB

Forma Normal

	Maria				
	Estratégias	AA	AB	BA	BB
Pedro	α	(-10,-1)	(-10,-1)	(100,1)	(100,1)
	β	(100,1)	(100,1)	(0,0)	(0,0)

Equilíbrio de Nash

Analisando o jogo na forma normal encontramos quatro Equilíbrios de Nash, representados pelos seguintes pares de estratégias puras: (α, BA); (α, BB); (β, AA); (β, AB).

[11] Não confere com o gabarito da ANPEC.

Jogo 2

Estratégias:

- Maria é o primeiro jogador a se mover e dispõe das seguintes opções: A ou B.
- Pedro joga depois da escolha de Maria. Inicialmente, Pedro tem as seguintes opções de jogadas:
  - α se Maria joga A; ou α se Maria joga B: αα
  - β se Maria joga A; ou α se Maria joga B: βα
  - α se Maria joga β; ou B se Maria joga B: αβ
  - β se Maria joga β; ou B se Maria joga B: ββ

Forma Normal

		Pedro			
	Estratégias	αα	αβ	βα	ββ
Maria	A	(-10,-1)	(-10,-1)	(100,1)	(100,1)
	B	(100,1)	(100,1)	(0,0)	(0,0)

Equilíbrio de Nash

Analisando o jogo na forma normal encontramos quatro equilíbrios de Nash, representados pelos seguintes pares de estratégias puras: (A, βα); (A, ββ); (B, αα); (B, αβ).

Sobre este tópico, ver:

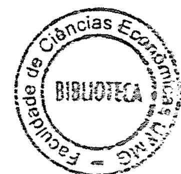
- Varian, H. (2000), p. 517 e 518; 531 a 533.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 615 e 616; 620.

(1) *Falso.*

Caso Maria jogue AA ou AB, a melhor estratégia para Pedro seria jogar β.

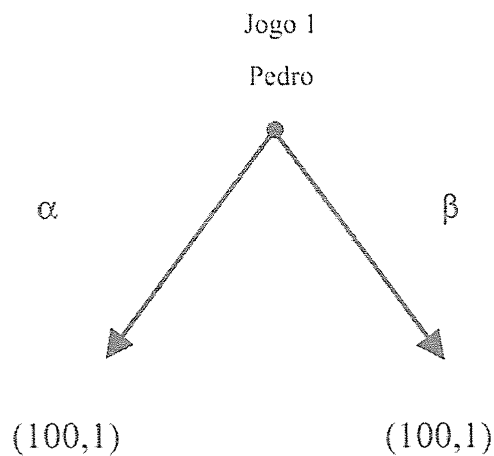
Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 530.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 612 e 613.

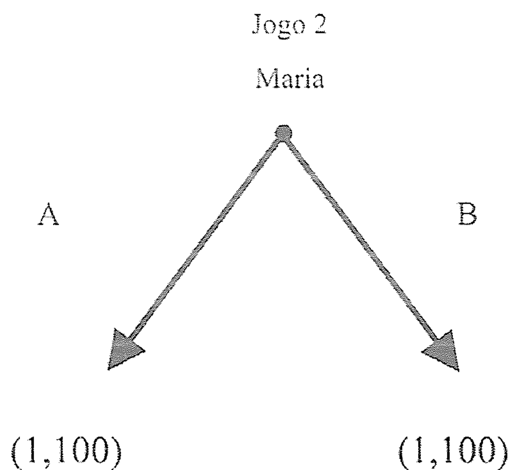


(2) *Falso.*

O jogo 1 tem a seguinte forma reduzida:



O jogo 2 tem a seguinte forma reduzida:



Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 530 e 531.

(3) *Falso.*

O subjogo de um jogo extensivo é o subconjunto do jogo que respeita as seguintes propriedades:

1) Um nó de decisão contém todos os outros nós de decisão que são sucessores.
2) Não há quebra no conjunto de informação.

Equilíbrio perfeito em subjogo é quando se tem Equilíbrio de Nash em todos os subjogos.

Analisemos primeiramente o jogo 1:

De um lado, se Pedro jogar α, será melhor para Maria jogar B. Ao mesmo tempo, se Maria garante que jogará B quando Pedro jogar α, então é ótimo para Pedro jogar α. Temos aqui um Equilíbrio de Nash perfeito em subjogos.

Por outro lado, se Pedro joga β, será melhor para Maria jogar A e, se Maria garante que jogará A quando Pedro jogar β, então será ótimo para Pedro jogar β. Esse constitui outro Equilíbrio de Nash perfeito em subjogos.

Essa conclusão pode ser entendida também se analisarmos a forma reduzida do jogo 1 no item (2). Para obter aquela forma reduzida, Pedro antecipa que Maria jogará B quando ele jogar α e que Maria jogará A quando ele jogar β. Sob a hipótese de que o agente é racional, Pedro deve escolher entre o *payoff* igual a 100 se ele escolher α e, também igual a 100, se ele escolher β. Portanto, no primeiro jogo temos dois Equilíbrios de Nash perfeitos em subjogos, descritos por: (α, BA) e (β, BA).

Analogamente, concluímos que, no jogo 2, Maria antecipa que Pedro jogará β quando ela jogar A e que Pedro jogará α quando ela jogar B, o que resulta na forma reduzida apresentada no item (2). Maria deve escolher entre o *payoff* igual a 1 se jogar A e, também igual a 1, se ela escolher B, caracterizando dois Equilíbrios de Nash perfeitos em subjogos, descritos por: (A, βα) e (B,βα).

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 539.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 630 a 632.

(4) *Verdadeiro.*

A análise efetuada no item (1), com o jogo na forma normal, mostra que num dos equilíbrios de Nash do jogo 1 as estratégias são (α, BB);

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 532 e 533.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 620 e 621.

ANPEC/2003

Questão 9

Considere um modelo de sinalização do tipo Spence no qual os trabalhadores escolhem um nível de educação. Há uma grande quantidade de firmas e de trabalhadores. Os trabalhadores hábeis têm a função de utilidade $U_H = w - \frac{3}{8}E^2$ e os

trabalhadores pouco hábeis têm a função de utilidade $U_{PH} = w - \frac{1}{2}E^2$, em que w representa o nível salarial e E o nível educacional. Um trabalhador hábil com nível de educação E_H vale $1{,}5E_H$ para a firma, enquanto um trabalhador pouco hábil com nível de educação E_{PH} vale $1E_{PH}$. Metade dos trabalhadores são hábeis. Julgue as seguintes proposições:

(0) A solução eficiente (com informação completa) é ($\hat{E}$ PH = 1, $\hat{E}$ H = 2).
(1) Caso exista um equilíbrio agregador, este não pode ser eficiente.
(2) Caso haja um equilíbrio separador, este será eficiente.
(3) Em nenhum equilíbrio UH pode ser menor que ½.
(4) Caso haja um equilíbrio separador, nele, ter-se-á $E^*_H > \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ ou $E^*_H < \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Com informação completa a firma tem o seguinte esquema de pagamentos:

$w_H = 1{,}5E_H$, para os trabalhadores hábeis; e

$w_{pH} = E_{pH}$, para os trabalhadores pouco hábeis.[12]

Para escolher o nível de educação que eles adquirirão, os primeiros trabalhadores resolvem:

$$\max_E 1{,}5E - \frac{3}{8}E^2$$

CPO:

$$\frac{\partial U}{\partial E} = 0 \Rightarrow 1{,}5 - \frac{3}{4}E = 0$$

$$\hat{E}_H = 2$$

Para os trabalhadores pouco hábeis, temos:

$$\underset{E}{Max}\, E - \frac{1}{2}E^2$$

CPO:

$$\frac{\partial U}{\partial E} = 1 - (1)E = 0$$

$$\hat{E}_{pH} = 1$$

[12] A hipótese que justifica esta estrutura de salários é a de existência de concorrência entre os empregadores pelos trabalhadores, de modo que os empregadores devem pagar a cada tipo de trabalhador o valor esperado de sua produtividade.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 702 e 703.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 812 a 815.

(1) *Verdadeiro.*

Num equilíbrio agregador, a firma paga um salário com base na habilidade média dos trabalhadores, pois não é possível distinguir entre trabalhadores hábeis e pouco hábeis.

O salário, nesse caso, será:

$w_m = 1{,}25E$

Esse caso ocorrerá se o custo para os trabalhadores hábeis adquirir educação (sinal) for muito elevado em relação ao diferencial de produtividade entre os dois tipos de trabalhadores. Entretanto, quando a firma paga a todos os trabalhadores o salário médio, os trabalhadores pouco hábeis recebem mais que sua produtividade marginal, às custas da maior produtividade e menor salário dos trabalhadores hábeis.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 702 a 704.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 812 a 815.

(2) *Falso.*

No modelo de Spence, a educação é apenas uma sinalização que o trabalhador utiliza para revelar o seu tipo (hábil ou pouco hábil). Entretanto, os benefícios da sinalização são estritamente privados, pois num equilíbrio separador os trabalhadores hábeis adquirem educação e dessa forma são identificados como trabalhadores hábeis e, portanto, eles obtêm maior remuneração. Mas do ponto de vista social não se verificam ganhos, pois a educação não contribui para elevar a produção total, embora tenha representado um custo adicional.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 702 a 704.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 812 a 815.

(3) *Verdadeiro.*

Num equilíbrio agregador, os dois tipos de trabalhadores têm o mesmo nível de educação e recebem o salário médio, igual a 1,25E.

Temos duas possibilidades limites:

- A primeira é que os dois tipos de trabalhadores tenham E = 2. Nesse caso, $U_H = 1$.
- A segunda é que os dois tipos de trabalhadores tenham E = 1. Assim, $U_H = 0.875$.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 702 e 703.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 812 a 815.

(4) *Falso.*[13]

Caso haja um equilíbrio separador os indivíduos pouco hábeis irão escolher não se escolarizar, já que irão receber o mesmo nível de salários se não se escolarizarem.

Assim, $E_{pH} = 0$.

A existência de um equilíbrio separador é garantida se nenhum agente tiver incentivo a fingir que é do outro tipo, ou seja, se as restrições de compatibilidade de incentivos estiverem satisfeitas.
RCI para os indivíduos pouco hábeis:

$$E > 1{,}5E - \frac{E^2}{2}$$

RCI para os indivíduos hábeis:

$$1{,}5E - \frac{3}{8}E^2 > E$$

Solucionando as duas equações, obtemos:

$$1 < E < \frac{4}{3}.$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 702 e 703.[14]
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 811 a 815.[15]

Questão 11

Considere um jogo na forma normal resumido em termos da seguinte matriz de ganhos:

JOGADOR 2

JOGADOR 1		L	R
	U	3, 1	α, 0
	D	0, 0	β, β

[13] Esta resposta não confere com o gabarito oficial da ANPEC.
[14] Ver referência à obra de Spence na nota de pé de página nº 3, página 702.
[15] Ver referência à obra de Spence na nota de pé de página nº 4, página 811.

(0) Para $\beta = 1$, U é uma estratégia dominante para o jogador 1 desde que $\alpha > 1$.

(1) Para $\alpha = 2$ e $\beta = 1$, existe um único Equilíbrio de Nash em estratégias puras.

(2) Para $\alpha = 7$ e $\beta = 6$, o Equilíbrio de Nash em estratégias puras é Pareto eficiente.

(3) Para $\alpha = 2$ e $\beta = 1$, existe um Equilíbrio de Nash com estratégias mistas no qual o jogador 1 joga U com probabilidade ½ e o jogador 2 joga L com probabilidade ½.

(4) Para $\alpha = 7$ e $\beta = 6$, caso o jogo seja repetido duas vezes, no equilíbrio perfeito em subjogos, as utilidades finais dos jogadores são (6, 2).

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

O jogador 1 pode escolher U ou D. Se ele escolhe U, seus ganhos serão (3, α). Se ele escolhe D seus ganhos serão (0, 1). Se $\alpha > 1$ e $\beta = 1$, U é uma estratégia dominante para o jogador 1 em qualquer jogo, seja ele simultâneo, seqüencial, de uma partida, de n partidas ou de infinitas partidas.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H.(2000), p. 529 e 530.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 612 a 614.

(1) *Verdadeiro.*

JOGADOR 2

JOGADOR 1		L	R
	U	3, 1	2, 0
	D	0, 0	1, 1

O Equilíbrio de Nash em estratégias puras é um equilíbrio no qual cada jogador escolhe uma estratégia com probabilidade 1. Neste jogo:

Se o jogador 1 escolhe U, o jogador 2 escolhe L.

Se o jogador 2 escolhe L, o jogador 1 escolhe U.

Isso caracteriza um Equilíbrio de Nash com o vetor de estratégias (U, L). Cabe ainda observar se existe outro Equilíbrio de Nash em estratégias puras neste jogo.

Se o jogador 1 escolhe D, o jogador 2 prefere R.

Se o jogador 2 escolhe R, o jogador 1 escolhe U.

Desse modo, existe um único Equilíbrio de Nash em estratégias puras.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 530 a 532.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 614 a 617.

(2) *Falso.*
Se o jogador 1 escolhe U, o jogador 2 escolhe L.

Se o jogador 2 escolhe L, o jogador 1 escolhe U.

Se o jogador 1 escolhe D, o jogador 2 escolhe R.

Se o jogador 2 escolhe R, o jogador 1 escolhe U.

Portanto, o par de estratégias (U, L) é um Equilíbrio de Nash. Entretanto (U, L) não é um par de estratégias Pareto eficiente, pois os dois poderiam estar em situação melhor se 1 escolhesse D e 2 escolhesse R, ou seja, existe um outro par de estratégias que melhora os dois jogadores ao mesmo tempo. Veja a figura:

JOGADOR 2

		L	R
JOGADOR 1	U	3, 1	7, 0
	D	0, 0	6, 6

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 533 e 534.

(3) *Falso.*
Com $\alpha = 2$ e $\beta = 1$, a estratégia U é dominante para o jogador 1 independentemente das escolhas do jogador 2, pois se o jogador 2 joga L, o jogador 1 ganha 3 se escolher U e 0 se escolher D, e se o jogador 2 joga R, o jogador 1 ganha 2 se escolher U e 1 se escolher D. Assim o jogador 1 jogará U com probabilidade 1, ou seja, todas as vezes. Dado que o jogador 1 jogará sempre U, a melhor escolha para o jogador 2 será escolher L, pois ganhará 3, enquanto ganhará 2 se escolher R. O resultado do jogo será que o jogador 1 jogará U com probabilidade 1 e o jogador 2 jogará L com probabilidade 1.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 530 a 533.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 612 a 614; 619 a 622.

(4) *Verdadeiro*.

Veja a figura abaixo:

JOGADOR 2

		L	R
JOGADOR 1	U	3, 1	7, 0
	D	0, 0	6, 6

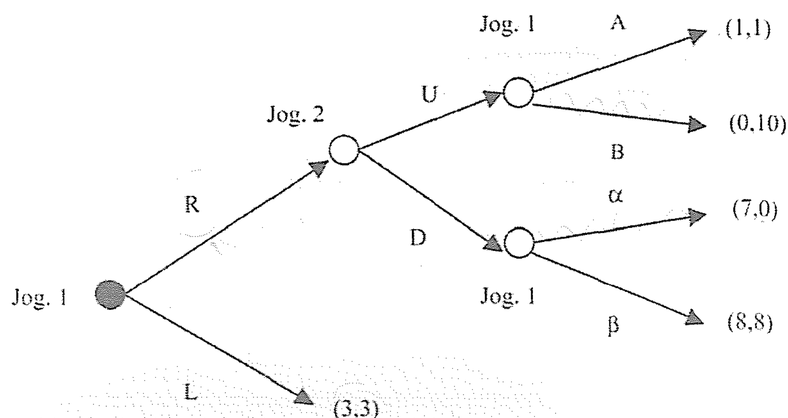
A melhor estratégia para ambos é a estratégia de cooperação (D, R), na qual os jogadores terminarão as duas rodadas com utilidade (12, 12). Porém, como o jogo tem duas rodadas, na rodada final, o jogador 1 sabe que o jogador 2 irá cooperar e jogar R. Então, o jogador 1 pode jogar U e terminar o jogo com utilidade igual a 13 (6 + 7). Dessa forma, o jogador 1 jogará U na segunda rodada. Porém, ele pode pensar assim também para a primeira rodada e tentar terminar o jogo com utilidade igual a 14 (7 + 7). Assim, o jogador 1 escolherá sempre U. Com esta escolha do jogador 1, será melhor para o jogador 2 escolher L, pois se ele escolher L, terminará as duas rodadas com utilidade igual a 2, enquanto que escolhendo R, terminará as duas rodadas com utilidade igual a zero. Dessa forma, a estratégia dominante será (U, L) nas duas jogadas e os jogadores terão, ao final, utilidades (6, 2).

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 535 e 536.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 622 a 625.

Questão 12

Considere o seguinte jogo com 2 jogadores: jogador 1 e jogador 2.



Analise as questões abaixo:

(0) Neste jogo há somente 2 Equilíbrios de Nash em estratégias puras.
(1) Todos os Equilíbrios de Nash em estratégias puras deste jogo são também equilíbrios perfeitos em subjogos.
(2) Em qualquer equilíbrio perfeito em subjogos, a estratégia U não é jogada pelo jogador 2.
(3) O par de estratégias {RAβ, D} é um equilíbrio perfeito em subjogos.
(4) O *payoff* (1, 1) resulta de estratégias que constituem um Equilíbrio de Nash.

Solução:

Para encontrar os Equilíbrios de Nash dos jogos representamos cada jogo na forma normal. Observe que o jogador 1 faz a primeira escolha no jogo e, em seguida, o jogador 2 joga. Na seqüência, o jogador 1 retorna ao jogo.

As estratégias dos jogadores devem indicar o que eles planejam fazer em cada nó de decisão ao longo do jogo. As estratégias são:

Jogador 1:
- *Estratégia 1*: jogar RA dado que o jogador 2 jogou U, e jogar Rα dado que o jogador 2 jogou D. (RAα)
- *Estratégia 2*: Jogar RA dado que o jogador 2 jogou U, e jogar Rβ dado que o jogador 2 jogou D. (RAβ)
- *Estratégia 3*: Jogar RB dado que o jogador 2 jogou U, e jogar Rα dado que o jogador 2 jogou D. (RBα)
- *Estratégia 4*: Jogar RB dado que o jogador 2 jogou U, e jogar Rβ dado que o jogador 2 jogou D. (RBβ)
- *Estratégia 5*: jogar L.

Jogador 2:
- *Estratégia 1*: Jogar U.
- *Estratégia 2*: Jogar D.

Desse modo, podemos representar o jogo na forma normal para encontrar todos os equilíbrios de Nash. A forma normal deste jogo é apresentada como se segue:

		Jogador 2	
	Estratégias	U	D
Jogador 1	RAα	(1,1)	(7,0)
	RAβ	(1,1)	**(8,8)**
	RBα	(0,10)	(7,0)
	RBβ	(0,10)	**(8,8)**
	L	**(3,3)**	(3,3)

Os equilíbrios de Nash são definidos pelos seguintes pares de estratégias:

* Equilíbrio de Nash 1: (RAβ ;D)
* Equilíbrio de Nash 2: (RBβ ;D)

* Equilíbrio de Nash 3: o jogador 1 joga L e o jogador 2 não joga.[16]

Logo, existem três equilíbrios de Nash no jogo.

(0) *Falso.*

(1) *Falso.*

O único equilíbrio perfeito em subjogos é a estratégia {RAβ, D}. Vide item (2) para equilíbrio perfeito em subjogos.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 529 e 530.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 612 a 614.

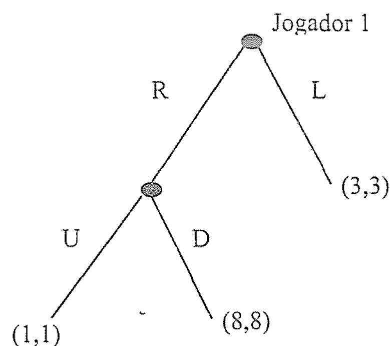
(2) *Verdadeiro.*

O equilíbrio perfeito em subjogos é encontrado solucionando o jogo por indução retroativa. Assim, temos:

1° – Dado que o jogador 1 jogou R e o jogador 2 jogou U, o jogador 1 escolhe jogar A e, portanto, o *payoff* resultante será (1,1).

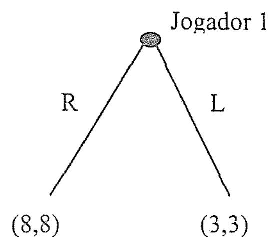
2° – Dado que o jogador 1 jogou R e o jogador 2 jogou D, o jogador 1 escolhe β e, portanto, o *payoff* resultante será (8,8).

A árvore correspondente a essas escolhas é dada por:



Continuando por indução retroativa, temos:

Dado que o jogador 1 jogou R, o jogador 2 escolhe D e, portanto, o *payoff* resultante será (8,8).



[16] Este equilíbrio também pode ser escrito em 2 equilíbrios: {L,U} e {L,D}.

O melhor para o jogador 1 é escolher R. Então, o equilíbrio perfeito em subjogos é dado pelo seguinte par de estratégias {RAβ,D}.[17]

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 538 e 539.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 631 e 632.

(3) *Verdadeiro.*

Como visto na análise do item anterior, o par de estratégias {RAβ, D} é o único equilíbrio perfeito em subjogos.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 538 e 539.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 631 e 632.

(4) *Falso.*

Ver jogo na forma normal, página 282.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 530 a 532.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 614 a 617.

ANPEC/2004

Questão 8

Considere um modelo de Agente-Principal em que o último contrata um vendedor para seu produto. Se o vendedor se esforçar muito, a receita das vendas será R$ 100, com probabilidade 0,8; R$ 50, com probabilidade 0,2; e a utilidade do vendedor será $\sqrt{w}-4$. Caso o vendedor se esforce pouco, a receita de vendas será R$ 100, com probabilidade 0,4; R$ 50, com probabilidade 0,6; e a utilidade do vendedor será $\sqrt{w}$ (w é o salário). O vendedor sempre pode ter a utilidade $u_0 = 1$ se for trabalhar numa outra profissão que não seja a de vendas. O Principal preocupa-se em maximizar seu lucro esperado, dado pela receita de vendas menos o custo. Assuma que o Principal não consiga observar o nível de esforço do vendedor, mas apenas as vendas. São corretas as afirmativas:

(0) O custo, para o Principal, de induzir o vendedor a esforçar-se menos será 1.

(1) Se o Principal quiser induzir o vendedor a esforçar-se mais e obter lucro máximo, os salários correspondentes aos dois resultados de venda serão estritamente positivos.

(2) O custo, para o Principal, de induzir o vendedor a esforçar-se mais é 90.

---

[17] Podemos também escrever esse vetor de estratégias da seguinte forma: {RA,U e Rβ,D; D} conforme definido anteriormente.

(3) A receita total esperada correspondente à ação de maior esforço do vendedor é maior que a correspondente à ação de menor esforço.
(4) Os lucros do Principal serão menores quando o vendedor trabalha menos.

Solução:

A situação descrita diz respeito a uma relação de contrato com informação assimétrica. Trata-se de um problema de risco moral, uma vez que o principal não observa a ação realizada pelo agente. Descrevemos abaixo os dados da situação proposta:

- Existem dois estados da natureza:

  Venda bem sucedida (sucesso);
  Venda mal sucedida (fracasso).

- O vendedor de livros pode realizar dois tipos de ação:

  Esforço alto (gera uma desutilidade $= -4$);
  Esforço baixo (não tem custo para o agente).

- O vendedor tem outra oportunidade no mercado de trabalho que lhe proporciona utilidade igual a 1.

- O objetivo do Principal é maximizar o lucro esperado.

- O Principal não observa a ação que o agente realiza (Informação Assimétrica).

Como o Principal não observa a ação que o agente realiza e existe um custo para o agente em realizar o esforço alto, caso o Principal deseje que o agente realize esta ação, este deve propor um contrato de remuneração compatível com os incentivos.

Desse modo, podemos escrever o problema do Principal, supondo que ele deseje implementar a ação de esforço alto, da seguinte forma:

Maximizar o lucro esperado:

$$\max LE = 0{,}8(100 - w_s) + 0{,}2(50 - w_f)$$

s.a

$$0{,}8\sqrt{w_s} + 0{,}2\sqrt{w_f} - 4 \geq 1 \qquad (1)$$

$$0{,}8\sqrt{w_s} + 0{,}2\sqrt{w_f} - 4 \geq 0{,}4\sqrt{w_s} + 0{,}6\sqrt{w_f} \qquad (2)$$

onde:

w_s = salário no caso de ocorrer sucesso nas vendas

w_f = salário no caso de ocorrer fracasso nas vendas

Equação (1) descreve a Restrição de Participação.
Equação (2) descreve a Restrição de Compatibilidade de Incentivos.
As duas restrições serão satisfeitas com igualdade. Das restrições temos:

$$w_s = 49$$
$$w_f = 9$$

O lucro esperado do Principal no caso de o agente realizar o esforço alto será dado por:

$$LE = 0{,}8(100 - 49) + 0{,}2(50 - 9)$$
$$LE = 49$$

No caso especial de o Principal implementar a ação de esforço baixo para o vendedor, o Principal irá oferecer um salário constante entre os estados da natureza. O contrato de remuneração deve satisfazer apenas à Restrição de Participação do vendedor, qual seja:

$$\sqrt{w} \geq 1$$
$$\overline{w} = 1$$

O lucro esperado do Principal será dado por:

$$LE = 0{,}4(100) + 0{,}6(50) - \overline{w}$$
$$LE = 40 + 30 - 1 = 69$$

Desse modo, percebemos que o lucro esperado do Principal é superior quando o vendedor realiza o esforço baixo.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 821 a 833.

(0) *Verdadeiro.*

O custo do Principal será igual ao custo de oportunidade do vendedor em trabalhar, uma vez que inexistem custos para o agente realizar esforço baixo.

(1) *Falso.*

Ver solução anterior

(2) *Falso.*

O salário esperado do vendedor quando este realiza o esforço alto é:

$$0{,}8(49) + 0{,}2(9)$$
$$39{,}2 + 1{,}8 = 41$$

(3) *Verdadeiro.*

Esforço alto: $RT_{esperada} = 0{,}8(100) + 0{,}2(50) = 80 + 25 = 100$

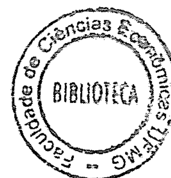
Esforço baixo: $RT_{esperada} = 0{,}4(100) + 0{,}6(50) = 70$

(4) *Falso.*

O lucro esperado do Principal é dado por:

Esforço Alto:

$$0{,}8(100 - w_s) + 0{,}2(50 - w_f)$$
$$0{,}8(100 - 49) + 0{,}2(50 - 9)$$
$$= 0{,}8(51) + 0{,}2(41) = 49$$



Esforço Baixo:

$$0{,}4(100) + 0{,}6(50) - \overline{w}$$
$$40 + 30 - 1 = 69$$

Questão 9

A respeito da Teoria da Utilidade Esperada, identifique as afirmativas corretas:

(0) O prêmio de risco de um indivíduo propenso ao risco é estritamente positivo.

(1) É possível avaliar-se uma loteria apenas pela média e variância.

(2) A utilidade de um indivíduo é $u(z) = \ln(z)$ e a riqueza inicial é $w_0 = 12$. Propõe-se ao indivíduo o seguinte jogo: se sair cara no arremesso de uma moeda equilibrada, ele paga 5; se sair coroa ele recebe 5. O prêmio de risco desse jogo é 1.

(3) A composição de uma carteira de ativos de um indivíduo avesso ao risco pode conter ativos financeiros de retornos incertos.

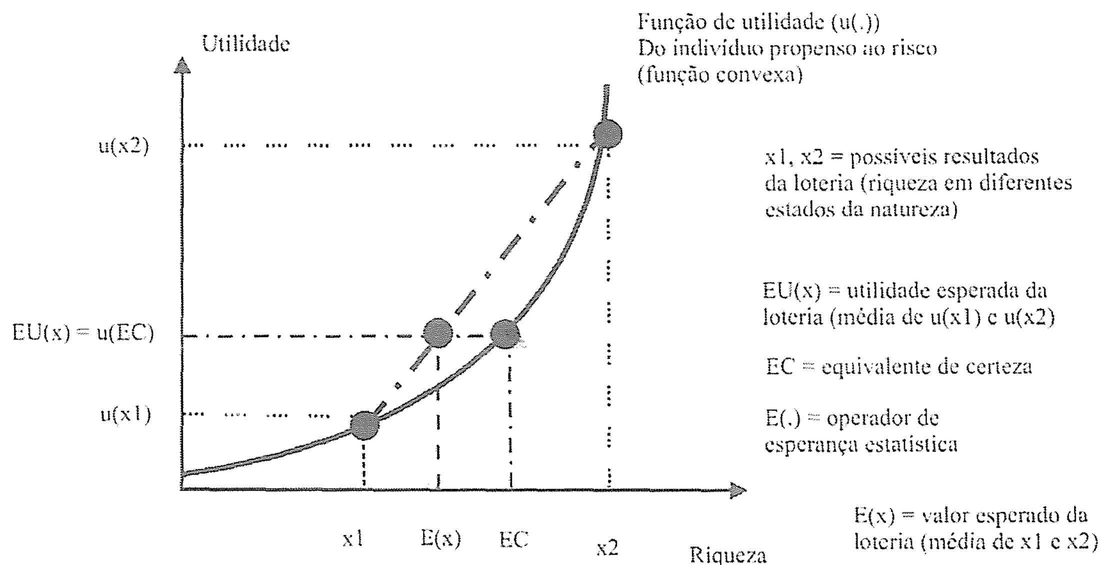
(4) As funções $u(z)z^{1/2}$ e $u(z) = (1/2)\ln(z)$ são utilidades esperadas que representam as preferências do mesmo indivíduo.

Solução:

(0) *Falso.*

O prêmio de risco é dado pela diferença entre o valor esperado da loteria e o valor do equivalente de certeza, em que este corresponde ao valor monetário que o indivíduo aceita receber com certeza para não entrar na loteria.

No gráfico a seguir representamos um indivíduo propenso ao risco. No eixo das abcissas temos os resultados em valores monetários e na ordenada o valor da utilidade.



O gráfico mostra que, para o indivíduo propenso ao risco, o equivalente de certeza (EC) é maior que o valor esperado da loteria (E(x)). O prêmio de risco será negativo. Isso significa que, se um agente é propenso ao risco, ele prefere uma loteria com um retorno incerto ao recebimento do mesmo retorno esperado com certeza.

Sobre este tópico, ver:

- Varian , H. (2000), p. 235 e 236.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 189 e 190.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 185 a 187.

(1) *Verdadeiro.*

A média e a variância são duas medidas comumente usadas para a descrição quantitativa de riscos. A média (ou valor esperado) é uma soma ponderada de todos os possíveis resultados de uma loteria, em que os pesos dessa soma correspondem às probabilidades de ocorrência de cada resultado da loteria. A variância, por sua vez, mede em que grau os possíveis resultados diferem entre si. Ou, em outras palavras, esse é um indicador de quão dispersos os possíveis valores da loteria estão em torno do seu valor esperado. Quanto maior essa dispersão, maior será a variância e, portanto, mais arriscada será a loteria.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 247 e 248.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 182.

(2) *Falso.*

O prêmio de risco corresponde à diferença entre o valor esperado da loteria e o valor do equivalente de certeza. Esse prêmio mede o montante de renda do qual o jogador abre mão para se tornar indiferente entre a loteria e um resultado certo.

O indivíduo tem uma função de utilidade u(z) = ln(z) e uma riqueza inicial igual a 12. Se ele entrar na loteria, sua riqueza após o jogo será:

- igual a 7 se sair cara (pois se sair cara ele paga 5); ou
- igual a 17 se sair coroa (pois, assim ele ganha 5).

O valor esperado da loteria é igual a 12, pois os dois resultados são igualmente prováveis. Para calcular o equivalente de certeza (EC) devemos, antes, calcular o valor esperado da loteria:

Utilidade esperada = 0,5 ln(7) + 0,5 ln(17)

Por definição:

u(EC) = Utilidade esperada

$u(EC) = 0{,}5\ \ln(7) + 0{,}5\ \ln(17)$

$u(EC) = 0{,}5\ \ln(119)$

$\ln(EC) = \ln(119)^{0,5}$

$EC = \sqrt{119}$

$EC = 10{,}9087 < 11$

Como o valor esperado da loteria é 12, o equivalente de certeza é maior que 1.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 187 a 200.

(3) *Verdadeiro.*

Um indivíduo pode investir em ativos arriscados mesmo que ele seja avesso ao risco. Em sua escolha, ele enfrenta um *trade-off* entre risco e retorno esperado. Isto é, o indivíduo admite investir em ativos arriscados desde que o retorno esperado seja suficientemente alto em relação ao risco da loteria. Como resultado, o investidor avesso ao risco cobrará um prêmio positivo pelo risco de entrar na loteria.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 235 e 236.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 187 a 200.

(4) *Falso.*

As funções de utilidade esperada (u(.)), do tipo von Neumann-Morgenstern, que sofrem uma transformação monotônica só representam as mesmas preferências individuais diante do risco se essa transformação, (v(.)), for afim positiva. Ou seja, se for uma transformação do tipo:

v(u(M)) = aU(M) + b

Para todos os outros tipos de transformações monotônicas, a função-utilidade deixa de representar preferências originais.

Na questão apresentada a função u(z) = (1/2)ln(z) é uma transformação monotônica da função $u(z) = z^{1/2}$. Entretanto, não estamos diante de uma transformação afim.

Observe que v(z) = (1/2)ln(z) corresponde a v(u(z)) = ln(u(z)), em que $u(z) = z^{1/2}$.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 173 a 180.

Questão 11

Conforme a Teoria dos Jogos, é correto afirmar que:

(0) Em um jogo não-cooperativo, a cooperação entre os jogadores é impossível.

(1) Um jogo que não possui estratégias dominantes para todos os seus jogadores também não possui um Equilíbrio de Nash.

(2) Uma estratégia mista pode ser um Equilíbrio de Nash.

(3) Resolver um jogo dinâmico de informação completa e perfeita de modo retroativo resulta na determinação de um Equilíbrio de Nash.

(4) Uma alocação de equilíbrio conforme o conceito de Nash é uma alocação ótima de Pareto.

Solução:

(0) *Falso.*

Um jogo é não-cooperativo quando não é possível que os jogadores formulem suas estratégias conjuntamente, isto é, quando os participantes do jogo não podem coordenar suas ações tácita ou explicitamente. Conseqüentemente, o resultado do jogo pode não ser eficiente no sentido de Pareto, o que se configura no "dilema dos prisioneiros". Ou seja, a ausência de coordenação entre as ações impede que os jogadores atinjam uma situação em que todos obteriam um resultado melhor (ou ao menos tão bom) que aquele efetivamente alcançado num equilíbrio não cooperativo. Entretanto, esse dilema pode ser contornado se estivermos diante de um jogo repetido por um número infinito de vezes. A coordenação das estratégias se torna viável na medida em que os jogadores são incentivados a desenvolver reputações sobre o seu comportamento e, além disso, é possível a adoção de estratégias punitivas críveis para a não-cooperação em uma etapa do jogo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 533 e 534.
- Pindyck, R. (1994), p. 609 a 611.

(1) *Falso.*

Uma estratégia é dominante para um jogador se ele está tomando sua melhor ação, independentemente da ação de seu oponente. Num equilíbrio em estratégias dominantes, cada jogador tem uma estratégia ótima que é independente da estratégia dos demais jogadores. Por sua vez, em um Equilíbrio de Nash cada jogador faz sua escolha ótima em função da ação dos demais jogadores. Portanto, o equilíbrio em estratégias dominantes é um caso especial do Equilíbrio de Nash. Ou seja, mesmo que os jogadores não tenham estratégias dominantes é possível que o jogo apresente um Equilíbrio de Nash.

Considere o jogo abaixo como exemplo:

		Jogador 2: α	Jogador 2: β
Jogador 1	A	7,0	5,2
	B	8,8	4,6

Quando o jogador 1 escolhe A, a melhor escolha para o jogador 2 é β. Mas, quando o jogador 1 escolhe B, a melhor jogada para o jogador 2 é α. Portanto, o jogador 2 não tem estratégia dominante, a sua ação ótima depende do que o jogador 1 faz.

Similarmente, quando o jogador 2 escolhe α, a melhor jogada para o jogador 1 é B. Mas, quando o jogador 2 escolhe β, a melhor jogada para o jogador 1 é A. O jogador 1 também não tem estratégia dominante.

Nesse jogo, os pares de estratégia (α, B) e (β,A) constituem equilíbrios de Nash.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 529 a 532.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 615 a 617.

(2) *Verdadeiro.*

Numa estratégia mista o jogador faz uma escolha aleatória entre as possíveis ações disponíveis no jogo. Nesse caso, o jogador atribui uma probabilidade de escolha para cada ação possível no jogo. Em estratégias mistas, cada jogador escolhe tais probabilidades de maneira que o ganho esperado no jogo seja máximo. Se a escolha de cada jogador é ótima em função das probabilidades escolhidas por seus oponentes, então, temos um Equilíbrio de Nash em estratégias mistas.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 530 a 533.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 619 a 622.

(3) *Verdadeiro.*

O Teorema de Zermelo estabelece que todo jogo finito de informação perfeita tem um Equilíbrio de Nash em estratégias puras que pode ser encontrado por meio de indução retroativa. Além disso, o teorema afirma que o Equilíbrio de Nash encontrado dessa forma será único, se nenhum jogador apresentar *payoffs* iguais em quaisquer dois nós de decisão do jogo.

A demonstração do Teorema de Zermelo se encontra em Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 272 e 273.

Ao resolver o jogo retroativamente, pensamos a partir do fim e trabalhamos em direção ao início do jogo, para encontrar a melhor escolha em cada ponto do jogo. Usando a forma extensiva, o jogador escolhe qual é a sua melhor estratégia ou procura antecipar as ações dos demais jogadores em cada nó de decisão da árvore do jogo e elimina as demais que não são ótimas ou aquelas que não são críveis. A solução é encontrada quando se alcança o nó de decisão que inicia o jogo.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 272 e 273.

(4) *Falso.*

Uma alocação de Equilíbrio de Nash pode não ser uma alocação ótima de Pareto. Exemplo disso é o "dilema dos prisioneiros". Considere o jogo abaixo:

		Jogador 2	
		α	β
Jogador 1	A	2,2	6,1
	B	1,6	5,5

Quando o jogador 1 escolhe A, a melhor escolha para o jogador 2 é α. E, quando o jogador 1 escolhe B, a melhor jogada para o jogador 2 também é α. Portanto, α é uma estratégia dominante para o jogador 2.

Quando o jogador 2 escolhe α, a melhor jogada para o jogador 1 é A. E, quando o jogador 2 escolhe β, a melhor jogada para o jogador 1 também é A. A é uma estratégia dominante para o jogador 1.

Portanto, o Equilíbrio de Nash (em estratégias dominantes) é (A, α), cujos *payoffs* são (2,2). Entretanto, esse resultado não é eficiente de Pareto. Se os jogadores pudessem coordenar suas ações e escolhessem simultaneamente as estratégias (B, β) eles alcançariam *payoffs* maiores (5,5).

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 530 a 534.

Questão 15

Uma economia é constituída por dois indivíduos cujas utilidades são $u_A(f, m_A) = (4/3)\sqrt{f} + m_A$ e $u_B(f, m_B) = \ln(1-f) + m_B$, em que *f* representa a poluição gerada pelo consumo de cigarro por parte do indivíduo *A* (medido numa escala entre 0 e 1) e m_i representa o gasto do indivíduo *i* com a aquisição de outros bens ($i = A$ ou B). Suponha que o indivíduo *B* tenha direito a todo ar puro, mas que possa vender, ao preço unitário *p*, o direito de poluir parte do ar ao indivíduo *A*. Se no equilíbrio o indivíduo *A* paga *G* unidades monetárias ao indivíduo *B* para poluir parte do ar, achar *36G*.

Solução:

Indivíduo A vai maximizar a seguinte função-utilidade, escolhendo a quantidade f de poluição que irá gerar/consumir.

$$\max_{f\geq 0} U_A = \frac{4}{3}\sqrt{f} - pf$$

$$\frac{\partial U_A}{\partial f} = \frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2}f^{-\frac{1}{2}} - p = 0 \qquad (1)$$

Indivíduo B maximiza a seguinte função-utilidade, escolhendo a quantidade f de poluição que irá vender.

$$\max_{f\geq 0} U_B = \ln(1-f) + pf$$

$$\frac{\partial U_B}{\partial f} = \frac{1}{1-f}(-1) + p = 0 \qquad (2)$$

$$p = \frac{1}{1-f}$$

Assim, substituindo p em (1):

$$\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2}f^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{1-f} = 0$$

Daí, temos que:

$f = 0{,}25$

$f = 4$ (Solução descartada pela restrição imposta na proposição da questão)

$G = pf$

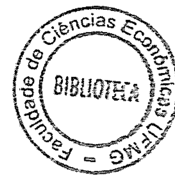
$$G = \frac{1}{1-f}\cdot f = \frac{1}{0{,}75}\cdot 0{,}25 \cong 0{,}33$$

Assim,

$$36G = 0{,}333 \times 36 = 12$$

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 350 a 358.



Equilíbrio Geral

ANPEC/1991

Questão 15

Tome um modelo de equilíbrio geral com ofertas fixas de dois bens e dois indivíduos, também conhecido como modelo de troca. Considere em concorrência perfeita, onde na situação inicial as curvas de indiferença dos dois indivíduos se cruzam. Nesta situação tem-se que:

(0) A Caixa de Edgeworth representa as ofertas fixas de cada bem pelos comprimentos de seus lados.
(1) Na situação inicial, o cruzamento das curvas de indiferença implica igualdade das taxas marginais de substituição de cada indivíduo.
(2) A partir da situação inicial, é possível que o mercado gere um equilíbrio geral em que um dos indivíduos fique com uma curva de indiferença mais abaixo do que a inicial, em relação à sua origem.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

A dotação total de um bem na economia determina a altura da caixa e a dotação total do outro bem determina a largura da Caixa de Edgeworth.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 546.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 762.

(1) *Falso.*

A igualdade das taxas marginais de substituição da cada indivíduo ocorre no ponto de tangência das curvas de indiferença. Esses são pontos de eficiência de Pareto e não correspondem às dotações iniciais, a menos que isto aconteça por acaso.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 548 a 550.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 763 a 765.

(2) *Falso.*

A situação inicial é alterada no mercado através das trocas efetuadas espontaneamente pelos indivíduos. Essas trocas não ocorrem se a utilidade de um dos indivíduos diminuir em conseqüência da troca, ou seja, o equilíbrio final deve se situar na tangência de uma curva de indiferença superior à curva de indiferença que passa pelo ponto da dotação inicial.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 550.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 764.

ANPEC/ 1992

Questão 11

Imagine um gráfico da fronteira de possibilidades de produção, também chamada de curva de transformação, para dois bens.

(0) Cada ponto ao longo desta curva mostra quantidades dos bens associadas a pontos da curva de contrato na Caixa de Edgeworth da produção.

(1) A inclinação desta curva de transformação é chamada de Taxa Marginal de Substituição, representando o quanto a sociedade está disposta a diminuir do consumo de um bem para ter mais do outro.

(2) Numa alocação eficiente de Pareto, a inclinação desta curva dará a Taxa Marginal de Substituição (entre os dois bens) dos consumidores.

(3) Nos pontos ao longo da curva, sempre há pleno emprego dos fatores, qualquer que seja o sistema de preços.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

A fronteira de possibilidades de produção mostra o máximo dos bens que a economia pode produzir se alocar os insumos eficientemente, isto é, se alocar os insumos de modo que todos os pontos de fronteira satisfaçam a condição de eficiência na produção.

As alocações de insumos eficientes ocorrem ao longo da curva de contrato da Caixa de Edgeworth.

Conseqüentemente, a condição para eficiência na produção é a de igualdade das Taxas Marginais de Substituição Técnica (TMST) entre os produtores.

Sobre este tópico, ver:

- Schotter, A. (1994), p. 468 a 469.
- Varian, H (2000), p. 588.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 779.

(1) *Falso.*

A inclinação da fronteira de possibilidades de produção indica quantas unidades de um dos bens a economia teria que sacrificar para obter mais do outro bem. Esta taxa é denominada Taxa Marginal de Transformação (TMT).

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H (2000), p. 584 e 585.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 780.

(2) *Verdadeiro.*

Esta condição é denominada condição de consistência da produção e consumo.

Sobre este tópico, ver:

- Schotter, A. (1994), p. 471.
- Varian, H (2000), p. 587 a 589.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 781 e 782.

(3) *Verdadeiro.*

Todos os pontos ao longo da fronteira de possibilidades de produção são pontos eficientes e, portanto, pertencentes à curva de contrato de produção.

Os pontos pertencentes à curva de contrato representam alocações dentro da Caixa de Edgeworth, nas quais não existe desperdício de fatores.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H (2000), p. 587 a 592.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 777.

Questão 12

Na Caixa de Edgeworth do consumo:

(0) Uma alocação que deixa um dos consumidores sem nenhum dos dois bens não pode ser eficiente de Pareto.

(1) Para se ter um equilíbrio de mercado, as dotações iniciais dos agentes econômicos não podem ficar na curva de contrato.

(2) Os pontos da curva de contrato são os pontos eficientes de Pareto.

(3) Não existe um ponto eficiente de Pareto onde alguém fica numa situação pior que num ponto que não é eficiente de Pareto.

(4) Não existe um ponto eficiente de Pareto onde todo mundo fica numa situação pior do que num ponto não eficiente.

Solução:

(0) *Falso.*

Uma alocação é eficiente no sentido de Pareto quando não há possibilidades de aumentar a utilidade de um agente sem diminuir a utilidade de outro agente. Dito de outra forma, não existe nenhuma outra alocação factível que deixa todos os agentes da economia tão bem quanto estão nesta alocação e pelo menos um dos agentes estritamente melhor. No ponto em que um dos agentes (A) fica sem nenhum dos dois bens, supondo que ambos os agentes são fortemente monotônicos, essa condição é satisfeita. Dada a dotação da economia, esse agente tem utilidade mínima e o outro agente (B) tem utilidade máxima. Em qualquer outra alocação na Caixa de Edgeworth o agente A estaria melhor e o agente B, pior em relação à esta alocação.

Obs: um indivíduo é fortemente monotônico se o aumento de pelo menos um dos bens determina que a cesta com maior quantidade seja sempre a cesta preferida.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 561.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 770 a 773.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 42.

(1) *Falso.*

A dotação inicial pode estar na curva de contrato e constituir um equilíbrio sem a necessidade de trocas.[1]

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 549.

(2) *Verdadeiro.*

A curva de contrato é exatamente o conjunto de todos os pontos eficientes de Pareto na Caixa de Edgeworth.

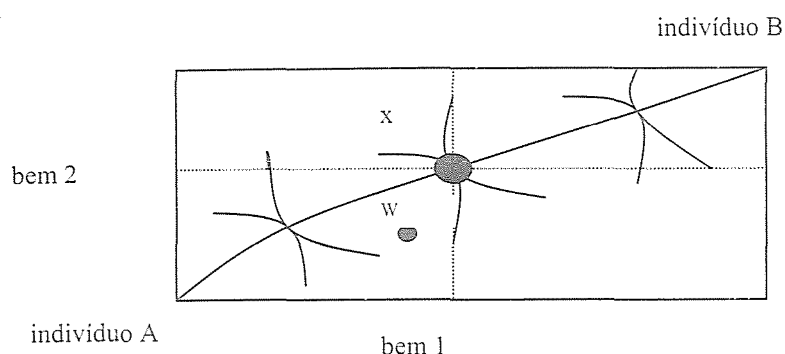
Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 549
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 765.

[1] A definição de curva de contrato não é consensual nos manuais de Microeconomia. Alguns autores (Varian, H. (2000), p. 548 e 549) consideram como curva de contrato o conjunto de todos os pontos eficientes no sentido de Pareto, enquanto que outros autores (Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 523) , consideram como curva de contrato, o subconjunto dos pontos eficientes de Pareto onde as trocas entre os indivíduos efetivamente irão se realizar.

(3) *Falso.*

Considere a figura abaixo:



A alocação x é Pareto eficiente. A alocação w não é Pareto eficiente. Apesar disso, em w, o indivíduo B tem uma utilidade maior do que em x.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 771 e 772.

(4) *Verdadeiro.*

Se uma economia está num ponto eficiente de Pareto, ao deslocar desse ponto um agente estará melhor e o outro agente estará numa situação pior.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 548 e 549.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 765.

Questão 13

Dois indivíduos vivem numa ilha e possuem funções de utilidade $U(x,y) = x^4y^6$ e $V(x,y) = x^6y^4$, respectivamente. As suas dotações iniciais dos dois bens são, respectivamente (4,2) e (2,4). Em equilíbrio:

(0) O primeiro indivíduo gastará 40% do valor de sua dotação inicial com o primeiro bem (x).
(1) O preço de equilíbrio do primeiro bem (x), relativo ao segundo (y), é 2 (dois).
(2) O primeiro indivíduo vai querer consumir 2,4 unidades do primeiro bem (x).
(3) Módulo da Taxa Marginal de Substituição entre o primeiro (x) e o segundo bem (y) para o primeiro indivíduo no equilíbrio é 1 (um).

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Encontrar as demandas de cada bem, de cada agente; a função-utilidade de ambos é do tipo Cobb-Douglas.

O primeiro indivíduo gasta a fração $\frac{4}{4+6} = 0,4$ de sua riqueza no bem x e $\frac{6}{4+6} = 0,6$ de sua riqueza no bem y.

O segundo indivíduo gasta a fração $\frac{6}{4+6} = 0,6$ de sua riqueza no bem x e $\frac{4}{4+6} = 0,4$ de sua riqueza no bem y.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 98 a 101.

(1) *Falso.*

A riqueza dos indivíduos é dada por suas dotações iniciais. Para o indivíduo 1, a riqueza é $4p_x + 2p_y$. Para o indivíduo 2, a riqueza é $2p_x + 4p_y$.

Então, as demandas por bem dos agentes (denotados por 1 e 2) são:

$$x^1 = \frac{0,4(4p_x + 2p_y)}{p_x}$$

$$x^2 = \frac{0,6(2p_x + 4p_y)}{p_x}$$

$$y^1 = \frac{0,6(4p_x + 2p_y)}{p_y}$$

$$y^2 = \frac{0,4(2p_x + 4p_y)}{p_y}$$

Encontrar os preços de equilíbrio: a condição de equilíbrio no mercado deve ser atendida. Basta fazer a demanda total da economia igual à dotação total da economia no mercado de um dos bens (Lei de Walras). O preço de um dos bens pode ser normalizado igual a 1.Fazendo $p_x = 1$, e substituindo a demanda dos agentes na última igualdade, temos:

$$0,4(4 + 2p_y) + 0,6(2 + 4p_y) = 6$$

$$p_y = 1$$

O vetor de preços de equilíbrio é (1, 1). O preço de x em relação a y é 1.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 98 a 101.

(2) *Verdadeiro.*

A alocação final é:

$x^1 = 2,4$

$y^1 = 3,6$

$x^2 = 3,6$

$y^2 = 2,4$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 98 a 101

(3) *Verdadeiro.*

No equilíbrio, a TMS é igual à razão entre os preços.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 552.

Questão 14

(0) Uma sociedade com alta concentração de renda nunca pode alcançar uma alocação eficiente de Pareto.

(1) O monopólio perfeitamente discriminador leva a uma alocação eficiente de Pareto.

(2) Numa economia de trocas, uma alocação eficiente de Pareto é sempre caracterizada pelo fato de ser um equilíbrio de mercado.

(3) Um equilíbrio de mercado numa economia de trocas é sempre uma alocação eficiente de Pareto.

(4) Numa economia de trocas, a distribuição de renda vai depender somente das dotações iniciais dos agentes.

Solução:

(0) *Falso.*

A definição de eficiência de Pareto não leva em conta questões distributivas.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 549.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 770 e 771.

(1) *Verdadeiro.*

Um monopolista, que discrimina perfeitamente os consumidores, vende cada unidade do bem pelo máximo que a pessoa está disposta a pagar por aquela unidade do bem, ou seja, cobra do indivíduo o valor total da utilidade auferida. Como resultado, o consumidor está pagando aquilo que realmente deseja pagar e, portanto, não estará melhor, nem pior. O monopolista, ao contrário, ao extrair todo o excedente do

consumidor esgota todas as suas possibilidades de ganho, ou seja, obtém lucro máximo. Portanto, o monopolista discriminador produz uma quantidade eficiente.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 466.

(2) *Falso.*

O Primeiro Teorema do Bem-Estar estabelece que toda alocação de equilíbrio de mercado é uma alocação eficiente no sentido de Pareto. Entretanto, a recíproca desse teorema, resultado denominado de Segundo Teorema do Bem-Estar não é sempre verdade, a menos que as hipóteses de convexidade e continuidade das preferências e convexidade da tecnologia estejam válidas.[2]

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 564 a 566.

(3) *Verdadeiro.*

Este é o Primeiro Teorema do Bem-Estar.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 560 e 561.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 769.

(4) *Falso.*

Numa economia de trocas, a distribuição de renda vai depender da dotação inicial dos bens, mas também dos preços de mercado, uma vez que a renda dos indivíduos é determinada endogenamente.

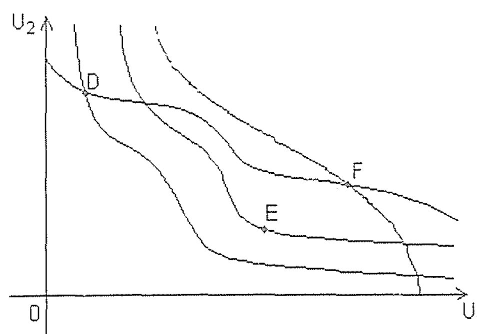
Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 550.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 774.

Questão 15

O gráfico a seguir mostra curvas de indiferença de uma função social de bem-estar e a curva de possibilidade de utilidade.

[2] Além destas hipóteses, é também requerido a existência de mercados completos e ausência de externalidades. Estas hipóteses também são supostas satisfeitas para se verificar a validade do Primeiro Teorema do Bem-Estar Social.



(0) Cada ponto da curva de possibilidade de utilidade representa uma alocação eficiente de Pareto.

(1) O ponto D é preferível ao ponto E, já que é uma alocação eficiente de Pareto.

(2) O ponto F não é preferível pela sociedade ao ponto D porque os dois ficam na mesma curva de possibilidade de utilidade.

(3) Com esta função social de bem-estar, nem sempre o ponto de máximo bem-estar é uma alocação eficiente de Pareto.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

A fronteira de possibilidades de utilidade é o conjunto dos níveis de utilidade associados a alocações eficientes de Pareto.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 604.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 771.

(1) *Falso.*

Tanto o ponto E quanto o ponto D estão situados ao longo de curvas de indiferença da função de bem-estar social. A curva de indiferença da função de bem-estar social mostra combinações de níveis de utilidade dos indivíduos que deixam a sociedade com o mesmo nível de utilidade. O ponto E situa-se em uma curva de indiferença superior, sendo, portanto, do ponto de vista social melhor. A alocação situada no ponto D, apesar de ser eficiente no sentido de Pareto, está situada em uma curva de Isobem-Estar Inferior.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 604 e 605.

(2) *Falso.*

O ponto F alcança uma curva de Isobem – Estar Social mais alta do que no ponto D.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 604 e 605.

(3) *Falso.*

Qualquer alocação eficiente é uma alocação de bem-estar máximo para alguma função de bem-estar social. Mais do que isso, se o conjunto de possibilidades de utilidade for convexo, toda alocação de máximo de bem-estar social será uma alocação eficiente no sentido de Pareto. Na figura acima, o conjunto de possibilidades de utilidade não é convexo. Desse modo, na figura acima, nem todo ponto de máximo bem-estar social é eficiente no sentido de Pareto, não porque a função de bem-estar social não é convexa, mas porque o conjunto de possibilidades de utilidade não é convexo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 605.

ANPEC/1993

Questão 14

Considere uma Caixa de Edgeworth com dois bens finais representando os mapas de preferências de dois indivíduos e suas respectivas dotações iniciais de cada bem. Nestas condições:

(0) As alocações nos pontos de cruzamento das curvas de indiferença implicam em desperdício dos bens.

(1) De todas as posições de tangência entre as curvas de indiferença, apenas uma das posições é um ponto de ótimo de Pareto.

(2) A partir de um ponto de tangência entre as curvas de indiferença, é possível melhorar a posição de um dos indivíduos no seu mapa de preferências sem piorar a posição do outro indivíduo.

(3) A curva de contrato contém as combinações de pontos que permitem desenhar a curva de possibilidades de utilidade.

Solução:

(0) *Falso.*

Em geral, as alocações nos pontos de cruzamento das curvas de indiferença não são alocações eficientes no sentido de Pareto, de modo que é possível que os agentes aumentem a sua utilidade através de trocas, sem que nenhum agente alcance uma situação pior. Mas isso não significa que nos pontos de cruzamento das curvas de indiferença haja desperdício de bens. Nenhuma alocação na Caixa de Edgeworth implica em desperdício de bens, uma vez que os indivíduos em conjunto estão consumindo toda a dotação de bens existente na economia.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 546 e 547.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 764.

(1) *Falso.*

Todas as posições de tangência das curvas de indiferença são pontos ótimos de Pareto.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 549.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 766.

(2) *Falso.*

Todas as posições de tangência das curvas de indiferença são pontos ótimos de Pareto. Por definição, em pontos ótimos de Pareto não é possível melhorar a posição de um indivíduo no mapa de indiferença sem piorar a de outro indivíduo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 549.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 765.

(3) *Verdadeiro.*

O conjunto de possibilidades de utilidade esboça os níveis de utilidade que os indivíduos podem alcançar através das trocas. Os pontos sobre a fronteira (curva) de possibilidades de utilidade correspondem a pontos que pertencem à curva de contrato, pois são pontos ótimos de Pareto.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 770 e 771.

ANPEC/1994

Questão 12

Considere 2 indivíduos para os quais as suas dotações e preferências por dois bens podem ser representadas por uma Caixa de Edgeworth. Então:

(0) A curva de contrato mostra a intersecção das curvas de indiferença dos dois indivíduos.
(1) A dotação de um dos indivíduos determina a altura da caixa e a do outro determina a largura.
(2) Na passagem de um ponto que não é ótimo de Pareto para um ponto sobre a curva de contrato existem situações onde um dos indivíduos perde bem-estar.
(3) O equilíbrio walrasiano depende das dotações de cada consumidor.

Solução:

(0) *Falso.*

A curva de contrato mostra os pontos de tangência entre as curvas de indiferença dos dois indivíduos.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 765 e 766.

(1) *Falso.*

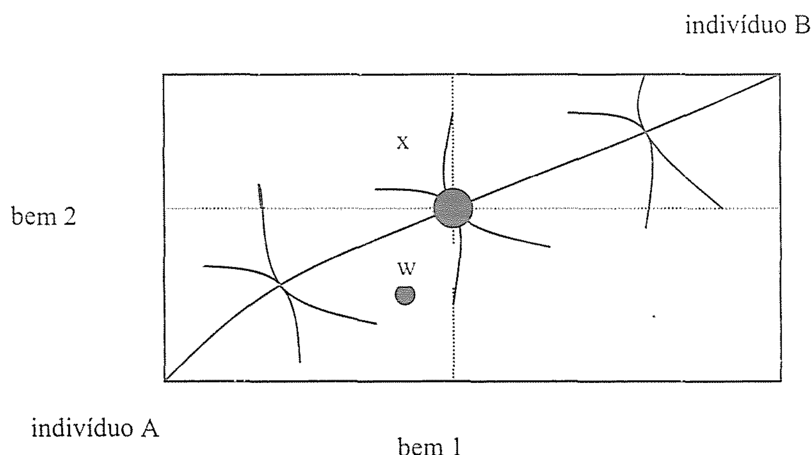
A dotação total de um bem na economia determina a altura da caixa e a dotação total do outro bem determina a largura da Caixa de Edgeworth.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 762.

(2) *Falso.*[3]

Veja a figura abaixo:



Na figura acima, o ponto x é um ponto Pareto eficiente, enquanto que o ponto w não é. No ponto w, o indivíduo B fica com menos quantidade de ambos os bens e, portanto, perde bem-estar. Esta alocação, entretanto, nunca será alcançada como alocação de equilíbrio, uma vez que os indivíduos só realizam trocas se ficarem em situação melhor que a situação inicial consumindo a própria dotação.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 764; 765 e 766.

(3) *Verdadeiro.*

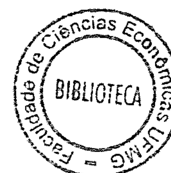
Uma alocação de equilíbrio walrasiano consiste de um vetor de consumo para cada indivíduo e um vetor de preços. No equilíbrio walrasiano a oferta é igual à demanda em todos os mercados. A demanda individual depende da restrição

[3] Esta questão não confere com o gabarito oficial da ANPEC.

orçamentária individual, dada em função de sua dotação inicial e das preferências dos consumidores. A oferta total da economia é igual à soma das dotações iniciais de cada consumidor para cada bem. Os preços relativos são determinados pelo equilíbrio de mercado.

Sobre este tópico ver:

- Varian, H. (2000), p. 552 e 553
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 519



Questão 15

Suponha que existam 2N + 1 indivíduos, sendo que N deles possuem como dotação uma unidade do bem A e os restantes N + 1 possuem uma unidade do bem B. Ambos os bens são indivisíveis. Todos os indivíduos possuem igual função-utilidade dada por U = Min{A,B}, em que A e B representam as unidades dos dois bens, respectivamente, e Min o mínimo entre as duas quantidades. Então:

(0) A dotação inicial é em cima da curva de contrato.
(1) Existem apenas N alocações que representam ótimos de Pareto.
(2) É possível melhorar o bem-estar de alguns indivíduos, sem prejudicar o dos outros, apenas redistribuindo a dotação inicial.
(3) Existe(m) forma(s) de redistribuição da dotação inicial que leva(m) a uma perda de bem-estar para um dos indivíduos.

Solução:

(0) *Falso.*

Com a dotação inicial, cada indivíduo tem uma quantidade 0 do bem A e 1 do bem B, o que é válido para o grupo de N agentes. Ou então, cada indivíduo tem uma unidade do bem A e 0 do bem B, para o grupo de N + 1 agentes. Para os dois grupos, o nível de utilidade é U = Min {0, 1} = 0. Se ocorrer transações entre os dois grupos, pelo menos um dos grupos de indivíduos pode se beneficiar com as trocas. Logo, as dotações iniciais não são pontos Pareto ótimos, portanto, não estão sobre a curva de contrato.

(1) *Falso.*

Existem 2N+2 alocações Pareto eficientes nesta economia. Para se chegar a este resultado, a melhor forma é atribuir valores crescentes a N e, então, pelo método de indução, generalizar o resultado.

Primeiramente, suponha N=1. Isto implica que haverá 3 indivíduos na economia: 1 indivíduo (N) com a dotação inicial (0, 1) e 2 indivíduos (N+1) com a dotação inicial (1, 0), para os bens A e B, respectivamente. Desse modo, podemos construir as alocações eficientes de Pareto, efetuando todas as possíveis trocas entre os três, de modo que os agentes consigam exaurir os ganhos de trocas sem que nenhum deles perca utilidade.

Dotação inicial:
Indivíduo 1: (0, 1)
Indivíduo 2: (1, 0)
Indivíduo 3: (1, 0)

	Troca 1	Troca 2	Troca 3	Troca 4
Indivíduo 1	(0, 0)	(0, 0)	(1, 1)	(1, 1)
Indivíduo 2	(1, 1)	(1, 0)	(0, 0)	(1, 0)
Indivíduo 3	(1, 0)	(1, 1)	(1, 0)	(0, 0)

Agora, suponha N=2. Haverá 2 indivíduos (N) com a dotação inicial (0, 1) e 3 indivíduos (N+1) com a dotação inicial (1, 0).

Dotação inicial:
Indivíduo 1: (0 ,1)
Indivíduo 2: (0, 1)
Indivíduo 3: (1, 0)
Indivíduo 4: (1, 0)
Indivíduo 5: (1, 0)

Trocas:

	Indivíduo 1	Indivíduo 2	Indivíduo 3	Indivíduo 4	Indivíduo 5
Troca 1	(1, 1)	(1, 1)	(0, 0)	(0, 0)	(1, 0)
Troca 2	(1, 1)	(1, 1)	(1, 0)	(0, 0)	(0, 0)
Troca 3	(1, 1)	(1, 1)	(0, 0)	(1, 0)	(0, 0)
Troca 4	(0, 0)	(0, 0)	(1, 1)	(1, 1)	(1, 0)
Troca 5	(0, 0)	(0, 0)	(1, 1)	(1, 0)	(1, 1)
Troca 6	(0, 0)	(0, 0)	(1, 0)	(1, 1)	(1, 1)

Por fim, suponha N=3. Haverá 3 indivíduos (N) com a dotação inicial (0, 1) e 4 indivíduos (N+1) com a dotação inicial (1, 0).

Dotação inicial:
Indivíduo 1: (0, 1)
Indivíduo 2: (0, 1)
Indivíduo 3: (0, 1)
Indivíduo 4: (1, 0)
Indivíduo 5: (1, 0)
Indivíduo 6: (1, 0)
Indivíduo 7: (1, 0)

	Troca 1	Troca 2	Troca 3	Troca 4	Troca 5	Troca 6	Troca 7	Troca 8
Indivíduo 1	(0, 0)	(0, 0)	(0, 0)	(0, 0)	(1, 1)	(1, 1)	(1, 1)	(1, 1)
Indivíduo 2	(0, 0)	(0, 0)	(0, 0)	(0, 0)	(1, 1)	(1, 1)	(1, 1)	(1, 1)
Indivíduo 3	(0, 0)	(0, 0)	(0, 0)	(0, 0)	(1, 1)	(1, 1)	(1, 1)	(1, 1)
Indivíduo 4	(1, 1)	(1, 1)	(1, 1)	(1, 0)	(0, 0)	(0, 0)	(0, 0)	(1, 0)
Indivíduo 5	(1, 1)	(1, 1)	(1, 0)	(1, 1)	(0, 0)	(0, 0)	(1, 0)	(0, 0)
Indivíduo 6	(1, 1)	(1, 0)	(1, 1)	(1, 1)	(0, 0)	(1, 0)	(0, 0)	(0, 0)
Indivíduo 7	(1, 0)	(1, 1)	(1, 1)	(1, 1)	(1, 0)	(0, 0)	(0, 0)	(0, 0)

Por indução matemática, nesta economia teremos 2N+2 alocações Pareto eficientes.

(2) *Verdadeiro.*

Esta questão possui um argumento similar ao item (0). Se houver uma redistribuição das dotações iniciais, transferindo o bem A de pessoas que têm apenas esse bem, para aquelas que têm apenas o bem B, a utilidade dos indivíduos que recebem

a transferência aumenta sem reduzir a utilidade dos indivíduos que cedem o bem para a transferência, pois a sua utilidade permanece igual a zero.

(3) *Falso.*

Dada a dotação inicial apresentada, todos os agentes têm utilidade igual a zero. A função-utilidade de cada agente é $U(A,B) = \min\{A,B\}$, onde A e B representam quantidades não-negativas dos dois bens. Logo, o nível mínimo de utilidade que o indivíduo pode obter é igual a zero.

ANPEC/1995

Questão 14

Em uma economia de troca pura com dois indivíduos e dois bens:

(0) Se as funções-utilidade dos dois indivíduos forem homotéticas, a curva de contrato será uma reta.

(1) Se os dois indivíduos tiverem a mesma função-utilidade e a mesma dotação inicial dos dois bens, não haverá trocas e será impossível atingir-se uma alocação ótima de Pareto.

(2) Prevalecendo regras de competição perfeita entre os dois indivíduos, será impossível que um dos participantes das trocas se beneficie mais que o outro.

(3) Quaisquer que sejam as regras de mercado que regulem as transações entre os dois indivíduos, a possibilidade de trocas garante a existência de um equilíbrio que não piore a situação de ambos.

Solução:

(0) *Falso.*

A homoteticidade das funções-utilidade dos dois indivíduos não garante que a curva de contrato será uma reta. A curva de contrato é dada pela união de pontos tais que a Taxa Marginal de Substituição dos dois agentes (a inclinação das curvas de indiferença) são iguais. Se as preferências são homotéticas, a inclinação das curvas de indiferença é constante ao longo de raios, partindo da origem do mapa de indiferença. A menos que as curvas de indiferença dos dois agentes sejam tangentes em um ponto sobre a mesma reta, que deveria estar na diagonal da Caixa de Edgeworth, a curva de contrato não será uma reta. O caso de dois indivíduos com preferências Cobb-Douglas é um exemplo de preferências homotéticas e curva de contrato não-linear.

Sobre este tópico ver:

- Varian, H. (2000), p. 108 e 109.

(1) *Falso.*

Haverá trocas se for possível aumentar a utilidade de pelo menos um dos indivíduos, sem diminuir a utilidade do outro indivíduo. Se isso não for possível, a própria dotação inicial constitui um ótimo de Pareto.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 547 a 550.

(2) *Falso.*

A troca ocorre se for possível aumentar a utilidade dos dois indivíduos (ou pelo menos de um deles, sem piorar o outro), não dependendo se um dos agentes está se beneficiando mais ou menos. No equilíbrio, os dois indivíduos estão maximizando a utilidade dadas as dotações individuais.

(3) *Verdadeiro.*

Em uma economia de trocas, os indivíduos só transacionam bens se a alocação resultante determinar um nível de utilidade superior à utilidade auferida com a dotação inicial.

Questão 15

A respeito da Teoria do Bem-Estar Social, pode-se afirmar que:

(0) Pelo critério de Pareto, uma mudança na alocação de bens que melhore a posição de n - 1 indivíduos, mas deixe inalterada a situação do n-ésimo, não pode ser considerada uma melhora do ponto de vista social.

(1) Se um equilíbrio com certo nível de emprego é ótimo no sentido de Pareto, o mesmo será preferível a qualquer situação em que o nível de emprego seja menor.

(2) Quando todos os membros da sociedade têm as mesmas preferências, uma função de bem-estar social não implica necessariamente juízo de valor sobre a posição relativa de cada um.

(3) A função bem-estar social é definida pela soma das funções-utilidade de todos os membros da sociedade.

Solução:

(0) *Falso.*

Uma alocação é considerada Pareto ótimo se não existe nenhuma outra alocação factível na economia que melhore pelo menos um dos indivíduos e deixe todos os demais pelo menos com o mesmo nível de satisfação anterior.

Assim, se existe uma alocação que melhora n-1 indivíduos e deixa o enésimo com o mesmo nível de utilidade, esta alocação representa uma melhora no sentido de Pareto.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 548 e 549.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 765 e 766.

(1) *Falso.*

Pode existir um equilíbrio em que o nível de emprego de fatores seja menor, mas com uma distribuição mais favorável do ponto de vista social e, portanto, ser preferível a um equilíbrio Pareto ótimo.

Um equilíbrio Pareto ótimo requer unicamente que para se melhorar um indivíduo tenha que piorar algum dos demais.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 772.

(2) *Verdadeiro.*

Diante de uma economia na qual todos os indivíduos possuem as mesmas preferências, a posição relativa de cada indivíduo na sociedade depende da ponderação associada a este indivíduo na construção da função de utilidade social e também do nível de renda de cada indivíduo (utilidade marginal da renda).

Este resultado pode ser visto observando a condição de primeira ordem do problema de otimização do planejador social.

Suponha uma economia com 2 indivíduos e um bem numerário:

O problema do planejador social pode ser escrito como:

$$\max W = \lambda_1 \mu(c_1) + \lambda_2 \mu(c_2) \quad \text{s.a} \quad c_1 + c_2 = X$$

onde,

c_1 = nível de consumo do indivíduo 1;

c_2 = nível de consumo do indivíduo 2;

X = dotação de bens da economia.

Assim:

$$L(c_1, c_2, \mu) = \max_{c_1, c_2} \lambda_1 \mu(c_1) + \lambda_2 \mu(c_2) + \mu[X - c_1 - c_2]$$

CPO:

$$\frac{\partial L}{\partial c_1} = \lambda_1 \mu'(c_1) = \mu$$

$$\frac{\partial L}{\partial c_2} = \lambda_2 \mu'(c_2) = \mu$$

$$\Rightarrow \lambda_1 \mu'(c_1) = \lambda_2 \mu'(c_2)$$

Logo, se os indivíduos possuem níveis de renda diferenciados (representados pelos diferentes níveis de consumo c_1 e c_2), o multiplicador de lagrange implica a importância associada a cada indivíduo.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 558 a 561.

(3) *Falso.*

A função de bem-estar social utilitarista ou função de bem-estar social de Bentham é definida como a soma das utilidades individuais, mas existem outras formas de se definir uma função-utilidade social.

A função de bem-estar social rawlsiana, por exemplo, é definida como $W = \min\{u(c_1), u(c_2), ...u(c_n)\}$.

Sobre este tópico, ver:

- Stiglitz, J. (1998), p. 108.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 773.
- Varian, H. (2000), p. 601 a 603.

ANPEC/ 1996

Questão 15

É correto afirmar que:

(0) Em uma alocação eficiente no sentido de Pareto, ninguém pode estar pior do que em uma alocação não-eficiente.

(1) Se a economia está em uma alocação eficiente no sentido de Pareto, ninguém pode conseguir uma utilidade maior.

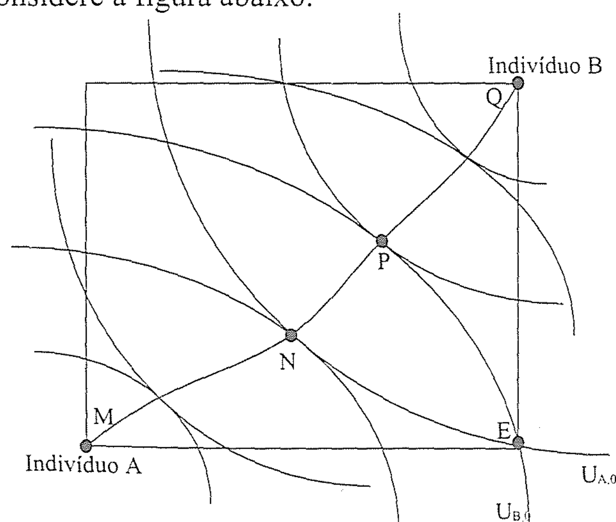
(2) Em uma alocação eficiente no sentido de Pareto, não é possível todos estarem pior do que em uma outra alocação não-eficiente.

(3) Sabendo a dotação inicial dos consumidores, assim como a curva de contrato, podemos determinar o preço ao qual os bens serão transacionados.

Solução:

(0) *Falso.*

Considere a figura abaixo:



A alocação M é Pareto eficiente.
A alocação E não é Pareto eficiente.
Apesar disso, em E o indivíduo A tem uma utilidade maior que em M.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck. R. *et al.* (1994), p. 765 e 766.

(1) *Falso.*

É correto dizer que a economia está numa alocação eficiente de Pareto, se ninguém pode obter uma utilidade maior sem reduzir a utilidade do(s) outro(s) agente(s).

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 765 e 766.

(2) *Verdadeiro.*

Se a economia está numa alocação eficiente, em qualquer outra alocação haverá pelo menos um agente melhor do que na alocação inicial, embora isso ocorra com a piora de pelo menos outro agente.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 765 e 766.

(3) *Falso.*

O preço ao qual os bens serão transacionados na economia é determinado pela inclinação da reta de restrição orçamentária. A restrição orçamentária necessariamente deve passar pelo ponto da dotação inicial e pela alocação de equilíbrio. Conhecendo apenas a dotação inicial dos consumidores e a curva de contrato não é possível determinar qual será a razão de preços de equilíbrio, uma vez que existem diversas retas orçamentárias que podem passar pela dotação inicial e tangenciar algum ponto da curva de contrato.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 767 e 768.

ANPEC/1997

Questão 13

As seguintes afirmações referem-se ao equilíbrio geral e eficiência. São verdadeiras:

(0) Numa alocação Pareto eficiente nenhum indivíduo pode estar pior do que em qualquer alocação que não é Pareto eficiente. F

(1) Se maximizarmos a somas das utilidades que dois indivíduos podem ter consumindo cestas factíveis (que não ultrapassem a oferta do mercado), as alocações encontradas para cada indivíduo formam uma alocação social ótima de Pareto. V

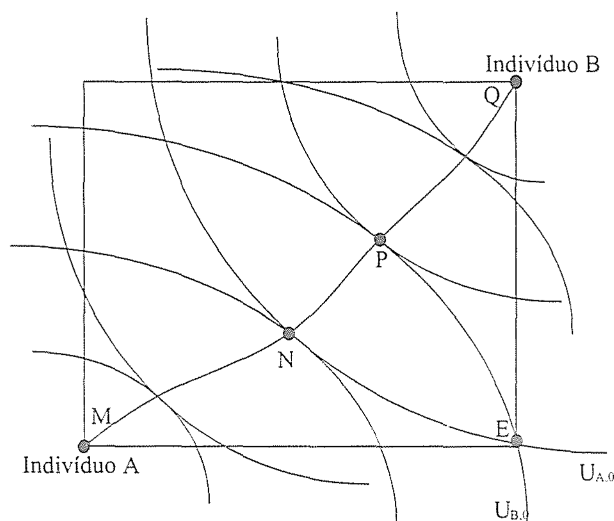
(2) Se numa economia de troca pura todos os indivíduos têm preferências estritamente convexas, então um planejador central pode realocar as dotações iniciais para atingir qualquer alocação do núcleo dela como equilíbrio.

Solução:

(0) *Falso.*

(1) *Verdadeiro.*

Considere a figura abaixo:



A alocação M é Pareto eficiente.
A alocação E não é Pareto eficiente.
Apesar disso, em E o indivíduo A tem uma utilidade maior que em M.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 765 e 766.

(2) *Verdadeiro.*

Sejam $U_A(X_A,Y_A)$ e $U_B(X_B,Y_B)$ as funções de utilidade dos agentes A e B. As restrições da economia são dadas pelas expressões:

$$X_A + X_B = \overline{X}$$

$$Y_A + Y_B = \overline{Y}$$

O problema é:[4] Max $U_A(X_A,Y_A) + U_B(X_B,Y_B)$ s.a. $X_A + X_B = \overline{X}$ e $Y_A + Y_B = \overline{Y}$
O lagrangeano do problema é:

$$L = U_A(X_A,Y_A) + U_B(X_B,Y_B) - \lambda_1(X_A + X_B - \overline{X}) - \lambda_2(Y_A + Y_B - \overline{Y})$$

[4] Estamos supondo que no enunciado da questão " maximizar a soma das utilidades dos indivíduos " significa admitir uma função de bem-estar social aditiva em que todos os indivíduos têm a mesma importância.

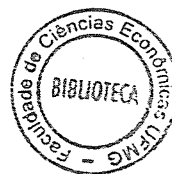
CPO:

$$\frac{\partial U_A}{\partial X_A} - \lambda_1 = 0 \rightarrow (1)$$

$$\frac{\partial U_A}{\partial Y_A} - \lambda_2 = 0 \rightarrow (2)$$

$$\frac{\partial U_B}{\partial X_B} - \lambda_1 = 0 \rightarrow (3)$$

$$\frac{\partial U_B}{\partial Y_B} - \lambda_2 = 0 \rightarrow (4)$$



Dividindo (1) por (2), temos:

$$\frac{\partial U_A}{\partial X_A}\bigg/\frac{\partial U_A}{\partial Y_A} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow TMS^A = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Dividindo (3) por (4), temos:

$$\frac{\partial U_B}{\partial X_B}\bigg/\frac{\partial U_B}{\partial Y_B} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow TMS^B = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Logo, $TMS^A = TMS^B$, e a alocação resultante do problema é eficiente de Pareto.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 571 a 573

(3) *Verdadeiro.*

Esse é o Segundo Teorema do Bem-Estar Social para uma economia de troca pura.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 769.

Questão 14

No que se refere ao equilíbrio de trocas:

(0) Numa economia com apenas dois bens, se a certo preço a demanda for igual a oferta no mercado de X, o equilíbrio estará garantido no mercado de Y.
(1) Somente preços relativos serão determinados em equilíbrio geral.
(2) Se a curva de contrato é conhecida, então se conhece o resultado de qualquer troca.
(3) O equilíbrio competitivo tem que ser único.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Essa é uma aplicação direta da Lei de Walras.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 552.

(1) *Verdadeiro.*

Num modelo de equilíbrio geral com K bens, a Lei de Walras garante que se a demanda se igualar à oferta em K-1 mercados, então no K-ésimo mercado a demanda será igual à oferta. Haverá K-1 preços a serem determinados pelo sistema de K-1 equações. O K-ésimo bem pode ser estabelecido como numerário, fixando o seu preço igual a 1 e medindo os demais preços em relação a esse numerário.[5]

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 556.

(2) *Falso.*

Ver item 3 da pergunta 15/1996, p. 302.

(3) *Falso.*

A existência de um equilíbrio competitivo único não é um resultado geral. Dependendo das preferências dos consumidores, a economia pode apresentar múltiplos equilíbrios Walrasianos, ou seja, mais de um vetor de preços em que os mercados têm oferta igual à demanda.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 560.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 519.

Questão 15

Considere os seguintes estados econômicos:

Estado	X_A	X_B	Total X	Y_A	Y_B	Total Y
0	10	10	20	10	10	20
1	9	13	22	13	9	22
2	9	13	22	9	13	22

Suponha que os indivíduos A e B tenham função de utilidade $U_i=X_iY_i$; i=A,B. Então:

(0) O estado 1 é Pareto superior ao estado 0.
(1) O estado 2 é Kaldor superior ao estado 0.
(2) Os estados 2 e 1 são idênticos em termos de Kaldor.
(3) Não é possível distinguir os estados 2 e 0, sendo necessário uma função de bem-estar social.

[5] Esta propriedade decorre da homogeneidade de grau zero da demanda. (Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 52 e 519).

Solução:

Estado	U_A	U_B
0	100	100
1	117	117
2	81	169

(0) *Verdadeiro.*

A quantidade disponível dos dois bens na economia aumentou e os dois agentes estão obtendo uma utilidade maior.

Sobre este tópico, ver:

- Layard, P. *et al.* (1978), p. 32 a 45.

(1) *Verdadeiro.*

Uma melhora no sentido de Kaldor corresponde a uma realocação dos vetores de consumo entre os indivíduos, tal que o ganho obtido em valores das mercadorias compensa as perdas ocorridas com a realocação, supondo constante a dotação da economia.[6]

Sobre este tópico, ver:

- Layard, P. *et al.* (1978), p. 32 a 45.

(2) *Verdadeiro.*

Na passagem do estado 1 para o estado 2, enquanto o indivíduo A perde 4 (quatro) unidades, o indivíduo B ganha 4 (quatro) unidades.

Sobre este tópico, ver:

- Layard, P. *et al.* (1978), p. 32 a 45.

(3) *Verdadeiro.*

Embora para o indivíduo A tenha havido uma perda de utilidade no estado 2, em relação ao estado 0, há um aumento maior (em termos absolutos) na utilidade do indivíduo B do que a perda de A. Do ponto de vista da sociedade não é possível dizer qual é o estado melhor entre 0 e 2, a menos que se conheça a função de bem-estar social. O estado 2 tem uma quantidade total maior dos dois bens, porém com uma pior distribuição desses bens entre A e B.

Sobre este tópico, ver:

- Layard, P. *et al.* (1978), p. 32 a 45.

---

[6] Além disso, requer-se que os ganhadores, ou seja, aqueles indivíduos que estão em melhor situação na alocação original, continuem em melhor situação na alocação alcançada com a redistribuição. No caso específico deste exercício, na alocação vigente no estado 0, ambos os indivíduos estavam auferindo o mesmo nível de utilidade.

ANPEC/1998

Questão 14

Considere uma economia de trocas, com dois indivíduos e dois bens.

(0) Uma distribuição é eficiente quando os bens são alocados de forma que a Taxa Marginal de Substituição é a mesma para os dois consumidores.
(1) A curva de contrato é formada por um conjunto de pontos que inclui a dotação inicial dos bens.
(2) Uma alocação eficiente é necessariamente um equilíbrio competitivo.
(3) Mesmo com informação incompleta, os mercados competitivos sempre geram uma alocação eficiente de recursos.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Esta é a condição de primeira ordem para a otimalidade de Pareto.

$$MaxU(x_{a2}, x_{b2})$$
$$s.a.$$
$$U(x_{a1}, x_{b2})$$
$$\sum x_a = \overline{y_a}$$
$$\sum x_b = \overline{y_b}$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 571 e 572.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 769.

(1) *Falso.*

O ponto da dotação inicial pode ou não pertencer à curva de contrato.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 550.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 765 e 766.

(2) *Falso.*

Este é o resultado do Segundo Teorema do Bem-Estar. Esta proposição só é válida se as preferências forem convexas e localmente não saciadas. Para o caso de preferências bem comportadas, o Segundo Teorema do Bem-Estar sempre é válido.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 564 a 566.

(3) *Falso.*

O Primeiro Teorema do Bem-Estar só é válido no ambiente com informação completa. Se há informação incompleta, é provável que não se alcance a melhor alocação com equilíbrio competitivo e existe espaço para a intervenção pública.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 566 e 567.

Questão 15

Com relação à eqüidade, é correto afirmar que:

(0) A fronteira de possibilidades de utilidade é estritamente côncava.
(1) Uma alocação ineficiente no sentido de Pareto jamais poderá ser mais eqüitativa do que uma alocação eficiente.
(2) Uma função de bem-estar social igualitária pondera igualmente a utilidade de cada indivíduo na sociedade.
(3) Uma função de bem-estar social rawlsiana considera a utilidade do indivíduo com o menor poder aquisitivo da sociedade.

Solução:

(0) *Falso.*

O conjunto de possibilidades de utilidade pode ser convexo, mas isso depende da estrutura de preferências dos consumidores.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 771.

(1) *Falso.*

Eqüidade e eficiência são dois problemas distintos na situação de equilíbrio geral.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 770.

(2) *Falso.*

Uma função de bem-estar social igualitária pondera cada indivíduo de acordo com a utilidade marginal da renda.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 773.

(3) *Verdadeiro.*

A função de bem-estar social de Rawls é descrita da seguinte forma:
$W(u_1, u_2, u_3 ...) = \min\{u_1, u_2, u_3 ...\}$

Sobre este tópico, ver:

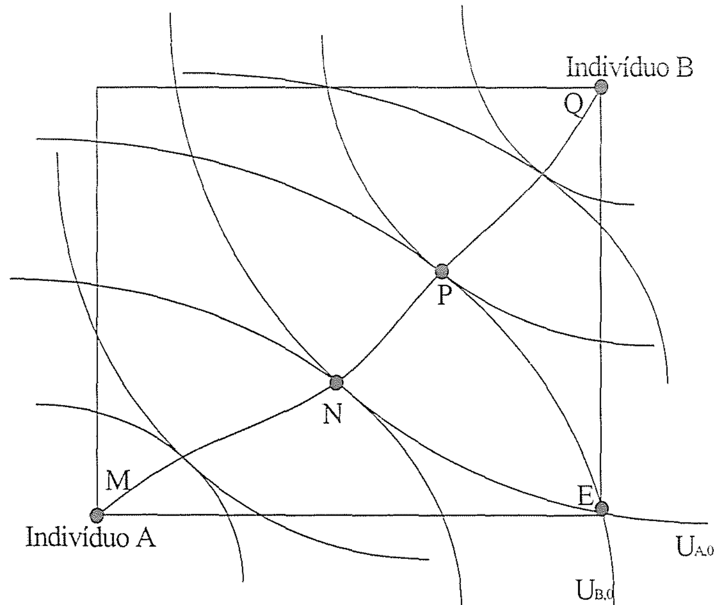
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 773.

ANPEC/1999

Questão 11

Considere a Caixa de Edgeworth abaixo, que descreve as preferências de dois indivíduos A e B com relação a dois bens, e suas dotações iniciais caracterizadas pelo ponto E. Os níveis de utilidade obtidos com as dotações iniciais são respectivamente $U_{A,0}$ e $U_{B,0}$. Observe que o indivíduo A tem toda a dotação de um dos bens, e que o indivíduo B tem toda a dotação do outro bem. Nesta situação, é correto afirmar que:

(0) Qualquer ponto na curva de contrato é ótimo sob o critério de Pareto.
(1) Qualquer ponto na curva de contrato é preferível por ambos os indivíduos, dadas as preferências e as dotações iniciais.
(2) O ponto M não pode ser ótimo de Pareto, pois o indivíduo A fica numa situação pior do que com sua dotação inicial.
(3) No equilíbrio competitivo com troca, a linha de preço é tangente às curvas de indiferença dos dois indivíduos e passa pelo ponto E.



Solução:

(0) *Verdadeiro.*

A curva de contrato corresponde à linha N-P na Caixa de Edgeworth. Essa curva une pontos onde a $TMS_A = TMS_B$, portanto, pela definição da curva de contrato, os indivíduos estão sob pontos de eficiência de Pareto.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 549.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 766.

(1) *Falso.*

Na Caixa de Edgeworth, um ponto sobre a curva de contrato é melhor para o agente A (e pior para o agente B), tanto mais próximo ele estiver do ponto P. Por um raciocínio similar, um ponto sobre a curva de contrato é melhor para o agente B (e pior para o agente A), tanto mais próximo ele estiver do ponto N. Portanto, não é correto dizer que todos os pontos na curva de contrato são preferíveis por ambos os agentes.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 549.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 765 e 766.

(2) *Falso.*

Um ponto é ótimo de Pareto quando não há possibilidades de se aumentar a utilidade de um agente sem diminuir a utilidade do outro agente. No ponto M essa condição é satisfeita. Dada a dotação da economia, o agente A tem utilidade mínima e o agente B em utilidade máxima no ponto M. Em qualquer outro ponto na Caixa de Edgeworth, o agente A estaria melhor, e o agente B pior em relação à situação em M.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 549.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 765 e 766.

(3) *Verdadeiro.*

No equilíbrio, a linha de preço é a reta correspondente à restrição orçamentária, com inclinação igual à razão dos preços dos dois bens. Em particular, a restrição orçamentária sempre tem que passar pelo ponto de dotação inicial, pois essa é naturalmente uma alocação factível.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 553.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 768.

Questão 12

Considere o mercado de grampos no país A, caracterizado pelas curvas de oferta $P = -4 + Q^s$ e de demanda $P = 25 - 2\,Q^d$. O governo deste país analisa sua política de abertura do mercado ao comércio exterior.

(0) Se o preço internacional do bem for \$3, a quantidade importada pelo país A será quatro unidades, na ausência de barreiras às importações.

(1) Um imposto sobre as importações de \$1 por unidade importada terá o mesmo efeito que a imposição de uma quota de importação de três unidades.

(2) A variação no excedente do produtor (ΔEP) no país A causada pelo imposto sobre as importações será menor (em valor absoluto) que a variação no excedente do consumidor (ΔEC) no país A.

(3) A variação no excedente do produtor (ΔEP) no país A causada pelo imposto sobre as importações de \$1 por unidade importada será igual a \$7,5.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Na ausência de barreira às importações, o preço interno se iguala ao preço externo. Se $P = 3$, a oferta doméstica será dada por $Q^s = 7$,enquanto que a demanda doméstica será dada por $Q^d = 11$. Haverá um excesso de demanda no mercado nacional de 4 unidades do bem. Na ausência de barreiras à importação, o excesso de demanda será atendido por importações.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 397 e 398

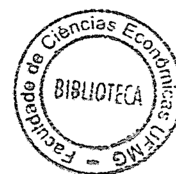
(1) *Falso.*

Com um imposto sobre as importações, o preço do produto externo será igual a 4, e se a oferta interna não for suficiente para atender a demanda interna, o novo preço de equilíbrio será dado pelo preço do produto importado adicionado ao valor do imposto, qual seja, $P = 4$. Nesse caso, $Q^d = 10{,}5$ e $Q^s = 8$. A quantidade importada será igual a 2,5 unidades do produto. No caso de se estabelecer uma quota de importação de 3 unidades, o preço interno será menor do que 4, pois a demanda interna será necessariamente menor que 10,5, conforme vemos pela solução abaixo.

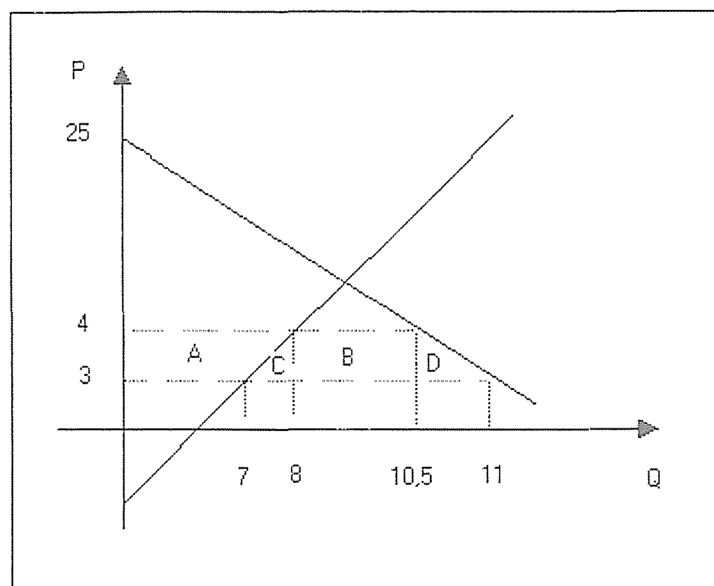
$$Q^d = Q^S + Q^E$$
$$Q^d = Q^S + 3$$
$$25 - 2Q^d = -7 + Q^S$$
$$Q^* = \frac{32}{3}$$
$$P^* = \frac{11}{3}$$

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 397 a 403.



(2) *Verdadeiro.*



A variação no excedente do consumidor corresponde à área A+B+C+D na figura acima. A área D corresponde à perda devido àqueles indivíduos que foram excluídos do mercado, enquanto que as áreas A,B,C correspondem à perda do excedente do consumidor decorrente do novo nível de preços. A variação no excedente do produtor é dada pela área A. Portanto, a variação no excedente do produtor é menor em termos absolutos.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 399 e 400.

(3) *Verdadeiro.*

$$\acute{A}rea\ A + C = 8x1 = 8$$

$$\acute{A}rea\ C = \frac{1x1}{2} = 0{,}5$$

$$\acute{A}rea\ A = 7{,}5$$

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 399 e 400.

Questão 15

Quais das afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas:

(0) Uma alocação ineficiente de recursos não poderá ser mais eqüitativa do que outra alocação eficiente.

(1) Tendo em vista que todas as alocações de uma curva de contrato são eficientes, então essas alocações são igualmente desejáveis do ponto de vista social.

(2) Em uma alocação ineficiente, ninguém pode estar melhor do que em uma alocação eficiente.

(3) Toda alocação eficiente no sentido de Pareto é equilíbrio competitivo.

Solução:

(0) *Falso.*

O conceito de eficiência no sentido de Pareto não tem nenhuma implicação distributiva.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 772.

(1) *Falso.*

A curva de contrato representa o conjunto de todas as alocações eficientes no sentido de Pareto, mas não guarda nenhuma consideração sobre a alocação desejável do ponto de vista social representada pela função de bem-estar social.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 772 a 774.

(2) *Falso.*

Uma alocação é ineficiente no sentido de Pareto, se existe uma outra alocação factível que permite melhorar pelo menos um indivíduo sem piorar os demais. Este conceito não implica, entretanto, que não possa existir uma outra alocação eficiente, em que pelo menos um indivíduo esteja pior do que na alocação ineficiente de Pareto.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 549.

(3) *Falso.*

Este é o resultado do segundo teorema do Bem-estar e só é válido em uma economia de trocas sob as hipóteses de preferências convexas e localmente não saciadas.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 564 a 566.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 767 a 770.

ANPEC/ 2000

Questão 9

Com relação às teorias do equilíbrio geral e do bem-estar, é correto afirmar que:

(0) A Lei de Walras é válida apenas quando os preços da economia são de equilíbrio geral.

(1) A condição de equilíbrio geral de demanda igual à oferta em todos os mercados permite determinar preços relativos, tendo em vista que a multiplicação de todos os preços por um número positivo não afetará o comportamento da oferta e da demanda de nenhum agente.

(2) Toda alocação eqüitativa, em que cada agente recebe a mesma quantidade de cada bem, é eficiente de Pareto.

(3) O Segundo Teorema da Economia do Bem-Estar Social é verdadeiro, independentemente do conjunto de possibilidades de produção das firmas ser ou não convexo.

(4) O Segundo Teorema da Economia do Bem-Estar Social implica que os problemas da distribuição da renda e da eficiência podem ser separados.

Solução:

(0) *Falso.*

A Lei de Walras estabelece que o "valor da demanda excedente agregada é idêntico a zero". Ou seja,

$$p_1 z_1(p_1, p_2) + p_2 z_2(p_1, p_2) = 0$$

A relação acima é válida para qualquer vetor de preços (p_1, p_2) possível, e não apenas para os preços de equilíbrio geral.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 554 a 556.

(1) *Verdadeiro.*

A demanda do consumidor é homogênea de grau zero nos preços. O consumidor resolve o seu problema de maximização da utilidade sujeito à restrição orçamentária. Se os preços dobram, então a riqueza do consumidor também dobra e sua restrição orçamentária não se altera. A demanda do consumidor será a mesma antes e depois do aumento geral de preços, assim como o equilíbrio geral da economia.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 556 a 558.
- Mas-Colell, A. *et al.* (1995), p. 27.

(2) *Falso.*

Em uma alocação eficiente de Pareto, os agentes não têm possibilidades de ganhos através de trocas, pois um dos agentes teria a sua utilidade reduzida; numa alocação em que cada agente recebe a mesma quantidade de cada bem, os agentes podem escolher efetuar trocas se, em função de suas preferências, eles demandarem quantidades diferentes de cada bem para maximizar a sua utilidade. Então, uma alocação eqüitativa como foi colocado na questão não necessariamente é eficiente de Pareto.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 770 a 772.

(3) *Falso.*

O Segundo Teorema do Bem-Estar estabelece que haverá sempre um conjunto de preços tal que cada alocação Pareto eficiente possa ser alcançada através de um equilíbrio de mercado para uma distribuição apropriada de dotações, se o conjunto de possibilidades de produção for convexo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 564 a 566.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 767 a 770.

(4) *Verdadeiro.*

O Segundo Teorema do Bem-Estar implica que os mecanismos de ajuste de preços via mercados são neutros em relação à distribuição de renda. Dada uma redistribuição de renda na economia, através de transferências sob as dotações iniciais dos agentes, esse teorema estabelece que a nova alocação de equilíbrio, alcançada no mercado, será eficiente de Pareto.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 567 a 570.

Questão 10

Considere uma economia de trocas na qual dois agentes A e B possuem 5 unidades de cada um de dois bens x e y. Assim, existem 10 unidades de cada um dos bens x e y na economia. A função de utilidade do agente A é $U(x, y) = x + 2y$ e a do agente B é $V(x, y) = \min\{2x, y\}$.

(0) A dotação inicial, segundo a qual cada agente possui 5 unidades de cada bem, é eficiente de Pareto.

(1) A alocação, segundo a qual A recebe 8 unidades de x e 6 unidades de y e B recebe 2 unidades de x e 4 unidades de y, é eficiente de Pareto.

(2) Existe um único equilíbrio competitivo nesta economia.

(3) Se os agentes puderem negociar livremente suas alocações iniciais, o agente B jamais aceitará uma troca que lhe deixe com menos de 4 unidades de x.

(4) Existe um número infinito de alocações eficientes de Pareto.

Solução:

Dotações iniciais:
$\overline{X_A} = \overline{X_B} = \overline{Y_A} = \overline{Y_B} = 5$

Agente A:

$MaxU(x,y) = x + 2y$ s.a. $p_x x + p_y y = 5p_x + 5p_y$

A demanda do agente A pelos bens x e y:
Sendo a TMS = $\frac{1}{2}$,

Se $\frac{p_x}{p_y} > \frac{1}{2}, X_A = 0$ e $Y_A = \frac{5(p_x + p_y)}{p_y}$

Se $\frac{p_x}{p_y} < \frac{1}{2}, X_A = \frac{5(p_x + p_y)}{p_x}$ e $Y_A = 0$

Se $\frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{2}$, a demanda será qualquer combinação de X e Y que satisfaça a restrição orçamentária.

Agente B:

$MaxU(x,y) = \min\{2x, y\}$ s.a. $p_x x + p_y y = 5p_x + 5p_y$

A demanda do agente B pelos bens x e y deve ter $2x = y$.

$$X_B = \frac{5(p_x + p_y)}{p_x + 2p_y} \quad \text{e} \quad Y_B = \frac{10(p_x + p_y)}{p_x + 2p_y}$$

Equilíbrio:

$X_A + X_B = 10$

- Suponha $\frac{p_x}{p_y} > \frac{1}{2}$:

$\Rightarrow \frac{5(p_x + p_y)}{p_x + 2p_y} = 10.$ Fazendo $p_y = 1$, temos $p_x < 0$. Logo, não há solução de equilíbrio dos mercados para $\frac{p_x}{p_y} > \frac{1}{2}$.

- Suponha $\frac{p_x}{p_y} < \frac{1}{2}$:

$$\Rightarrow \frac{5(p_x + p_y)}{p_x + 2p_y} + \frac{5(p_x + p_y)}{p_x} = 10.$$ ⇒ Fazendo $p_x = 1$, temos $p_y = 0$, uma contradição.

- Suponha $\frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{2}$:

A solução $X_A = 7$; $Y_A = 4$; $X_B = 3$; $Y_B = 6$ e os preços relativos $\frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{2}$ é uma solução de equilíbrio geral.

(0) *Falso.*

No ponto de dotação inicial, a utilidade dos indivíduos é

$U_A = 15$
$U_B = 5$

Se os indivíduos efetuarem trocas ao preço relativo $\frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{2}$, a utilidade será

$U'_A = 15$
$U'_B = 6$

Portanto, a alocação não é eficiente de Pareto.

Nota:

Se $\frac{p_x}{p_y} \neq \frac{1}{2}$, então as trocas não serão realizadas, pois nesse caso o indivíduo A gostaria de consumir apenas um dos bens e ao indivíduo B caberia 0 unidades desse bem. A utilidade de B nesse caso seria 0, e ele estaria pior do que com sua dotação inicial.

Sobre este tópico, ver:

- Varian. H. (2000), p. 545 a 552; 571 a 573.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 760 a 766.

(1) *Verdadeiro.*

A função-utilidade do agente B é $V(x, y) = \min\{2x, y\}$. Daí temos $V(2,4) = 4$. A única maneira de aumentar a utilidade do agente B é aumentando a quantidade disponível dos dois bens para B. Mas isso implica que a utilidade de A deve diminuir. Logo, não é possível tornar B melhor sem piorar A. Por outro lado, a redução na disponibilidade de um dos bens para o agente B implica em redução na sua utilidade, de modo que não é possível melhorar o agente A sem piorar B também.

Sobre este tópico, ver:

- Varian. H. (2000), p. 548 a 550.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 763 a 765.

(2) *Verdadeiro.*

Vide solução anterior.



Sobre este tópico, ver:

- Varian. H. (2000), p. 552.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p.767 a 770.

(3) *Falso.*

Na solução de equilíbrio acima, o agente B demanda $X_B = 3$.

(4) *Verdadeiro.*

Toda combinação onde $2X_B = Y_B$, isto é, onde a quantidade do bem Y é exatamente igual ao dobro de X para o agente B constitui-se uma alocação eficiente de Pareto, pois esta é a proporção que o indivíduo B deseja consumir. Desse modo, existem infinitas alocações eficientes no sentido de Pareto.

Sobre este tópico, ver:

- Varian. H. (2000), p.548 a 550.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p.763 a 765.

Questão 11

Com relação aos conceitos de bem público e externalidades, é correto afirmar que:

(0) As dificuldades práticas para a solução do problema das externalidades decorrem de imperfeições na definição dos direitos de propriedade.

(1) Caso as preferências dos consumidores sejam quase-lineares, as conseqüências distributivas da especificação dos direitos de propriedade são eliminadas.

(2) A instalação de uma fábrica de automóveis numa cidade do interior causou um aumento geral nos preços dos imóveis devido ao influxo de operários. Pode-se então dizer que a instalação da fábrica representou uma externalidade para os moradores da cidade.

(3) Na presença de externalidades positivas no consumo, o Primeiro Teorema da Economia do Bem-Estar Social pode ser inválido.

(4) O estudo elementar, garantido pela Constituição Federal, é um bem público.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

Este é exatamente o resultado conhecido na literatura como Teorema de Coase. Segundo Coase, "em mercados com externalidade, se os direitos de propriedade estão atribuídos sem ambigüidade e se as partes envolvidas podem negociar sem custos, então as partes irão alcançar um resultado Pareto ótimo, independentemente de como os direitos de propriedade estão distribuídos.

Sobre este tópico, ver:

- Schotter, A. (1994), p. 526.
- Stiglitz, J. (1998), p. 217.

(1) *Falso.*

O fato de as preferências serem quase-lineares não elimina os efeitos distributivos decorrentes da distribuição original dos direitos de propriedade.

(2) *Falso.*

Uma externalidade na produção ou consumo ocorre quando não existe um mercado de trocas para aquele bem específico. No caso particular do problema, ocorreu um excesso de demanda que se traduziu em elevação do nível de preços.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 616.

(3) *Verdadeiro.*

Na presença de externalidades positivas, o benefício marginal privado será diferente do benefício marginal social, de modo que nem toda alocação resultante do equilíbrio de mercado será eficiente no sentido de Pareto.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 618 a 627.

(4) *Falso.*

Bens públicos são caracterizados por duas propriedades: não-rivais e não-excludentes. A propriedade de não-excludência significa que o bem público não pode ser restrito a um grupo específico de pessoas. A propriedade de não-rivalidade significa que a quantidade consumida de determinado bem não altera a disponibilidade de bens existente para os demais indivíduos.

A educação é um bem privado em geral financiado e produzido pelo setor público. A racionalidade econômica que explica a intervenção governamental neste setor diz respeito ao objetivo de maximização de bem-estar e não está relacionada à natureza de bem público.

Sobre este tópico, ver:

- Schotter, A. (1994), p. 532.

ANPEC/2001

Questão 9

Em relação à teoria do equilíbrio geral e do bem-estar, é correto afirmar que:

(0) Em um equilíbrio competitivo, independentemente das preferências, nenhuma pessoa com a mesma renda monetária invejará a cesta de consumo de outra.

(1) Se uma alocação x é Pareto ótima e a alocação y não o é, então todos os agentes estarão pelo menos tão satisfeitos com a alocação x do que com a alocação y, e alguém preferirá estritamente a alocação x à alocação y.

(2) Caso a função de bem-estar social seja uma função crescente da utilidade de cada agente, a alocação que maximiza a função de bem-estar deve ser eficiente no sentido de Pareto.

(3) Se dois consumidores têm preferências homotéticas e suas curvas de indiferença apresentam Taxa Marginal de Substituição decrescente, o *locus* das alocações eficientes no sentido de Pareto, na Caixa de Edgeworth, é uma linha reta diagonal.

(4) Uma alocação na qual todos agentes recebem a mesma quantidade de cada bem é eqüitativa e eficiente.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

O equilíbrio competitivo é caracterizado por:

- Cada consumidor maximiza a sua utilidade, dada a sua restrição orçamentária;
- Cada firma maximiza os seus lucros, dada a tecnologia disponível;
- A oferta é igual à demanda em todos os mercados, ou seja, a soma das demandas individuais de cada bem tem que ser igual à oferta total da economia.

Dessa forma, se dois consumidores têm a mesma renda monetária e, portanto, a mesma restrição orçamentária, a cesta dos dois agentes difere apenas em função de suas diferenças nas preferências. Mas, por definição, os indivíduos estão maximizando a utilidade em função da restrição orçamentária. Assim, como eles têm a mesma renda, estão na melhor situação possível.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 608 e 609.

(1) *Falso.*

Uma alocação é Pareto ótima quando não existe nenhuma outra alocação factível na economia, tal que é possível melhorar pelo menos um agente sem deixar os demais agentes em situação pior. Uma alocação não é Pareto ótima quando existe uma outra alocação factível na economia, tal que se pode melhorar pelo menos um indivíduo na economia sem piorar os demais.

A cesta x é Pareto ótima.

A cesta y não é Pareto ótima.

Mas o fato de uma alocação ser Pareto ótima, e a outra não ser, não permite dizer nada sobre a relação entre essas duas cestas.

Suponha o seguinte exemplo abaixo em uma economia com dois consumidores:

$$U_A = \min\{2x_1, x_2\}$$
$$U_A = \min\{3x_1, x_2\}$$

A dotação da economia é dada por 1 (uma) unidade de x_1 e 2 (duas) unidades de x_2.
Agora analise as seguintes alocações:

Alocação X
ind A $= \{0{,}5;1\} \Rightarrow U_A = 1$
ind B $= \{0{,}5;1\} \Rightarrow U_B = 1$
Alocação Y
ind A $= \{0{,}6;1\} \Rightarrow U_A = 1$
ind B $= \{0{,}4;1\} \Rightarrow U_B = 1$

Neste exemplo, a alocação X é eficiente no sentido de Pareto, pois o indivíduo A está consumindo exatamente na proporção ótima definida por sua função utilidade. A alocação Y, por outro lado, é ineficiente no sentido de Pareto, pois ambos os indivíduos estão consumindo em proporções diferentes da proporção ótima. Ambos os indivíduos auferem o mesmo nível de utilidade nas duas alocações, de modo que nenhum dos indivíduos está estritamente melhor na alocação X.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 549.

(2) *Verdadeiro.*

Sejam $U_A(X_A, Y_A)$ e $U_B(X_B, Y_B)$ as funções de utilidade dos agentes A e B e $W(U_A, U_B)$ a função de bem-estar social. As restrições da economia são dadas pelas expressões:

$$X_A + X_B = \overline{X}$$
$$Y_A + Y_B = \overline{Y}$$

O problema é $Max W[U_A(X_A, Y_A), U_B(X_B, Y_B)]$ s. a. $X_A + X_B = \overline{X}$ e $Y_A + Y_B = \overline{Y}$.

O lagrangeano do problema é:

$$L = W[U_A(X_A, Y_A), U_B(X_B, Y_B)] - \lambda_1(X_A + X_B - \overline{X}) - \lambda_2(Y_A + Y_B - \overline{Y})$$

CPO:

$$\frac{\partial W}{\partial U_A}\frac{\partial U_A}{\partial X_A} - \lambda_1 = 0 \rightarrow (1)$$

$$\frac{\partial W}{\partial U_A}\frac{\partial U_A}{\partial Y_A} - \lambda_2 = 0 \rightarrow (2)$$

$$\frac{\partial W}{\partial U_B}\frac{\partial U_B}{\partial X_B} - \lambda_1 = 0 \rightarrow (3)$$

$$\frac{\partial W}{\partial U_B}\frac{\partial U_B}{\partial Y_B} - \lambda_2 = 0 \rightarrow (4)$$

Dividindo (1) por (2), temos:

$$\frac{\partial U_A}{\partial X_A}\Big/\frac{\partial U_A}{\partial Y_A} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow TMS^A = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Dividindo (3) por (4), temos:

$$\frac{\partial U_B}{\partial X_B}\Big/\frac{\partial U_B}{\partial Y_B} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow TMS^B = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Logo, $TMS^A = TMS^B$, e a alocação resultante do problema é eficiente de Pareto. Este resultado só pode ser possível se a função de bem-estar social for crescente nas utilidades dos dois indivíduos.

Podemos ver o resultado de outra forma:

Suponha que a cesta de bem-estar máximo não fosse Pareto ótimo. Isso implica que poderíamos aumentar o bem-estar de algum indivíduo sem piorar os demais, mas como a função de bem-estar social é crescente na utilidade dos indivíduos, isso contradiz o fato da alocação anterior ser de bem-estar máximo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 610 e 611.

(3) *Falso.*

A homoteticidade das funções-utilidade dos dois indivíduos não garante que a curva de contrato será uma reta. A curva de contrato é dada pela união de pontos, tais que as taxas marginais de substituição dos dois agentes (a inclinação das curvas de indiferença) são iguais no intervalo de cestas que os indivíduos realizam trocas.

Se as preferências são homotéticas, a inclinação das curvas de indiferença é constante ao longo de raios partindo da origem do mapa de indiferença. A homotetia só garante que a fração de renda gasta com cada bem permaneça constante, assim a curva de Engel é uma reta partindo da origem. A menos que as curvas de indiferença dos dois agentes sejam tangentes em um ponto sobre a mesma reta, que deveria estar na diagonal da Caixa de Edgeworth, a curva de contrato não será uma reta. A Taxa Marginal de Substituição decrescente também não assegura que a curva de contrato será uma reta. Ou seja, a menos que as preferências dos indivíduos sejam tais que os pontos de demanda coincidam com a reta de 45 graus, a curva de contrato não será uma reta partindo da origem.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 108; 109 e 552.

(4) *Falso.*

Eqüidade e eficiência são problemas distintos no contexto de equilíbrio geral. Tratam-se de conceitos diferentes, e o alcance da eqüidade muitas vezes implica em um *trade-off* entre esta e a eficiência.

Isso depende da estrutura de preferência dos indivíduos. Suponha que um indivíduo tenha uma função-utilidade tal que as preferências sejam localmente não saciadas. Assim, uma alocação eqüitativa nesse caso não seria eficiente.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 770.

Questão 10

Considere uma economia de trocas com dois agentes, A e B, e dois bens, x e y. O agente A possui 2 unidades do bem x e 6 do bem y, enquanto o agente B possui 8 unidades do bem x e 4 do bem y. A função de utilidade do agente A é $U(x, y) = 6x^{1/2} + y$ e a do agente B é $V(x, y) = x + 2y^{1/2}$. Considere ainda a função de bem-estar social dada por $W(V, U) = V + U$.

(0) No máximo de bem-estar social, o agente 1 recebe 1 unidade do bem x e 9 unidades do bem y.

(1) Os dois agentes preferem a alocação que corresponde ao máximo de bem-estar social à alocação inicial.

(2) O máximo de bem-estar social é uma alocação eficiente de Pareto.

(3) O máximo de bem-estar social é uma alocação igualitária.

(4) O máximo de bem-estar social é uma alocação justa.

Solução:

O problema de maximização do bem-estar social é descrito como:

$$MaxW(V,U) = V + U \qquad \text{s. a} \qquad \begin{matrix} x_A + x_B = 10 \\ y_A + y_B = 10 \end{matrix}$$

$$Max 6x_A^{1/2} + y_A + x_B + 2y_B^{1/2}$$
$$x_A + x_B = 10$$
$$y_A + y_B = 10$$

$$Max 6x_A^{1/2} + y_A + (10 - x_A) + 2(10 - y_A)^{1/2}$$

CPO:

$$3x_A^{-1/2} - 1 = 0 \Rightarrow x_A = 9$$
$$1 - (10 - y_A)^{-1/2} = 0 \Rightarrow y_A = 9$$

Substituindo esses resultados nas restrições orçamentárias:
$x_B = 1$; $y_B = 1$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 603 e 604; 610 e 611.

(0) *Falso.*
Ver solução anterior.

(1) *Falso.*
Dotação inicial:
$U(2,6) = 6\sqrt{2} + 6 = 14{,}48$
$V(8,4) = 8 + \sqrt{4} = 12$

Alocação de máximo bem-estar social:
$U(9,9) = 27$
$V(1,1) = 3$

(2) *Verdadeiro.*
$$TMS^A = \frac{3}{\sqrt{x_A}}$$
No máximo de bem-estar social $TMS^A = 1$.

$$TMS^B = \frac{1}{\sqrt{x_B}}$$

No máximo de bem-estar social $TMS^B = 1$.
Quando a função de bem-estar social é crescente na utilidade dos agentes, o resultado que maximiza bem-estar social é Pareto ótimo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 602; 604; 610 e 611.

(3) *Falso.*
Ver solução acima.

(4) *Falso.*
A função de bem-estar social representa as preferências da sociedade, mas não necessariamente garante justiça.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 601 a 609.

ANPEC/2002

Questão 7

Com relação à Teoria do Equilíbrio Geral e do Bem-Estar, é correto afirmar que:

(0) O Segundo Teorema do Bem-Estar diz que, dadas certas condições, qualquer alocação ótima no sentido de Pareto pode ser obtida por meio de mecanismos de mercado, desde que se possam alterar as dotações iniciais.

(1) Em uma economia com 2 bens e 2 insumos, com funções de utilidade e de produção diferenciáveis, em equilíbrio geral a Taxa Marginal de Substituição no consumo é igual à Taxa Marginal de Substituição na produção.

(2) Se uma alocação A é Pareto eficiente enquanto uma alocação B não o é, então a alocação A é socialmente preferível à alocação B.

(3) Dotação inicial de fatores simétrica, na qual cada agente recebe a mesma quantidade de cada bem, não garante que o equilíbrio geral seja uma alocação justa.

(4) A Lei de Walras implica que, se um mercado não estiver em equilíbrio, não é possível que todos os demais mercados estejam em equilíbrio.

Solução:

(0) *Verdadeiro.*

O Segundo Teorema do Bem–Estar diz que, dadas certas condições, qualquer alocação ótima no sentido de Pareto pode ser obtida através do mercado, bastando para isto alterar as dotações iniciais.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 552 a 554.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 644 e 645.

(1) *Verdadeiro.*

As taxas marginais de substituição no consumo e na produção se igualam, pois, enquanto elas diferirem, há espaço para ganhos de eficiência.

Sobre este tópico, ver:

- Mas-Colell, A *et al.* (1995), p. 529 a 538.

(2) *Falso.*

A alocação eficiente de Pareto é aquela na qual não há realocação factível dos bens capaz de fazer com que todos os consumidores fiquem ao menos tão bem e pelo menos um consumidor fique estritamente melhor. O conceito de Pareto não compara alocações sob a ótica social. O ótimo de Pareto refere-se apenas ao aspecto de eficiência de forma que poderíamos ter uma sociedade em que um indivíduo ficasse com tudo e os outros com nada, sendo um ótimo de Pareto, pois seria impossível melhorar os que ficaram com nada sem piorar o que estava com tudo. Esta alocação certamente não é um ótimo social.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 552 a 554.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 644 e 645.

(3) *Verdadeiro.*

Uma alocação justa é aquela que é ao mesmo tempo eqüitativa (nenhum agente prefere a cesta de bens do outro agente) e eficiente de Pareto. Uma divisão simétrica dos bens pode não ser uma alocação justa pelo fato de que os consumidores podem não possuir as mesmas preferências, portanto, ambos melhoram através de trocas. Desta forma, uma divisão simétrica não é necessariamente eficiente de Pareto, não sendo necessariamente justa.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 591 a 593.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 642 a 644.

(4) *Verdadeiro.*

Segundo a Lei de Walras, se h – 1 mercados estão em equilíbrio, o último mercado também estará. Assim, se um mercado não estiver em equilíbrio é impossível que todos os outros estejam.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 539 a 541.

Questão 9

Julgue os itens a seguir:

(0) Segundo o Teorema de Arrow, não é possível agregar-se preferências individuais em preferências coletivas.

(1) A distorção causada pelas externalidades de produção ocorre porque as empresas determinam seu nível de produção igualando o custo marginal privado de produção à receita marginal privada de produção, desconsiderando o custo social de produção.

(2) Quando as partes podem negociar sem custo e com possibilidade de obter benefícios mútuos, o resultado das transações poderá ser eficiente ou ineficiente, dependendo de como os direitos de propriedade estejam especificados.

(3) O imposto sobre o lucro de uma empresa geradora de poluição ajuda a corrigir a ineficiência causada por tal externalidade.

(4) Uma empresa cuja tecnologia de produção gere externalidade deve ter sua produção reduzida para aumentar o bem-estar social.

Solução:

(0) *Falso.*

1. Dado o conjunto completo, reflexivo e transitivo de preferências individuais, o mecanismo de alocação de decisão social resulta em preferências sociais que satisfazem as mesmas propriedades.
2. Se todos os agentes preferem x a y, então as preferências sociais ordenam x a frente de y.
3. As preferências sociais entre duas alternativas devem depender apenas de como as pessoas ordenam essas alternativas.

O Teorema de Arrow afirma apenas que se um mecanismo de decisão social satisfaz as três condições acima, então ela é determinada por um ditador .

Uma outra forma mais direta para interpretar o teorema das impossibilidades de Arrow diz apenas que as preferências colétivas não satisfazem transitividade, a menos que sejam determinadas por um ditador.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 597 a 618.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 726 a 729.

(1) *Verdadeiro.*

Uma externalidade ocorre quando a ação de uma firma altera o espaço de produção da outra. Desse modo, na presença de externalidades, o custo privado é sempre diferente do custo social. A condição de equilíbrio da firma requer a igualdade do benefício marginal privado ao custo marginal privado, resultando, portanto, em distorções em relação à alocação eficiente.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 597 a 618.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 726 a 729.

(2) *Falso.*

O Teorema de Coase diz que quando as partes podem negociar sem custo e com possibilidade de obtenção de benefícios mútuos, o resultado da transação será eficiente independente das especificações dos direitos de propriedade.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 601 a 603.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 722 e 723.

(3) *Falso.*

O imposto sobre lucros não altera a produção ótima sob a ótica do produtor. Dessa forma, ele continuará maximizando seus lucros no ponto de produção anterior ao estabelecimento de um imposto sobre os lucros. Para que a taxação seja capaz de determinar que o nível de equilíbrio da firma diante da presença de externalidades seja

eficiente, é necessário aplicar um imposto que altere o custo marginal de produção em um montante igual à externalidade marginal.

Sobre este tópico, ver

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 709 a 712.
- Schotter, A. (1994), p. 512 a 525.

(4) *Falso.*

Depende do tipo de externalidade: existem externalidades positivas e negativas. A externalidade gerada por uma empresa não é necessariamente negativa. A externalidade produzida por uma empresa de educacão, por exemplo, é positiva.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 597.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 704 a 706.

Questão 10

Considerando apenas dois produtos (x, y) e dois fatores (K, L), disponíveis em quantidades fixas, e utilizando-se a Caixa de Edgeworth para analisar a eficiência na produção, pode-se afirmar:

(0) O conjunto de produção tecnicamente eficiente representa a união dos pontos de tangência entre as isoquantas.
(1) A fronteira de possibilidades de produção não é obtida a partir do conjunto de produção eficiente.
(2) A fronteira de possibilidades de produção não pode ser linear.
(3) Para se atingir a eficiência na produção e o ótimo de Pareto, duas condições precisam ser satisfeitas: a Taxa Marginal de Substituição deve ser igual à Taxa Marginal de Transformação e a Taxa Marginal de Substituição deve ser igual entre os consumidores.
(4) A dois pontos sobre a fronteira de possibilidades de produção correspondem diferentes razões entre os preços dos fatores.

Solução:

(0) *Anulada.*

(1) *Falso.*

A fronteira do conjunto de possibilidades de produção corresponde à união dos pontos de produção eficiente dos bens. O conjunto de possibilidades de produção corresponde a todas as combinações de insumos factíveis para a produção de bens.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 583 e 584.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 704 a 706.

(2) *Falso.*

Caso os produtos marginais dos insumos sejam constantes para os dois produtos, a fronteira de possibilidade de produção será linear. Um contra-exemplo é o caso de tecnologia de insumos substitutos.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 570 a 572.

(3) *Verdadeiro.*

A Taxa Marginal de Transformação mede a taxa à qual um bem pode ser transformado em outro. A Taxa Marginal de Substituição mede a taxa à qual os indivíduos estão dispostos a trocar o consumo de um bem pelo outro, mantendo constante o mesmo nível de utilidade. A primeira parte da afirmativa é verdadeira porque se a Taxa Marginal de Substituição não for igual à Taxa Marginal de Transformação, a taxa à qual o consumidor estará disposto a trocar o bem 1 pelo bem 2 será diferente da taxa à qual o bem 1 pode ser transformado no bem 2. Então, há uma forma de melhorar os consumidores rearranjando o padrão de produção. Sendo assim, não estamos em um ótimo de Pareto. A segunda parte da afirmativa é verdadeira porque se a Taxa Marginal de Substituição não for igual entre os consumidores haverá alguma troca capaz de deixar pelo menos um dos consumidores melhor.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 573 e 574.

(4) *Falso.*

A fronteira de possibilidade de produção é apenas a união dos pontos em que as isoquantas se tangenciam. Não há qualquer hipótese sobre as razões de preços dos fatores.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 568 e 569.

ANPEC/2003

Questão 8

Tendo por fundamento as teorias do equilíbrio geral e do bem-estar, é correto afirmar:

(0) Em uma economia com dois mercados, apenas no curto prazo é possível que um mercado esteja em equilíbrio e o outro fora do equilíbrio.

(1) De acordo com o Primeiro Teorema do Bem-Estar, sempre existe um equilíbrio competitivo.

(2) Uma alocação é ótima de Pareto somente se a Taxa Marginal de Substituição entre quaisquer dois fatores de produção for a mesma para quaisquer duas firmas que utilizem quantidades positivas de cada fator, mesmo que sejam distintos os bens que produzam.

(3) Uma alocação é dita factível se cada consumidor respeitar a própria restrição orçamentária.

(4) Suponha uma economia com dois agentes e dois bens. Os dois agentes têm preferências quase-lineares, sendo a função-utilidade linear no bem 2. Se as quantidades do bem 2 são medidas verticalmente na Caixa de Edgeworth e as quantidades do bem 1, horizontalmente, o conjunto de alocações ótimas de Pareto será uma linha vertical.

Solução:

(0) *Falso.*

Pela Lei de Walras sempre que existem n mercados e n-1 mercados que estão em equilíbrio, o enésimo mercado também está, independentemente do equilíbrio ser de curto ou longo prazo.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 554 a 556.



(1) *Falso.*

O Primeiro Teorema do Bem-Estar diz que toda alocação de equilíbrio competitivo é uma alocação Pareto ótimo, mas não apresenta condições para a existência do equilíbrio.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 561.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 769.

(2) *Verdadeiro.*

As alocações eficientes na produção são realizadas ao longo da curva de contrato de produção.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 587 a 589.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 777 e 778.

(3) *Falso.*

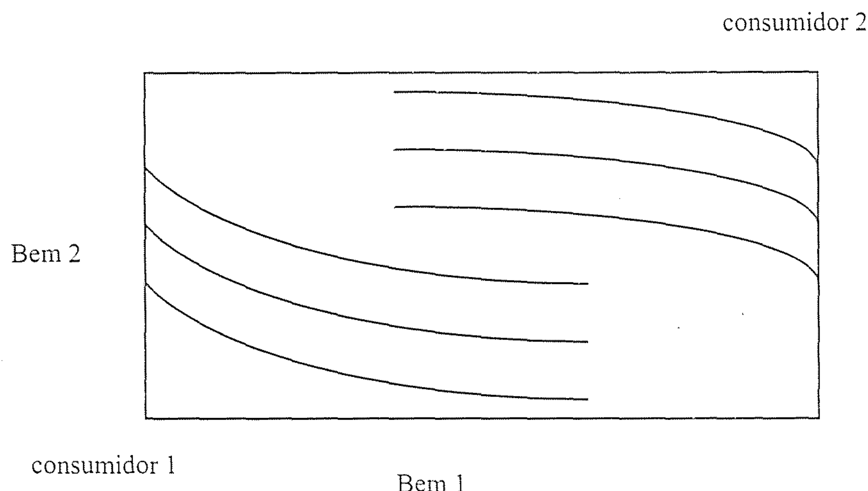
Uma alocação é factível se a soma do consumo dos indivíduos é igual à dotação da economia para todos os bens.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 545.

(4) *Verdadeiro.*

Com esta estrutura de preferências, o aumento da quantidade do bem 1 não altera a utilidade dos consumidores, de modo que as alocações Pareto ótimo estão nos eixos verticais.



ANPEC/2004

Questão 7

Considere uma economia de troca pura com dois bens (x_1 e x_2) e dois indivíduos (A e B). Sejam: $u_A(x_1,x_2)=x_1^{1/3}x_2^{2/3}$, $u_B(x_1,x_2)=Min\{x_1,x_2\}$ e as dotações $w_A=(10,20)$ e $w_B=(20,5)$. Avalie as afirmativas:

(0) $x^A=(10,5)$, $x^B=(20,20)$ é uma alocação que está na curva de contrato.

(1) No equilíbrio walrasiano, os preços dos dois bens são determinados e únicos.

(2) O conjunto das alocações eficientes satisfaz a $x_2^A=x_1^A-5$.

(3) Se os preços de mercado são $p_1=1$ e $p_2=1$, então, o excesso de demanda será $(-7.5,7.5)$.

(4) Em uma economia de trocas, se a alocação inicial é ótima de Pareto, o equilíbrio competitivo é justo.

Solução:

Para alcançar o equilíbrio walrasiano devemos proceder aos seguintes passos:

1) Maximizar a utilidade individual e encontrar as demandas individuais pelos bens 1 e 2;
2) Consolidar o equilíbrio nos mercados dos bens 1 e 2.

1° Passo: Indivíduo A

O indivíduo A possui função-utilidade Cobb-Douglas e, portanto, apresenta a seguinte estrutura de demanda:

$$X_{1A} = \frac{1}{3}\frac{R_A}{P_1} \qquad X_{2A} = \frac{2}{3}\frac{R_A}{P_2}$$

onde R_A = restrição orçamentária do indivíduo A,

$$R_A = 10p_1 + 20p_2$$

O indivíduo B apresenta preferências complementares e irá consumir os bens 1, e 2 na proporção de 1 para 1. Qualquer consumo fora dessa proporção representa desperdício de recursos para o indivíduo B, ou seja:

$$X_1^B = X_2^B$$

desse modo:

$$X_1^B = X_2^B = \frac{R_B}{p_1 + p_2}$$

onde R_B = restrição orçamentária do indivíduo B

$$R_B = 20p_1 + 5p_2$$

2° Passo: Equilíbrio nos mercados

Procederemos ao equilíbrio no mercado do bem 1.[7]

$$X_1^A + X_1^B = W_1$$

$$\frac{10p_1 + 20p_2}{3} + \frac{20p_1 + 5p_2}{p_1 + p_2} = 30$$

$$(10p_1 + 20p_2)(p_1 + p_2) + 60p_1 + 15p_2 = 90p_1 + 90p_2$$

Fazendo $p_1 = 1$

$$p_2^2 - 2{,}5p_2 - 1 = 0$$

$$p_2 = \frac{2{,}5 \pm \sqrt{9.25}}{2}$$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 554 a 556.

(0) *Verdadeiro.*

A curva de contrato corresponde ao conjunto dos pontos que representam alocações eficientes no sentido de Pareto. Uma alocação, é eficiente no sentido de

[7] Pela Lei de Walras , se existem n mercados e $n-1$ estão em equilíbrio, o enésimo mercado também estará.

Pareto se não existe nenhuma outra alocação, tal que para melhorar estritamente um indivíduo é necessário piorar os demais.

No caso da alocação

$X_A = (10,5)$

$X_B = (20,20)$

O indivíduo B está consumindo de acordo com a sua proporção ótima. Qualquer unidade a menos de consumo para o indivíduo B irá piorá-lo estritamente.

Nesse sentido, essa alocação é eficiente no sentido de Pareto.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 548 a 550.
- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 765 e 766.

(1) *Falso.*

O equilíbrio walrasiano determina apenas preços relativos.

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 550 a 552.

(2) *Verdadeiro.*

As alocações eficientes devem satisfazer às seguintes condições:

$$X_1^A + X_1^B = 30 \quad (1)$$
$$X_1^A = X_2^B \quad (2)$$
$$X_2^A + X_2^B = 25 \quad (3)$$

Assim, podemos substituir X_2^B por X_1^B na equação (3), ficando com o seguinte sistema:

$$X_1^A + X_1^B = 30$$
$$X_2^A + X_1^B = 25$$

Subtraindo uma equação da outra temos:

$X_1^A - X_2^A = 5$

$X_2^A = X_1^A - 5$

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 560 e 561.

(3) *Verdadeiro.*

$p_1 = 1$

$p_2 = 1$

$X_{1A} = \frac{1}{3}(10 + 20) = 10$

$X_{1B} = \frac{2}{3}(10 + 20) = 20$

$X_{2A} = \frac{20 + 5}{2} = \frac{25}{2} = 12.5$

$X_{2B} = 12.5$

$X_{1A} + X_{2A} = 10 + 12,5 = 22.5$

Oferta = 10 + 20 = 30

ED = -7,5

$X_{1B} + X_{2B} = 20 + 12,5 = 32.5$

Oferta = 25

ED = 7.5

Sobre este tópico, ver:

- Varian, H. (2000), p. 554 a 556.

(4) *Falso.*

Não existe nenhuma relação entre eficiência e eqüidade. Se a alocação inicial é ótimo de Pareto, isso apenas significa que os agentes não irão realizar trocas.

Sobre este tópico, ver:

- Pindyck, R. *et al.* (1994), p. 770.

Referências

CHIANG, A. C. *Matemática para economistas*. 2. ed. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil/ Editora da Universidade de São Paulo, 1982.

FERGUSON, C. E. *Microeconomia*. 2. ed. Rio de Janeiro: Forense, 1978.

GIBBONS, R. *Game theory for applied economists*. Princeton/N. J.: Princeton University Press, 1992.

HUANG, C. F.; LITZENBERGER, R. H. *Foundations for financial economics*. New York: North-Holland, 1988.

LAYARD, R. R. G.; WALTER, A. A. *Microeconomic theory*. New York: McGraw-Hill Book, 1978.

MAS-COLLEL, A. *et al. Microeconomic theory*. New York: Oxford University Press, 1995.

PASHIGIAN, B. P. *Price theory and aplications*. 2. ed. Irwin: McGraw-Hill, 1998.

PINDYCK, R. S.; RUBINFELD, D. L. *Microeconomia*. 2. ed. São Paulo: Makron Books, 1994.

SCHOTTER, A. R. *Microeconomics*: a modern approach. New York: Harper Collins College, 1994.

SIMON, C. P.; BLUME, L. *Mathematics for economists*. 5. ed. New York: Norton & Company, 1994.

STIGLITZ, J. E. *Economics of the public sector*. 2. ed. New York: Norton & Company, 1998.

VARIAN, H. R. *Microeconomia*: princípios básicos. 5. ed. Rio de Janeiro: Campus, 2000.

______________. *Microeconomic analysis*. 3. ed. New York: Norton, 1992.

VASCONCELLOS, M. A. S; ALVES, D. (Org.). *Manual de econometria*: nível intermediário. São Paulo: Atlas, 2000.

VASCONCELLOS, M. A. S; LOPES, L. M. (Org.). *Manual de macroeconomia*: nível básico e intermediário. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2000.

WELSCH, G. A. *Orçamento empresarial*: planejamento e controle do lucro. 4. ed. São Paulo: Atlas, 1973.

Anexo

MICROECONOMIA 1991

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	F	F	F	F	F	F	F	F	V	F	F	V	F	V	V
1	F	V	F	F	V	V	V	V	F	V	V	F	V	F	F
2	F	V	F	V	NR	F	F	F	V	V	V	F	F	V	F
3	V	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F		F	F	
4	V	F	V	V	F	V				F	V				

NR significa questão não resolvida.
A Significa questão anulada.

MICROECONOMIA 1992

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	V	V	V	F	F	F	F	F	V	V	V	F	V	F	V
1	F	F	F	F	V	F	F	F	F	V	F	F	F	V	F
2	F	F	F	F	F	V	V	V	F	V	V	V	V	F	F
3	F	V	V	F	V	F	V	V	F		V	F	V	V	F
4	F			V								V		F	

MICROECONOMIA 1993

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	F	F	V	V	F	V	V	F	10	F	F	V	V	F	V
1	V	F	V	F	V	F	F	V		F	V	V	V	F	F
2	F	F	F	F	F	F	V	V		F	F	V	V	F	F
3	F	V	V	V	V	F	F	V		V	F	F	F	V	F
4				F	F										

MICROECONOMIA 1994

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	F	F	V	A	F	V	V	5	4	4	F	F	V	V	F
1	V	F	V		F	F	F				F	F	F	V	F
2	V	V	F		F	F	F				F	F	V	F	V
3	F	F	F		V	F	F				V	V	F	F	F
4	F										V		F		

MICROECONOMIA 1995

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	V	F	V	F	F	F	V	V	V	V	V	V	F	F	F
1	F	V	F	V	V	F	V	F	V	F	V	V	V	F	F
2	F	F	V	F	F	V	V	V	V	V	F	V	V	F	V
3	V	F	F	F	F	V	F	F	F	F	V	V	F	V	F
4															

MICROECONOMIA 1996

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	F	F	V	F	V	V	5	F	V	V	20	60	F	F	F
1	V	F	V	V	V	V		F	V	F			F	V	F
2	F	V	F	F	F	V		V	F	V			V	V	V
3	F	F		V	F	F		F	F	V			F	V	F
4															

MICROECONOMIA 1997

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	F	V	F	V	V	F	V	V	F	F	F	V	F	V	V
1	F	V	F	F	F	F	F	F	V	V	V	V	V	V	V
2	V	F	V	F	F	V	F	F	F	V	F	F	V	F	V
3	V		F	V		V	F	V	F	V		F	V	F	V
4															

MICROECONOMIA 1998

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	V	V	F	F	F	V	V	F	V	F	F	V	F	V	F
1	V	F	F	F	F	V	F	F	V	F	F	V	V	F	F
2	F	F	F	F	V	F	F	F	F	F	F	V	F	F	F
3	F	F	V	F	F	V	F	F	V	V	V	F	F	F	V
4				V	F		F	V		F	F	F			

MICROECONOMIA 1999

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	V	V	V	F	F
1	F	V	F	F	F	V	F	F	V	V	F	F	F	F	F
2	V	V	F	V	V	F	F	V	F	V	F	V	V	V	F
3	F	F	V	F	F	V	V	V	V	F	V	V	V	V	F
4	V						V	F							

* Na questão 7 existe um item (5) que é Falso

MICROECONOMIA 2000

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	V	F	15	V	F	V	V	25	F	F	V	F	F	F	V
1	F	V		F	V	V	V		V	V	F	V	F	V	F
2	V	F		F	V	F	F		F	V	F	V	V	V	F
3	V	V		F	F	V	V		F	F	V	V	V	V	V
4	V	F		V	V	F	F		V	V	F	F	F	F	F

MICROECONOMIA 2001

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	F	V	F	F	V	V	V	F	V	F	V	V	F	F	16
1	F	F	V	F	F	V	V	V	F	F	F	F	V	V	
2	F	V	V	F	V	F	V	F	V	V	V	V	V	F	
3	V	V	V	F	F	V	F	F	F	F	V	F	V	F	
4	F	V	F	F	V	V	F	F	F	F	F	F	F	V	

MICROECONOMIA 2002

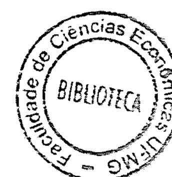
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	V	V	F	F	F	V	V	F	F	A	F	V	F	10	93
1	V	F	V	V	F	V	V	F	V	F	V	F	F		
2	V	F	V	V	F	V	F	V	F	F	F	F	F		
3	V	V	F	V	V	F	V	V	F	V	F	V	F		
4	F	F	F	V	F	F	V	F	F	F	F	V	V		

MICROECONOMIA 2003

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	F	F	V	F	V	V	F	F	V	V	V	F	4	5	2
1	V	V	V	V	V	F	V	F	V	F	V	F			
2	F	F	F	V	F	F	F	V	F	F	F	V			
3	F	F	F	V	V	V	F	F	V	V	F	V			
4	V	F	V	F	F	F	V	V	F	V	V	F			

MICROECONOMIA 2004

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	F	F	F	V	V	V	V	V	F	V	F	30	2	50	12
1	F	V	V	F	V	F	F	F	V	F	F				
2	V	V	V	F	V	V	V	F	F	F	V				
3	V	F	F	V	F	F	V	V	V	V	V				
4	V	F	V	F	V	V	F	F	F	F	F				



Correção do exame de microeconomia da ANPEC 2017

Roberto Guena de Oliveira

20 de março de 2017

Questão 1

Um consumidor tem preferências descritas pela função $U(x, y) = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ sendo os preços dos bens x e y representados por p_x e p_y e a renda por R. Diga se as afirmações que se seguem são falsas ou verdadeiras:

⓪ Se $p_x = \$2$, $p_y = \$1$ e $R = \$300$, então o agente maximizador de utilidade escolherá a cesta de consumo $(x, y) = (50, 200)$;

① Utilizando os valores calculados no item anterior, $\lambda = \frac{\sqrt{50}}{200}$ representa quanto aumenta o valor de $U(x, y)$ causado por um pequeno aumento na renda nominal disponível;

② A TMS (taxa marginal de substituição) será igual a x/y que mostra que as curvas de indiferença são estritamente convexas em relação à origem;

③ A função demanda pelo bem y é dada pela expressão $\frac{1}{2}\frac{R}{p_y}$

④ O exame da função demanda pelo bem x mostra que esse bem é inferior, mas não o bastante para se tratar de um bem de Giffen.

Solução

Determinemos as funções de demanda pelos bens x e y empregando o método de Lagrange. A função objetivo é a função de utilidade, $U(x, y) = \sqrt{x} + \sqrt{y}$, e a restrição é a restrição orçamentária, $p_x x + p_y y = R$. O lagrangeano para o problema é

$$\mathcal{L} = \sqrt{x} + \sqrt{y} - \lambda(p_x x + p_y y - R)$$

As condições de máximo de primeira ordem são:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} = \lambda p_x$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{y}} = \lambda p_y$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow p_x x + p_y y = R$$

Resolvendo esse sistema para x, y e λ, obtemos as funções de demanda

$$x(p_x, p_y, R) = \frac{p_y}{p_x} \frac{R}{p_x + p_y} \tag{1}$$

e

$$y(p_x, p_y, R) = \frac{p_x}{p_y}\frac{R}{p_x + p_y}. \tag{2}$$

e o valor da variável λ associada à escolha ótima:

$$\lambda(p_x, p_y, R) = \frac{1}{2\sqrt{R}}\sqrt{\frac{p_x + p_y}{p_x p_y}}. \tag{3}$$

Note que a condição de máximo de segunda ordem está garantida visto que a função de utilidade é estritamente côncava e, portanto, estritamente quase-côncava.

⓪ VERDADEIRO. Substituindo os valores informados nas funções de demanda (1) e (2), obtemos:

$$x(2, 1, 300) = \frac{1}{2}\frac{300}{1+2} = 50$$

e

$$y(2, 1, 300) = \frac{2}{1}\frac{300}{1+2} = 200.$$

Portanto, de fato, no equilíbrio, $(x, y) = (50,\ 200)$.

① FALSO. O valor de λ, calculado para a escolha ótima quando os preços são $p_x = 2$, $p_y = 1$ e a renda é $R = 300$, obtido quando substituímos esses valores em (3) é:

$$\lambda(2, 1, 300) = \frac{1}{2\sqrt{300}}\sqrt{\frac{1+2}{2\times 1}} = \frac{\sqrt{2}}{40} = \frac{\sqrt{50}}{200}.$$

Porém, λ representa utilidade marginal da renda, ou seja, a razão entre a variação no valor da função de utilidade de corrente de um pequeno aumento na renda e esse pequeno aumento. Assim, caso haja um pequeno aumento ΔR na renda disponível, a variação decorrente no nível de utilidade atingido no equilíbrio será de, aproximadamente,

$$\Delta R \times \lambda,$$

o que é diferente de simplemente λ.

② FALSO. Se a taxa marginal de substituição fosse igual a x/y as preferências seriam côncavas, pois, quando caminhamos da esquerda para a direita sobre uma curva de indiferença, a razão x/y aumenta.

Adicionalmente, a taxa marginal de substituição, dada pela razão entre as utilidades marginais, dos bens x e y é:

$$|TMS| = \frac{UMg_x}{UMg_y} = \frac{1/(2)\sqrt{x}}{1/(2)\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{y}{x}}.$$

Essa taxa marginal de substituição é diferente da do enunciado do item.

③ FALSO. Conforme vimos a função de demanda pelo bem y é dada pela expressão (2), isto é,

$$y(p_x, p_y, R) = \frac{p_x}{p_y} \frac{R}{p_x + p_y}.$$

④ FALSO. A função de demanda pelo bem x, apresentada em (1), é claramente crescente em relação a renda, o que indica que se trata de um bem normal.

Questão 2

Um consumidor cuja função utilidade é dada por $U(x,y) = \sqrt{xy}$ possui uma dotação inicial $(w_x, w_y) = (1{,}5)$. Avalie:

⓪ O consumidor demandará liquidamente duas unidades de x se os preços forem $(p_x, p_y) = (1{,}1)$;

① Se o preço do bem x cair pela metade, o consumidor aumentará em $2{,}5$ unidades o seu consumo de x, em comparação com a escolha sob os preços unitários;

② Levando em conta a variação de preços citada acima, ajustando-se a renda para que o consumidor seja capaz de comprar a cesta original, teremos um efeito substituição de Slutsky de duas unidades;

③ Na mesma situação, o efeito renda tradicional será $1{,}5$;

④ Na mesma situação, o efeito renda-dotação será igual a $0{,}5$ unidades.

Solução

Note que a função de utilidade do consumidor é do tipo Cobb-Douglas, pois pode ser escrita como $U(x,y) = x^a y^b$, em que $a = b = 1/2$. Nesse caso, podemos usar a fórmula da função de demanda para esse tipo de preferências:

$$x(p_x, p_y, R) = \frac{a}{a+b}\frac{R}{p_x}$$

e

$$y(p_x, p_y, R) = \frac{b}{a+b}\frac{R}{p_y}.$$

Usando $a = b = 1/2$ obtemos:

$$x(p_x, p_y, R) = \frac{R}{2p_x} \tag{4}$$

e

$$y(p_x, p_y, R) = \frac{R}{2p_y}. \tag{5}$$

No presente caso, o poder aquisitivo do consumidor é dado pelo valor de sua dotação inicial, de tal sorte que tais funções de demanda podem ser substituídas por

$$x(p_x, p_y, w_x, w_y) = \frac{p_x w_x + p_y w_y}{2p_x} \quad (6)$$

e

$$y(p_x, p_y, w_x, w_y) = \frac{p_x w_x + p_y w_y}{2p_y}. \quad (7)$$

Ou, tomando $w_x = 1$ e $w_y = 5$,

$$x(p_x, p_y, 1, 5) = \frac{p_x + 5p_y}{2p_x} \quad (8)$$

e

$$y(p_x, p_y, 1, 5) = \frac{p_x + 5p_y}{2p_y}. \quad (9)$$

⓪ VERDADEIRO. Usando as funções (8) e (9), as quantidades demandadas dos bens x e y aos preços $p_x = p_y = 1$ serão $x^* = y^* = 3$. A demanda líquida do bem x é dada pela diferença entre a demanda bruta, $x^* = 3$, e a dotação inicial desse bem, $w_x = 1$: $x^* - w_x = 3 - 1 = 2$.

① VERDADEIRO. Conforme vimos acima, quando os dois preços são unitários, a quantidade demandada do bem x é igual a 3. Considerando agora $p_x = 1/2$ e $p_y = 1$, obtemos, aplicando (8), $x\left(\frac{1}{2}, 1, 1, 5\right) = 5{,}5 = 3 + 2{,}5$.

② FALSO. Se a renda for ajustada para que a linha de restrição orçamentária volte a passar sobre a cesta da bens originalmente consumida, $(x, y) = (3, 3)$, então, ela deverá ser, aos preços $p_x = 1/2$ e $p_y = 1$, $R_C = \frac{1}{2} \times 3 + 1 \times 3 = 9/2$. Substituindo esse valor em (4) chegamos à quantidade demanda do bem x após a compensação de Slutsky: $x_c = \frac{1}{2}\frac{9/2}{1/2} = \frac{9}{2}$. Assim, o efeito substituição de Slutsky é $4{,}5 - 3 = 1{,}5$ unidades.

③ VERDADEIRO. Se entendermos que por "efeito renda tradicional" o examinador quer dizer "efeito renda comum" ou "efeito renda ordinário", ou seja, o efeito renda desconsiderando o impacto da variação de preço sobre o valor da dotação inicial, tal efeito é dado pela diferença entre a quantidade demandada do bem x ao preço final, $p_x = 0{,}5$,

considerando-se uma renda igual ao valor inicial da dotação do consumidor, 6, e a quantidade demandada desse bem também ao preço final, considerando-se a renda após a compensação de Slutsky, ou seja, $9/2$, ou seja $x(1/2, 1, 6) - x(1/2,\ 1,\ 9/2)$. Usando (4), essa diferença é dada por

$$x(1/2,\ 1,\ 6) - x(1/2,\ 1,\ 9/2) = \frac{1}{2}\frac{6}{1/2} - \frac{1}{2}\frac{9/2}{1/2} = 1{,}5.$$

④ FALSO. O efeito renda dotação é a diferença entre a demanda final do bem x e a demanda desse bem ao preço final considerando-se uma renda igual ao valor inicial da dotação orçamentária. A quantidade demandada do bem x após a redução no preço do bem 1, conforme vimos no item 1 acima é $x_1 = 5{,}5$. A quantidade demandada desse bem ao preço $p_x = 1/2$ ao valor inicial da dotação do consumidor é (veja o item anterior) $x_1^o = 6$. Assim, o efeito renda dotação é

$$5{,}5 - 6 = -0{,}5.$$

O efeito renda dotação tem o mesmo sinal que a variação no preço do bem x, porque esse é um bem normal. Nossa resposta difere do gabarito. Neste o sinal negativo do efeito renda dotação é ignorado. Todavia, entendemos que o sinal deva sempre ser considerado pois o efeito renda dotação pode tanto ser positivo quanto negativo.

Questão 3

Com respeito aos efeitos dos impostos, assinale quais das afirmações abaixo são verdadeiras:

Ⓞ Se as curvas de demanda e oferta do mercado forem lineares, sendo p o preço do produto e t um imposto específico, então $dp/dt = \eta/(\eta - \epsilon)$, em que η é a elasticidade preço da oferta e ϵ é a elasticidade preço da demanda;

① No caso de um imposto específico t, o equilíbrio do mercado será diferente se o imposto for cobrado dos vendedores ou dos compradores;

② Se a elasticidade preço da demanda for 0 (zero) e a elasticidade preço da oferta for 1, o custo do imposto específico recairá totalmente sobre os produtores;

③ O peso morto decorrente da introdução de um imposto específico em um mercado com curvas de oferta e demanda lineares não depende do preço antes da incidência do imposto;

④ Se as curvas de demanda e oferta forem lineares, a receita fiscal do governo compensa a introdução de um imposto específico e gera um peso morto nulo.

Solução

Ⓞ VERDADEIRO. A condição de equilíbrio em um mercado com um imposto específico pode ser expressa por $q^d(p) = q^2(p-t)$ em que p é o preço bruto, isto é, incluindo o imposto, da mercadoria, $q^d(p)$ é a função de demanda dessa mercadoria e $q^s(p-t)$ é a função de oferta, considerando o valor recebido pelos vendedores da mercadoria, que é o preço líquido do imposto $p-t$. Tal igualdade define o preço p como uma função implícita do valor do tributo t. Podemos então usar o teorema da função implícita para diferenciar os dois lados da igualdade em relação a t e obter

$$\frac{dq^d(p)}{dp}\frac{dp}{dt} = \frac{dq^s(p-t)}{dp}\left(\frac{dp}{dt} - 1\right)$$

Multiplicando os dois lados por q/p q e p são a quantidade e o preço de equilíbrio, respectivamente, obtemos

$$\frac{dq^d(p)}{dp}\frac{q}{p}\frac{dp}{dt} = \frac{dq^s(p-t)}{dp}\frac{q}{p}\left(\frac{dp}{dt} - 1\right)$$

Ou,

$$\epsilon \frac{dp}{dt} = \eta \left(\frac{dp}{dt} - 1 \right)$$

O que resulta em [1]

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\eta}{\eta - \epsilon} = \frac{\eta}{\eta + |\epsilon|}.$$

Essa é a fórmula que relaciona o efeito de um imposto sobre o preço (bruto) de equilíbrio. Ela é válida para quaisquer funções diferenciáveis de demanda e de oferta.[2] Em particular, ela é válida para funções de demanda e oferta lineares.

① FALSO. A condição de equilíbrio, é, conforme vimos, $q^d(p) = q^s(p-t)$, na qual, p é o preço ao consumidor, ou seja o preço bruto, incluindo o tributo, $q^d(p)$ é a função de demanda e, $q^s(p-t)$ é a função de oferta que depende do preço líquido do imposto, $p - t$. Essa condição independe de quem seja responsável pelo pagamento efetivo do imposto. E, portanto, o preço e a quantidade de equilíbrio também independem de quem seja formalmente responsável pelo pagamento do tributo.

② FALSO. Empregando a fórmula que demonstramos no item 0, caso a elasticidade preço da demanda seja igual a zero, desde que a elasticidade-preço da oferta seja diferente de zero, $dp/dt = 1$, o que indica que todo tributo é repassado ao preço ao consumidor, p.

③ VERDADEIRO. Assumindo que as duas funções sejam lineares, então, a função de demanda tem a forma $q^d = a - bp_d$ e a função de oferta tem a forma $q^s = c + dp_s$ nas quais, a, b, c e d são constantes positivas e p_d e p_s são o preço do produto tal como percebido, respectivamente, pelos demandantes e pelos ofertantes, isto é $p_s = p_d - t$. O peso morto do imposto é dado pela área acima da curva de oferta e abaixo da curva de demanda entre o equilíbrio após a introdução do imposto e o equilíbrio quando não há imposto.

Sem o imposto, $p_d = p_s = p$. Assim, quando não há imposto, a condição de equilíbrio é

$$a - bp = c + dp.$$

O preço de equilíbrio, p^* é aquele que torna essa condição verdadeira:

$$p^* = \frac{a - c}{b + d}.$$

[1]Note que η representa a elasticidade da oferta em relação ao preço bruto, p, não em relação ao preço líquido, $p - t$.

[2]Em português, essa fórmula diz que o efeito de uma variação no imposto específico sobre o preço bruto do produto é tando menor quanto menos elástica for a oferta e quanto mais elástica for a demanda desse produto e, inversamente, tanto maior quanto mais elástica for a função de oferta e menos elástica for a função de demanda. Além disso, esse efeito nunca será superior a 100% da variação do imposto.

E a quantidade de equilíbrio é obtida substituindo esse preço na função de demanda ou na função de oferta:

$$q^* = a - bp^* = c + dp^* = \frac{ad + bc}{b + d} \tag{10}$$

Com o imposto, a condição de equilíbrio passa a ser

$$a - bp_d = c + dp_s \Rightarrow a - bp_d = c + d(p_d - t).$$

Resolvendo para p_d, encontramos o preço bruto de equilíbrio, p_d^{**}:

$$p_d^{**} = \frac{a - c + dt}{b + d}.$$

O preço de oferta (líquido do imposto) é dado por

$$p_s^{**} = p_d - t = \frac{a - c - bt}{b + d}.$$

Substituindo esses preços nas funções de demanda e de oferta, encontramos a quantidade de equilíbrio após o imposto:

$$q^{**} = a - bp_d^{**} = c + dp_s^{**} = \frac{ad + bc - bdt}{b + d}. \tag{11}$$

A figura 1 ilustra o equilíbrio de um mercado de um bem com oferta

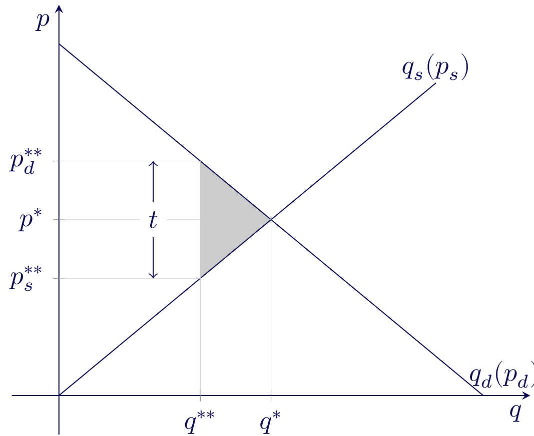


Figura 1: Equilíbrio com curvas de demanda e oferta lineares e tributo específico

e demanda lineares antes e após a introdução do imposto específico t.

A perda de peso morto (DWL) provocada pela introdução do imposto é dada pela área cinza. Esta é igual a

$$DWL = t\frac{q^* - q^{**}}{2}$$

Substituindo q^* por (10) e q^{**} por (11), obtemos

$$DWL = t\frac{\frac{ad+bc}{b+d} - \frac{ad+bc-bdt}{b+d}}{2} = \frac{bdt^2}{2(b+d)}.$$

Portanto a perda de peso mordo do imposto depende apenas do valor do imposto específico, t, e das inclinações em relação ao eixo vertical da curva de demanda, d, e da curva de oferta, d. Dados esses valores a perda de peso morto será a mesma independentemente do preço inicial.

④ FALSO. Empregando a fórmula para a perda de peso morto ou, em outras palavras, a perda de excedente social, provocada pela introdução do imposto, deduzida no item anterior, podemos ver que a introdução do imposto causa uma perda de excedente social nula apenas nos casos particulares em que a inclinação em relação ao eixo vertical de uma das curvas seja igual a zero, ou seja, apenas nos casos em que $b = 0$ ou $d = 0$. No caso em que $b, d > 0$ essa perda será positiva.

Questão 4

Um consumidor, cuja função utilidade é dada por $U(x,y) = \sqrt{x} + y$ possui renda $R = \$2{,}5$. O preço do bem y é unitário e P representa o preço de x. O preço P inicialmente é vinte e cinco centavos e passa em um segundo momento para cinquenta centavos. Avalie as proposições:

⓪ Na situação inicial o consumidor alcança utilidade $U = 3$;

① No segundo momento a cesta consumida será $U(x,y) = (1{,}3)$;

② A variação compensadora (VC) é igual a vinte e cinco centavos, que devem ser dados ao consumidor após a mudança no preço;

③ A variação equivalente (VE) requer que se tire dinheiro do consumidor antes da variação no preço para que, neste caso, a utilidade se reduza em meia unidade;

④ Neste caso, as variações compensadora e equivalente são iguais ao excedente do consumidor.

Solução

Para responder essa questão, será útil derivar as funções de demanda e a função de utilidade indireta desse consumidor. Comecemos pelas funções de demanda. Essas são encontradas quando determinamos as quantidades de cada um dos bens que maximizam a utilidade do consumidor dada a restrição orçamentária $Px + y \leq R$ na qual P é o preço do bem x, o preço do bem y é 1 e R é a renda do consumidor. Como sabemos, as condições de máximo de primeira ordem para esse tipo de problema são a) o valor absoluto da taxa marginal de substituição deve ser igual à razão entre os preços dos bens x e y e b) a cesta escolhida deve estar sobre a linha de restrição orçamentária. O módulo da taxa marginal de substituição é

$$|TMS| = \frac{UMg_x}{UMg_y} = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

Note que a TMS é decrescente em relação a x para qualquer valor positivo de x, e não depende de y. Isso indica que as preferências são estritamente quase côncavas. Assim, se uma cesta de bens com quantidades positivas de x satisfizer as condições de máximo de primeira ordem, ela também satisfará a condição de máximo de segunda ordem. As condições de máximo de

primeira ordem, podem ser escritas como

$$\begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{x}} = P \\ Px + y = R \end{cases}$$

Qualquer solução interior deve satisfazer essa duas equações. A solução da primeira delas, dá a demanda do bem x para o caso de uma solução interior:

$$x = \frac{1}{4P^2}.$$

Essa é a quantidade que será demandada do bem x caso ela seja compatível com a renda do consumidor, ou seja, caso

$$P \times \frac{1}{4P^2} = \frac{1}{4P} \leq R,$$

ou,

$$\frac{1}{4P^2} \leq \frac{R}{P},$$

Caso isso não ocorra, o consumidor deverá contentar-se em consumir R/P unidades do bem x. Desse modo, a função de demanda pelo bem x é dada por

$$x(P,R) = \min\left\{\frac{1}{4P^2}, \frac{R}{P}\right\}. \tag{12}$$

A demanda pelo bem y será dada pela razão entre o que sobra da renda do consumidor após adquirir a quantidade demandada do bem x e o preço do bem y que, no caso do presente exercício, é unitário:

$$y(P,R) = R - P\min\left\{\frac{1}{4P^2}, \frac{R}{P}\right\} = R - \min\left\{\frac{1}{4P}, R\right\}$$

o que equivale a

$$y(P,R) = \max\left\{0, R - \frac{1}{4P}\right\}. \tag{13}$$

Finalmente, a função de utilidade indireta é obtida substituindo as funções de demanda pelos bens x e y na função de utilidade do consumidor:

$$V = \sqrt{\min\left\{\frac{1}{4P^2}, \frac{R}{P}\right\}} + \max\left\{0, R - \frac{1}{4P}\right\} = \min\left\{\frac{1}{2P}, \sqrt{\frac{R}{P}}\right\} + \max\left\{0, R - \frac{1}{4P}\right\}$$

É mais conveniente apresentar essa função definida nos intervalos $R \geq 1/(4P)$ e $R < 1/(4P)$, conforme se segue:

$$V(P,R) = \begin{cases} \frac{1}{4P} + R & \text{caso } R \geq \frac{1}{4P} \\ \sqrt{\frac{R}{P}} & \text{caso } R < \frac{1}{4P} \end{cases} \tag{14}$$

⓪ FALSO. Aplicando $R = 2{,}5$ e $P = 0{,}25$ em (14), encontramos o nível de utilidade inicial:

$$V = \frac{1}{4 \times 0{,}25} + 2{,}5 = 3{,}5.$$

Note que, calculamos a utilidade do consumidor com base na primeira linha de (14), pois, no caso, $R = 2{,}5 > \frac{1}{4P} = 1$.

① FALSO. A cesta de bens informada tem custo $0{,}5 \times 1 + 1 \times 3 = 3{,}5$ superior à renda do consumidor. Portanto, não pode ser a cesta de bens demandada. Com isso, já poderíamos concluir que a afirmação é falsa. Caso queira, as quantidades demandadas podem ser encontradas, aplicando $R = 2{,}5$ e $P = 0{,}5$ nas equações (12) e (13):

$$x = 1$$

e

$$y = 2$$

② FALSO. Empreguemos a seguinte definição da variação compensatória (ou compensadora):

$$V(P^1, R - VC) = V(P^0, R)$$

na qual P^0 é o preço inicial, no caso dessa questão, igual a \$$0{,}25$ por unidade do bem x e P^1 é o preço final, no caso dessa questão, igual a \$$0{,}50$ por unidade do bem. Note que, como houve um aumento no preço do bem x, a variação compensatória deve ser necessariamente negativa, de tal sorte que, como

$$R = 2{,}5 => \frac{1}{2} = \frac{1}{4 \times 0{,}5} = \frac{1}{4P^1},$$

$$R - VC > \frac{1}{4P^1},$$

O que indica que não haverá solução de canto após a aplicação da variação compensatória. Assim, empregado a fórmula da função de utilidade indireta em (14), a variação compensatória pode ser calculada conforme se segue:

$$\frac{1}{4P^1} + R - VC = \frac{1}{4P^0} + R$$
$$VC = \frac{1}{2P^1} - \frac{1}{2P^0}$$

Usando $P^1 = 0{,}5$ e $P^0 = 0{,}25$, obtemos

$$VC = -0{,}5.$$

Isso indica que, para compensar o consumidor pelo aumento no preço do bem x, é necessário que o consumidor receba $\$0{,}50$ após o aumento no preço.

③ VERDADEIRO. Caso você tenha percebido que a função de utilidade de nosso consumidor é quase linear e se lembre que, para tal tipo de função, as variações compensatória e equivalente são iguais, então concluirá que, com base na medida da variação compensatória calculada no item anterior,

$$VE = -0{,}5.$$

Isso significa que o aumento no preço do bem x gera, para nosso consumidor, uma perda de bem estar equivalente a uma redução de $\$0{,}50$ em sua renda.

Caso não se lembre disso, você precisará calcular a variação equivalente. Para tal, usemos a definição

$$V(P^0, R + VE) = V(P^1, R).$$

Assuma que a variação equivalente, ainda que negativa, tenha um valor absoluto pequeno o suficiente para garantir que, após a aplicação dessa variação na renda do consumidor, seu equilíbrio não seja de canto, ou seja, um valor suficiente para fazer

$$\frac{R + VE}{P^0} > \frac{1}{4P^0},$$

o que implica,

$$\frac{2{,}5 + VE}{0{,}25} > 1 \Rightarrow VE \geq -2{,}25.$$

Nesse, caso, usando (14), podemos calcular a VE conforme se segue:

$$\frac{1}{4 \times 0{,}25} + 2{,}5 - VE = \frac{1}{4 \times 0{,}5} + 2{,}5$$
$$VE = -0{,}5.$$

Como $VE = -0{,}5 > -2{,}25$, nossa hipótese inicial de que mesmo após a aplicação da variação equivalente, o equilíbrio do consumidor não configura solução de canto, foi corroborada e, consequentemente, podemos estar certos que, efetivamente $VE = -0{,}5$.

④ VERDADEIRO. Basta notar que a função de utilidade é quase linear em y. Isso implica, como sabemos, desde que não haja solução de canto, a igualdade entre a VE e a VC associadas a uma mudança no preço de x. Além, disso, nos dois últimos itens, pudemos verificar esse igualdade, pois obtivemos $VC = VE = -0{,}5$.

Questão 5

Com relação à demanda, indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras:

⓪ A elasticidade preço da demanda não é definida quando uma curva de demanda linear intercepta o eixo da quantidade;

① A elasticidade preço da demanda será estritamente superior a 1 para quantidades entre o ponto médio de uma curva de demanda linear e o ponto onde ela intercepta o eixo das quantidades;

② Não há pontos em uma curva de demanda linear que apresentem elasticidade preço infinita;

③ Não há pontos em uma curva de demanda linear que sejam perfeitamente preço- inelásticos;

④ Os bens são ditos substitutos quando a elasticidade preço cruzada da demanda é negativa.

Solução

⓪ FALSO. A elasticidade preço da demanda de um bem i qualquer é dada pela fórmula

$$\epsilon = \frac{\partial}{\partial p_i} x_i(\mathbf{p}, R) \times \frac{p_i}{x_i(\mathbf{p}, R)},$$

na qual R é a renda do consumidor, $\mathbf{p}$ é o vetor de preços, e $x_i(\mathbf{p}, R)$ é a função de demanda pelo bem i. As condições para que ela seja definida são a) a função de demanda deve ser diferenciável e b) a quantidade demandada deve ser diferente de zero. Isso significa que a função de demanda não é definida no ponto em que a curva de demanda intercepta o eixo do preço, não da quantidade.

① FALSO. Na verdade, a elasticidade preço da demanda para uma curva de demanda linear é, em módulo, maior do que 1, no trecho da curva entre seu ponto médio e o ponto em que cruza o eixo dos preços. Segue uma explicação.

Se a curva de demanda é linear, ela pode ser expressa por uma função tal como:

$$x = a - bp$$

na qual a e b são constantes positivas, p é o preço de demanda e x é a quantidade demandada. A curva de demanda, cruza o eixo do preço quando $p = a/b$ e o eixo das quantidades quando $x = a$. A elasticidade preço da demanda será dada pela expressão

$$\epsilon = \frac{dx}{dp}\frac{p}{x} = -b\frac{p}{a - bp} = -\frac{p}{\frac{a}{b} - p}. \tag{15}$$

O numerador dessa expressão corresponde à distância entre o preço e a origem. O denominador corresponde à distância entre o preço no cruzamento da curva de demanda com o eixo vertical a/b e o preço correspondente ao ponto da curva de demanda para o qual se pretende calcular a elasticidade preço. Assumindo $a/b > p > 0$, temos que, quando $p > a/b - p$, a demanda é elástica, pois seu módulo, igual a $p/(a/b - p)$ será maior do que 1. Isso ocorre quando o preço está mais próximo do preço que zera a demanda do que de zero, isso é, quando o ponto considerado sobre a curva de demanda linear está acima de seu ponto médio. Quando, ou contrário, $p < a - bp$, o módulo da elasticidade preço da demanda será inferior a 1. Tal módulo será exatamente igual a 1 quando $p = (a/b) - p$. A figura 2 ilustra tais resultados. Assim, ao contrário do que é afirmado a elasticidade preço da demanda é, em módulo, superior a 1 no trecho entre o ponto médio da curva de demanda e o ponto no qual ela cruza o eixo *do preço*. No trecho entre o ponto médio da curva de demanda o e ponto no qual ela cruza o eixo da quantidade, essa elasticidade é, em módulo, menor do que 1.

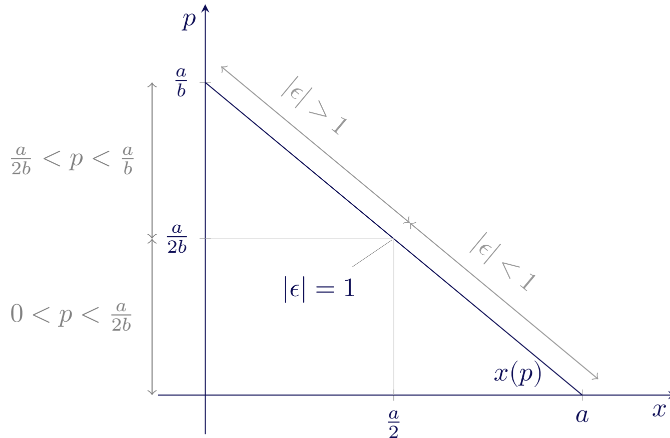


Figura 2: Elasticidade preço ao longo de uma curva de demanda linear.

② FALSO. De acordo com a expressão (15), na medida em que se aproxima pela direita do ponto de cruzamento da curva de demanda com

o eixo do preço, a elasticidade preço de uma curva de demanda linear atinge valores absolutos ilimitadamente mais elevados. Desse modo, pode-se dizer que, nesse ponto de cruzamento com o eixo do preço, a curva de demanda tem elasticidade preço infinita, ou, mais corretamente, que a elasticidade preço da demanda tende a infinito quando o preço se aproxima por baixo do preço que zera a quantidade demandada.

③ FALSO. Novamente considerando (15), no ponto da curva de demanda linear correspondente a $p = 0$, ou seja, no ponto de cruzamento dessa curva com o eixo da quantidade, a elasticidade preço da demanda é nula e, portanto, nesse ponto, a demanda é perfeitamente preço inelástica.

④ FALSO. Quando a elasticidade preço cruzada da demanda de um bem em relação ao preço de outro bem é negativa, dizemos que o primeiro é um complementar (bruto) do segundo. O primeiro é considerado substituto do segundo quando a referida elasticidade preço cruzada é positiva.

Questão 6

Com relação à Teoria da Produção no curto prazo, indique quais entre as afirmações abaixo são verdadeiras:

⓪ O produto marginal é zero quando o volume produzido é máximo;

① O produto médio é decrescente quando o produto marginal é maior do que o produto médio;

② O produto marginal deve ser igual ao produto médio quando este último é máximo;

③ A lei dos rendimentos marginais decrescentes resulta da queda na qualidade de unidades adicionais do insumo variável;

④ Avanços tecnológicos anulam a operação da lei dos rendimentos marginais decrescentes.

Solução

⓪ VERDADEIRO, desde que se considere que o ponto de produção máxima se dá com um emprego positivo do fator de produção variável considerado e que, nesse ponto, a função de produção seja diferenciável. Nesse caso, o ponto de produção máxima é um máximo interno e a condição de máximo de primeira ordem, segundo a qual as derivadas parciais da função de produção em relação a cada fator de produção variável são iguais a zero, deve ser atendida. Como essas derivadas parciais são precisamente, os produtos marginais dos fatores variáveis de produção, no ponto de produção máxima, o produto marginal de cada um deles deve ser igual a zero.

① FALSO. Se o produto marginal de um fator de produção é maior do que seu produto médio, o primeiro "puxa" o segundo para cima quando a quantidade empregada do fator de produção aumenta e, portanto, o produto médio deve ser crescente. Mais formalmente, se a função de produção é $y = f(\mathbf{x})$, na qual y é o total produzido e x é o vetor de insumos, o produto médio do insumo i é

$$PM_i = \frac{f(\mathbf{x})}{x_i}$$

em que x_i é a quantidade empregada desse insumo. Caso seja diferenciável, produto médio será crescente ou decrescente caso sua derivada

em relação a x_i seja, respectivamente, positiva ou negativa. Essa derivada é dada por

$$\frac{\partial PM_i}{\partial x_i} = \frac{d}{dx_i}\frac{f(\mathbf{x})}{x_i} = \frac{\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i}x_i - f(\mathbf{x})}{{x_i}^2} = \frac{\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i} - \frac{f(\mathbf{x})}{x_i}}{x_i} = \frac{PMg_i - PM_i}{x_i} \quad (16)$$

em que, PMg_i é o produto marginal do insumo i e PM_i é o produto médio desse insumo. Assim, desde que o emprego do insumo i seja positivo, caso seu produto marginal seja superior a seu produto médio, o último será crescente e, caso o produto marginal seja inferior ao produto médio, este será decrescente.

② VERDADEIRO, desde que se considere que, no ponto de produto médio máximo o produto marginal seja definido. Nesse caso, quando o produto médio é máximo, a condição de máximo de primeira ordem, qual seja, de que a derivada do produto médio em relação ao emprego do fator de produção considerado seja igual a zero, deve ser atendida. Empregando a expressão (16) derivada no item anterior, vemos que a condição para que essa derivada seja igual a zero é $PMg_i = PM_i$.

③ FALSO. Recomendamos que essa questão seja deixada em branco em virtude do fato de que o texto do item é bastante vago. A rigor, a afirmação é falsa, pelas razões que se seguem. Suponha, como contra exemplo uma função de produção com a forma:

$$y = x^{\alpha}q(x)$$

Na qual y é a quantidade produzida, x é a quantidade empregada do único insumo variável, α é uma constante positiva, e $q(x)$ é uma função diferenciável que descreve a qualidade média desse insumo. Mais especificamente, considere o caso em que $q(x) = x^{-\beta}$, em que β é também uma constante real, de tal sorte que a função de produção pode ser escrita como

$$y = x^{\alpha}x^{-\beta} = x^{\alpha-\beta}.$$

Nesse caso o rendimento marginal do fator variável será

$$\frac{d}{dx}x^{\alpha-\beta} = (\alpha-\beta)x^{\alpha-\beta-1}$$

Os rendimentos marginais serão decrescentes apenas quando essa função for decrescente o que somente ocorrerá caso $\alpha < \beta + 1$. A hipótese de que a qualidade do insumo é decrescente equivale em, nosso exemplo, a assumir que $\beta > 0$. Ora, ainda que se assuma isso, a lei dos rendimentos marginais decrescentes só estará garantida caso $\alpha \leq 1$. Caso contrário, desde que $\alpha > beta + 1$, os rendimentos marginais do insumo variável podem ser crescentes.

④ FALSO. Um avanço tecnológico é uma mudança na função de produção. Nada garante que, após essa mudança, deixe de prevalecer a lei dos rendimentos marginais decrescentes. Por exemplo, imagine que, originalmente, a função de produção seja $y = \ln x$ na qual y é a quantidade produzida e x é a quantidade empregada do único fator variável de produção. A produtividade marginal do fator variável é $1/x$, claramente decrescente. Um avanço tecnológico pode fazer com que a nova função de produção passe a ser $y = 2\ln x$. Nesse caso, a produtividade marginal do fator variável de produção passa a ser $2/x$, e continua sendo decrescente, de tal sorte que a lei dos rendimentos marginais decrescentes não foi anulada.

Questão 7

Uma firma apresenta função de produção dada por $Y(K, L) = aK^{\alpha}L^{\beta}$. Julgue as afirmativas, considerando constantes os preços do produto e dos dois insumos:

⓪ Se $A = 1$, $\alpha = \beta = 0{,}25$, então o produto marginal do trabalho será decrescente e a curva de custo total de longo prazo será convexa em relação à origem;

① Se $A = 2$, $\alpha = \beta = 0{,}5$, então qualquer plano radial que corta a função de produção, mantendo-se qualquer proporção capital-trabalho constante, resultará em cortes que são linhas retas;

② Se $A = 1$, $\alpha = \beta = 0{,}75$, então a curva de custo total no curto prazo será côncava em relação à origem, como também a função custo total no longo prazo;

③ Se $A = \alpha = \beta = 1$, então o custo marginal do capital no curto prazo será linear e a curva de custo médio de longo prazo será decrescente;

④ Se $A = 1$ e $\alpha = \beta = 1{,}25$, então o custo marginal no curto prazo será crescente e as curvas de isoquantas não serão convexas.

Solução

⓪ VERDADEIRO com alguma ambiguidade. Trata-se de uma função de produção do tipo Cobb-Douglas, para a qual sabemos que a) o produto marginal do um fator de produção será decrescente, constante ou crescente em relação ao emprego desse fator caso o seu expoente seja positivo e, respectivamente, menor, igual ou maior do que 1. Portanto, como o expoente do fator trabalho (L) é menor do que 1, podemos afirmar que o produto marginal do trabalho é decrescente em relação ao emprego desse fator.

Além disso, também sabemos que a função de produção Cobb-Douglas apresenta rendimentos crescentes, constantes ou decrescentes de escala conforma a soma dos expoentes dos fatores de produção ($\alpha + \beta$) seja, respectivamente, maior, igual ou menor do que 1. Assim, sendo $\alpha = \beta = 0{,}25$, $\alpha + \beta = 0{,}5 < 1$ e a função de produção apresenta rendimentos decrescentes de escala. Como funções de produção com rendimentos decrescentes de escala geram funções de custo crescentes a taxas crescentes, a curva de custo deve ser convexa abaixo.

A ambiguidade do exercício resulta do uso da expressão "convexa em relação à origem". A rigor, não faz sentido falar que uma curva que passa pela origem é convexa em relação a ela. Assim, a rigor, o item deveria ser considerado FALSO. Parece-nos todavia, que houve apenas um uso indevido da expressão "convexa em relação à origem" e que o que o examinador efetivamente queria dizer é que a curva de custo total de longo prazo é "convexa abaixo", ou seja, "côncava acima".

① VERDADEIRO. Caso, $\alpha = \beta = 0{,}5$, $\alpha + \beta = 1$, o que implicará rendimentos constantes de escala. Quando a razão capital trabalho é mantida constante, qualquer variação no emprego de um fator de produção é acompanhada de variação proporcionalmente equivalente no emprego do outro fator de produção. Quando os dois fatores de produção variam na mesma proporção e a função de produção apresenta rendimentos constantes de escala, a função de produção também varia nessa proporção.

② FALSO. Caso $\alpha = \beta = 0{,}75$, considerando-se que o fator fixo seja K, por ser $\beta < 1$, a função de custo de curto prazo será crescente a taxas crescentes e, portanto, a curva de custo de curto prazo será convexa abaixo. No longo prazo, efetivamente, como $\alpha + \beta = 1{,}5 > 1$, a função de produção apresentará rendimentos crescentes de escala e, consequentemente, a função de custo será crescente a taxas decrescentes em relação à quantidade produzida e a curva de custo será côncava abaixo. Note que aqui novamente, há uma certa ambiguidade gerada pelo uso das expressões "convexa em relação à origem" e "côncava em relação à origem".

③ AMBÍGUO. O gabarito dá VERDADEIRO. Se $\alpha = \beta = 1$, a função de produção é $Y(K, L) = KL$. Como a soma dos dois coeficientes é maior do que 1, haverá rendimentos crescentes de escala e, consequentemente, economias de escala. Isso significa que o custo médio de longo prazo será decrescente em relação à quantidade.

A ambiguidade reside no uso da expressão "custo marginal do capital no curto prazo". No contexto do exercício, essa expressão pode significar o custo marginal de contratação do capital ou o impacto marginal de uma variação no emprego desse fator sobre o custo de curto prazo, dado pela derivada da função de custo de curto prazo em relação a K.

Se considerarmos a primeira interpretação, o custo marginal do capital será dado pela expressão

$$CMg_k = \frac{d}{dK} rK$$

na qual r é o preço de uma unidade de capital. Se a empresa for tomadora de preços no mercado de insumo, então, o custo marginal da

contratação do capital erá constante e igual a r, e será, portanto, uma função linear.

Na segunda interpretação, devemos, inicialmente considerar que, no curto prazo, a demanda condicional do fator trabalho é

$$L(Y,K) = \frac{Y}{K}.$$

Assumindo que a empresa seja tomadora de preços nos mercados dos insumos e notando por r e w os preços de contratação do capital e do trabalho, respectivamente, a função de custo de curto prazo será:

$$C(Y,K) = wL(Y,K) + rK = w\frac{Y}{K} + rK.$$

O custo marginal do capital, segundo esse interpretação será, portanto:

$$\frac{\partial}{\partial K}c(Y,K) = r - w\frac{Y}{K^2},$$

o que é uma função linear em Y, mas não linear em K.

④ FALSO. Como $A = 1$ e $\alpha = \beta = 1{,}25$, a função de produção é $Y(K,L) = K^{1,25}L^{1,25}$. A demanda condicional de curto prazo de trabalho será

$$L(Y,K) = \frac{Y^{4/5}}{K},$$

e a função de custo de curto prazo será dada por

$$C(Y,K) = w\frac{Y^{4/5}}{K} + rK.$$

O custo marginal será, portanto dado por

$$CMg(Y,K) = \frac{\partial}{\partial Y}C(Y,K) = \frac{4}{5}w\frac{Y^{-1/5}}{K}.$$

Essa função é decrescente em relação a Y.

Além disso, as curvas de isoquanta de uma função Cobb-Douglas são sempre convexas em relação à origem, independentemente dos coeficientes assumidos, desde positivos.

Questão 8

Com relação a um mercado perfeitamente competitivo, indique quais entre as afirmações abaixo são verdadeiras:

⓪ Uma firma típica considerará os seus custos irrecuperáveis ao definir a quantidade ótima a ser produzida;

① Uma firma típica encerrará suas atividades no curto prazo se o preço for igual ao custo variável médio;

② A hipótese de produtos homogêneos não é relevante para que haja um preço único de equilíbrio no mercado;

③ A hipótese de ausência de custos de transação na efetivação da demanda dos consumidores é importante para evitar que algum produtor usufrua de poder de mercado e comprometa o caráter perfeitamente competitivo do setor;

④ Dispêndios elevados com pesquisa e desenvolvimento de novos produtos podem comprometer a hipótese de livre mobilidade dos fatores de produção.

Solução

⓪ FALSO. Em sua decisão de quanto produzir, a firma maximizadora de lucro deve considerar apenas os custos afetados pelo nível de produção. Os custos irrecuperáveis não são afetados pela decisão corrente de quanto produzir e, portanto, não devem ser considerados.

① FALSO. Se o preço for igual ao custo variável médio, a empresa será capaz de produzir com excedente do produtor nulo. Isso a deixará indiferente entre produzir ou não. Não é correto, portanto, afirmar que ela deixará de produzir.

② FALSO. Se houver um equilíbrio com produto não homogêneo, é provável que haja produtos mais desejados pelos consumidores. Estes deverão ser vendidos a um preço mais elevado.

③ VERDADEIRO. Caso haja custos de transação envolvidos na venda de um produto, e estes custos de transação sejam diferentes para produtores diferentes, produtores para os quais o custo de transação é menos elevado passam a usufruir poder de monopólio e podem praticar preço diferente do que seria praticado em concorrência perfeita.

④ VERDADEIRO. A irreversibilidade dos investimentos em pesquisa e desenvolvimento impede a livre saída de capitais investidos com essa finalidade e, por definição comprometendo a saída de capitais do setor.

QUESTÃO 9

No Modelo de Liderança-preço, a firma líder escolhe o preço que deseja cobrar, levando em conta em sua decisão o fato de que a empresa seguidora agirá como tomadora de preços ao maximizar seu próprio lucro. A demanda inversa enfrentada pelas firmas é $P = 100 - Q_t$, sendo Q_t a produção conjunta das duas firmas. Se as funções custo marginal da seguidora e da líder forem representadas respectivamente por $CMg_S = 4Q$ e $CMg_L = 0{,}4Q$, então:

⓪ A firma líder, ao cobrar mais caro, além de reduzir a demanda total, observa parcela maior da demanda atendida pela rival;

① A firma seguidora age como monopolista, levando em conta a função de demanda residual para o cálculo da sua receita marginal;

② A função demanda residual inversa é dada por $P(q) = 80$–$0{,}8Q$;

③ O preço escolhido pela líder será $P = \$48$;

④ A firma seguidora produzirá $Q = 16$.

Solução

Vale a pena resolver o modelo antes de considerar cada item individual. Primeiramente, determinemos a função de demanda não invertida:

$$Q_t(P) = 100 - P.$$

A função de oferta da seguidora é encontrada igualando o seu custo marginal ao preço do produto:

$$4Q_s = P \Rightarrow Q_s(P) = \frac{P}{4}, \tag{17}$$

na qual Q_s é a quantidade produzida pela seguidora. A demanda residual da empresa líder é, portanto:

$$Q_l(P) = Q_t(P) - Q_s(P) = 100 - P - \frac{P}{4} = 100 - \frac{5}{4}P.$$

Para determinar a receita marginal da líder, inicialmente invertemos a função de demanda líquida:

$$P = 80 - \frac{4}{5}Q_l. \tag{18}$$

A receita marginal da líder é a receita marginal associada a essa função de demanda:

$$P = 80 - \frac{8}{5}Q_l.$$

Sua produção ótima é obtida ao igualar-se tal receita marginal a seu custo marginal:

$$RMg_l = CMg_l \Rightarrow 80 - \frac{8}{5}Q_l = 0{,}4Q_l \Rightarrow Q_l = 40. \tag{19}$$

Substituindo esse valor em (18), obtemos o preço a ser anunciado pela líder

$$P = 48. \tag{20}$$

Por fim, substituindo esse preço em (17), encontramos a quantidade produzida pela seguidora

$$Q_s = 12. \tag{21}$$

⓪ FALSO. Comparando (20) e (21), vemos que a empresa líder deverá atender a 80% da demanda total.

① FALSO. É a empresa *líder* que age como monopolista, levando em conta a função de demanda residual para o cálculo de sua receita marginal. A empresa seguidora se comporta como simples tomadora de preço.

② VERDADEIRO. A função informada é igual à função (18).

③ VERDADEIRO. O valor informado é o valor que encontramos em (20).

④ FALSO. Conforme (21), a quantidade produzida pela seguidora será $Q_s = 12$.

Questão 10

Com relação à Teoria das Externalidades, é correto afirmar:

⓪ Quando uma atividade produz externalidades positivas, o nível eficiente de produção é alcançado quando o benefício marginal social é igual ao custo marginal da atividade;

① Quando o governo possui informações limitadas sobre os custos e os benefícios resultantes da redução da emissão de um poluente, e quando a curva de custo marginal social for muito inclinada e a curva de custo marginal da redução é plana, a imposição de um limite legal à quantidade de poluente que pode ser emitido é preferível a uma taxa sobre a emissão;

② Se as empresas poluidoras possuem processos produtivos diferentes e diferentes custos de redução de emissões, taxas sobre a quantidade de poluente emitida podem ser preferíveis à imposição de um limite;

③ Externalidades de difusão não geram falhas de mercado;

④ Mesmo que não haja intervenção governamental para a reciclagem do lixo, alguma reciclagem poderá ocorrer se os preços dos materiais novos forem muito elevados em relação ao material reciclado.

Solução

⓪ VERDADEIRO. De um modo geral, o nível eficiente de produção de qualquer atividade é obtido igualando-se o custo social marginal dessa atividade ao benefício social marginal de seu produto. Como a atividade envolve apenas externalidades positivas, o custo social marginal e o custo marginal (privado) são iguais, de tal sorte que a condição de eficiência reduz-se à igualdade entre o custo marginal e o benefício social marginal.

① VERDADEIRO, desde que a expressão "curva plana" em "a curva de custo marginal da redução é plana", seja entendida como "uma curva pouco inclinada" ou "uma curva horizontal".[3]. A Figura 3 mostra uma

[3]Esse não é o significado que usualmente se atribui à expressão. O significado usual de "curva plana" é o de uma curva que está inteiramente contida em um plano Veja, por exemplo, http://mathworld.wolfram.com/PlaneCurve.html, ou, para uma referência em português https://pt.wikipedia.org/wiki/Curva_plana.

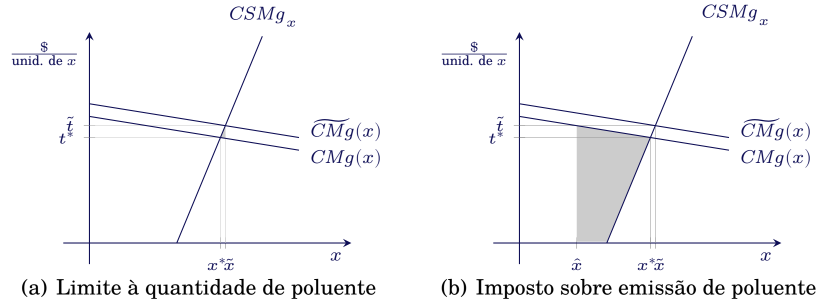


Figura 3: Políticas alternativas de controle da poluição.

possível curva de custo social marginal da poluição, $CSMg(x)$, com elevada inclinação e uma curva de custo marginal de redução da poluição $CMg(x)$. O nível efeiciente de poluição é x^* e ele pode ser atingido através de uma política que diretamente restringe a emissão do poluente a esse nível, ou através de uma política que imponha uma taxa pigouviana igual a t^* por unidade de polente emitida. Suponha que o governo conheça a curva de custo marginal social da poluição, mas apenas possa estimar a curva de custo marginal de redução da poluição. Ao fazer essa estimativa, ele comete um pequeno erro e estima a curva $\widetilde{CMg}(x)$ e, consequentemente, avalia que o nível eficiente de poluição é $\tilde{x}$ e que esse nível de poluição pode ser atingido com uma taxa pigouviana de $\tilde{t}$ por unidade de poluição emitida.

Caso o governo estabeleça que o nível máximo de poluição emitido seja igual a $\tilde{x}$, a quantidade de poluição diferirá pouco da quantidade ótima e a perda de peso morto decorrente do excesso de poluição será dada pela pequena área em cinza na Figura 3(a). Caso, ao contrário, o governo estabeleça a taxa pigouviana no valor $\tilde{t}$, a quantidade total de poluição emitida será $\hat{x}$, significativamente inferior à quantidade ótima, e a perda de peso morto gerada será dada pela área cinza na Figura 3(b).

② VERDADEIRO. As taxas sobre as quantidades de poluentes emitidas pelas empresas fazem com que empresas reduzam sua poluição até o ponto em que os custos marginais das empresas em realizar essa redução se igualem. Essa é uma condição para garantir que a redução de poluição se dê a um custo mínimo.

③ FALSO. Externalidades de difusão, também conhecidas como externalidades de rede, ocorrem quando as preferências de um consumidor dependem do número de outros consumidores que consomem um determinado bem. Por exemplo, um consumidor valorizará mais uma linha telefônica, quanto maior for o número de outras pessoas que

possuam uma linha telefônica. Externalidades de difusão podem gerar significativas falhas de mercado ao gerar um equilíbrio no qual a maioria dos consumidores adquirem um produto, apenas porque ele é usado pela maioria dos consumidores, mas estariam melhores se todos trocassem esse produto por um substituto considerado superior. Por exemplo, os softwares que usamos em nossos computadores podem não ser os mais eficientes tecnicamente, mas nós preferimos usá-los porque eles são compatíveis com os mesmos softwares empregados por outas pessoas, o que facilita a troca de arquivos e o trabalho comum.

④ VERDADEIRO. Se as empresas tomam suas decisões baseadas no objetivo de maximizar seu lucro, elas obterão a matéria prima de que necessitam através do processo de reciclagem desde que o custo de obtenção dessa matéria prima por esse processo seja inferior ao custo de obtenção da mesma matéria prima através de outras fontes.

Questão 11

Com relação aos problemas de assimetria de informação, indique quais entre as afirmativas abaixo estão corretas:

⓪ Seleção adversa diz respeito a uma ação não observável;

① Problemas morais dizem respeito a características não observáveis;

② Quando empresas de seguros reúnem informações sobre demandantes de seguros, diz-se que elas estão fazendo screening;

③ Certificações de produtos são uma forma de reduzir o "problema dos limões" decorrente de seleção adversa;

④ Seguros com cobertura universal obrigatória podem ser uma forma de prevenir seleção adversa.

Solução

⓪ FALSO. O processo de seleção adversa está relacionado à incapacidade de uma das partes de observar características da outra parte. Nesse sentido, ele está relacionado aos assim chamados problemas de tipo oculto e não aos chamados problemas de ação oculta.

① FALSO. Os problemas de *moral hazard* estão relacionados a incapacidade de uma das partes do contrato de observar as ação de outra parte. Portanto, são problemas associados à existência de ações ocultas e não de tipo ou características ocultas.

② VERDADEIRO. Screening é o processo através do qual as empresas de seguro procura minimizar as assimetrias de informação relativas às características dos segurados.

③ VERDADEIRO. A certificação de um produto pode, sob certas circunstâncias servir como um sinalizador, isto é um mecanismo que permite os detentores de produtos com características desejáveis mostrar que seu produto efetivamente possui essas características. Isso ocorrerá desde que a certificação seja impraticável ou muito custosa para os detentores do mau produto, mas obtida a baixo custo pelos detentores do bem produto.

④ FALSO. A obrigatoriedade de cobertura universal em um seguro faz com que seu custo aumente, pois a empresa seguradora deverá fazer

provisão para uma quantidade maior de sinistros do que faria caso a cobertura não fosse obrigatoriamente universal. O custo mais elevado estimula os potenciais segurados de baixo risco a não fazer o seguro, de tal sorte que a participação das pessoas de baixo risco no total de segurados tende a ser menor do que a participação de pessoas da baixo risco na população em geral.

Questão 12

Uma firma é monopolista no mercado do bem (Y), que produz contratando trabalho (L) em um mercado competitivo. A demanda de mercado pelo bem é $Y = 100 - P$, a função de produção é dada por $Y(L) = \sqrt{L}$, sendo L a quantidade de trabalho empregado e $w = \$24$ o salário por unidade de L. Avalie:

⓪ A curva da receita marginal do trabalho, dada pela multiplicação do produto marginal do trabalho pela receita marginal do bem, fica sempre acima da curva que representa o valor do produto marginal do trabalho, dada pela multiplicação do preço pelo produto marginal do trabalho;

① A função receita marginal do trabalho é dada por $RMg_L = \frac{50}{\sqrt{L}} - 2$;

② A firma maximizadora de lucros emprega quatro unidades de trabalho;

③ O preço de Y será $p = \$96$;

④ Como a firma é monopolista, o valor marginal de uma unidade de trabalho é menor do que caso fosse uma firma competidora, embora a quantidade total de trabalho valha mais para a firma monopolista.

Solução

⓪ FALSO. Como a receita marginal de um monopolista é menor do que seu preço de demanda e como o produto marginal do trabalho é positivo. Multiplicando-se este último pela receita marginal da empresa devemos obter uma valor inferior ao que obteríamos multiplicando o mesmo produto marginal pelo preço de mercado ao qual ele é vendido. Desse modo, a curva de valor do produto marginal do trabalho deve ficar acima da curva de receita marginal do trabalho.

① FALSO. A produtividade marginal do trabalho é dada por

$$PMg_L = \frac{d}{dL}Y = \frac{d}{dL}\sqrt{L} = \frac{1}{2\sqrt{L}}.$$

Invertendo a função de demanda obtemos

$$P(Y) = 100 - Y$$

Na qual $P(Y) = 100 - Y$ é a função que informa o preço máximo que a epresa pode cobrar caso queira vender Y unidades de seu produto. A receita total da empresa em função da quantidade produzida é, assim,

$$RT(Y) = P(Y)Y = 100Y - Y^2.$$

E sua receita marginal é

$$RMg(Y) = \frac{d}{dY}RT(Y) = 100 - 2Y.$$

A receita marginal do trabalho (RMg_L) é dada pelo resultado da multiplicação do produto marginal desse fator de produção pela receita marginal da empresa:

$$RMg_L = PMg_L \times RMg = \frac{100 - 2Y}{2\sqrt{L}}.$$

Como, pela função de produção, $Y = \sqrt{L}$,

$$RMg_L = \frac{100 - 2\sqrt{L}}{2\sqrt{L}} = \frac{50}{\sqrt{L}} - 1.$$

② VERDADEIRO. A firma maximizadora de lucro deve contratar a quantidade de trabalho que iguala a receita marginal do trabalho ao seu preço, ou seja, deve escolher L, de modo a fazer

$$\frac{50}{\sqrt{L}} - 1 = 24 \Rightarrow L = 4.$$

③ FALSO. Se $L = 4$, $Y = \sqrt{L} = 2$, e $P = 100 - Y = 98$.

④ IMPRECISO. O gabarito dá verdadeiro. Recomendo que se evite responder um item como esse.

Há, ao menos, dois pontos mal esclarecidos nessa afirmação. O primeiro deles é o que deve ententer-se pelo termo “valor”. O segundo é sob que condições deve ser feita a comparação entre a empresa em concorrência perfeita e a empresa monopolista: quando as duas empresas e seus respectivos mercados estão em equilíbrio? Quando as duas empresas produzem a mesma quantidade? Nesse último caso, que preço do produto deverá ser considerado para uma empresa em concorrência perfeita?

Na minha avaliação o enunciado não esclarece suficientemente esses pontos. Assim, responderei de acordo com minha interpretação. Primeiramente, entenderei como valor do trabalho o valor que pode ser gerado pelo seu emprego. Tal valor pode ser pensado do ponto de vista social ou do ponto de vista da empresa. No primeiro caso, o

valor do trabalho é o excedente social, líquido de todos os custos exceto o custo do trabalho, associado ao produto gerado por esse fator de produção. No segundo caso, ou seja, avaliado sob o ponto de vista de empresa, o valor do trabalho é dado pela receita da empresa que pode ser atribuída ao emprego desse fator de produção. Tal receita equivale à disposição máxima da empresa a pagar por essa quantidade do fator de produção quando a alternativa é não contratá-lo em absoluto, visto que, pagando menos do que esse valor, a empresa tem um ganho positivo, pagando exatamente esse valor, a empresa não ganha nem perde e, pagando mais do que esse valor, a empresa tem um ganho líquido negativo. Acredito que o enunciado sugere que o valor do trabalho deva ser medido do ponto de vista da empresa, pois ele sugere a comparação desse valor para a firma monopolista relativamente ao mesmo valor para a firma em concorrência perfeita.

De acordo com essa interpretação, o "valor marginal de uma unidade de trabalho" para uma determinada empresa é a assim chamada receita marginal do trabalho. Para deixar as coisas um pouco mais claras, assuma que o trabalho seja o único fator de produção empregado por uma determinada empresa. Seja $y = f(\ell)$ a função de produção dessa empresa na qual y é o total produzido e ℓ é a quantidade empregada de trabalho. Seja tabém $p(y)$ a função de demanda inversa pelo produto da empresa individual, de tal sorte que, para um empresa monopolista, essa função, que denotaremos no caso por $p_m(y)$, é monotonicamente decrescente e, para uma empresa em concorrência perfeita, essa função é $p_c(y) = p^*$ em que p^* é o preço de mercado do produto o qual a empresa em concorrência perfeita considera que não é afetado por sua decisão de produção. De acordo com minha interpretação, o valor da quantidade de trabalho que uma empresa emprega é dado pela receita de seu produto $RT(y) = p(y) \times y$[4] e o valor marginal do emprego do trabalho é dado pelo impacto marginal desse emprego sobre essa receita, conhecido como "receita marginal do fator de produção" ou "receita do produto marginal do fator de produção", que abreviaremos aqui por RMg_ℓ:

$$RMg_\ell = \frac{dRT(y)}{d\ell} = \frac{dRT}{dy}\frac{dy}{d\ell}.$$

$dRT(y)/dy$ é a chamada receita marginal da empresa, denotada por RMg e $dy/d\ell = f'(\ell)$ é o produto marginal do fator trabalho, $PMg(\ell)$. Assim, a receita marginal do trabalho pode ser reescrita como

$$RMg_\ell(\ell) = RMg(y)PMg(\ell).$$

[4]Essa expressão só define o valor do trabalho para uma empresa com um único fator de produção. Para uma empresa com mais de um fator de produção, a medida do valor total de um fator isolado é ambígua, embora se possa usar definição semelhante para o valor do emprego combinado de diversos fatores.

Essa é a expressão do valor marginal do trabalho tanto para uma empresa em concorrência perfeita quanto para uma empresa monopolista. A diferença entre as duas empresas reside no fato de que para a primeira a receita marginal é igual ao preço de mercado, p^*, o qual a empresa considera incapaz de afetar através de sua decisão de produção e, para a segunda, a receita marginal é dada por

$$RMg(y) = \frac{d}{dy}RT(y) = p_m(y) + y\frac{dp_m(y)}{dy}.$$

Sendo $dp_m/dy < 0$, a conclusão que obtemos é que, para uma empresa monopolista, a receita marginal é menor do que o preço de demanda por seu produto: $RMg(y) < p_m(y)$. Esse resultado implica uma importante diferença entre os valores marginais do trabalho para uma empresa monopolista e para uma empresa em concorrência perfeita. Para esta última, o valor marginal do trabalho pode ser reduzido a

$$RMg_{\ell}(\ell) = p^* PMg(\ell),$$

e dizemos, que, para essa empresa em concorrência perfeita o valor marginal do trabalho, $RMg_{\ell}(\ell)$, é igual ao valor do produto marginal do trabalho, $p^* PMg()$. Enquanto isso, como para uma empresa monopolista, $RMg < p(y)$, o valor marginal do trabalho será inferior ao valor de seu produto marginal avaliado ao preço de demanda do monopolista:

$$RMg_{\ell}(\ell) = RMg(y)PMg(\ell) < p(y)PMg(\ell).$$

Analizemos agora a seguinte afirmação "como a firma é monopolista, o valor marginal de uma unidade de trabalho é menor do que caso fosse uma firma competidora". Para dizer se essa afirmação está correta ou não, necessitamos de mais informações acerda de quais as condições nas quais a comparação está sendo realizada. Em particular: a comparação deve ser feita nos pontos de equilíbrio das duas empresas? Se não, em que ponto devemos fazer a comparação? Qual o preço de mercado com o qual a empresa em concorrência perfeita se defronta?

Parece-me que a resposta natural, visto que o enunciado não a explicita, seria comparar as duas empresas em situação de equilíbrio. Nesse caso, assumindo que a empresa seja tomadora de preços no mercado de trabalho e notando o preço de uma unidade de trabalho por w, sabemos, independentemente de ser uma monopolista ou uma empresa em concorrência perfeita, para maximizar seu lucro, a empresa deve contratar a quantidade de trabalho que faça com que:

$$RMg_{\ell}(\ell) = w.$$

Assim, considerando-se a situação de equilíbrio, o valor marginal do trabalho será o mesmo tanto para empresa monopolista quanto para

a empresa em concorrência perfeita e será igual a w. Portanto, pode-se concluir que o item está errado, pois não é verdadeira a primeira parte de sua afirmação.

Como o gabarito considera a afirmação verdadeira, podemos considerar, como interpretação alternativa, que a comparação entre os valores marginais do trabalho da empresa monopolista e da empresa em concorrência perfeita deva se dar quando as duas empresas produzem a mesma quantidade de produto. Nesse caso, seria necessário saber com que preço a empresa em concorrência perfeita se defronta. Uma possível interpretação seria considerar que, dada a quantidade produzida pela empresa, o preço com o qual ela se defronta quando operando em concorrência perfeita seja o mesmo com o qual se defronta produzindo a mesma quantidade como monolopolista. Mais precisamente, podemos assumir que, quando a empresa emprega a quantidade $\hat{\ell}$ de trabalho, produzindo $\hat{y} = f(\hat{\ell})$, ela se defronta com um preço $\hat{p} = p_m(\hat{y})$, mesmo que opere em condições de concorrência perfeita, fora de seu equilíbrio. Nesse caso, o valor marginal do trabalho para a empresa em concorrência perfeita será

$$RMg_{\ell} = \hat{p}PMg_{\ell}.$$

Esse valor é superior ao valor marginal do trabalho para a epresa monopolista:

$$RMg_{\ell} = RMg_{m}(\hat{y})PMg_{\ell},$$

pois $RMg_{m}(\hat{y}) < \hat{p}$. Assim, para concluir que o valor marginal do trabalho para uma empresa em concorrência perfeita é superior ao valor marginal do trabalho para uma empresa monopolista, assumimos que a) as duas empresas produzem a mesma quantidade e b) o preço de mercado com o qual a empresa em concorrência perfeita se defronta é o preço dado pela função de demanda inversa da empresa monopolista à quantidade produzida. Note que, nessas condições, ao menos uma empresa não estará produzindo sua quantidade de equilíbrio.

Considere agora a segunda afirmação do item considerado, qual seja "a quantidade total de trabalho vale mais para a firma monopolista" (do que para a firma em concorrência perfeita). Avaliemos essa afirmação com base nas duas hipóteses que consideramos sobre as quantidades produzidas pela empresa em situação de monopólio e de concorrência perfeita.

Comecemos com a hipótese que julgo mais adequada, qual seja, de que a comparação é feita considerando os empregos de trabalho de equilíbrio para a empresa nas condições de monopólio e concorrência perfeita. Nesse caso, necessitamos mais informação para saber quanto será contratado de trabalho pela empresa em concorrência perfeita comparativamente à empresa em condições de monopólio. Para tal,

parece-me natural mais uma vez assumir que a demanda de mercado pelo produto da indústria no qual a empresa em concorrência perfeita opera é a mesma demanda com a qual a empresa monopolista se defronta. Nessas condições, não há como garantir que o valor do trabalho para a empresa monopolista seja maior do que o valor do trabalho para a empresa em concorrência perfeita. Para mostrar isso, considere o seguinte contra exemplo: suponha que a função de produção seja $y = \gamma \ell$ na qual γ é uma constante real positiva, de tal sorte que a produtividade marginal do trabalho é constante. Suponha também que a função de demanda seja do tipo $x = ap^{-\epsilon}$, na qual x é a quantidade deandada do produto, apresentando elasticidade preço constante igual a $-\epsilon$, em que ϵ é uma constante real positiva.

A condição de equilíbrio para uma indústria em concorrência perfeita é a de que o preço seja igual ao custo marginal $p = \gamma$ de tal sorte que a quantidade total produzida pela indústria em concorrência perfeita será:

$$x^* = a\gamma^{-\epsilon}.$$

Se a indústria é composto de n empresas idênticas e todas produzem a mesma quantidade, cada uma delas irá produzir,

$$y_c^* = \frac{x^*}{n} = \frac{a\gamma^{-\epsilon}}{n}$$

unidades, empregando

$$\ell_c^* = \frac{x^*}{n\gamma} = \frac{a\gamma^{-\epsilon-1}}{n}$$

unidades de trabalho. O valor do trabalho para essa empresa igual ao valor de seu produto

$$RT_c^* = \gamma y_c^* = \frac{a\gamma^{1-\epsilon}}{n}. \tag{22}$$

O equilíbrio de uma empresa monopolista com a mesma condição de demanda e mesma função de custo, pode ser encontrado usando a fórmula do markup:

$$p_m = \gamma \frac{1}{1 - \frac{1}{\epsilon}} = \gamma \frac{\epsilon}{\epsilon - 1}$$

na qual p_m é o preço a ser praticado pelo monopolista. Substituindo esse preço na função de demanda, encontramos a quantidade y_m a ser produzida por esse monopolista:

$$y_m = a\gamma^{-\epsilon} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon - 1} \right)^{-\epsilon}.$$

A receita do monopolista, no caso igual ao valor do trabalho para o monopolista será então dada por

$$RT_m = p_m \times y_m = a\gamma^{1-\epsilon}\left(\frac{\epsilon}{\epsilon - 1}\right)^{1-\epsilon}. \tag{23}$$

Comparando (22) e (23), chega-se à conclusão de que o valor do trabalho contratado pela empresa em condição de monopólio só será maior do que o valor do trabalho contratado pela empresa em condição de concorrência perfeita caso

$$\left(\frac{\epsilon}{\epsilon - 1}\right)^{1-\epsilon} > n.$$

Por exemplo, se $\epsilon = 1{,}01$ e $n \leq 96$, o valor do trabalho será maior para a empresa em concorrência perfeita. Assim, pela os equilíbrios da empresa em condições de monopólio e de concorrência perfeita, não é possível concluir que o valor do trabalho é maior para a empresa em condições de monopólio.

Caso se compare o valor do trabalho para a empresa produzindo em condições de monopólio e produzindo em condições de concorrência quando nos dois casos a mesma quantidade é produzida e o preço é dado pelo preço de demanda a essa quantidade, então, evidentemente, o valor do trabalho será o mesmo nos dois casos, pois, produzindo a mesma quantidade ao mesmo preço, a empresa obterá nas duas situações a mesma receita.

Portanto, para os dois critérios de comparação, eu consideraria o item FALSO, ao contrário do que aponta o gabarito.

QUESTÃO 13

O único agente de uma economia valoriza comida (C) e tempo de descanso (D). Suas preferências são representadas pela função, $U(D,C) = D^{\frac{1}{5}}c^{\frac{4}{5}}$, sendo descanso medido em horas diárias. As horas do dia não descansadas são dedicadas ao trabalho (L) de obter comida, segundo a função de produção $C = \sqrt{L}$. Apesar da existência de um agente, imagine que temos mercados competitivos com uma firma maximizando lucro, contratando trabalho no mercado de trabalho e um consumidor vendendo sua dotação de tempo, comprando de volta descanso e comida, a "preços de mercado". Fixe em \$1 o preço da hora de trabalho e considere P o preço da comida.

⓪ Em equilíbrio, o lucro da firma será \$15;

① Em equilíbrio, P = \$10;

② O consumidor escolhe quatro unidades de comida;

③ A renda nominal do consumidor, composta do valor da dotação de tempo mais o lucro da firma, é igual a \$40;

④ Se P cair pela metade do valor de equilíbrio, haverá excesso de oferta de trabalho, mas a somatória dos valores dos excessos de demanda pelos dois bens será nula.

Solução

Todos os itens dizem respeito à solução do modelo. Desse modo, é conveniente resolvê-lo antecipadamente. Iniciemos pelas condições de equilíbrio da firma. O produto marginal do trabalho é

$$PMg_L = \frac{d}{dL}\sqrt{L} = \frac{1}{2\sqrt{L}}.$$

Sendo P o preço da comida, o valor desse produto marginal é

$$P \times PMg = \frac{P}{2\sqrt{L}}.$$

Ao maximizar seu lucro a empresa deve contratar a quantidade de trabalho que iguale esse valor ao preço do trabalho, que é, por hipótese, igual a 1, assim, a função de demanda de trabalho da empresa é obtida resolvendo para L a equação:

$$\frac{P}{2\sqrt{L}} = 1,$$

obtendo

$$L = \frac{P^2}{4}. \tag{24}$$

O valor de seu produto em função de L será

$$P \times \sqrt{L} = P \times \sqrt{\frac{P^2}{4}} = \frac{P^2}{2}.$$

Como o preço do trabalho é 1, o custo da empresa é $L \times 1 = P^2/4$, de tal sorte que o lucro da empresa será

$$\pi = \frac{P^2}{2} - \frac{P^2}{4} = \frac{P^2}{4}. \tag{25}$$

Passemos a determinar as condições de equilíbrio do consumidor também no mercado de trabalho. Ele deve escolher quanto consumir de descanso e de comida, dada a restrição de que o valor da cesta de bens escolhida não pode ser superior ao valor de sua dotação inicial de 24 horas por dia que podem ser alocadas entre lazer e trabalho mais o lucro que ele recebe da firma:

$$P \times C + D \leq 24 + \pi = 24 + \frac{P^2}{4}$$

Empregando a fórmula da demanda para a função de utilidade Cobb-Douglas, a quantidade demandada de descanso será

$$D = \frac{24 + \frac{P^2}{4}}{5}. \tag{26}$$

A condição de equilíbrio no mercada para o tempo do consumidor é que a soma das demandas desse tempo seja igual ao total disponível:

$$D + L = 24$$

$$\frac{24 + \frac{P^2}{4}}{5} + \frac{P^2}{4} = 24.$$

Resolvendo essa equação para P, encontramos o preço de equilíbrio,

$$P^* = 8. \tag{27}$$

A esse preço, empregando (24), a empresa irá contratar

$$L^* = 16 \tag{28}$$

unidades de trabalho, obtendo um lucro, de acordo com (25), igual a

$$\pi^* = 16. \tag{29}$$

O valor da renda do consumidor entendido como a soma do valor de sua dotação inicial mais o lucro da empresa será

$$w^* = 24 + 16 = 40. \tag{30}$$

A quantidade produzida e consumida de comida será

$$C^* = \sqrt{L^*} = 4. \tag{31}$$

⓪ FALSO. O lucro é igual a 16, conforme obtido em (29).

① FALSO. O preço de equilíbrio, confore obtido em (27) é 8.

② VERDADEIRO. A quantidade de comida no equilíbro é quatro, conforme obtivemos em (31).

③ VERDADEIRO. Esse é o valor que obtivemos em (30).

④ VERDADEIRO. Se o preço for reduzido à metade, ele passará a valer $P = 4$. Substituindo esse valor na função de demanda de trabalho, obtemos

$$L = \frac{16}{4} = 4.$$

O lucro da empresa igualmente passa a ser, usando (29) $\pi = \frac{16}{4} = 4$. Substituindo esse valor na função de demanda por descanso, dada por (26), obtemos a quantidade demanda de descanso:

$$D = \frac{24 + \frac{16}{4}}{5} = \frac{28}{5} = 5{,}6.$$

Assim, a soma das demandas do tempo do consumidor será dada por

$$L + D = 4 + 5{,}6 = 9{,}6.$$

Esse valor é inferior à oferta data pela dotação inicial de 24 horas de tempo por dia. Desse modo, a oferta de tempo (24 horas) será superior à quantidade demandada, havendo excesso de oferta. Não obstante, em virtude da lei de Walras, a soma dos valores dos excessos de demanda pelos dois bens será sempre igual a zero.

QUESTÃO 14

Dois colegas de quarto convivem diariamente por oito horas. Ambos possuem salário diário de $100. Um deles, denominado A, estuda bateria, cujo som irrita B, que gosta de meditar em silêncio. As funções utilidades dos dois colegas, em função do dinheiro (x_1) e horas de estudo (x_2^A) para A e horas de silêncio para B (x_2^B), são representadas por $U_A(x_1^A, x_2^A) = x_1 + \ln x_2$ e $U_B(x_1^B, x_2^B) = x_1 + \sqrt{x_2}$. Se normalizarmos o preço do bem um para $1 e representarmos o preço do segundo bem por P, então:

⓪ Na ausência de custos de transação, a quantidade de barulho gerada neste caso não depende da forma como se define os direitos de propriedade, desde que estes sejam claramente estabelecidos;

① Coase afirma que, nas mesmas condições listadas no item anterior, A e B terão a mesma utilidade caso seja proibido ou permitido tocar bateria;

② O preço P de equilíbrio geral nessa situação será unitário;

③ Caso B detenha o direito ao silêncio, ele venderá por uma unidade monetária quatro horas de silêncio para A;

④ Caso A detenha o direito a fazer barulho, a demanda por silêncio de B é expressa por $x_2^B = \frac{1}{4p^2}$.

Solução

⓪ VERDADEIRO se ignorarmos a possibilidade de soluções de canto. O assim chamado teorema de Coase garante que, na ausência de custos de transações, desde que os direitos de propriedades sejam bem definidos, os agentes deverão negociar até que um equilíbrio eficiente seja atingido. A condição de alocação interior eficiente da renda dos dois colegas e do tempo entre silêncio e estudo é dada pela igualdade entre as taxas marginais de substituição dos dois colegas. Estas são dadas por

$$TMS_A = \frac{\frac{\partial U_A}{x_1^A}}{\frac{\partial U_A}{x_2^A}} = \frac{1}{1/x_2^A} = x_2^A$$

e

$$TMS_B = \frac{\frac{\partial U_B}{x_1^B}}{\frac{\partial U_A}{x_2^B}} = \frac{1}{\frac{1}{2\sqrt{x_2^B}}} = 2\sqrt{x_2^B}$$

em que TMS_A e TMS_B são, respectivamente as taxas marginais de substituição de A e B, respectivamente. Assim, qualquer que seja a distribuição inicial de direitos de propriedade sobre o tempo compartilhado, os dois colegas devem negociar até atingir um equilíbrio que respeite a igualdade entre as taxas marginais de substituição e o limite de oito horas de tempo compartilhado diariamente:

$$\begin{cases} x_2^A = 2\sqrt{x_2^B} \\ x_2^A + x_2^B = 8 \end{cases}$$

Esse sistema de equações admite uma única solução com valores positivos de x_2^A e x_2^B, qual seja $x_2^A = x_2^B = 4$.

① FALSO. Caso seja permitido tocar bateria, o colega A deverá vender 4 horas de silêncio para o colega B aumentando sua renda. Caso seja proibido o uso da bateria o colega A deverá comprar o direito de tocar as 4 horas de bateria do colega B, tendo uma redução em sua renda. Assim, evidentemente, o colega A terá um nível de utilidade mais elevado quando é permitido tocar a bateria comparativamente a uma situação na qual isso não ocorre, acontecento o contrário com o colega B.

② FALSO. Como, de acordo com o primeiro teorema do bem estar social, a solução de equilíbrio geral é uma solução eficiente, nessa solução as condições de eficiência deduzidas no item 0 devem valer, isso implica $x_2^A = x_2^B = 4$ e $TMS_A = x_2^A = 4 = 2\sqrt{x_2^B} = TMS_B$. Além disso, na solução de equilíbrio geral, a taxa marginal de substituição é igual, em valor absoluto, ao preço relativo dos bens e, portanto,

$$\frac{p_1}{p_2} = 4$$

em que p_1 é o preço de uma unidade de renda e p_2 é o preço no qual os dois colegas negociam a distribuição das horas copartilhadas entre silêncio e estudo de bateria. Se mensurarmos os valores em unidades de renda, de tal sorte que $p_1 = 1$, a condição de equilíbrio geral requerirá que

$$\frac{1}{p_2} = 4 \Rightarrow p_2 = 0{,}25.$$

③ VERDADEIRO. De fato, vimos que, no equilíbrio, $x_2^B = 4$, isto é, o agente B irá desfrutar 4 horas de silêncio. Como o preço da hora de

silêncio é, de acordo com o resultado obtido no item anterior, $0{,}25$, para adquirir as 4 horas de silêncio do agente B ele deverá pagar $4 \times 0{,}25 = 1$ unidade monetária.

④ VERDADEIRO desde que, mais uma vez, ignore-se a possibilidade de solução de canto. A condição de equilíbrio do agente é que sua taxa marginal de substituição se iguale ao preço relativo. Sendo P o preço de uma hora expresso em unidades monetárias, essa condição é dada por:

$$2\sqrt{x_2^B} = \frac{1}{P}.$$

Resolvendo para x_2^B, encontramos a função de demanda

$$x_2^B = \frac{1}{4P^2}.$$

Questão 15

Com relação à modelagem de um jogo, é correto afirmar que:

⓪ Pode-se admitir que, ao se representar um jogo na forma estendida, nós pertencentes a um mesmo conjunto de informação sejam de jogadores diferentes;

① Na forma estendida, nós que pertençam a um mesmo conjunto de informação não podem apresentar diferentes conjuntos de ação;

② Não é possível representar um jogo simultâneo na forma estendida;

③ Ao construirmos uma árvore em um jogo, todo nó deve ser precedido por, no máximo, um outro nó apenas;

④ Todo nó na árvore de jogos deve ser sucessor de um único e mesmo nó inicial.

Solução

⓪ FALSO. Por definição um conjunto de informação é um conjunto de nós decisórios nos quais o mesmo jogador deve escolher entre alternativas que se repetem em todos os nós.

① VERDADEIRO. Verdade, as ações alternativas devem ser iguais para todos os nós de um conjunto de informação. A razão para isso é que o conjunto de informação representa as posições nas quais o jogador acredita que pode estar quando escolhe suas ações. Se as ações disponíveis em um nó decisório fossem diferentes das ações disponíveis em outro nó decisório, o jogador seria capaz de inferir sua posição a partir do conjunto de ações que ele deve escolher.

② FALSO. Com o uso de conjuntos de informação, é possível representar um jogo simultâneo, simplesmente fazendo com que o conjunto de informação do "segundo jogador" coincida com o conjunto de nós decisórios que se seguem à escolha do primeiro jogador.

③ VERDADEIRO. Essa é uma das regras para a representação de um jogo na forma estensiva.

④ VERDADEIRO. Verdadeiro, qualquer jogo deve iniciar com um único nó e todos os outros nós devem ser sucessores, diretos ou indiretos desse nó.

Resolução do exame ANPEC de microeconomia para 2015

Roberto Guena de Oliveira

25 de junho de 2015

Questão 1

Com relação às preferências do consumidor, é correto afirmar que:

⓪ A existência de um bem neutro viola o axioma da monotonicidade, a existência de bens substitutos perfeitos viola o axioma da convexidade estrita e a existência de preferências lexicográficas viola o axioma de continuidade.

① Para a função utilidade $U(x,y) = (x^\rho + y^\rho)^{1/\rho}$, as taxas marginais de substituição (TMS) nas cestas (2,3) e (4,6) são idênticas.

② Sejam três cestas de bens: A, B e C. Se, para um consumidor temos que $A \succ B$, $A \sim C$ e $C \sim B$, então para este consumidor se aplica o princípio de que duas curvas de indiferença não se cruzam.

③ Sejam dois bens x e y, em que nenhum deles é um mal. Se tivermos duas cestas com quantidades estritamente positivas destes dois bens (x_1, y_1) e (x_2, y_2), sendo que $x_2 \geq x_1$ e $y_2 > y_1$, então, pela hipótese da monotonicidade das preferências, temos que: $(x_2,y_2) \succ (x_1,y_1)$.

④ Supondo que não existem males, a hipótese de convexidade estrita implica que, se houver duas cestas A e B, com $A \sim B$, para uma cesta C definida como $tA + (1-t)B$, $0 < t < 1$, é necessariamente verdade que $C \succ A$ e $C \succ B$.

Solução

⓪ V. Verifiquemos a afirmações uma a uma:

a) A existência de um bem neutro viola a hipótese da monotonicidade das preferências. De fato, suponha que um bem qualquer seja um neutro. Então a consumidora estará indiferente entre duas cestas de bens **x** e **y** com as mesmas quantidades de todos os bens com exceção do bem neutro, para o qual, digamos, a cesta **y** possui uma quantidade maior. Porém, pela hipótese da monotonicidade forte das preferências ela deveria preferir a cesta **y** pois essa possui ao menos a mesma quantidade que a cesta **x** de cada um dos bens e uma quantidade estritamente maior de um bem — o bem neutro. Como o livro texto do concurso, Varian 2012, define preferências monotónicas como preferências que atendem à hipótese de monotonicidade forte das preferências, conclui-se que, de fato a existência de um bem neutro viola a hipótese de monotonicidade das preferências.

b) A existência de bens substitutos perfeitos viola a hipótese de convexidade estrita das preferências. Para mostrar que isso acontece, considere o caso em que há apenas dois bens. Se estes são substitutos entre si, então as preferências da consumidora podem ser representadas pela função de utilidade $U(x_1,x_2) = ax_1 + x_2$ na qual x_1 e x_2 representam as quantidades consumidas de cada um dos dois bens da economia. Considere agora duas cestas de bens indiferentes entre si, $\mathbf{x} = (x_1,x_2)$ e $\mathbf{y} = (y_1,y_2)$. Como elas são indiferentes, deveremos ter $U(\mathbf{x}) = U(\mathbf{y})$, isto é $ax_1 + x_2 = ay_1 + y_2 = u^*$. Caso as preferências da consumidora fossem estritamente convexas, dado que, por hipótese, $\mathbf{x} \sim \mathbf{y}$, deveríamos ter $t\mathbf{x} + (1-t)\mathbf{y} \succ \mathbf{x}$ e $t\mathbf{x} + (1-t)\mathbf{y} \succ \mathbf{y}$ para qualquer $0 < t < 1$. Porém, se os dois bens são substitutos perfeitos, a utilidade da cesta $t\mathbf{x} + (1-t)\mathbf{y} = (tx_1 + (1-t)y_1, tx_2 + (1-t)y_2)$ será dada por

$$\begin{aligned}U(t\mathbf{x} + (1-t)\mathbf{y}) &= a[tx_1 + (1-t)y_1] + tx_2 + (1-t)y_2 \\ &= t(ax_1 + x_2) + (1-t)(ay_1 + y_2) \\ &= tU(x_1,x_2) + (1-t)U(y_1,y_2) \\ &= tu^* + (1-t)u^* = u^* = U(\mathbf{x}) = U(\mathbf{y}),\end{aligned}$$

isto é, $t\mathbf{x} + (1-t)\mathbf{y} \sim \mathbf{x} \sim \mathbf{y}$.

c) A existência de preferências lexicográficas viola a hipótese de continuidade das preferências. A hipótese de continuidade das preferências impõe que, para duas cestas de bens quaisquer, $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$, com $\mathbf{x} \succ \mathbf{y}$, deve haver dois escalares positivos ϵ_1 e ϵ_2 tais que para qualquer cesta $\mathbf{z}$, se $|\mathbf{x} - \mathbf{z}| < \epsilon_1$, então $\mathbf{z} \succ \mathbf{y}$, e se $|\mathbf{z} - \mathbf{y}| < \epsilon_2$, então $\mathbf{x} \succ \mathbf{z}$. Consideremos, agora a seguinte ordenação lexicográfica definida no caso de apenas dois bens: dadas duas cestas de bens quaisquer $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ e $\mathbf{y} = (y_1,y_2)$, $\mathbf{x} \succ \mathbf{y}$ se, e somente se, i) $x_1 > y_1$ ou ii) $x_1 = y_1$ e $x_2 > y_2$. Considere o caso em que essas cestas satisfazem a condição ii), ou seja, considere o caso em que $x_1 = y_1$ e $x_2 > y_2$. Então $\mathbf{x} \succ \mathbf{y}$. Todavia, para qualquer valor de $\epsilon_1 > 0$, a cesta de bens $\mathbf{z}_1 = (x_1 - \epsilon_1/2, x_2)$ é tal que $\mathbf{y} \succ \mathbf{z}_1$, em virtude da condição i); e, para qualquer valor de $\epsilon_2 > 0$, a cesta de bens $\mathbf{z}_2 = (y_1 + \epsilon_2/2, y_2)$ é tal que $\mathbf{z}_2 \succ \mathbf{x}$, novamente, em virtude da condição i). Assim, as preferências lexicográficas não são contínuas.

① V. Basta notar que se trata de uma função de utilidade CES que sabemos ser um função homotética. Também sabemos que, para funções homotéticas, a TMS depende apenas da razão entre as quantidades consumidas dos dois bens (y/x). Como, para as duas cestas apresentadas $y/x = 3/2$, devemos ter a mesma TMS em cada uma dessas cestas.

② F. Se $A \sim C$ então C pertence a curva de indiferença definida pelo conjunto das cestas de bens indiferentes a A. Se $C \sim B$, então C pertence

à curva de indiferença definida pelo conjunto de cestas de bens indiferentes a B. Como $A \succ B$, então A não pertence a essa curva e a curva de indiferença definida como o conjunto das cestas de bens indiferentes a A e a curva de indiferença definida como o conjunto das cestas de bens indiferentes a B são distintas. Não obstante, essas duas curvas de indiferença distintas têm um elemento em comum, a cesta C. Portanto, elas se cruzam.

③ V. Trata-se de uma aplicação direta da definição de preferências (fortemente) monotônicas já apresentada na solução do item ⓪.

④ V. Isso decorre diretamente da definição de preferências estritamente convexas, aplicando-se, inclusive aos casos em que existem males.

QUESTÃO 2

Indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras, de acordo com a Teoria Econômica do Bem-Estar:

⓪ A função de bem-estar rawlsiana faz com que o bem-estar social de uma dada alocação dependa apenas do bem-estar do agente com utilidade mínima.

① Qualquer alocação eficiente no sentido de Pareto corresponde a um bem-estar máximo para alguma função de bem-estar.

② Nem todos os máximos de bem-estar são equilíbrios competitivos.

③ Uma divisão igualitária necessariamente será eficiente no sentido de Pareto.

④ Um equilíbrio competitivo a partir de uma divisão igualitária corresponde a uma alocação justa.

Solução

⓪ V. De fato, a assim chamada "função de bem-estar rawsiana" é definida como $W(u_1,\ldots,u_n) = \min\{u_1,\ldots,u_n\}$ na qual $(u_1,\ldots,u_n)$ é o vetor de utilidades dos n indivíduos da economia.

① V. A rigor, para qualquer alocação da economia, é possível construir uma função de bem-estar social que atinja seu valor máximo no vetor de utilidades associado a essa alocação, o que faria com que ela correspondesse ao bem-estar social máximo. Se impusermos que a função de bem-estar social satisfaça ao critério de Pareto, essa conclusão permanece válida para todas as alocações Pareto eficientes.

② V, embora o gabarito dê F. Mesmo que assumamos que as funções de bem-estar social satisfaçam ao critério de Pareto, se as preferências de todos os consumidores não forem convexas ou os conjuntos de produção de todos os produtores não forem convexos e não houver um número infinitamente grande de diferentes consumidores e produtores, é possível que haja alocações eficientes que não sejam equilíbrios competitivos qualquer que seja a distribuição das dotações iniciais dessa economia. Se apenas uma dessas alocações corresponder ao máximo de bem-estar social, este não será um equilíbrio geral competitivo.

③ F. Caso se entenda uma alocação equalitária como uma alocação na qual todos os agentes consomem exatamente as mesmas quantidades de todos os bens, então, nada garante, no caso geral, que as taxas marginais de substituição desses agentes na alocação igualitária sejam iguais entre si. Se, para ao menos dois agentes, suas taxas marginais de substituição entre dois bens consumidos e quantidades positivas na alocação igualitária forem diferentes, então essa alocação não será Pareto eficiente.

④ V. A alocação é dita *justa* caso seja eficiente e equitativa, isto é, caso seja eficiente e tal que nenhum indivíduo prefira a alocação que coube a outro indivíduo à sua própria alocação. Pelo primeiro teorema do bem-estar social, sabemos que qualquer alocação de equilíbrio é Pareto eficiente. Ademais, caso a distribuição inicial das dotações iniciais seja igualitária, todos os indivíduos se defrontarão com a mesma restrição orçamentária, o que significa que cada indivíduo poderia demandar a cesta de bens demandada por qualquer outro indivíduo e, se assim não faz, é porque prefere outra cesta de bens.

Questão 3

Um Professor Pobre (PP) encontra em um restaurante seu colega de mestrado, o Banqueiro Bem de Vida (BB). Eles pretendem honrar a tradição de repartir a conta ao meio, embora PP priorize a economia de gastos e BB a sofisticação da comida. Cada um pode pedir um prato barato (b) ou caro (c). Os pay-offs da tabela representam a utilidade ordinal dos resultados para ambos. O garçom anota o pedido de BB em primeiro lugar.

		PP	
		c	b
BB	c	2,0	3,1
	b	0,2	1,3

Julgue as proposições abaixo:

⓪ A representação estratégica do jogo sequencial, admitindo que uma estratégia seja definida por uma lista completa de escolhas, nos mostra três equilíbrios de Nash.

① O equilíbrio de Nash perfeito em sub-jogos é definido como {c; bb}={caro; barato caso BB escolha caro, barato caso BB escolha barato}.

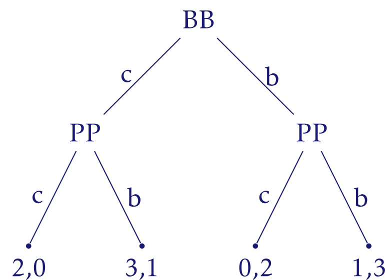
② Não surtiria efeito se PP desviasse de seus interesses, em uma ameaça para induzir BB a escolher b.

③ Caso o garçom anote primeiro o pedido de PP, o equilíbrio de Nash perfeito em sub- jogos será definido como {b; bc}.

④ Caso o jogo fosse simultâneo, teríamos um equilíbrio de Nash em estratégias mistas, com PP escolhendo b com probabilidade dois terços.

Solução

A figura abaixo mostra o jogo na forma extensiva quando BB é o primeiro a fazer o pedido.

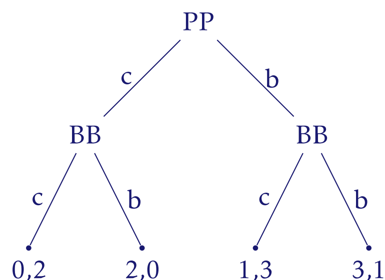


Nesse caso, as estratégias de BB são "escolher o prato caro" (c) "escolher o prato barato" (b). As estratégias de PP são "escolher o prato caro caso BB escolha o prato caro e escolher o prato caro caso BB escolha o prato barato" (cc), "escolher o prato caro caso BB escolha o prato caro e escolher o prato barato caso BB escolha o prato barato" (cb), "escolher o prato barato caso BB escolha o prato caro e escolher o prato caro caso BB escolha o prato barato" (bc) e "escolher o prato barato caso BB escolha o prato caro e escolher o prato barato caso BB escolha o prato barato" (bb). A representação estratégica desse jogo é, assim a seguinte:

		PP			
		cc	cb	bc	bb
BB	c	†2,0	†2,0	†3,1*	†3,1*
	b	0,2	0,2	1,3*	1,3*

Marcamos com o símbolo † a melhor resposta de BB a cada estratégia de PP e com o símbolo * a melhor resposta de PP a cada estratégia de BB. Conforme, podemos ver, há dois equilíbrios de Nash (células nas quais aparecem os dois símbolos): {c;bb} e {c;bc}. Para determinar o(s) equilíbrio(s) de Nash perfeito(s) em subjogos, resolvemos o jogo por indução retroativa. Caso BB escolha c a melhor resposta de PP será escolher b, caso BB escolha b, a melhor resposta de PP será, novamente, escolher b. Assim, de acordo com esse princípio, PP deverá jogar de acordo com a estratégia bb. Sabendo disso, BB deverá escolher c (de fato, BB escolheria c independentemente da escolha de PP, pois c é sua estratégia dominante).

Vejamos agora o que ocorreria caso PP fizesse seu pedido primeiro. Nesse caso, a representação estratégica do jogo seria a seguinte:



Mantivemos a convenção de indicar em cada nó terminal o vetor de payoffs com o primeiro número representando o payoff do primeiro a jogar, no caso, PP. Note que, para BB, c é a melhor resposta a qualquer movimento inicial de PP. Assim, no equilíbrio de Nash perfeito em subjogos, a estratégia adotada por BB será cc, isto é "escolher caro caso PP escolha barato e escolher caro caso PP escolha caro." Sabendo disso, PP deverá escolher barato (de fato escolher barato é a melhor resposta para qualquer estratégia de BB).

Finalmente, caso o jogo fosse jogado simultaneamente, sua representação estratégica seria dada pela matriz de payoffs apresentada no enunciado da questão. Podemos ver que c é estratégia dominante para BB e que b é estratégia dominante para PP. Nesse caso, os dois jogadores deverão escolher suas estratégias dominantes e, caso lhes seja permitido jogar estratégias mistas, cada um deles jogará á estratégia mista degenerada que consiste em escolher sua estratégia dominante com probabilidade de 100%.

Podemos agora avaliar os items da questão:

⓪ F. Há apenas dois equilíbrios de Nash: {c,bc} e {c,bb}.

① V. Conforme determinamos, esse é efetivamente o único equilíbrio de Nash perfeito em subjogos.

② V. Verdadeiro. Visto que escolher c é a sempre a melhor resposta de BB (todas as células da representação estratégica do jogo possuem o símbolo †) e portanto, c é estratégia dominante, independentemente de como PP joga, BB deverá escolher c.

③ F. Nesse caso, conforme vimos, o equilíbrio de Nash perfeito em subjogos será {b,cc}.

④ F. Nesse caso, BB jogará c com probabilidade de 100% e PP jogará b também com probabilidade de 100%.

Questão 4

Considere um consumidor com renda R = \$100, função utilidade $U(x,y) = xy$ e que se depara com os preços $p_x = \$2$ e $p_y = \$2$. Julgue as proposições:

⓪ Na cesta escolhida pelo consumidor, atinge-se a curva de indiferença definida por $U = 800$.

① Se o preço do bem x cair pela metade, a quantidade demandada desse bem dobra.

② Tendo em vista a mudança de preço do item anterior, uma compensação de Slutsky deveria retirar \$25 do consumidor.

③ Ainda considerando a mesma mudança, os efeitos renda e substituição serão ambos iguais a 12,5.

④ Na cesta pertencente à nova restrição orçamentária $(x,y) = (20,40)$, o agente maximizador deveria trocar y por x, pois sua taxa marginal de substituição é igual a dois, superior à taxa de troca exigida pelo mercado: $p_x/p_y = 0{,}5$.

Solução

Note que a função de utilidade apresentada é do tipo Cobb-Douglas, isto é, tem a forma $U(x,y) = x^a y^b$, no caso com $a = b = 1$. Sabemos que as funções de demanda para essa função de utilidade são dadas por

$$x(p_x,p_y,R) = \frac{a}{a+b}\frac{R}{p_x} = \frac{R}{2p_x} \tag{1}$$

e

$$y(p_x,p_y,R) = \frac{b}{a+b}\frac{R}{p_y} = \frac{R}{2p_y}. \tag{2}$$

Na situação inicial, em que $p_x^0 = p_y^0 = 2$ e $R = 100$, as quantidades demandadas dos bens x e y, que denotaremos por, respectivamente, x_0 e y_0 são

$$x_0 = \frac{100}{2\times 2} = 25 \tag{3}$$

e

$$y_0 = \frac{100}{2\times 2} = 25. \tag{4}$$

A esses preços a utilidade obtida pelo consumidor será dada por

$$U(25,25) = 25 \times 25 = 625. \tag{5}$$

Caso o preço do bem x seja reduzido à metade de seu valor, isto é $p_1 = 1$, a quantidade demandada desse bem passará a

$$x_1 = \frac{100}{2 \times 1} = 50. \tag{6}$$

A compensação de Slutsky (CS) associada a essa mudança é a variação na renda necessária para fazer que esta permaneça igual ao valor, aos preços finais, da cesta de bens demandada aos preços iniciais, isto é

$$CS = p_x^1 \times x_0 + p_y^0 \times y_0 - R = 1 \times 25 + 2 \times 25 - 100 = -25. \tag{7}$$

A quantidade demandada do bem x após a compensação de Stutsky, x^s, é obtida a partir de (1) considerando-se a renda após a compensação de Stutsky e o preço final do bem x:

$$x^s = \frac{1}{2}\frac{75}{1} = 37{,}5.$$

O efeito substituição de Slutsky é dado por

$$ES = x^s - x_0 = 37{,}5 - 25 = 12{,}5, \tag{8}$$

e o efeito renda também de Slutsky é dado por

$$ER = x_1 - x^s = 50 - 37{,}5 = 12{,}5. \tag{9}$$

⓪ F. Conforme (5), na cesta escolhida pelo consumidor sua utilidade será $U = 625$.

① V. Comparando (3) com (6), vemos que a redução no preço à metade levou a quantidade demandada do bem x a dobrar. A mesma conclusão pode ser obtida através da função de demanda (1) a qual dobra de valor sempre que p_x é reduzido à metade.

② V É isso que indica (7)

③ V. Segundo (8) e (9), efetivamente os efeitos substituição e renda de Slutsky são iguais a 12,5.

④ V. O módulo da taxa marginal de substituição é dado pela razão entre as utilidades marginais:

$$|TMS(x,y)| = \frac{\frac{\partial U(x,y)}{\partial x}}{\frac{\partial U(x,y)}{\partial y}} = \frac{y}{x}$$

No ponto $(x,y) = (20,40)$, ele assume o valor $|TMS| = \frac{40}{20} = 2$. Como sabemos, esse valor indica a razão entre a quantidade máxima do bem y que o consumidor está disposta a abrir mão de consumir em troca de uma pequena quantidade adicional do bem x e essa pequena quantidade adicional. Já o preço relativo p_x/p_y indica a quantidade do bem y que é trocada, aos preços de mercado por unidade do em x. Assim se $|TMS| > p_x/p_y$ o consumidor será capaz de obter uma pequena quantidade adicional do bem x abrindo mão de consumir uma quantidade do bem y menor do que o que ele se disporia a abrir mão e, portanto, terá benefício ao reduzir o consumo do bem y para obter maior consumo do bem x. Aos preços finais, temos que $p_x/p_y = 0{,}5 < 2 = |TMS|$ e, portanto, ao trocar o bem y pelo bem x, o consumidor consegue aumentar sua utilidade.

Questão 5

Com relação à demanda do consumidor, indique qual das afirmações abaixo é verdadeira:

⓪ O efeito Hicks mede a variação na quantidade demandada frente a mudanças nos preços, mantido constante o poder aquisitivo do consumidor.

① O efeito substituição de Hicks pode apresentar sinal positivo.

② Se o indivíduo é comprador líquido de um bem, e o preço deste bem diminui, o indivíduo pode continuar como comprador líquido ou se tornar vendedor líquido do bem em questão, dependendo da magnitude da variação no preço do bem.

③ Um aumento geral do salário implica um efeito renda e um efeito substituição, o que faz com que um aumento geral do salário sempre leve a um aumento na quantidade ofertada de trabalho.

④ As curvas de demanda lineares são, por definição, isoelásticas.

Solução

⓪ F. O enunciado é um pouco confuso. Primeiramente, o que é "efeito Hicks"? Conhecemos os efeitos substituição e renda de Hicks, mas não o "efeito Hicks". Além disso, a expressão "poder aquisitivo do consumidor" não possui significado consagrado na literatura econômica. Tanto assim que quando Varian 2012, usa essa expressão qualifica com "O poder de compra do consumidor permaneceu constante *no sentido* de que a cesta de bens original pode ser exatamente adiquirida à nova reta girada" (p. 144, ênfase adicionada). Todavia, como este é o livro de referência da ANPEC e como esse autor emprega o termo "manutenção do poder de compra" com o significado de manter a renda do consumidor igual ao valor da cesta de bens originalmente consumida, temos que os efeitos renda e substituição computados quando o "poder aquisitivo do consumidor", no sentido dado por Varian, é mantido constante são os efeitos renda e substituição de Slutsky e não de Hicks.

① F. A curva de demanda compensada nunca é positivamente inclinada. Assim, o efeito substituição expresso como a taxa de variação $\frac{\partial h_i(p_1,p_2,m)}{\partial m}$ $(i = 1,2)$ é sempre não positivo.

② F desde que assumamos que as preferências sejam localmente não saciadas e, consequentemente, que o indivíduo consuma sempres sobre sua linha de restrição orçamentária. Sejam

p_1^0 o preço inicial do bem 1;

p_1^1 o preço final do bem 1;

p_2 o preço do bem 2 que assumimos constante;

w_1 a dotação inical do bem 1;

w_2 a dotação inicial do bem 2;

x_1^0 a quantidade demandada do bem 1 ao preço inicial — $x_1^0 = x_1(p_1^0, p_2, p_1^0 w_1 + p_2 w_2)$;

x_2^0 a quantidade demandada do bem 2 ao preço inicial — $x_2^0 = x_2(p_1^0, p_2, p_1^0 w_1 + p_2 w_2)$;

x_1^1 a quantidade demandada do bem 1 ao preço final — $x_1^1 = x_1(p_1^1, p_2, p_1^1 w_1 + p_2 w_2)$; e

x_2^1 a quantidade demandada do bem 2 ao preço final — $x_2^1 = x_2(p_1^1, p_2, p_1^1 w_1 + p_2 w_2)$.

Dada a hipótese de não saciedade local, podemos garantir que

$$p_1^0 x_1^0 + p_2 x_2^0 = p_1^0 w_1 + p_2 w_2 \tag{10}$$

e

$$p_1^1 x_1^1 + p_2 x_2^1 = p_1^1 w_1 + p_2 w_2. \tag{11}$$

Consideremos inicialmente a equação (10). Ela pode ser reescrita como se segue:

$$(p_1^0 + p_1^1 - p_1^1) x_1^0 + p_2 x_2^0 = (p_1^0 + p_1^1 - p_1^1) w_1 + p_2 w_2$$

ou

$$p_1^1 x_1^0 + p_2 x_2^0 - (p_1^1 - p_1^0)(x_1^0 - w_1) = p_1^1 w_1 + p_2 w_2.$$

Usando (11) no lado direto da igualdade chegamos a

$$p_1^1 x_1^1 + p_2 x_2^1 = p_1^1 x_1^0 + p_2 x_2^0 - (p_1^1 - p_1^0)(x_1^0 - w_1). \tag{12}$$

Assumindo que houve uma redução no preço do bem 1, $p_1^1 < p_1^0$, e que o indivíduo inicialmente é demandante líquido do bem 1, $x_1^0 > w_1$, chegamos a $-(p_1^1 - p_1^0)(x_1^0 - w_1) > 0$ o que implica, substituindo em (12), em

$$p_1^1 x_1^1 + p_2 x_2^1 > p_1^1 x_1^0 + p_2 x_2^0. \tag{13}$$

Assim, caso assumamos que o consumidor é inicialmente demandante líquido do bem 1 e que há uma queda em seu preço, somos levados a concluir que a cesta de bens demandada após essa redução, (x_1^1, x_2^1), é revelada preferida à cesta de bens demandada antes dessa redução, (x_1^0, x_2^0).

Consideremos agora as seguintes manipulações algébricas sobre equação (11):

$$(p_1^1 + p_1^0 - p_1^0)x_1^1 + p_2 x_2^1 = (p_1^1 + p_1^0 - p_1^0)w_1 + p_2 w_2$$

ou

$$p_1^0 w_1 + p_2 w_2 = p_1^0 x_1^1 + p_2 x_2^1 + (p_1^1 - p_1^0)(x_1^1 - w_1)$$

ou ainda, usando, (10)

$$p_1^0 x_1^0 + p_2 x_2^0 = p_1^0 x_1^1 + p_2 x_2^1 + (p_1^1 - p_1^0)(x_1^1 - w_1). \tag{14}$$

Se assumirmos que houve redução no preço do bem 1, $p_1^1 < p_1^0$, e que, após essa redução, o indivíduo seja um ofertante líquido desse bem, $x_1^1 < w_1$, somos levados a concluir que, $(p_1^1 - p_1^0)(x_1^1 - w_1) > 0$. Substituindo em (14), obtemos

$$p_1^0 x_1^0 + p_2 x_2^0 > p_1^0 x_1^1 + p_2 x_2^1. \tag{15}$$

Concluímos assim que se houver redução no preço do bem 1 e, após essa redução, o consumidor for um vendedor líquido desse bem, a cesta de bens consumida antes da redução, (x_1^0, x_2^0), será revelada preferida à cesta de bens consumida após essa redução, (x_1^1, x_2^1).

Portanto, se assumirmos que o preço do bem 1 caiu, o consumidor é inicialmente um ofertante líquido desse bem e, após a queda em seu preço, passa a ser ofertante líquido deste, somos forçados a assumir que, ao mesmo tempo, a cesta de bens (x_1^1, x_2^1) é revelada preferida à cesta de bens (x_1^0, x_2^0), em decorrência de (13), e a cesta de bens (x_1^0, x_2^0) é revelada preferida à cesta de bens (x_1^1, x_2^1), de acordo com (15), o que contradiz o axioma fraco da preferência revelada.

Esse resultado tembém pode ser visto na figura 1. A linha azul representa a linha de restrição orçamentária inicial associada aos preços p_1^0, p_2 e à dotação inicial (w_1, w_2). Caso, nessa situação inicial, o consumidor seja um demandante líquido do bem 1, a cesta de consumo por ele demandada estará em um ponto sobre essa linha e à direita do ponto correspondente à dotação inicial, tal como o ponto (x_1^0, x_2^0). Quando há uma redução no preço do bem 1, a linha de restrição orçamentária faz um giro no sentido anti-horário centrado no ponto correspondente à dotação inicial, atingindo uma posição tal como a indicada pela linha vermelha. Caso nessa situação final o consumidor passe a ser um ofertante



Figura 1: Ilustração para a questão 5.

líquido do bem 1, a cesta de bens por ele demandada será representada por um ponto sobre a nova linha de restrição orçamentária (em vermelho) à esquerda do ponto correspondente à dotação inicial, tal como o ponto (x_1^1,x_2^1). Note que qualquer que seja esse ponto, desde que esteja à esquerda da dotação inicial, ou seja, desde que a cesta de bens demandada após a redução no preço implique uma oferta líquida do bem 1, ele estará abaixo da linha de restrição orçamentária original. Isso significa que a cesta de bens (x_1^0,x_2^0) será revelada preferida à cesta de bens (x_1^1, x_2^1). Note também que qualquer que seja a cesta de bens demandada originalmente, desde que esteja à direita do ponto correspondente à dotação inicial, ou seja, desde que o consumidor seja inicialmente um demandante líquido do bem 1, ela estará abaixo da linha de restrição orçamentária final. Nesse caso, a cesta de bens (x_1^1, x_2^1) será refelada preferida à cesta de bens (x_1^0, x_2^0).

Portanto, caso após um redução no preço de um bem, um consumidor passe de demandante líquido para ofertante líquido de um bem, haverá uma violação do aximoma fraco da preferência revelada — (x_1^0,x_2^0) será revelada preferida a (x_1^1, x_2^1) e (x_1^1, x_2^1) será revelada preferida a (x_1^0, x_2^0), o que não é compatível com a teoria do consumidor.

③ F. Falso. Deve-se levar em conta o efeito renda dotação. Caso o consumidor sejá ofertante líquido de um bem cujo preço aumentou e esse bem seja um bem normal, o efeito renda dotação terá sinal contrário ao dos efeitos substitiuição e renda comum. No presente caso, um aumento de salário corresponde a um aumento no preço do lazer. Caso o lazer seja

um bem normal, considerando-se os efeitos renda comum e substituição, um aumento de salário deve levar a uma redução na quantidade demandada de lazer e, consequentemente a um aumento na oferta de trabalho. Todavia o efeito renda dotação tem efeito contrário — uma vez que o aumento de salário eleva o valor de sua dotação inicial, o trabalhador pode optar por trabalhar menos para usufruir um maior tempo de lazer. Não é possível prever com certeza que efeito prevalecerá. dfasdf

④ F. Falso. Uma curva de demanda isoelástica é uma curva ao longo da qual a elasticidade-preço permanece inalterada. Uma curva de demanda linear é uma curva que pode ser descrita pela função $q_d = a - bp$ na qual q_d é a quantidade demandada, a e b são constantes reais positivas e p é o preço do produto. A elasticidade-preço para essa função de demanda é

$$\epsilon = -b \times \frac{p}{a - bp}.$$

O valor dessa elasticidade varia de 0 quando $p = 0$, passando, à medida em que p aumenta por 1, quando $p = \frac{a}{2b}$, e tendendo a infinito quando p tende a a/b à direita.

Questão 6

Uma firma produz um bem Y, utilizando a função de produção $Y(L,K) = LK$, sendo $w = \$2$ e $r = \$1$ os preços unitários dos insumos trabalho (L) e capital (K), respectivamente. Julgue as assertivas:

⓪ A função de produção apresenta, ao mesmo tempo, retornos crescentes de escala e produtos marginais decrescentes.

① Dados os preços dos insumos, as funções de demanda pelos fatores em função da quantidade produzida são: $K(Y) = \sqrt{Y/2}$ e $L(Y) = \sqrt{2Y}$.

② A função custo total de longo prazo é dada por $CT(Y) = 2\sqrt{2Y}$.

③ Dado o retorno de escala desse caso, a curva de custo médio de longo prazo está acima da curva de custo marginal de longo prazo, sendo ambas decrescentes.

④ No curto prazo, se a firma possuir somente uma unidade de capital, o custo total de produzir oito unidades será \$9 a mais do que o custo no longo prazo.

Solução

⓪ F. De fato, a função apresenta retornos crescentes de escala. Você pode constatar isso, observando que se trata de uma função de produção Cobb-Douglas e, portanto, homogênea de grau correspondente à soma dos expoentes dos insumos, no caso, 2, e que toda função de produção homogênea de grau maior do que 1 apresenta rendimentos crescentes de escala. Alternativamente, você poderia ferificar que, para qualquer $\alpha > 1$

$$Y(\alpha L,\alpha K) = (\alpha L)(\alpha K) = \alpha^2 LK = \alpha^2 Y(L,K) > Y(L,K),$$

o que caracteriza rendimentos crescentes de escala. Porém, para essa função de produção as produtividades marginais dos fatores *não* são decrescentes. Com efeito, a produtividade marginal de L é

$$PMg_L = \frac{\partial}{\partial L} LK = K,$$

e, portanto é constante em relação a L. De modo similar, a produtividade marginal de K é dada por

$$PMg_K = \frac{\partial}{\partial K} LK = L,$$

e é constante em relação a K.

① F. As condições de minimização de custo são

$$\begin{cases} |TMST| = \frac{PMg_K}{PMg_L} = \frac{r}{w} \\ LK = Y \end{cases}$$

Da primeira condição, obtemos

$$\frac{L}{K} = \frac{r}{w} \Rightarrow L = K\frac{r}{w}.$$

Subistituindo na segunda condição, obtemos

$$\left(\frac{r}{w}K\right)K = Y \rightarrow K(r,w,Y) = \sqrt{Y\frac{w}{r}}.$$

Substituindo esse resultado em uma das condições, obtemos a função de demanda por L:

$$L(r,w,Y) = \sqrt{Y\frac{r}{w}}.$$

Como o exercício nos informa que $r = 1$ e $w = 2$, as função de demanda condicional dos fatores ficam reduzidas a

$$K(Y) = \sqrt{2Y} \quad \text{e} \quad L(Y) = \sqrt{\frac{Y}{2}}.$$

② V. Com base nas demandas condicionais obtidas no item anterior, a função de custo é

$$CT(r,w,Y) = rK(r,w,Y) + wL(r,w,Y) = r\sqrt{Y\frac{w}{r}} + w\sqrt{Y\frac{r}{w}} = 2\sqrt{Ywr}.$$

Como o exercício informa que $r = 1$ e $w = 2$, a função de custo fica reduzia a

$$CT(Y) = 2\sqrt{2Y}.$$

③ V. Como há retornos crescentes de escala, haverá economias de escala, o que implica que a curva de custo médio deva ser decrescente. Desde que o custo marginal seja definido, o custo médio será decrescente em relação à quantidade produzida se, e somente se, ele for superior ao custo marginal.

④ V. O custo médio dessa firma é dado por:

$$CM = \frac{CT(Y)}{Y} = 2\sqrt{\frac{2}{Y}}.$$

Já o custo marginal é

$$CMg = \frac{\partial CT(Y)}{Y} = \sqrt{\frac{2}{Y}}.$$

Assim, o custo marginal é sempre igual à metade do custo médio e, portanto, menor do que o custo médio e tanto o custo marginal quanto o custo médio são decrescentes em Y.[1]

⑤ V. Para produzir 8 unidades, a empresa deverá arcar, no longo prazo com um custo de $CT(9) = 2\sqrt{2 \times 8} = 4$. Para produzir 9 unidades empregando apenas uma unidade de capital, a empresa deverá empregar uma quantidade de trabalho tal que $Y(L,1) = L \times 1 = 8$, ou seja 8 unidades de trabalho. Se o preço do trabalho é $w = \$2$ e o preço do capital $r = \$1$, então o custo de curto prazo será $1 \times 1 + 2 \times 8 = 17$, portanto, \$9 reais a mais do que o custo de longo prazo.

[1] O enunciado do item pode, todavia condusir a uma resposta caso se interprete que esse resultado é consequência necessária do fato da função de produção apresentar economias de escala. Embora economias de escala sempre resultem, para empresas tomadoras de preço, em economias de escala, isto é, em custo médio decresecente, elas não resultam necessariamente em custo marginal decrescente.

Questão 7

Com relação à Teoria da Produção, indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras:

⓪ Se o produto médio do fator variável é crescente, o seu produto marginal é maior do que o seu produto médio.

① A produtividade da mão de obra pode aumentar se houver progresso técnico, mesmo que o processo produtivo apresente rendimentos marginais decrescentes.

② Quando o processo produtivo apresenta retornos constantes de escala, se a produção aumentar proporcionalmente, o espaço entre as isoquantas aumenta progressivamente.

③ Uma isoquanta nunca pode apresentar uma inclinação ascendente, se todos os insumos apresentam produtividades marginais positivas.

④ As isoquantas são convexas se a taxa marginal de substituição técnica for decrescente.

Solução

⓪ V. A inclinação da curva de produto médio do fator x é dada por

$$\frac{\partial}{\partial x}PM(x) = \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{f(x)}{x}\right] = \frac{x\frac{f(x)}{\partial(x)} - f(x)}{x^2} = \frac{PMg_x - PM_x}{x}.$$

Para que a curva seja crescente, é necessário e suficiente que essa inclinação seja positiva,o que só ocorrerá caso $PMg_x > PM_x$.

① V. Progresso técnico significa uma mudança na forma da função de produção. Essa mudança pode fazer com que um fator de produção qualquer se torne mais produtivo ainda que apresente rendimentos marginais decrescentes.

② F. O enunciado não é muito claro quanto ao que significa "o espaço entre as isoquantas aumenta progressivamente". Parece, todavia que se refere ao que ocorre com a distância entre isoquantas que representam múltiplos da mesma quantidade à medida que nos afastamos da origem. Como sabemos, para uma função de produção com retornos constantes de escala, sucessivas curvas de isoquanta que representam múliplos da mesma quantidade são igualmente espaçadas.

③ V. A inclinação de uma isoquanta é dada pelo negativo da razão entres as produtividades marginais. Desse modo, se as duas produtividades marginais forem positivas, a curva de isoquanta será, necessariamente negativamente inclinada.

④ F (O gabarito dá verdadeiro). Se as curvas de isoquanta forem lineares e, portanto, se a taxa marginal de substituição técnica for constante, ainda assim elas serão convexas em relação à origem.

Questão 8

Em um mercado competitivo do bem x, cem consumidores têm funções utilidade definidas por $U(x,y) = \ln x + y$; sendo que y, cujo preço é unitário ($p_y =$ \$1), representa a quantidade consumida dos demais bens. Nesse mercado existem cem firmas, cada qual com função custo total dada por $CT(x) = 50x^2$. Avalie as proposições:

⓪ A curva de demanda de mercado de x tem elasticidade-preço constante e igual a -1.

① A curva de oferta de mercado de x tem elasticidade-preço constante e igual a $+2$.

② Cada firma produz 10 unidades do bem x.

③ O excedente dos produtores é igual a 100.

④ O equilíbrio não se sustentaria no longo prazo, pois existe lucro extraordinário que convidaria a entrada no mercado.

Solução

Para resolver esse exercício, encontremos as funções de demanda e de oferta do bem x. A função de demanda de cada consumidor é encontrada resolvendo o problema de maximização de sua utilidade dada a sua restrição orçamentária. Caso haja uma solução interior para esse problema, esta será uma par de quantidades positivas (x,y) tais que:

$$\begin{cases} \frac{UMg_x}{UMg_y} = \frac{p_x}{p_y} \\ p_x x + p_y y = m \end{cases}$$

Caso haja tal cesta de bens, ela será efetivamente a cesta de bens que maximiza a utilidade de cada consumidor visto que a função de utilidade $U(x,y) = \ln x + y$ é uma função côncava, o que garante a condição de máximo de segunda ordem.

Se não houver tal par de números positivos, a solução deverá ser uma solução de canto com $x = m/p_x$ e $y = 0$ caso nesse ponto $|TMS| \geq p_x/p_y$, ou $x = 0$ e $y = m/p_y$ caso nesse ponto a $|TMS| \leq p_x/p_y$.

Usando os dados do exercício, temos que $UMg_1 = 1/x$ e $UMg_2 = 1$ e, portanto uma solução interior para o problema de maximização de utilidade do

consumidor será dada, lembrando também que $p_y = 1$, pela solução do sistema de equações

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = 1 \\ p_x x + p_y y = m. \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema, obtemos

$$x = 1/p_x$$

e

$$y = m - 1.$$

Essas expressões representam as funções de demanda pelos dois bens caso a renda do consumidor seja superior a \$1, o que garante que as duas quantidades sejam positivas. Caso a renda do consumidor seja inferior a \$1, as quantidades demandadas serão

$$x = m/p_x \quad \text{e} \quad y = 0.$$

Como resultado, as funções de demanda pelos dois bens podem ser expressas da seguinte maneira:

$$x(p_x, p_y, m) = \min\left\{\frac{m}{p_x}, \frac{1}{p_x}\right\} \tag{16}$$

e

$$y(p_x, p_y, m) = \max\left\{0, \frac{m}{p_y} - 1\right\}. \tag{17}$$

Para encontrar a função de oferta de cada empresa individual, basta lembrar que esta maximiza seu lucro ao produzir a quantidade que iguala seu custo marginal de produção ao preço de seu produto desde que esse seja maior ou igual ao custo variável médio mínimo. No caso do exercício, o custo variável médio mínimo é igual ao custo médio, pois não há custo fixo, que é dado por

$$CVM = CM = \frac{CT(x)}{x} = 50x.$$

Já o custo marginal é dado por

$$CMg = \frac{\partial}{\partial x} CT(x) = 100x.$$

Como o custo marginal é sempre crescente e o custo variável médio mínimo é igual a zero, a empresa deverá ofertar uam quantidade do bem x que seja tal que

$$100x = p_x \Rightarrow s(p_x) = \frac{p_x}{100}. \tag{18}$$

Em que $s(p_x)$ é a função de oferta de cada empresa do bem x.

⓪ V. Dada a função de demanda (16), a demanda de mercado é dada por

$$X(p_x) = \sum_{i=1}^{100} \min\left\{\frac{m_i}{p_x}, \frac{1}{p_x}\right\} = \frac{\sum_{i=1}^{100} \min\{1, m_i\}}{p_x}.$$

Na qual m_i é a renda do i-ésimo consumidor, $i = 1, 2, \ldots, n$. Fazendo $\alpha = \sum_{i=1}^{100} \min\{1, m_i\}$, ficamos com

$$X(p_x) = \frac{\alpha}{p_x}.$$

Calculando a elasticidade preço dessa função de demanda obtemos

$$\epsilon = \frac{d}{dp_x X(p_x)} \frac{p_x}{X(p_x)} = -\alpha \frac{p_x}{\alpha p_x} = -1.$$

Portanto a demanda tem elasticidade preço unitária. Você poderia chegar diretamente a essa resposta caso lembrasse que, sempre que a função demanda for linear em uma potência de p, tal função apresentará elasticidade preço constante e igual a essa potência. No caso, a função de demanda é linear em p^{-1} e, portanto, apresenta elasticidade preço igual a -1.

① F. A oferta de mercado será dada por

$$S(p_x) = \sum_{i=1}^{100} s_i(p_x) = \sum_{i=1}^{100} \frac{p_x}{100} = p_x.$$

A elasticidade preço é claramente unitária, pois é dada por:

$$\frac{dS(p_x)}{dp_x} \frac{p_x}{S(p_x)} = 1 \frac{p_x}{p_x} = 1.$$

② F. A condição de equilíbrio de mercado é

$$S(p_x^*) = X(p_x^*) \Rightarrow p_x^* = \frac{\alpha}{p_x} \Rightarrow p_x^* = \sqrt{\alpha}$$

em que p_x^* é o preço de equilíbrio. A esse preço de equilíbrio cada firma irá produzir

$$s(\sqrt{\alpha}) = \frac{\sqrt{\alpha}}{100}.$$

Como $\alpha \leq 100$,

$$s(\sqrt{\alpha}) \leq \frac{1}{10}.$$

Assim, no máximo, cada firma irá produzir, no máximo, 1/10, unidades.

③ F. O excedente da firma i, E_i, será dado pela diferença entre sua receita e seu custo variável que, no caso, é igual a seu custo total, isto é

$$E_i = s\left(\sqrt{\alpha}\right) \times \frac{\sqrt{\alpha}}{100} - CT\left(s\left(\sqrt{\alpha}\right)\right) = \frac{\sqrt{\alpha}}{100}\sqrt{\alpha} - 50\left(\frac{\sqrt{\alpha}}{100}\right)^2 = \frac{\alpha}{200} \leq \frac{1}{20}.$$

Desse modo, o excedente dos 100 produtores, E, será dado por

$$E = 100 \times \frac{\alpha}{200} = \frac{\alpha}{2} \leq 50.$$

④ V. O excedende derivado no item anterior é positivo. Como não há custo fíxo, isso indica que o lucro das firmas é igual a esse excedente e, portanto, também é positivo, o que atrai a entrada de novas empresas.

Questão 9

Julgue as afirmações relativas à Teoria do Monopólio:

⓪ Uma firma monopolista, que opera com várias fábricas, aloca sua produção entre elas de forma a igualar o custo médio em cada uma das fábricas.

① Uma firma capaz de discriminação de preços de terceiro grau obtém lucro maior ou igual, em comparação com a situação na qual ela não fosse capaz de discriminar.

② Uma firma monopolista, que se depara com curva de demanda com elasticidade constante, é indiferente sobre a quantidade produzida.

③ Para obter eficiência econômica, o regulador de um monopólio natural deve escolher a alocação que minimiza o custo médio unitário da firma.

④ Se o monopolista for capaz de realizar discriminação de preços de primeiro grau, a alocação de recursos será eficiente em termos paretianos.

Solução

⓪ F. Isso é verdade para qualquer firma maximizadora de lucro e, consequentemente, minimizadora de custos, seja ela monopolista ou não. Para ver isso, que uma firma com n fábricas pretenda produzir y unidades de seu produto. Sejam $c_1(y_1),\ldots,c_n(y_n)$ as funções de custo de produção em cada uma dessas fábricas nas quais y_i representa a quantidade produzida na fábrica i, $i = 1,\ldots,n$.Para alocar essa produção entre essas n fábricas de modo a minimizar seu custo, ela deve escolher as quantidades $y_1,\ldots,y_n$ de modo a minimizar

$$\sum_{i=1}^{n} c_i(y_i)$$

dadas as restrições

$$y_i \geq 0 \text{ para } i = 1,\ldots,n.$$

e

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = y.$$

O lagrangeano associado a esse problema é

$$\mathcal{L}(y_1,\ldots,y_n) = \sum_{i=1}^{n} c_i(y_i) - \lambda\left(\sum_{i=1}^{n} y_i - y\right)$$

Sejam $y_1^*,\ldots,y_n^*$ as quantidades que resolvem esse problema. Então, elas devem satisfazer à condição de mínimo de primeira ordem que requer que, para quaisquer $j,k \in [1,\ldots,n]$, com $y_j, y_k \geq 0$,

$$\frac{\partial}{\partial y_j}\mathcal{L}(y_1^*,\ldots,y_n^*) = 0 \Rightarrow c_j'(y_j^*) = \lambda$$

e

$$\frac{\partial}{\partial y_k}\mathcal{L}(y_1^*,\ldots,y_n^*) = 0 \Rightarrow c_k'(y_k^*) = \lambda.$$

Assim, ao minimizar o custo a firma deve fazer com que $c_j'(y_j) = c_k'(y_k) = \lambda$ para quaisquer duas fábricas nas quais ela opere, ou seja, ele deve igualar os custos marginais de produção dessas fábricas.

① V. A capacidade de discriminar preços entre mercados (discriminação de terceiro grau) não impede a firma de praticar o mesmo preço nos diferentes mercados. Assim, a firma discriminadora de preços sempre pode, na pior das hipóteses praticar o mesmo preço em todos os mercados obtendo o mesmo lucro que obteria caso não fosse capaz de discriminar preços.

② F. Essa firma deve escolher a quantidade produzida de acordo com a regra do murkup sobre o custo marginal, isto é, deve escolher a quantidade produzida (y) que faça com que

$$CMg(y) = p(y)\left[1 + \frac{1}{\epsilon}\right]$$

sendo $CMg(y)$ a função de custo marginal, $p(y)$ o preço de demanda e ϵ a elasticidade preço da demanda.

③ F. A produção eficiente ocorre quando o custo marginal de produção se iguala ao preço de demanda. Usualmente, essa alocação não é a alocação de custo médio mínimo.

④ V. O discriminador perfeito de preços, ao escolher produzir a quantidade que iguala o preço de demanda ao custo marginal, produz a quantidade eficiente e se apropria de todo o excedente social gerado pela venda de seu produto.

Questão 10

Ana ganhou um bilhete de uma loteria que paga \$0 ou \$4 com probabilidade $p = 1/2$ para cada evento. Sua função utilidade é $U_A(w) = \sqrt{w}$, sendo w a quantidade de dinheiro envolvida. Ana conhece Maria, cuja função utilidade é $U_M(w) = w$. A avaliação que ambas fazem de situações envolvendo risco é descrita por funções de utilidade de von Neumann- Morgenstern. Avalie:

⓪ Ana é indiferente entre participar da loteria e ganhar \$1 com certeza.

① Se Ana vendesse o bilhete para Maria, o preço p do bilhete estaria no intervalo $\$1 \leq p \leq \$2$

② Se Júlia (com função utilidade $U_J = w^2$ concorresse com Maria pelo bilhete de Ana, Julia compraria o mesmo a um preço p no intervalo $\$2 < p \leq \$2\sqrt{2}$.

③ Como Ana é avessa ao risco, ela não compraria o bilhete que ganhou.

④ O coeficiente de aversão absoluta ao risco de Ana é crescente em relação a w.

Solução

⓪ V. Para obter a resposta do gabarito, é necessário entender que "a quantidade de dinheiro envolvida" diz respeito à variação de riqueza decorrente da loteria. A utilidade de Ana é dada pela esperança estatística do valor de sua função de utilidade:

$$U_A^e\left(0,4;\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{0} + \frac{1}{2}\sqrt{4} = 1.$$

O equivalente seguro (ES) dessa loteria, isto é, o valor seguro que Maria considera tão bom quanto a loteria deve ser tal que:

$$U_A^e(ES) = U_A\left(0,4;\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \sqrt{ES} = 1 \Rightarrow ES = 1.$$

① V. Para Ana, conforme resposta do item anterior, o bilhete de loteria vale \$1. Seja p o preço que Maria paga para comprar o bilhete de Ana. Se ela comprar o bilhete tem 50% de chance ter perdido o valor p sem ganhar nada em troca e 50% de chance de ganhar \$ 4, ficando com um ganho líquido de $\$4 - p$. Assim, seu ganho de utilidade será dado por:

$$U_M^e(-p,4-p;\frac{1}{2},\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}(-p) + \frac{1}{2}(4-p) = 2 - p.$$

Maria só deve aceitar comprar o bilhete de loteria caso $U_M^e(-p,4-p;\frac{1}{2},\frac{1}{2}) \geq U_M(0) = 0$, isto é, caso $p \leq 2$. Como o bilhete vale \$1 para Ana, as duas terão interesse em negociá-lo por qualquer valor p tal que $1 \leq p \leq 2$.

② O item está mal especificado. Para responder o que é pedido, é necessário calcular, além do valor que Maria está disposta a pagar pelo bilhete de loteria (calculado no item acima), o valor que Júlia está disposta a pagar por esse bilhete. Este é dado pelo valor de p para o qual sua utilidade esperada ao comprar o bilhete ao preço p, $\frac{1}{2}U_J(-p) + \frac{1}{2}U_J(4-p)$, é igual ao valor de sua utilidade quando não compra o bilhete, $U_J(0)$. Ocorre que sabemos que a utiliade marginal da riqueza é sempre não negativa. Porém, a função de utilidade informada, $U_J(w) = w^2$, só não é decrescente para valores positivos de w, o que gera um problema, pois, para o cálculo da disposição a pagar de Júlia pelo bilhete, devemos considerar o valor negativo $w = -p$, no qual a função de utilidade de Júlia informada é decrescente em relação a w.

Ainda que desconsideremos esse erro teórico de especificação, ao calcular a disposição a pagar de Júlia pelo bilhete, deveríamos resolver a equação

$$\frac{(-p)^2}{2} + \frac{(4-p)^2}{2} = 0$$

a qual não tem solução real.

Uma outra possibilidade seria considerar que o termo "a quantidade de dinheiro envolvida" diz respeito à riqueza total de cada uma das agentes do exercício. Nesse caso, notando por w_J a riqueza inicial de Júlia e observando que, caso ela compre a loteria pelo preço p, essa riqueza passará a ser w_J-p ou w_J+4-p com iguais probabilidades, sua disposição a pagar pela loteria seria obtida resolvendo para p a equação entre a utilidade esperada de Júlia caso compre a loteria e sua utilidade caso não compre a loteria:

$$\frac{(w_J-p)^2}{2} + \frac{(w_J+4-p)^2}{2} = w_J^2.$$

Como essa equação depende de w_J, não teríamos como resolvê-la sem que esse parâmetro fosse informado. Além disso, se assumirmos que w representa a riqueza total da agente, os itens ⓪ ① tampouco poderiam ser resolvidos.

Para chegar à resposta do gabarito, seria necessário admitir que o valor que Júlia estaria disposta a pagar para adquirir o bilhete de loteria seja igual ao valor a partir do qual ela estaria disposta a vender esse bilhete caso o tivesse ganho, o que não é verdadeiro para a maioria das preferências. Nesse caso, com a interpretação inicial do sentido de "quantidade de dinheiro envolvida", como o bilhete daria a ela \$4 ou \$0 com iguais

probabilidades, sua utilidade esperada inicial seria

$$U_J^e\left(0,4;\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right) = \frac{0^2}{2} + \frac{4^2}{2} = 8.$$

Para que ela aceitasse vender esse bilhete, ela exigiria um valor tal que $U_J(p) = U_J^e$, ou seja,

$$p^2 = 2 \Rightarrow p = 2\sqrt{2}.$$

Assumindo erroneamente que esta seja a disposição a pagar de Júlia pelo bilhete, chegaríamos à conclusão que, caso disputasse com Maria a aquisição do bilhete, ela (Júlia) teria que comprar o bilhete por um preço maior do que a preço máximo que Maria está disposta a pagar \$2 e menor do que o preço máximo que ela está disposta a pagar $\$2\sqrt{2}$. Portanto o preço p deverá ser tal que $0 < p \leq 2\sqrt{2}$.

③ F. Uma pessoa avessa ao risco pode comprar um bilhete de loteria desde que seu preço seja tão baixo que faça com que o ganho esperado com o bilhete seja maior ou igual ao prêmio do risco assumido.

④ F. A função de utilidade de Ana é uma função potência, $w^{\frac{1}{2}}$. Se uma função de utilidade de Bernoulli tem o formato de uma função potência, seu coeficiente de aversão ao risco será constante e igual à diferença entre 1 e o expoente desssa função. No caso específico da função de utilidade de Ana, o coeficiente de aversão relativa ao risco será dado por $CARR = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. Sabemos também que o coeficiente de aversão relativa ao risco ($CARR$) é igual ao coeficiente de aversão labsoluta ao risco $CAAR$ vezes a riqueza w, isto é

$$CARR = wCAAR \Rightarrow CAAR = \frac{CARR}{w}.$$

No caso da função de utilidade de Ana, isso implica que o coeficiente de aversão relativa ao risco será

$$CAAR = \frac{1}{2w}.$$

Portanto, esse coeficiente será decrescente em relação a w.

Alternativamente, você poderia calcular diretamente o coeficiente de aversão absoluta ao risco de Ana:

$$CAAR_A = -\frac{U_A''(w)}{U_A'(w)} = \frac{-\frac{1}{4\sqrt{w^3}}}{\frac{1}{2\sqrt{w}}} = \frac{1}{2w}.$$

Questão 11

Com relação à Teoria do Equilíbrio Geral, indique as afirmativas corretas:

⓪ A Lei de Walras afirma que o valor da demanda agregada é zero para todas as escolhas de preços possíveis, e não apenas para os preços de equilíbrio.

① O pressuposto de que a função de demanda excedente agregada seja uma função contínua não é indispensável à demonstração da existência do equilíbrio nos modelos de equilíbrio geral.

② Mesmo que as demandas individuais sejam descontínuas, desde que os consumidores sejam pequenos, a função de demanda agregada será contínua.

③ Pelo primeiro teorema do bem-estar, todos os equilíbrios em mercados competitivos serão Pareto-eficientes.

④ Se as preferências não forem convexas, algumas alocações Pareto-eficientes não serão alcançadas por mercados competitivos.

Solução

⓪ F (o gabarito dá verdadeiro). Pela lei de Walras, o valor da demanda *excedente* agregada é idêntico a zero para qualquer vetor de preços, desde que todos os consumidores demandem cestas de bens sobre suas linhas de restrição orçamentária. Isso significa que o valor da demanda agregada será sempre igual ao valor da oferta agregada da economia, podendo ambos serem diferentes de zero.

① O gabarito dá Falso, mas, a rigor, é verdadeiro. Mesmo que a função de demanda agregada apresente descontinuidade, ainda assim, pode haver um equilíbrio geral, desde que que a função de demanda agregada seja localmente contínua no equilíbrio.

② Novamente, descordamos do gabarito que dá verdadeiro. Ainda que haja infinitos consumidores infinitamente pequenos, caso suas funções de demanda sejam descontínuas ao mesmo preço, a demanda agregada será descontínua nesse preço. Para garantir a continuidade da demanda agregada seria necessário pressupor não apenas um número muito grande (incontáveis) de consumidores infinitamente pequenos, mas também que o número de consumidores que apresentam descontinuidade em suas

funções de demanda individuais ao mesmo vetor de preços seja contável.

③ V. Efetivamente, esse é o enunciado do primeiro teorema do bem-estar social.

④ Falso. Novamente, descordamos do gabarito. Se as preferências forem racionais, contínuas e localmente não saciáveis e os conjuntos de produção forem convexos, limitados acima e fechados, é certeza que todas as alocações Pareto-eficientes serão equilíbrios competitivos, conforme atesta o segundo teorema do bem-estar social. Porém as hipóteses assumidas na demonstração desse teorema são condições suficientes para demonstrar sua tese, mas não necessárias. Em outras palavras é possível que, mesmo que as preferências não sejam convexas, ainda assim, toda alocação eficiente seja uma alocação de equilíbrio desde que seja realizada a uma adequada redistribuição das dotações iniciais.

Questão 12

Robson Crusoé (A) e Sexta-Feira (B) têm preferências idênticas sobre cocos (X) e peixes (Y), representadas pela função utilidade $U(X,Y) = \ln X + Y$. A dotação de bens de Crusoé é $\left(w_x^A; w_y^A\right) = (5;10)$ e a de Sexta-Feira é $\left(w_x^B; w_y^B\right) = (15;5)$. Fixando o preço do coco em uma unidade ($p_x = \$1$), avalie as afirmações:

⓪ Como a utilidade é quase linear, a quantidade de cocos demandada é fixa, não dependendo dos preços relativos.

① O preço de equilíbrio do peixe é $p_y = \$10$.

② No equilíbrio, a quantidade demandada líquida de Robson por cocos é igual a cinco unidades.

③ Se o leiloeiro walrasiano anunciar $p_y = \$5$, haverá excesso de oferta de 15 peixes.

④ Com o preço de desequilíbrio $p_y = 5$ a Lei de Walras é verificada, pois Robson não oferta nem demanda e Sexta-feira pretende vender e comprar \$10, de modo que a soma do valor dos excessos de demanda por cada bem se anula.

Solução

Para determinar o preço relativo de equilíbrio, encontremos inicialmente as funções de demanda pelos bens X e Y por parte dos Robson Crusoé e Sexta-Feira.

As condições de primeira ordem de maximização de utilidade de Robson Crusoé, assumindo-se, uma solução interior são

$$\begin{cases} |TMS_A| = \frac{p_x}{p_y} \\ p_x X_A + p_y Y_A = p_x w_x^A + p_y w_y^A \end{cases}$$

nas quais, TMS_A é a taxa marginal de substituição de Robson Crusoé e X_A e Y_A são as quantidades que ele consome dos bens X e Y, respectivamente. Como as preferências são estritamente convexas, a condição de máximo de segunda ordem está garantida e, sempre que o sistema de equações acima tiver como solução X_A e Y_A positivos, essas soluções serão as quantidades demandas por Robson pelos dois bens. Pelo enunciado sabemos que $w_x^A = 5$, $w_y^A = 10$ e $p_x = 1$. Além disso,

$$|TMS_A| = \frac{\frac{\partial}{\partial X_A}(\ln X_A + Y_A)}{\frac{\partial}{\partial Y}(\ln X_A + Y_A)} = \frac{1}{X_A}.$$

Assim, o sistema de equações acima assume a forma

$$\begin{cases} \frac{1}{X_A} = \frac{1}{p_y} \\ X_A + p_y Y_A = 5 + 10p_y \end{cases}.$$

Resolvendo esse sistema, chegamos às funções de demanda de Robson Crusoé por coco e peixe:

$$X_A(p_y) = p_y \tag{19}$$

$$Y_A(p_y) = 9 + \frac{5}{p_y}. \tag{20}$$

Como as funções de demanda acima retornam valores positivos para qualquer valor positivo de p_y, não haverá solução de canto.

De modo semelhante, encontramos as funções de demanda de Sexta-Feira. As

$$\begin{cases} |TMS_B| = \frac{p_x}{p_y} \\ p_x X_B + p_y Y_B = p_x w_x^B + p_y w_y^A \end{cases}$$

nas quais, TMS_B é a taxa marginal de substituição de Sexta-Feira e X_B e Y_B são as quantidades que ele consome dos bens X e Y, respectivamente. Empregando os dados do enunciado, tais condições se transformam em

$$\begin{cases} \frac{1}{X_B} = \frac{1}{p_y} \\ X_B + p_y Y_B = 15 + 5p_y \end{cases}.$$

Resolvendo esse sistema de equações, encontramos as quantidades demandas dos dois bens por Sexta-Feira:

$$X_B(p_y) = p_y \tag{21}$$

$$Y_B(p_y) = 4 + \frac{15}{p_y}. \tag{22}$$

O preço p_y de equilíbrio é encontrado resolvendo a condição de igualdade entre oferta e demanda em qualquer um dos mercados, visto que, pela lei de Walras, isso também garante o equilíbrio no outro mercado. Assim, resolvamos a condição de equilíbrio no mercado de coco:

$$X_A(p_y) + X_B(p_y) = w_x^A + w_y^b \Rightarrow 2p_y = 5 + 15 \Rightarrow p_y^* = 10. \tag{23}$$

Em que p_y^* é o preço de equilíbrio. Substituindo esse valor nas funções de demanda, encontramos as quantidades demandadas no equilíbrio

$$X_A^* = 10 \tag{24}$$

$$Y_A^* = 9{,}5 \tag{25}$$

$$X_B^* = 10 \tag{26}$$

$$Y_B^* = 5{,}5 \tag{27}$$

⓪ F. Preferências quase lineares implicam que, para soluções interiores do problema de maximização de utilidade, a demanda pelo bem no qual as preferências não são lineares dependerá apenas dos preços relativos e não da renda (no caso, valor da dotação inical) do consumidor.

① V. Conforme (23), $p_y^* = 10$.

② V. De acordo com (24), a demanda bruta de Robson por coco é, no equilíbrio 10 unidades. Como ele tem uma dotação inicial $w_x^A = 5$, a demanda líquida será $X_A^* - w_x^A = 10 - 5 = 5$.

③ F. Usando (20) e (22), o excesso de demanda será

$$Y_A(5) + Y_B(5) - w_y^A - w_y^B = 9 + \frac{5}{5} + 4 + \frac{15}{5} - 10 - 5 = 2.$$

④ V. Empregando as funções de demanda (19) a (22)

$$X_A(5) - w_x^A = 5 - 5 = 0;$$
$$Y_A(5) - w_y^A = 10 - 10 = 0;$$
$$X_B(5) - w_x^B = 5 - 15 = -10;$$
$$Y_B(5) - w_y^B = 7 - 5 = 2.$$

Assim, como $p_x = 1$ e $p_y = 5$, o valor do excesso de demanda de coco será $1 \times -10 = -10$ e o valor do excesso de demanda de peixe será $5 \times 2 = 10$. A soma desses valores é igual a zero.

Questão 13

Seja um jogo estritamente competitivo em um mercado com apenas duas empresas, em que a empresa 1 pode adotar uma entre quatro estratégias de vendas possíveis: A, B, C e D; e a empresa 2 também pode adotar uma entre quatro estratégias de vendas possíveis: R, S, T e U. A parcela de mercado da empresa 1 se encontra descrita na tabela abaixo, de acordo com a estratégia de venda que ela e a empresa 2 escolherem. Responda qual será a parcela de mercado da empresa 2 no ponto de sela, expressando o valor em percentagem.

Empresa 1	Empresa 2			
	R	S	T	U
A	10	20	15	30
B	40	30	50	55
C	35	25	20	40
D	25	15	35	60

Solução

70. O ponto de cela de um jogo de soma zero é o perfil de estratégias de *maxmin*/*minmax*. Em outras palavras, é o perfil de estratégias que constitui o equilíbrio de Nash desse jogo. No caso desse jogo, o equilíbro de Nash ocorre quando a Empresa 1 escolha a estratégia B e a empresa 2 escolhe a estratégia A. Nesse ponto, a participação de mercado da empresa A é 30% e, portanto, a participação da empresa B será de 70%.

Questão 14

Duas firmas produzem um bem com preço unitário constante $p = \$12$. A primeira, situada na margem de um rio, opera com função custo $c(x) = x^2$, sendo x a quantidade do bem produzida por ela. A outra firma, localizada pouco adiante no mesmo rio, produz a quantidade y do mesmo bem, com custo expresso por $c(y) = y^2 + \frac{1}{2}x^2$. O último componente dessa expressão representa a externalidade negativa gerada pela poluição do rio por parte da outra firma. Calcule a redução no número de unidades produzidas pela firma poluidora, caso ambas decidam explorar, com a fusão entre as firmas, os ganhos derivados da internalização da externalidade.

Solução

02. Caso não haja coordenação entre as duas empresas, a primeira delas deve escolher um produto que iguala seu custo marginal ao preço do produto, fazendo $2x = 12$, ou seja irá escolher uma quantidade $\hat{x} = 6$. Caso as duas empresas realizem uma fusão o lucro da nova empresa será

$$12(x+y) - \frac{3}{2}x^2 - y^2.$$

Para maximizar esse lucro, ele deve escolher um valor de x que satisfaça a condição de lucro máximo de primeira ordem, qual seja, de que a derivada parcial dessa funcão em relação a x seja igual a zero, isto é,

$$12 - 3x = 0 \Rightarrow x^* = 4.$$

Assim, após a fusão, a quantidade produzida pela empresa poluidora será reduzida de $\hat{x} = 6$ para $x^* = 4$, ou seja haverá uma redução de $\hat{x} - x^* = 2$ unidades.

Questão 15

Calcule a quantidade que a empresa seguidora produz em um equilíbrio de Stackelberg, em que a função de demanda do mercado é dada por $p = 122 - 0{,}5(q1 + q2)$, sendo p o preço de mercado, q_1 a quantidade produzida pela líder e q_2 a quantidade produzida pela seguidora, e as curvas de custo de líder e seguidora são, respectivamente,

$$C_1 = 2q_1 \text{ e } C_2 = 2q_2.$$

Solução

60. Trata-se de um modelo de Stakelberg com uma demanda linear $p = a - b(q_1 + q_2)$, em que $a = 122$ e $b = 0{,}5$ e custo marginal constante e igual para as duas empresas $c = 2$. Para esse modelo, a quantidade produzida pela empresa seguidora é

$$q_2 = \frac{a-c}{4b} = \frac{122-2}{2} = 60.$$

Observação: Se você esquecer o resultado para o modelo de Stackelberg com custo marginal constante e igual para as duas empresas e demanda linear, pode resolver o modelo para os dados apresentados. Primeiramente, calculamos a função de reação a empresa 2. Essa é dada pelo valor de q_2 que maximiza o lucro dessa empresa dada a quantidade q_1 produzida pela empresa líder. O lucro da empresa 2 é

$$p(q_1+q_2)q_2 - C_2(q_2) = \left[122 - \frac{1}{2}(q_1+q_2)\right]q_2 - 2q_2 = \left(120 - \frac{q_1}{2}\right)q_2 - \frac{q_2^2}{2}.$$

Derivando em relação a q_2 e igualando a zero, obtemos a condição de lucro máximo de primeira ordem:

$$q_2(q_1) = 120 - \frac{q_1}{2}. \qquad (28)$$

A segundo derivada da função objetivo da empresa seguidora em relação a q_2 é igual a -1, o que garante que a solução acima é realmente uma solução de lucro máximo para essa empresa.

A empresa líder, antecipando a função de reação da empresa seguidora, deve levar em conta, que, qualquer que seja a quantidade q_1 que ela escolha produzir, a quantidade total produzida pelas duas empresas será

$$q = q_1 + q_2(q_1) = q_1 + 120 - \frac{q_1}{2} = 120 + \frac{q_1}{2}.$$

Assim, o preço do produto será

$$p = 122 - \frac{1}{2}q = 122 - \frac{q_1}{2},$$

e o lucro da empresa líder será

$$\left(122 - \frac{q_1}{2}\right)q_1 - 2q_1.$$

A empresa líder deve escolher q_1 de modo a maximizar seu lucro. Pela condição de máximo de primeira ordem, tal valor deve ser tal que a derivada da função acima em relação a q_1 seja igual a zero, isto é,

$$122 - q_1 - 2 = 0 \Rightarrow q_1 = 120.$$

Substituindo esse valor em (28), obtemos a quantidade a ser produzida pela empresa seguidora:

$$q_2 = 60.$$

Referências

Varian, Hall R. 2012. *Microeconomia – princípios básios.* Tradução da 8ª edição. Elsevier.

Resolução do exame ANPEC de microeconomia para 2014

Roberto Guena de Oliveira

12 de fevereiro de 2014

Questão 1

A respeito das funções utilidades e seus vários formatos, podemos afirmar:

(0) Para um consumidor individual com uma função utilidade na forma $U(x,y) = x^{\alpha}y^{\beta}$; $\alpha+\beta = 1$ a participação dos bens no orçamento individual muda sempre que ocorrer variações nos preços relativos de x e y;

(1) Um consumidor que assume uma função utilidade na forma $U(x,y) = (x - x_0)^{\alpha}\cdot(y-y_0)^{\beta}$; $\alpha+\beta = 1$ sempre vai adquirir no mínimo a quantidade (x_0, y_0) dos dois bens;

(2) Na função utilidade $U(x,y) = (x-x_0)^{\alpha}\cdot(y-y_0)^{\beta}$; $\alpha+\beta = 1$ a participação de um dos bens no orçamento doméstico independe da quantidade mínima requerida de cada bem;

(3) Supondo-se uma função utilidade na forma $U(x,y) = \frac{x^{\theta}}{\theta} + \frac{y^{\theta}}{\theta}$, então sempre que a elasticidade de substituição for nula os bens x e y são considerados substitutos perfeitos.

Solução

(0) Falso. Trata-se de uma função de utilidade Cobb-Douglas. Nesse caso, a participação de cada um dos bens no orçamento individual, isto é, a razão entre o gasto com a aquisição desse bem e a renda do consumidor, será constante e igual à razão entre o expoente desse bem e a soma dos expoentes de todos os bens. Assim, levando em conta que $\alpha+\beta = 1$, a participação do bem x no orçamento do consumidor será constante e igual a $\alpha/(\alpha+\beta) = \alpha$ e a participação do bem y nesse orçamento será constante e igual a $\beta/(\alpha+\beta) = \beta$.

(1) Falso, se x_0 e y_0 forem grandezas positivas, então sempre haverá a possibilidade de que a renda do consumidor seja insuficiente para adquirir essa cesta de bens, isto é, denotando por m a renda do consumidor, por p_x o preço do bem x e por p_y o preço do bem y, há a possibilidade de que $m < p_x x_0 + p_y y_0$. Nesse caso, o consumidor não teria como adquirir as quantidades x_0 e y_0 dos dois bens. O gabarito considera, todavia, o item verdadeiro. Eu consigo pensar em duas razões pelas quais alguém seria levado a concordar com o gabarito.

A primeira delas é que essa função de utilidade é usada como função de utilidade subjacente a um modelo empírico, conhecido como “sistema linear de dispêndio” (*linear expenditure system*), apresentado no apêndice A, que pressupõe que os consumidores sempre irão adquirir as quantidades mínimas x_0 e y_0 dos dois bens, pressupondo também, por vezes implicitamente, que a renda do consumidor é suficiente para isso. Assim, por exemplo, Stone 1954, p. 512, autor frequentemente identificado com esse modelo, diz que (x_0, y_0) “pode ser identificado com um vetor de quantidades com o qual o consumidor está em algum sentido comprometido.” Mais enfaticamente, Samuelson 1947, p. 88, citado pelo próprio Stone, diz que, uma das hipóteses restritivas desse modelo é que assume-se sempre que o consumidor compra “um conjunto necessário de bens”, isto é, a cesta (x_0, y_0). O importante a ressaltar aqui é que o consumo mínimo de bens (x_0, y_0) é uma restrição adicional à escolha do consumidor que não pode ser inferida da função de utilidade. Portanto, não me parece que tenhamos aqui um bom argumento para justificar que o item deva ser considerado verdadeiro.

A segunda razão pela qual o item poderia ser eventualmente considerado verdadeiro é que a função de utilidade $U(x, y) = (x - x_0)^{\alpha}(y - y_0)^{\beta}$, com $\alpha + \beta = 1$ sempre tem valor definido caso $x > 0$ e $y > 0$, independetentemente do valor de α. Isso deixa de ser verdadeiro caso tenhamos $x \leq x_0$ ou $y \leq y_0$ pois:

a) Se $\alpha < 0$, então a função de utilidade não é definida para $x = x_0$ e, se $\alpha > 1$, de tal sorte que $\beta < 0$, a função de utilidade não é definida para $y = y_0$;

b) se α é um número irracional, o que implica que $\beta = 1 - \alpha$ também é irracional, a função de utilidade não retorna qualquer valor real caso $x < x_0$ ou $y < y_0$; e

c) se α é um número racional com forma reduzida $\alpha = r/s$, na qual r e s são dois inteiros primos entre si, então, a função de utilidade só retorna valores reais para $x < x_0$ ou $y < y_0$ caso s seja um número ímpar.[1]

[1] Assumimos aqui a convenção, frequentemente empregada segundo a qual, se x é um número positivo, s é um inteiro positivo e ímpar e $r < s$ é um inteiro positivo coprimo de s, podemos calcular

$$(-x)^{\frac{r}{s}} = (-1)^{\frac{r}{s}}(x)^{\frac{r}{s}} = \left(\sqrt[s]{-1}\right)^r \left(\sqrt[s]{x}\right)^r = (-1)^r x^{\frac{r}{s}}.$$

Nesse caso, por exemplo, $(-1)^{2/3} = (-1)^2 \times 1^{2/3} = 1$ e $(-32)^{3/5} = (\sqrt[5]{-1})^3 \times 32^{3/5} = -8$, mas $(-8)^{3/2}$ não é

Diante disso, poder-se-ia argumentar que a pressuposição de que haverá um consumo mínimo das quantidades x_0 e y_0 dos dois bens é uma consequência direta do domínio, irrestrito em relação aos valores de α e β, da função de utilidade. Não obstante, poder-se ia argumentar em sentido contrário, que a função de utilidade apresentada, só é compatível com o conjunto de consumo habitualmente pressuposto ($\mathbb{R}^n_+$) caso α e, consequentemente, β sejam racionais maiores do que zero e menores do que 1 com a forma reduzida com denominadores ímpares e que, portanto, ela pressupõe implicitamente que esses parâmetros possuem essa característica.

Assim, não me parece possível sustentar a afirmação do gabarito de que o item seja verdadeiro.

(2) Falso. Considere, por exemplo o caso bem comportado no qual

a) $0 < \alpha < 1$ e, como $\beta = 1 - \alpha$, $0 < \beta < 1$.

b) $\alpha = r/s$ sendo r e s dois números inteiros primos entre com s ímpar. Consequentemente $\beta = (s-r)/s$. Note que, nesse caso, visto que $s(= r + (s-r))$ é ímpar e dado que a soma de dois números ímpares, assim como a soma de dois números pares, é sempre par, necessariamente, ou r é ímpar ou $s-r$ é ímpar, mas não ocorre de r e $s-r$ serem simultaneamente ímpares. Assumiremos aqui, sem perda de generalidade que r seja um inteiro ímpar.

c) $x_0, y_0 > 0$.

d) O conjunto de consumo corresponde ao conjunto das cestas (x, y) para as quais os dois bens são consumidos em quantidades não negativas.

Para encontrar a função de demanda pelos dois bens, procediremos nas seguintes etapas: inicialmente, investigaremos as propriedades de uma cesta de bens que atende às condições de máximo de primeira ordem; após isso, investigaremos sob que condições essa cesta de bens é, efetivamente, um ponto de máximo local; finalmente, compararemos os eventuais máximos locais interiores com possíveis soluções de canto (com consumo nulo de um dos bens), para determinar a cesta de bens que constitui a escolha ótima do consumidor.

Comecemos por investigar as condições de primeira ordem para um máximo local. Como sabemos, estas são caracterizadas pela igualdade entre a razão entre as utilidades marginais dos dois bens e seu preço relativo e pela restrição orçamentária do consumidor. Para determinar a taxa marginal de substituição, encontramos inicialmente as utilidades marginais dos dois bens:

$$UMg_x = \frac{\partial U(x,y)}{\partial x} = \alpha(x - x_0)^{\alpha-1}(y - y_0)^{\beta} \tag{1}$$

um número real. Embora essa convenção não seja universal, ela é comumente aceita na computação de potências reais. Contrários a essa convenção, alguns autores preferem que se reserve o domínio da função potência exclusivamente para os números positivos.

e

$$UMg_y = \frac{\partial U(x,y)}{\partial y} = \beta(x-x_0)^{\alpha}(y-y_0)^{\beta-1}. \tag{2}$$

A condição de primeira ordem, então pode ser resumida pelo sistema de equações:

$$\begin{cases} \frac{UMg_x}{UMg_y} = \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta}\frac{y-y_0}{x-x_0} = \frac{p_x}{p_y} \\ p_x x + p_y y = m \end{cases} \tag{3}$$

Subtraindo $p_x x_0$ e $p_y y_0$ de ambos lados da segunda equação acima, chamando $x - x_0$ de ξ, $y - y_0$ de ψ e $m - p_x x - p_y y$ de μ,[2] o sistema de equações (3) pode ser reescrito como

$$\begin{cases} \frac{\alpha}{\beta}\frac{\psi}{\xi} = \frac{p_x}{p_y} \\ p_x \xi + p_y \psi = \mu \end{cases} \tag{4}$$

Resolvendo esse sistema de equações para ξ e ψ, obtemos

$$\xi = \alpha \frac{\mu}{p_x}$$

e

$$\psi = \beta \frac{\mu}{p_y},$$

ou, substituindo $\xi = x - x_0$, $\psi = y - y_0$ e $\mu = m - p_x x_0 - p_y y_0$,

$$x = x_0 + \frac{\alpha}{p_x}(m - p_x x_0 - p_y y_0) \tag{5}$$

e

$$y = y_0 + \frac{\beta}{p_y}(m - p_x x_0 - p_y y_0) \tag{6}$$

O ponto com as coordenadas descritas pelas equações (5) e (6) é um candidato a ponto de máximo local. Para verificar se ele efetivamente é um máximo local, precisamos averiguar o sinal, nesse ponto, do seguinte Hessiano orlado:

$$\bar{H} = \begin{vmatrix} 0 & \frac{\partial}{\partial x}U(x,y) & \frac{\partial}{\partial y}U(x,y) \\ \frac{\partial}{\partial x}U(x,y) & \frac{\partial^2}{\partial x^2}U(x,y) & \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}U(x,y) \\ \frac{\partial}{\partial y}U(x,y) & \frac{\partial^2}{\partial y \partial x}U(x,y) & \frac{\partial^2}{\partial y^2}U(x,y) \end{vmatrix}. \tag{7}$$

Se, no ponto que resolve (5) e (6), esse determinante for positivo e $\frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x \partial y} \neq 0$, então, a condição suficiente de máximo será atendida e esse ponto será

[2] μ é por vezes chamada “renda supernumerária” (*supernumerary income*).

certamente um ponto de máximo local. Se esse determinante for negativo, podemos ter certeza que não se trata de um ponto de máximo local.

Notemos que desde que $(x-x_0)^{\alpha-1}$ e $(y-y_0)^{\beta-1}$ sejam definidas, caso $x, y \neq 0$,

$$\frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial y \partial x} = \alpha\beta(x-x_0)^{\alpha-1}(y-y_0)^{\beta-1} \neq 0.$$

Calculando o hessiano orlado definido em (7), fazendo algumas simplificações e considerando que $\alpha+\beta=1$, chegamos a

$$\bar{H} = \alpha\beta(x-x_0)^{\alpha}(y-y_0)^{\beta} \tag{8}$$

Dadas as hipóteses que assumimos sobre os parâmetros α e β, sempre que tivermos $x > x_0$, $\bar{H}$ será positivo. Em particular, caso $m > p_x x_0 + p_y y_0$, as quantidades obtidas ao aplicarmos as equações (5) e (6) serão tais que $x > x_0$ e $y > y_0$. Assim, quando $m > p_x x_0 + p_y y_0$, a cesta de bens composta por essas quantidades consiste em um máximo local. Ao contrário, caso $m < p_x x_0 + p_y y_0$, a cesta de bens obtida aplicando-se as esquações (5) e (6) será tal que $x < x_0$ e $y < y_0$ e, nesse caso, essa cesta não será uma cesta de utilidade máxima, mas sim de utilidade mínima. Assim, para que tenhamos uma solução de máximo interior, é preciso que $m > p_x x_0 + p_y y_0$. Caso contrário, a solução de utilidade máxima será uma solução de canto: dada nossa hipótese de que α é a razão entre dois números ímpares, primos entre si, o consumidor deverá adquirir m/p_x unidades do bem x e zero unidades do bem y.[3] Mesmo que $m > p_x x_0 + p_y y_0$, ou seja, mesmo que exista uma solução interior de máximo local, é necessário compará-la com as possíveis soluções de canto para verificar se essa solução é também uma solução de máximo global.

Substituindo as equações (5) e (6) na função de utilidade, obtemos a utilidade do consumidor caso ele opte pela solução interior:

$$V_0(p_x, p_y, m) = \left(\frac{\alpha}{p_x}\right)^{\alpha}\left(\frac{\beta}{p_y}\right)^{\beta}\left(m - p_x x - p_y x\right). \tag{9}$$

Caso o consumidor opte por consumir apenas o bem x, sua utilidade seria

$$V_1(p_x, p_y, m) = y_0^{\beta}\left(\frac{m - p_x x_0}{p_x}\right)^{\alpha}. \tag{10}$$

Comparando (9) e (10), concluímos que a condição para que a demanda pelos dois bens seja simultaneamente positiva é

$$\left(m - p_x x_0\right)^{1-\alpha} - \frac{p_y y_0}{\left(m - p_x x_0\right)^{\alpha}} > \left(\frac{y_0 p_y}{\beta \alpha^{\alpha/\beta}}\right)^{\beta}. \tag{11}$$

[3] Quando α é a razão entre dois ímpares, $\beta (= \alpha - 1)$ é a razão entre um ímpar e um par. Se, ao contrário, α fosse a razão entre um ímpar e um par, então, o consumidor deveria escolher consumir uma quantidade zero do bem x e m/p_y unidades do bem y.

Como o lado direito dessa desigualdade é uma constante e, como o lado esquerdo é crescente em m (lembre-se que estamos considerando $0 < \alpha < 1$) e ilimitado, podemos ter certeza que, para níveis de renda suficientemente elevados, o consumidor demandará a solução interior descrita pelas equações (5) e (6). Quando isso acontecer, a participação do bem x no orçamento do consumidor será

$$s_x = \frac{p_x x_0 + \alpha(m - p_x x_0 - p_y y_0)}{m} = \alpha + (1-\alpha)\frac{p_x x_0}{m} - \alpha \frac{p_y y_0}{m} \tag{12}$$

Isso indica que a participação do bem x no orçamento do consumidor é tanto maior quanto maior for x_0 e tanto menor quanto maior for y_0. Como exercício, você pode verificar que a participação do bem y no orçamento do consumidor é dada por

$$s_x = \beta + (1-\beta)\frac{p_y y_0}{m} - \beta \frac{p_x x_0}{m} \tag{13}$$

o que indica que, para níveis suficientemente elevados de renda, a participação do bem y no orçamento do consumidor é tanto menor quanto menor for x_0 e tanto maior quanto maior for x_0.

(3) Falso. A quantidade do bem y que um consumidor está disposto a dar em troca de uma unidade adicional do bem x é tal que, após ceder essa quantidade do bem y e receber em troca uma unidade adicional do bem x, esse consumidor fica tão bem quanto estava antes de realizar essa troca. Em outros termos se R é a quantidade (máxima) do bem y da qual o consumidor está disposto a abrir mão para ter uma unidade adicional do bem x e se a função de utilidade do consumidor é $U(x, y)$, então R é definida por $U(x+1, y-R) = U(x, y)$. Consideremos uma pessoa com a função de utilidade $U(x, y) = \min(\alpha x, \beta y)$. Assuma o caso em que $\alpha, \beta > 0$. Se essa pessoa consome uma cesta de bens inicial (x_0, y_0) com $\alpha x_0 \geq \beta y_0$, então, sua função de utilidade inicial será igual a βy_0. Caso o consumo do bem x seja acrescentado de uma unidade, o valor dessa função de utilidade não será alterado, pois, como por hipótese $\beta y_0 \leq \alpha x_0$, deveremos ter $\beta y_0 < \alpha(x_0 + 1)$, ou seja $\min(\alpha(x_0+1), \beta y_0) = y_0$. Nesse caso, a redução no consumo do bem y que essa pessoa aceita em troca de uma unidade adicional do bem x é zero. Suponha agora que a cesta de consumo original (x_0, y_0) seja tal que $\alpha x_0 < \beta y_0$. Nesse caso, a utilidade original dessa pessoa será $\min(\alpha x_0, \beta y_0) = x_0$, e caso receba uma unidade adicional do bem x sua utilidade irá aumentar. O máximo do bem y que essa pessoa estaria disposta a abrir mão para receber essa unidade adicional do bem x seria aquela quantidade que a devolvesse ao nível de utilidade inicial apesar do aumento no consumo do bem x de tal sorte que

$$\min(\alpha(x_0+1), \beta(y_0 - R)) = \min(\alpha x_0, \beta y_0) = \alpha x_0.$$

Como, assumindo-se $\alpha > 0$, $\alpha(x_0+1) > \alpha(x_0)$, para garantir a igualdade acima, é preciso fazer com que $\beta(y_0 - R) = \alpha x_0$, isto é, $R = y_0 - \frac{\alpha}{\beta} x_0$.

Portanto, no caso em que $\alpha, \beta > 0$, a quantidade que essa pessoa está disposta a dar do bem y em troca de uma unidade adicional do bem x depende do consumo inicial desses bens e é dada pela função

$$R(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{caso } \alpha x \geq \beta y \\ y - \frac{\alpha}{\beta} x & \text{caso } x < y \end{cases}.$$

(4) Falso. A função de utilidade apresentada é uma transformação monotônica da função de utilidade

$$V(x,y) = \left(x^\theta y^\theta\right)^{\frac{1}{\theta}}$$

que conhecemos como uma função do tipo CES. Essa função de utilidade se reduz a $U(x,y) = x + y$ quando $\theta = 1$. Nesse caso, os dois bens são substitutos perfeitos. Sabemos, ademais, que a elasticidade de substituição para essa função de utilidade é

$$\sigma = \frac{1}{1-\theta}.$$

No caso em que $\theta = 1$ essa elasticidade de substituição não é definida. Porém, considerando que seu limite quando θ tende a 1 pela esquerda é infinito, convenciona-se dizer que a elasticidade de substituição para bens substitutos perfeitos é infinita. Não há valor real de θ para o qual $\sigma = 0$, todavia, caso $\theta < 0$, quanto maior o seu valor absoluto, mais próxima de zero será a elasticidade de substituição. Como

$$\lim_{\theta \to -\infty} \left(x^\theta y^\theta\right)^{\frac{1}{\theta}} = \min(x,y),$$

convenciona-se dizer que preferências representadas pela função de utilidade $U(x,y) = \min(x,y)$ apresentam elasticidade de substituição igual a zero.[4]

[4] Todavia, caso usemos a definição convencional de elasticidade de substituição, qual seja,

$$\sigma = \left. \frac{d\frac{y}{x}}{d|TMS|} \frac{TMS}{\frac{y}{x}} \right|_{U(x,y)=\text{cte.}},$$

tal elasticidade não tem valor definido para o caso de complementares perfeitos.

Questão 2

A respeito das relações de preferências da teoria do consumidor é possível afirmar:

(0) Se $x \geq y$ e $x \neq y$ então a cesta de bens x possui no mínimo as mesmas quantidades de cada bem da cesta y;

(1) Relações binárias transitivas e reflexivas são relações de preferências;

(2) Se a relação de preferência é transitiva, então necessariamente a relação de indiferença também é transitiva;

(3) Relações de preferência simétricas e irreflexivas são transitivas;

(4) A preferência lexicográfica é uma relação de preferência porque é completa, transitiva, contínua e reflexiva.

Solução

(0) Verdadeiro. Usualmente emprega-se a notação $x \geq y$ na qual x e y são dois vetores com o mesmo número n de elementos para dizer $x_i \geq y_i$ para todo $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$. Em português, se x e y são dois vetores representando cestas de consumo, $x \geq y$ significa que "a cesta x possui no mínimo as mesmas quantidades de cada bem da cesta y". Assim, a afirmação do enunciado nos parece uma tautologia lógica com a forma "se A e B, então A": se $x \geq y$ e $x \neq y$, então $x \geq y$. A minha resposta difere da do gabarito. A única razão pela qual eu posso imaginar que alguém considere essa afirmação falsa é a seguinte: não é verdade que sempre, que x possua no mínimo as mesmas quantidades de cada bem comparativamente à cesta y ($x \geq y$), tenhamos $x \geq y$ *e* $x \neq y$, pois pode acontecer da cesta x ter a mesma quantidade de todos os bens quando comparada à cesta y, e, portanto, não ser verdade que $x \neq y$. Em outras palavras, embora seja verdade que "se $x \geq y$ e $x \neq y$ então a cesta de bens x possui no mímino as mesmas quantidades de cada bem da cesta y", não podemos concluir que "se a cesta de bens x possui no mínimo as mesmas quantidades de cada bem da cesta y então $x \geq y$ e $x \neq y$. Mas não é isso que o enunciado afirma e não vejo como isso poderia ser inferido do enunciado, embora a única explicação que consegui encontrar para o examinador dizer que tal enunciado é falso seja que ele tenha feito erroneamente essa inferência.

(1) Falso. Mais uma vez, discordo do enunciado. Relações de preferências são relações binárias, usualmente supostas transitivas e reflexivas, *definidas sobre o conjunto de consumo de um consumidor*, ou seja, algum conjunto de

possíveis escolhas para um agente. Relações binárias transitivas e reflexivas definidas em outros conjuntos não podem ser consideradas relações de preferência. Considere, por exemplo, a relação binária de menor ou igual $\leq$ definida no conjunto dos números reais. Ela é transitiva e reflexiva, mas não creio que alguém a definiria como uma relação de preferência.

(2) Verdadeiro. Considere três cestas de bens quaisquer x, y e z pertencentes ao conjunto de consumo de um consumidor. Suponha que $x \sim y$ e que $y \sim z$. Então $x \succsim y$, $y \succsim z$ e, sendo a relação de preferência $\succsim$ transitiva, $x \succsim z$. Ao mesmo tempo, como $z \sim y$, $z \succsim y$ e, como $y \sim x$, $y \succsim x$ e, sendo a relação $\succsim$ transitiva, $z \succsim x$. Assim, a transitividade da relação $\succsim$ implica que, se $x \sim y$ e $y \sim z$, então, tanto é verdadeiro que $x \succsim z$ e que $z \succsim x$, isto é $x \sim z$.

(3) Falso. Dizemos que a relação $\succsim$ é simétrica caso, sempre que que $x \succsim y$, $y \succsim x$. Então, caso a relação $\succsim$ seja simétrica e transitiva, $x \succsim y$ implicará $y \succsim x$ (simetria das preferências) e, consequentemente, por transitividade, teremos $x \succsim x$ e, assim a relação $\succsim$ seria reflexiva. Portanto, não é possível que $\succsim$ seja, ao mesmo tempo simétrica, transitiva e irreflexiva.

(4) Falso. Relações de preferências lexicográficas são relações de preferências, mas não são contínuas.

QUESTÃO 3

Um consumidor tem uma função utilidade Cobb-Douglas convencional tal que
$U(x, y) = x^{\alpha} y^{\beta}$; $\alpha + \beta = 1$ Avalie as afirmações abaixo:

(0) Esse consumidor sempre alocará um percentual α de sua renda para comprar o bem x;

(1) Suponha que a renda do consumidor seja de b = R$2,00 e que os preços vigentes dos bens no mercado sejam $p_x = 0{,}25$ e $p_y = 1$. Agora suponha que o consumidor aloca sua renda igualmente entre os dois bens, então sua escolha ótima deve ser $x = 1$ e $y = 4$;

(2) Para esse consumidor pequenas mudanças na renda recebida implicam mudanças da mesma magnitude na utilidade do consumidor;

(3) Considerando a renda do consumidor como b, então o consumo ótimo do bem y é tal que $y^* = \beta\left(\frac{b}{p_y}\right)$; ;

(4) Se a renda do consumidor aumentasse em 10%, o nível de utilidade do consumidor aumentaria em menos que 10%.

Solução

(0) Verdadeiro. Conforme sabemos, se a função de utilidade tem a forma $U(x, y) = x^{\alpha} y^{\beta}$, então, notando o preço do bem x como p_x, o preço do bem y como p_y e a renda do consumidor como b (para seguir a notação do exercício) e lembrando que $\alpha + \beta = 1$, as funções de demanda dos bens x e y serão

$$x(p_x, p_y, b) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\frac{b}{p_x} = \alpha\frac{b}{p_x} \tag{14}$$

e

$$y(p_x, p_y, b) = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\frac{b}{p_y} = \beta\frac{b}{p_y}. \tag{15}$$

Assim, o gasto com a aquisição do bem x será

$$p_x x(p_x, p_y, b) = \alpha b,$$

o que corresponde a uma razão

$$\frac{p_x x(p_x, p_y, b)}{b} = \frac{\alpha b}{b} = \alpha$$

da renda do consumidor.

1. Falso. Caso ele gaste metade de sua renda, ou seja, R$1,00, com cada um dos bens, ele irá adquirir

$$\frac{2/2}{p_x} = \frac{1}{0{,}25} = 4$$

unidades do bem x e

$$\frac{2/2}{p_y} = \frac{1}{1} = 1$$

unidade do bem y.

2. A questão foi anulada. A rigor a afirmação está falsa pois a função de utilidade indireta será

$$\begin{aligned} V(p_x, p_y, b) &= U(x(p_x, p_y, b), y(p_x, p_y, b)) \\ &= \left(\alpha \frac{b}{p_x}\right)^\alpha \left(\beta \frac{b}{p_y}\right)^\beta = \left(\frac{\alpha}{p_x}\right)^\alpha \left(\frac{\beta}{p_y}\right)^\beta b. \end{aligned} \quad (16)$$

Assim, uma variação Δb na renda do consumidor irá provocar uma variação de utilidade na magnitude

$$\Delta U = \Delta b \left(\frac{\alpha}{p_x}\right)^\alpha \left(\frac{\beta}{p_y}\right)^\beta \neq \Delta b. \quad (17)$$

3. Verdadeiro. Essa é a função de demanda representada pela expressão (15), que, como vimos corresponde à função de demanda para a função de utilidade do exercício.

4. Falso. De acordo com (16) e (17)

$$\frac{\Delta U}{U} = \frac{\Delta b \left(\frac{\alpha}{p_x}\right)^\alpha \left(\frac{\beta}{p_y}\right)^\beta}{\left(\frac{\alpha}{p_x}\right)^\alpha \left(\frac{\beta}{p_y}\right)^\beta b} = \frac{\Delta b}{b}.$$

Portanto, uma variação na renda do consumidor provoca uma variação percentualmente igual na utilidade do consumidor.

QUESTÃO 4

Com relação ao comportamento do consumidor, indique quais das afirmações abaixo são falsas e quais são verdadeiras:

(0) Se o bem é sempre normal, a Curva de Engel é positivamente inclinada;

(1) Se o bem é sempre inferior em todos os níveis de renda, a Curva de Engel pode apresentar qualquer inclinação;

(2) Se o efeito-renda é positivo, o bem é normal;

(3) O efeito-substituição mede a variação no consumo de um bem em função de seu preço e de seu nível de utilidade;

(4) Se o efeito-renda é negativo e não excede o efeito-substituição, então o bem é um bem de Giffen.

Solução

(0) Verdadeiro. Se um bem é normal, a quantidade demandada do mesmo cresce quando a renda do consumidor cresce. Como a curva de Engel descreve exatamente a relação entre a quantidade demandada de um bem (normalmente representada no eixo horizontal) e a renda do consumidor (normalmente representada no eixo vertical), ela deve ser positivamente inclinada.[5]

(1) Falso. Primeiramente, cumpre observar que um bem não pode ser inferior para todos os níveis de renda, pois, quando a renda sobe de zero para qualquer valor positivo, o consumo desse bem não pode diminuir. Negligenciando isso, se o bem é inferior para todos os níveis de renda, a curva de Engel não pode ser positivamente inclinada em qualquer um dos seus pontos, pois, nesse caso, para algum nível de renda, o bem seria um bem normal e não inferior.

(2) Falso. Para responder a essa pergunta, consideraremos que os efeitos substituição e renda são avaliados em termos de taxas de variação de acordo com a equação de Slutsky:

$$\frac{\partial x_i(p_1,\ldots,p_n,m)}{\partial p_i} = \frac{\partial h_i(p_1,\ldots,p_n,u)}{\partial p_i} - \frac{\partial x_i(p_1,\ldots,p_n,m)}{\partial m} x_i(p_1,\ldots,p_n,m).$$

[5]Cumpre observar que essa conclusão depende de considerarmos que um bem normal seja um bem cuja demanda é estritamente crescente em relação à renda, definição que encontramos em Varian 2012. Se considerarmos que um bem normal é aquele cuja demanda é não decrescente em relação à renda, como, por exemplo, o fazem, por exemplo, Mas-Collel, Whinston e Green 1995, então a curva de Engel poderia ter trechos verticais e, portanto, sem inclinação definida.

na qual $x_i(p_1,\ldots,p_n,m)$ é a demanda pelo bem i, $p_1,\ldots,p_n$ são os preços dos n bens consumidos pelo consumidor, m é a renda do consumidor e $h_i(p_1,\ldots,p_n,u)$ é a função de demanda compensada pelo bem i calculada para o nível de utilidade $u = V(p_1,\ldots,p_n,m)$ (V é a função de utilidade indireta). O efeito substituição é dado pelo termo $\frac{\partial}{\partial p_i} h_i(p_1,\ldots,p_n,u)$ e é sempre negativo ou nulo. O efeito renda é dado por $-\frac{\partial x_i(p_1,\ldots,p_n,m)}{\partial m} x_i(p_1,\ldots,p_n,m)$ e é positivo caso se trate de um bem inferior, isto é, caso $\frac{\partial x_i}{\partial m} < 0$.

(3) Falso. O efeito-substituição mede a variação (ou a taxa de variação) no consumo de um bem como resposta a uma variação de preço supondo que a renda do consumidor seja ajustada de modo a manter seu nível de utilidade constante.

(4) Falso. Um bem de Giffen é um bem para o qual a soma dos efeitos substituição e renda é sempre positivo. Como o efeito substituição é sempre negativo, para que se tenha um bem de Giffen, é necessário que o efeito renda seja positivo, o que só ocorre quando o bem é inferior.

QUESTÃO 5

Suponha que a tecnologia de produção do bem Y é dada por

$$f(K,L) = 600K^2L^2 - K^3L^3,$$

supondo que a quantidade disponível do insumo K é igual a 10 unidades. Nessas circunstâncias, podemos afirmar:

(0) O ponto de produção máxima ocorre quando o nível de utilização do fator L é igual a 40 unidades;

(1) A produtividade marginal do L é decrescente;

(2) No ponto de produto médio máximo temos o ponto de produção máxima;

(3) O nível de produção máxima do bem Y alcançável é $q_y^* = 32$;

(4) O produto médio máximo ocorre quando empregamos $L = 38$ unidades.

Solução

(0) Verdadeiro. Se a quantidade do insumo K é mantida fixa em $K = 10$, a função de produção de curto prazo passa a ser

$$f_c(L) = f(10, L) = 60\,000L^2 - 1000L^3.$$

A produtividade marginal do fator L é a derivada dessa função de produção em relação a L, isto é,

$$PMg_L = 120\,000L - 3000L^2.$$

O produto máximo é alcançado quando $df_c/dL = 0$ e $d^2f_c/dL^2 < 0$. A primeira condição estabelece que

$$PMg_L = 120\,000L - 3000L^2 = 0 \Rightarrow L = 0 \text{ ou } L = 40.$$

Usamos a segunda condição para testar em quais desses valores efetivamente ocorre produção máxima.

$$\frac{d^2f_c}{dL^2} = 120\,000 - 6000L,$$

de sorte que,

$$\frac{d^2f_c(0)}{dL^2} = 120\,000 > 0.$$

e

$$\frac{d^2 f_c(40)}{dL^2} = 120\,000 - 6000 \times 40 = -120\,000 < 0.$$

Portanto, a função de produção é máxima quando $L = 40$.

1 Falso. A inclinação da curva de produtividade marginal do fator L é dada pela segunda derivada da função de produção de curto prazo:

$$\frac{d^2 f_c}{dL^2} = 120\,000 - 6000L,$$

Apenas para valores de L para os quais essa segunda derivada é negativa, a produtividade marginal dess fator é decrescente. Assim a produtividade marginal de L só é decrescente caso

$$120\,000 - 6000L < 0 \Rightarrow L > 20.$$

Ou seja, a produtividade marginal do fator L só é declinante para $L > 20$.

2 Falso. Sabemos que, quando o produto médio é máximo, este é igual ao produto marginal. Sendo o produto médio máximo positivo, no ponto de produto médio máximo, o produto marginal (igual, nesse ponto, ao produto médio) também é positivo, o que indica que é possível aumentar ainda mais a produção contratando-se mais do insumo variável. Alternativamente, podemos chegar à mesma conclusão calculando o ponto de produto médio máximo:

O produto médio é dado por

$$PM = \frac{f_c(L)}{L} = \frac{= 60\,000L^2 - 1000L^3}{L} = 60\,000L - 1000L^2.$$

A primeira derivada do produto médio em relação a L é

$$\frac{dPM}{dL} = 60\,000 - 2000L.$$

A segunda derivada é

$$\frac{d^2 PM}{dL^2} = -3000.$$

Como a segunda derivada é sempre negativa, para encontrar o ponto de produto médio máximo basta igualar sua primeira derivada a zero para obter

$$L = 30.$$

Conforme já vimos o produto máximo é atingido com $L = 40$.

3 Falso. Vimos que a produção é máxima quanto $L = 40$. Com esse nível de emprego do fator L o produto será igual a

$$f_c(40) = 60\,000(40)^2 - 1000(40)^3 = 32 \times 10^6.$$

(4) Falso. Conforme vimos ao responder o item 2, o produto médio é máximo quando $L = 30$.

QUESTÃO 6

A curva de demanda de mercado para o bem X é dada por $q^d = 200p^{-1,2}$. A curva de oferta para esse mesmo bem X assume a forma $q^o = 1,3p$. Suponha ainda que o governo resolve intervir nesse mercado, por razões ambientais, e define uma cota de produção máxima de $q = 11$ unidades de X no mercado. Podemos afirmar:

⓪ O preço de equilíbrio de X no mercado sem intervenção é $p^* = 9,87$;

① A intervenção do governo provoca um ganho de bem-estar para todos no mercado;

② Apenas os produtores do bem X sofrem perdas de bem-estar decorrentes da intervenção do governo;

③ Uma curva de demanda por X mais preço elástica induziria uma perda de bem-estar menor para os consumidores do bem X;

④ A perda líquida de excedente dos consumidores é maior do que a perda líquida de excedente dos produtores e isso ocorre porque a elasticidade-preço da demanda é menor do que a elasticidade-preço da oferta.

Solução

⓪ A questão foi anulada pois não poderia ser respondida sem o auxílio de uma calculadora. Vamos resolvê-la ainda assim. A condição de equilíbrio sem intervenção governamental é aquele que iguala as quantidades demandas e ofertadas. Assim, ele pode ser encontrado resolvendo-se a equação:

$$\begin{aligned} q^d &= q^0 \\ 200p^{-1,2} &= 1,3p \\ p^{\frac{11}{5}} &= \frac{2000}{13} \\ p &= \left(\frac{2000}{13}\right)^{\frac{5}{11}}. \end{aligned}$$

Com o uso de uma calculadora, determinamos a aproximação decimal

$$p \approx 9{,}865\,754\,231\,56,$$

Ou seja, calculando com uma aproximação de duas casas decimais teríamos

$$p \approx 9{,}87.$$

Felizmente a questão foi anulada e não somos forçados a advinhar se o valor $p^* = 9{,}87$ deve ser entendido como uma aproximação, de tal sorte que o item seria verdadeiro, ou um valor exato, caso em que o item seria falso.

(1) Falso. Caso a definição de uma cota de produção máxima seja efetiva, isto é, a cota máxima de produção esteja abaixo da quantidade de equilíbrio de mercado, os compradores do bem seriam prejudicados pois teriam que pagar um preço mais elevados e comprariam uma menor quantidade do bem. Caso essa cota fosse definida acima da quantidade de equilíbrio, ela não afetaria o equilíbrio de mercado e nem os produtores nem os consumidores seriam beneficiados.

(2) Falso. Conforme dito, ou a cota é inoperante por ser estabelecida acima da quantidade de equilíbrio de mercado ou ela implicará um preço de mercado mais elevado, o que certamente prejudicaria os consumidores. Eventualmente, os produtores poderiam ser beneficiados com esse preço mais elevado.

(3) Verdadeiro, desde que a curva de demanda mais preço elástica cruze a curva de oferta no mesmo ponto que a curva de demanda inicial, menos preço elástica, de tal sorte que o equilíbrio inicial (antes do estabelecimento da cota máxima de produção) seja o mesmo para as duas curvas de demanda, que as duas curvas seja continuamente diferenciáveis e que por "curva de demanda mais preço elástica" entenda-se uma curva de demanda cuja elasticidade-preço no ponto é, em módulo, maior do que a elasticidade-preço da demanda da curva de demanda original para qualquer quantidade entre a quantidade de equilíbrio inicial e a quantidade definida pela cota máxima de produção estabelecida pelo governo. Nesse caso, podemos garantir que a curva de demanda mais preço elástica esteja abaixo da curva de demanda original para todas as quantidades entre a quantidade de equilíbrio original e a quantidade fixada como cota máxima de produção, conforme explica-se a seguir:

a) Notando por x^d a quantidade demandada de acordo com a curva de demanda mais preço-elástica, devemos ter, no ponto de cruzamento das duas curvas com a curva de oferta no qual $x^d = q^d$,

$$\left|\frac{dx^d}{dp}\frac{p}{x^d}\right| > \left|\frac{dq^d}{dp}\frac{p}{q^d}\right|,$$

e, portanto,

$$\left|\frac{dx^d}{dp}\right| > \left|\frac{dq^d}{dp}\right|.$$

Isso significa que a curva de demanda mais preço elástica é menos inclinada (em relação ao eixo das quantidades) do que a curva de demanda original no ponto em que as duas cruzam a curva de oferta.

b) Consequentemene, se as duas curvas forem contínuas, na vizinhança à esquerda do ponto de cruzamento das duas curvas de demanda com a curva de oferta, a curva de demanda mais preço elástica é também menos inclinada do que a curva de demanda inicial. Para ver isso, notemos por q' uma quantidade na vizinhança à esquerda da quantidade correspondente ao ponto de cruzamento das curvas de demanda com a curva de oferta. Notemos também por p'_q e p'_x os preços sobre as curvas de demanda original e mais elástica, respectivamente, associados a essa quantidade. Então a condição de maior elasticidade da nova curva de demanda requer que, quando a quantidade é q',

$$\left|\frac{dx^d}{dp}\frac{p'_x}{q'}\right| > \left|\frac{dq^d}{dp}\frac{p'_q}{q'}\right|,$$

O que, levando em consideração que, por estar a curva de demanda mais preço elástica abaixo da curva de demand original, $p'_x < p'_q$, implica novamente, agora em um ponto à esquerda do cruzamento das duas curvas com a curva de oferta,

$$\left|\frac{dx^d}{dp}\right| > \left|\frac{dq^d}{dp}\right|.$$

Isso garante que a curva de demanda mais preço-elástica continue menos inclinada em relação ao eixo das quantidades na vizinhança à esquerda do ponto de cruzamento das duas curvas com a curva de oferta e que, consequentemente, na vizinhança à esquerda da quantidade q' a curva mais preço elástica esteja abaixo da curva de demanda original.

c) Extendendo esse raciocínio para um quantidade q'' na vizinhança à esquerda de q' e, posteriormente para uma quantidade q''' na vizinhança à esquerda de q'' e assim sucessivamente, podemos concluir que, se a curva de demanda dita mais preço elástica cruzar a curva de oferta no mesmo ponto de cruzamento da curva de oferta com a curva de demanda original e, se para todas as quantidades entre a quantidade de equilíbrio original e a quantidade fixada como cota máxima de produção a curva de demanda mais preço elástica tiver elasticidade-preço no ponto maior em valor absoluto do que a elasticidade-preço no ponto da curva de demanda original, então a curva de demanda mais preço-elástica fica abaixo da curva de demanda original para as quantidades entre a quantidade de equilíbrio original e a quantidade fixada como cota máxima de produção.

Sejam $\bar{p}_x$ e $\bar{p}_q$ o preço de demanda associado à quantidade da cota máxima de produção para a curva de demanda mais preço-elástica e a curva de demanda original. Seja também p^* o preço de equilíbrio original. Então, por ser a primeira menos inclinada (em relação ao eixo das quantidades do que

a segunda) e notando por $x^d(p)$ a função de demanda associada à curva mais preço elástica e por $q^d(p)$ a função de demanda associada à curva de demanda original, devemos ter

$$\bar{p}_x < \bar{p}_q$$

e, para qualquer $p^* < p \leq \bar{p}_x$,

$$x^d(p) < q^d(p).$$

A perda de bem-estar do consumidor é medida pela perda de excedente do consumidor dada pela área compreendida entre os preços de equilíbrio inicial e final, o eixo dos preços e a curva de demanda. Isso significa que, para a curva de demanda original, a perda de bem-estar do consumidor é medida por

$$int_{p^*}^{\bar{p}_q} q^d(p) dp,$$

e, para a curva de demanda mais preço-elástica, tal perda de bem-estar será dada por

$$int_{p^*}^{\bar{p}_x} x^d(p) dp,$$

Ora a segunda integral apresenta um integrando menor ($x^d(p) < q^d(p)$ no intervalo de integração), o mesmo limite inferior de integração e um limite de integração superior menor ($\bar{p}_x < \bar{p}_q$). Assim ela será, necessariamente menor, o que nos permite concluir que, dadas as hipóteses que assumimos, uma curva de demanda mais preço-elástica induziria uma perda de bem-estar menor para os consumidores.

Nossa conclusão é facilmente vizualizada na Figura 1. Nela são mostradas duas curvas de demanda. A primeira delas, em verde, corresponde à curva de demanda do enunciado e tem elasticidade-preço constante igual a (em módulo) 1,2. A segunda delas, em vermelho, possui elasticidade-preço constante igual (em módulo) a 2. A quantidade e o preço de equilíbrio iniciais (sem intervenção do governo) são os mesmos para as duas curvas de demanda: $q^* \approx 12{,}8$ e $p^* \approx 9{,}9$. Caso o governo estabeleça que a produção máxima será de 11 unidades, o preço de equilíbrio passa para $\bar{p}_q \approx 11{,}2$ caso a função de demanda seja a original ou para $\bar{p}_x \approx 10{,}7$ caso a função de demanda tenha elasticidade-preço igual a 2. A área na figura à equerda mostra a perda de excedente do consumidor associada à curva de demanda original e a área à direita, a perda de bem-estar do consumidor associada à curva de demanda mais preço-elástica. Claramente, o fato de a segunda curva de demanda ser menos inclinada que a primeira acarreta uma menor perda de bem-estar para os consumidores.

(4) Falso. Basta ver que a elasticidade-preço da demanda é, em módulo, igual a 1,2[6] é maior e não menor do que a elasticidade-preço da oferta, igual a

[6] Lembre-se que, caso a função de demanda tenha a forma $x = ap^e$, na qual x é a quantidade demandada, a elasticidade-preço da demanda é igual a e (usualmente, um número negativo). O mesmo se aplica à função de oferta: caso ela tenha a forma $y = bp^k$, em que y é a quantidade ofertada, sua elasticidade-preço é k.

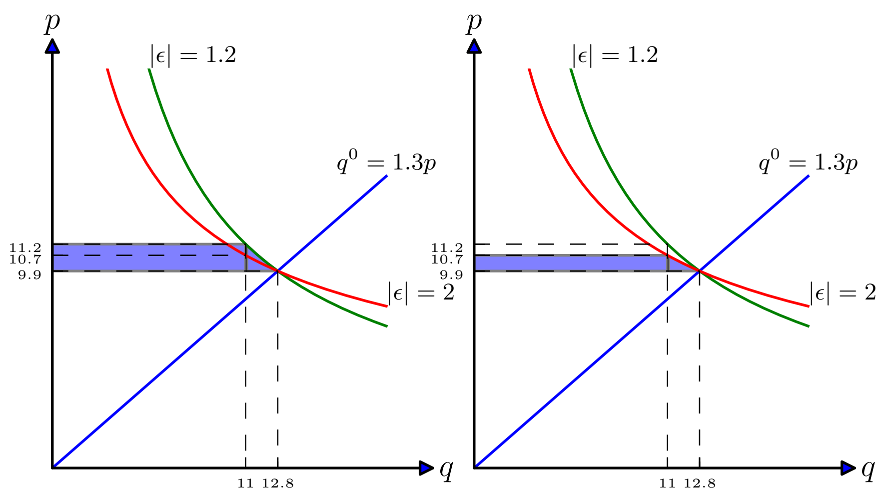


Figura 1: Perda de bem-estar do consumidor em consequência da introdução de uma cota máxima de produção de 11 unidades. À esquerda, supondo que a função de demanda tem elasticidade preço igual a 1,2 (curva de demanda verde) e, à direita, supondo que a curva de demanda tenha elasticidade-preço igual a 2 (curva de demanda vermelha).

1. Assim, ainda que a adoção de uma quota máxima de produção levasse a uma perda no excedente dos produtores superior à perda no excedente dos consumidores, isso não poderia ser consequência da elasticidade-preço da demanda ser inferior à elasticidade-preço da oferta.

Questão 7

Com relação à competição monopolística, indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

(0) Uma das hipóteses do modelo de competição monopolística é a existência de barreiras à entrada e à saída significativas;

(1) No modelo convencional de competição monopolística a empresa apresenta lucros extraordinários no curto prazo;

(2) No longo prazo a empresa continua com poder de monopólio;

(3) No longo prazo o preço de equilíbrio é maior do que o custo marginal;

(4) No longo prazo as empresas não operam com excesso de capacidade.

Solução

(0) Falso. O modelo de concorrência monopolística pressupõe a inexistência de barreiras à entrada.

(1) Falso. Novamente, discordamos do gabarito. Estaria correto se o texto fosse "No modelo convencional de competição monopolística a empresa *pode* apresentar lucros extraordinários no curto prazo." Porém, nada no modelo impede que exista uma situação de curto prazo no qual as empresas tenha lucro negativo ou nulo. De fato, quando o equilíbrio de longo prazo é atingido, o lucro, de curto e de longo prazo das empresas será nulo.

(2) Verdadeiro. Usualmente dizemos que uma empresa tem poder de monopólio quando cobra por seu produto um preço médio superior a seu custo marginal. Embora a empresa em concorrência monopolística tenha lucro de longo prazo nulo, isso se dá com um preço superior ao seu custo marginal.

(3) Verdadeiro. Veja a resposta ao item anterior.

(4) Falso. No equilíbrio de longo prazo, a empresa opera no ramo declinante de sua curva de custo médio de longo prazo e, portanto, também no ramo declinante da curva de custo médio de curto prazo associada à(s) quantidade(s) do(s) fator(es) fixo que ela emprega. Assim, ela está produzindo aquém de sua escala eficiente tanto de curto quanto de longo prazos. Produzir aquém da escala que minimiza o custo de curto prazo pode ser interpretado como produzir com excesso de capacidade.

Questão 8

Com relação à análise do equilíbrio geral e eficiência econômica, indique verdadeiro ou falso para as afirmações a seguir:

(0) Poder de mercado não é uma razão para falhas em mercados competitivos;

(1) A eficiência na produção exige que todas as alocações estejam situadas na curva de contrato;

(2) Se as preferências dos indivíduos são convexas, então cada alocação eficiente é um equilíbrio competitivo para alguma alocação inicial de recursos;

(3) Em uma Caixa de Edgeworth com dois insumos e duas mercadorias, o uso eficiente dos insumos ocorre quando as isoquantas para as duas mercadorias são tangentes;

(4) A fronteira de possibilidades de produção é côncava porque a produtividade dos insumos diminui no bem cuja quantidade produzida aumentou e aumenta no bem cuja quantidade produzida diminuiu.

Solução

(0) Falso. Uma empresa com poder de mercado tende a produzir quantidade aquém da eficiente, pois vende seu produto a um preço superior a seu custo marginal de produção. Uma excessão seria o caso de discriminação perfeita de preços.

(1) Falso, se entendermos como eficiência na produção eficiência técnica, esta requer apenas que os fatores de produção sejam alocados na curva de contrato na produção, mas não é necessário que as alocações de consumo sejam alocadas sobre a curva de contrato no consumo.

(2) Verdadeiro, em uma economia de trocas, caso as preferências dos consumidores sejam convexas, qualquer alocação eficiente é uma alocação de equilíbrio para um remanejamento adequado das dotações iniciais. Esse resultado é conhecido como "segundo teorema do bem-estar social". Poder-se-ia fazer uma resalva para esse exercício, pois no caso de um modelo de equilíbrio geral com produção, o segundo teorema do bem-estar social requer, além da convexidade das preferências, a convexidade dos conjuntos de produção.

(3) O gabarito dá verdadeiro, mas, a rigor, isso só é verdadeiro caso as curvas de isoquanta sejam convexas em relação à origem. Caso contrário, é possível que um ponto de tangência entre duas curvas de isoquanta não corresponda necessariamente a uma alocação eficiente de insumos.

(4) Falso. Mais uma vez, me vejo forçado a discordar do gabarito que considera o item verdadeiro. Todavia, no momento do exame, creio que esse item tem características que fazem com que a melhor estratégia seja deixá-lo em branco. Isso porque a frase é pouco clara em alguns aspectos. Um deles é o uso da expressão "produtividade dos insumos". Ora o termo "produtividade" aplica-se aos conceitos de "produtividade marginal", "produtividade média", ou mesmo "produtividade total dos fatores", conceito empregado na literatura sobre crescimento econômico. Se com "produtividade" o examinador que dizer "produtividade média" ou "produtividade marginal", então não faz sentido falar em "produtividade dos insumos" visto que há uma produtividade média ou marginal diferente para cada insumo. Nesse caso, o item deveria ser reescrito como "A fronteira de possibilidades de produção é côncava porque a produtividade marginal [ou média] de cada um dos insumos diminui no bem cuja quantidade produzida aumentou e aumenta no bem cuja quantidade produzida diminuiu." Um segundo problema é como devemos interpretar que para um bem "a quantidade produzida diminuiu" e, para outro bem, "a quantidade produzida aumentou". Isso se refere a qualquer variação factível na produção dos dois bens ou apenas a variações sobre a fronteira de possibilidades de produção? Adicionalmente, tratam-se de variações específicas ou de qualquer variação possível? Essa falta de clareza no enunciado desse item torna muito provável que a interpretação que um candidato faça do mesmo seja diferente daquilo que o examinador quis dizer.

Feita essa ressalva, parece-me, que o significado que o examinador queria dar para essa frase vaga seria melhor capturado pela seguinte frase: "A fronteira de possibilidades de produção é côncava porque, para qualquer deslocamento sobre essa fronteira, para cada um dos insumos empregados na produção dos dois bens, sua produtividade marginal diminui na produção do bem cuja quantidade aumenta e aumenta no bem cuja quantidade diminui."

Ainda assim, afirmação é falsa por duas razões: a primeira delas é que a fronteira de possibilidades de produção não é necessariamente côncava. A segunda delas é que, caso a fronteira de possibilidades de produção seja côncava, isso não é necessariamente decorrência do fato de que uma deslocamento sobre a mesma faça com que haja uma queda na produtividade marginal de cada fator empregado na produção dos dois bens na produção do bem cuja quantidade produzida aumentou e um aumento na produtividade marginal do mesmo fator no bem cuja quantidade produzida diminuiu.

Seguem três exemplos simples que ilustram que a fronteira de possibilida-

des de produção não é necessariamente côncava, exemplo a), e que, mesmo que a fronteira de possibilidades de produção seja côncava, não necessariamente, um deslocamento sobre a mesma implica, para cada um dos insumos empregado na produção dos dois bens, queda na produtividade marginal para o bem cuja quantidade produzida aumentou e elevação de produtividade marginal para o bem cuja quantidade produzida diminuiu, exemplos b) e c).

a) Suponha uma economia com um único fator de produção e dois bens, o bem 1 e o bem 2. Sejam y_1 e y_2 as quantidades produzidas dos dois bens, x_1 e x_2 as quantidades empregadas dos dois fatores de produção nas produções dos bens 1 e 2, respectivamente e X a dotação inicial total dessa economia do único insumo de produção. Imagine também que as funções de produção sejam

$$y_1 = {x_1}^2$$

e

$$y_2 = {x_2}^2.$$

Como as duas funções de produção são crescentes, ao longo da fronteira de possibilidades de produção a dotação inicial do único insumo de produção deve ser completamente empregada na produção dos dois bens, isto é, $x_1 + x_2 = X$. Invertendo a primeira função de produção, ficamos com $x_1 = \sqrt{y_1}$ aplicando esse resultado conjuntamente com $x_1+x_2 = X$ na segunda equação, ficamos com a expressão da fronteira de possibildiades de produção dessa economia:

$$y_2 = (X - \sqrt{y_1})^2.$$

Sendo que a fronteira de possibilidades de produção é descrita por essa expressão para níveis factíveis de y_1, isto é $0 \leq y_1 \leq X^2$. Derivando essa expressão duas vezes em relação a y_1 ficamos com

$$\frac{d^2 y_2}{d y_1^2} = \frac{X - \frac{\sqrt{y_1}}{2}}{y_1}.$$

Essa expressão é positiva para qualquer y_1 factível e, portanto, a fronteira de possibilidades de produção é, nesse caso convexa.

b) Considere uma economia semelhante à do exemplo anterior, mas com as seguintes funções de produção:

$$y_1 = x_1$$

e

$$y_2 = x_2.$$

Novamente, fazendo $x_1 + x_2 = X$, invertendo a primeira função de produção e substituindo na segunda função de produção, chega-se à seguinte expressão para a fronteira de possibilidades de produção:

$$y_2 = X - y_1.$$

Essa fronteira de possibilidades de produção é uma linha reta e, portanto, côncava, embora não estritamente côncava. Todavia, as produtividades marginais do fator de produção na produção de cada um dos bens não se altera quando ocorre um deslocamento sobre a fronteira de possibilidades de produção, vistos que tais produtividades marginais são constantes e iguais a 1.

c) Finalmente, considere a mesma economia com as seguintes mudanças: a quantidade disponível do único fator de produção é $X = 10$ e as funções de produção são:

$$y_1 = \sqrt{x_1}$$

e

$$y_2 = 100x_2 + \frac{x_2^2}{10}.$$

Novamente, invertendo a primeira função de produção, usando $x_1 + x_2 = X = 10$ e substituindo na segunda função de produção, obtemos a seguinte expressão para a fronteira de possibilidades de produção:

$$y_2 = 100(10 - y_1^2) + \frac{(10 - y_1^2)^2}{10}.$$

Derivando duas vezes em relação a y_1 obtém-se

$$\frac{d^2 y_2}{d y_2^2} = -204 + \frac{6y_1^2}{5}.$$

Como o valor máximo para y_1 é $\sqrt{X} = \sqrt{10}$ e o valor mínimo é zero,

$$-204 \leq \frac{d^2 y_2}{d y_1^2} \leq -92.$$

Portanto, a fronteira de possibilidades de produção é côncava. Todavia, para qualquer deslocamento ao longo da fronteira de possibilidades de produção, a produtividade marginal do único insumo relativamente ao bem tem a mesma variação de sua produtividade marginal relativa ao bem 2. Para ver isso, note que a produtividade marginal do único insumo na produção do bem 1 é

$$PMg_1 = \frac{1}{2\sqrt{x_1}}$$

e a produtividade marginal na produção do produto 2 quando calculada para um ponto sobre a fronteira de possibilidades de produção, no qual $x_1 + x_2 = 10$ é

$$PMg_2 = 100 + \frac{x_2}{5} = 98 + \frac{-x_1}{5}.$$

Um deslocamento ao longo da fronteira de possibilidades de produção com aumento na produção do bem 1 e redução na produção do bem 2 ocorre quando x_1 aumenta. Nesse caso, tanto a produtividade marginal na produção do bem 1, o bem cuja quantidade produzida aumentou, quanto a produtividade marginal na produção do bem 2, o bem cuja quantidade produzida diminuiu, decrescem. Inversamente, caso x_1 diminua e x_2 aumente de modo a manter $x_1 + x_2 = 10$, haverá um deslocamento para a esquerda sobre a fronteira de possibilidades de produção com aumento na produção do bem 2 e redução na produção do bem 1, mas tanto a produtividade marginal na produção do bem cuja quantidade aumentou, o bem 2, quanto a produtividade marginal na produção do bem cuja quantidade diminuiu, o bem 1, aumentam.

QUESTÃO 9

Suponha uma fronteira de possibilidade de produção para os bens X e Y que é representada pela equação $X^2+4Y^2=100$. Considere ainda que é possível definir uma função utilidade da coletividade dada por $U(X,Y)=\sqrt{XY}$. Nessas condições é adequado afirmar:

(0) Em mercados competitivos o ponto de lucro máximo ocorre quando as firmas igualam os custos marginais relativos aos preços relativos (P_X, P_Y);

(1) Nessa economia a quantidade de X no equilíbrio será $X^2=4Y^2$;

(2) A razão de preços de equilíbrio será de $\frac{P_X}{P_Y}=\frac{1}{3}$;

(3) os níveis de produção de equilíbrio dos dois bens é dado por $X^*=7,07$ e $Y^*=3,54$;

(4) Se uma mudança repentina muda o formato da função utilidade da comunidade para $U(X,Y)=X^{3/4}Y^{1/4}$, induziria um aumento no preço do bem Y.

Solução

(0) Falso, embora o gabarito dê Verdadeiro. É verdade que, com exceção dos casos em que uma firma maximiza seu lucro ao não produzir nada ou em, em virtude de uma possível não diferenciabilidade da função de custo, o custo marginal não é definido, as empresas tomadoras de preço, ao maximizarem seus lucros igualam o custo marginal de produção de um produto a seu preço marginal. Assim, denotando por p_x e p_y os preços dos bens x e y, respectivamente, e por CMg_x e CMg_y os custos marginais de produção desses dois produtos, quando maximizam seus lucros, as empresas fazem

$$CMg_x = p_x$$

e

$$CMg_y = p_y.$$

Na hipótese de que os dois custos marginais e os dois preços sejam positivos, é possível dividir uma igualdade pela outra, obtendo-se a igualdade entre preço e custo marginal relativos.

Todavia, essa igualdade pode ser obtida também fora do ponto de lucro máximo. Por exemplo, se a produção de x e y é elevada até o ponto em que os

custos marginais de produção de cada um dos bens seja igual ao dobro do preço desse bem, embora as empresas não estejam mais operando com lucro máximo, ainda assim, há igualdade entre preço relativo e custo marginal relativo. Portanto, nem sempre que as firmas igualam custos marginais relativos a preços relativos, ocorre uma situação de lucro máximo.

(1) Verdadeiro. Mais um item complicado. Para chegarmos ao gabarito devemos interpretar que o examinador queria dizer "Nessa economia as quantidades de X e Y no equilíbrio serão tais que $X^2 = 4Y^2$. A candidadta ou o candidato não tinha nenhuma obrigação de fazer tal interpretação. Feita essa ressalva, o item é verdadeiro.

Assumiremos que a "função de utilidade da coletividade" é uma função de utilidade de um consumidor representativo dessa economia. Nesse caso, as quantidades produzidas dos dois bens no equiíbrio geral dessa economia serão aquelas correspondentes ao ponto sobre a fronteira de possibilidades de produção no qual a taxa marginal de transformação se iguala, em módulo, ao preço relativo ao qual também se iguala, em módulo, a taxa marginal de substituição. Assim, no equilíbrio geral dessa economia deveremos ter a igualdade entre a taxa marginal de substituição e a taxa marginal de transformação.

A taxa marginal de subsitituição é dada por

$$TMS = -\frac{\frac{\partial\sqrt{XY}}{\partial X}}{\frac{\partial\sqrt{XY}}{\partial Y}} = -\frac{Y}{X}.$$

A taxa marginal de transformação pode ser obtida usando-se o teorema da funçõa implícita para calcular dy/dx a partir da expressão que descreve a fronteira de possibilidades de produção:

$$\frac{d}{dX}\left(X^2 + 4Y^2\right) = \frac{d}{dX}(100) \Rightarrow 2X + 8Y\frac{dY}{dX} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{X}{4Y}.$$

Igualando a taxa marginal de substituição à taxa marginal de transformação, obtemos, então

$$-\frac{Y}{X} = -\frac{X}{4Y} \Rightarrow X^2 = 4Y^2$$

(2) Falso. No equilíbrio, o preço relativo é igual ao módulo da taxa marginal de substituição. Vimos que esta é igual a $-Y/X$. Adicionalmente, no item anterior, vimos que, no equilíbrio, $X^2 = 4Y^2$, ou seja $X = 2Y$. Substituindo esse resultado na fórmula da taxa marginal de substituição, obtemos:

$$\frac{p_x}{p_y} = |TMS| = \frac{Y}{X} = \frac{Y}{2Y} = \frac{1}{2}.$$

(3) Verdadeiro, desde que consideremos os valores como valores aproximados. Vimos que, no equilíbrio devemos ter $X = 2Y$. Adicionalmente, a produção

de equilíbrio deve estar sobre a fronteira de possibilidades de produção, isto é, $X^2 + 4Y^2 = 100$. Substituindo a primeira equação na segunda vem

$$2X^2 = 100 \Rightarrow X = \sqrt{50} \approx 7{,}07.$$

Combinando esse resultado com $X = 2Y$, chegamos a

$$Y = \frac{\sqrt{50}}{2} \approx 3{,}54.$$

O cálculo dos valores aproximados pode ser feito sem o auxílio de uma calculadora caso lembremos que $\sqrt{2} \approx 1{,}414$ e notemos que

$$\sqrt{50} = \sqrt{\frac{100}{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} \approx \frac{10}{1{,}414} \approx 7{,}07.$$

(4) Falso, embora o gabarito considere verdadeiro. Com a nova função de utilidade, a taxa marginal de substituição passa a ser:

$$TMS = -\frac{\frac{\partial \sqrt{X^{3/4}Y^{1/4}}}{\partial X}}{\frac{\partial \sqrt{X^{3/4}Y^{1/4}}}{\partial Y}} = -3\frac{Y}{X}.$$

A condição de igualdade entre taxa marginal de substituição e taxa marginal de transformação passa a ser então

$$-3\frac{Y}{X} = -\frac{X}{4Y}.$$

Isso implica $X = 2\sqrt{3}Y$. Substituindo no módulo da taxa marginal de substituição, encontramos o novo preço relativo de equilíbrio:

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Esse valor é superior ao antigo preço relativo (1/2) e indica que o preço do bem y caiu em relação ao preço do bem x.

Questão 10

Com relação à teoria dos bens públicos, indique quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

(0) Para determinar o nível eficiente de oferta de um bem público é necessário igualar a soma dos benefícios marginais dos usuários do bem público ao custo marginal de sua produção;

(1) Um bem é não exclusivo quando as pessoas não podem ser impedidas de consumi-lo;

(2) Um bem é dito não disputável ou não rival quando para qualquer nível de produção o custo marginal de se atender um consumidor adicional é zero;

(3) Um carona é um indivíduo que não paga por um bem não disputável ou não rival, na expectativa de que outros o façam;

(4) O uso do imposto de Clarke para determinar a oferta de bens públicos exige preferências quase lineares.

Solução

(0) Verdadeiro. Essa é, efetivamente a condição necessária para a provisão eficiente do bem público.

(1) Verdadeiro. Um bem é não exclusivo ou não excludente quando ou não é possível impedir que as pessoas tenham acesso a seu consumo ou é muito caro fazê-lo.

(2) Verdadeiro. Caso um bem seja não rival, dada a quantidade existente desse bem, a inclusão de um consumidor adional não implicará aumento no custo de produção, pois sua quantidade é dada, nem perda de bem estar (que poderia ser pensada como um custo) dos outros consumidores, exatamente por se tratar de um bem de consumo não rival.

(3) Falso. Para que o indivíduo seja caracterizado como carona, é preciso que os outros efetivamente paguem pelo bem não rival. Além disso, se o bem for não rival e excludente, não haverá caronas, pois será possível fazer com que quem não tenha pago pelo bem não tenha acesso a ele.

(4) Verdadeiro. Para que o mecanismo de Clarke funcione, levando à escolha ótima da quantidade ofertada do bem público, é preciso que a disposição a pagar por este não seja afetada pelo valor do imposto pago. Para que isso ocorra, precisamos pressupor preferências quase-lineares.

QUESTÃO 11

Com relação a externalidades é possível afirmar:

(0) A quantidade de externalidades gerada na solução eficiente independe da definição e distribuição dos direitos de propriedade na sociedade;

(1) Se a curva de indiferença dos indivíduos assume a forma $x_2 = k - v(x_1)$, então toda solução eficiente terá a mesma quantidade de externalidades;

(2) Segundo Coase, a quantidade eficiente de um determinado bem, na presença de externalidades, independe, em alguns casos, da distribuição dos direitos de propriedade entre os indivíduos;

(3) Mesmo numa situação na qual os custos privados e os custos sociais são distintos a solução de mercado alcança eficiência no sentido de Pareto;

(4) Do ponto de vista social a produção de externalidades negativas deveria ter preço positivo.

Solução

(0) Falso. Salvo em casos especiais, como no modelo de externalidades envolvendo duas empresas, a alocação eficiente atingida após a definição dos direitos de propriedade e a livre negociação entre os agentes depende de como foram distribuiídos os direitos de propriedade.

(1) O item deveria ter sido anulado pois não provê as informações necessárias para que o candidato possa avaliá-lo com segurança. Em especial, não é informado o consumo de qual bem está relacionado à geração de externalidade. Ao contrário, como os dois consumidores têm as mesmas curvas de indiferença, aparentemente, não há nenhum consumo envolvendo externalidades. Se for esse o caso, a resposta do gabarito está correta, pois, não havendo externalidades, a solução eficiente envolveria zero de externalidades para qualquer alocação eficiente.

Ao que parece, todavia, a intensão do examinador era escrever algo como: “Suponha uma economia com dois indivíduos denominados A e B na qual os dois possuem uma dotação inicial de um bem privado denominado x_2 e o consumidor A pode consumir um bem x_1 até o limite $\bar{x}_1$ gerando uma externalidade negativa para o consumidor B. As curvas de indiferença do consumidor A tem a forma $x_2^A = k - v(x_1^A)$ na qual k é nível de utilidade de A e x_1^A e x_2^A são as quantidades que ele consome dos bens x_1 e x_2 respectivamente. As curvas de indiferença do consumidor B têm a forma $x_2^B = k - v(x_1^B)$ nas

quais k é o nível de utilidade de B, $x_1^B = \bar{x}_1 - x_1^A$ a quantidade do bem x_1 não consumida por A e x_2^A é a quantidade consumida do bem x_2 por parte do consumidor A. Nessa economia, toda alocação eficiente terá a mesma quantidade de externalidade." Nesse caso, como as preferências são quase lineares, as alocações eficientes interiores à caixa de Edgeworth corresponderão a uma linha reta vertical caso a quantidade consumida do bem x_1 seja representada no eixo horizontal e e quantidade consumida do bem x_2, no eixo vertical. Porém isso só é verdade para as soluções interiores. Para as alocações eficientes no "canto" da caixa de Edgeworth, o consumo de x_1 por parte do consumidor A varia. Assim, quando desconsideramos a possibilidade de soluções de canto, é verdade que "toda solução eficiente terá a mesma quantidade de externalidades", porém, quando as soluções de canto são consideradas (e por quê não deveriam ser?), isso deixa de ser verdade.

(2) Verdadeiro. Em seu famoso artigo sobre externalidades, Coase 1960 dá exemplos de situações nas quais a quantidade eficiente do uso de determinado bem envolvendo externalidade obtida após a negociação sem custo de transação entre as partes não é afetada pela distribuição dos direitos de propriedade entre os indivíduos.

(3) Falso. Uma condição essencial para se ter a garantia de que a alocação de mercado seja eficiente é que os custos privados de uma atividade de consumo ou produção reflitam *todos* os custos sociais dessa atividade.

(4) Falso. A produção de uma externalidade negativa deveria ter um preço negativo, isto é, o produtor dessa externalidade deveria pagar para produzi-la.

Questão 12

Considere a teoria da informação assimétrica ao indicar quais entre as afirmativas abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

(0) O problema da seleção adversa é um problema de ação oculta;

(1) O perigo moral é um problema de informação oculta;

(2) Mercados com informação oculta envolvem algum tipo de racionamento;

(3) Em um mercado com assimetrias de informação sobre a qualidade dos produtos a garantia dos produtos oferecida por vendedores é um mecanismo de sinalização;

(4) O investimento em sinais é sempre eficiente do ponto de vista público, mas um desperdício do ponto de vista privado.

Solução

(0) Falso. O problema da seleção adversa ocorre quando uma das partes de uma transação não é capaz de identificar o tipo de outra parte. Trata-se portanto de um fenômeno ligado a situações em que há *tipo oculto* ou informação oculta e não ação oculta.

(1) Falso. Problemas de *moral hazard* ocorrem quando uma das partes não é capaz de observar as ações da outra parte. Tais problemas são relacionados a situações em que há *ação oculta*.

(2) O gabarito dá Verdadeiro, mas eu considero falso. De fato, como o item é muito vago, é uma ótima ideia deixa-lo em branco. De acordo com Peter Neary 2008, "racionamento refere-se a qualquer situação na qual agentes econômicos se defrontam com restrições de quantidade em sua demanda por ou oferta de uma mercadoria particular, contrariamente à situação padrão na qual eles são livres para comprar quantidades ilimitadas sujeitos apenas a preços fixos e restrição orçamentária linear."[7] Tipicamente, os mercados com informações oculta não implicam qualquer tipo de restrição quantitativa. Talvez o examinador queira referir-se a situações como as

[7] Esse é o uso corriqueiro que se dá ao termo "racionamento" na literatura econômica. Qualquer extensão desse conceito deve ser esclarecida. Por exemplo, Varian 2012 usa afirma que "o equilíbrio num mercado em que haja ação oculta [não informação oculta] tipicamente envolve alguma forma de racionamento" (p. 766, o texto entre colchetes é meu comentário) e explica o que quer dizer com isso na sequência: "as empresas gostariam de prover mais do que o fazem mas não estão dispostas a fazê-lo porque isso alterará os incentivos de seus clientes."

descritas por Stiglitz e Weiss 1981 em que, em decorrência de problemas de tipo oculto e de moral hazard, bancos oferecem empréstimos a uma taxa de juros abaixo daquela que igualaria quantidades ofertada e demandada no mercado de crédito, racionando a oferta do mesmo. Todavia, esse resultado não é uma regra geral para modelos de informação assimétrica.

(3) Verdade. O oferecimento de garantias pode ser um sinal escolhido pelos detentores de produtos de boa qualidade caso não valha a pena para os vendedores de produtos de má qualidade oferecerem a mesma garantia, mesmo que com isso consigam um preço mais elevado por seu produto.

(4) Falso. O investimento em sinais pode gerar ganho privado, sem gerar benefício social algum. Considere por exemplo um mercado de automóveis usados no qual todos os compradores são iguais e, embora haja automóveis de diferentes qualidades, a quantidade de automóveis ruins é pequena o bastante para evitar o fenômeno da seleção adversa. Nesse mercado, o equilíbrio sem sinalização é eficiente. A introdução de um mecanismo de sinalização que implique algum custo para os ofertantes dos bons automóveis, pode melhorar o bem-estar destes por viabilizar a venda de seus veículos a um preço mais elevado, mas não produz qualquer valor social. Portanto, nesse caso, como o uso do mecanismo de sinalização implica um custo, do ponto de vista social, há perda de bem-estar.

QUESTÃO 13

Duas empresas estão decidindo se adotam campanhas publicitárias agressivas, em que buscam roubar clientes da concorrente, ou moderadas, em que apenas divulgam seus produtos. Suas recompensas se encontram descritas no jogo abaixo:

		Empresa B: Campanha Agressiva	Empresa B: Campanha Moderada
Empresa A	Campanha Agressiva	$-100, -100$	$10, -10$
	Campanha Moderada	$-10, 10$	$0, 0$

Com relação ao jogo acima, indique quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

(0) Trata-se de um jogo estritamente competitivo;

(1) No equilíbrio em estratégias mistas, a empresa B faz campanha agressiva com 10% de probabilidade;

(2) Há dois equilíbrios em estratégias puras;

(3) Não há nenhum equilíbrio em estratégias mistas;

(4) A recompensa esperada da empresa B é -1.

Solução

(0) Falso. Jogos estritamente competitivos ou jogos de soma zero são jogos de dois jogadores nos quais o payoff de cada jogador é tanto maior quanto menor o payoff do outro jogador. Assim, nesses jogos o payoff de um jogador é máximo quando o payoff do outro jogador é mínimo. Isso claramente não acontece nesse jogo, pois quanto o payoff da empresa B é mínimo (quando as duas empresas escolhem campanha agressiva) o payoff da empresa A também é mínimo.

(1) Verdadeiro. No equilíbrio em estratégias mistas, a empresa B deve escolher jogar Campanha Agressiva com uma probabilidade tal que o ganho esperado da empresa A jogando Campanha Agressiva seja igual ao seu ganho esperado quando joga Campanha Moderada. Assim chamando de π_B a probabilidade com a qual a empresa B escolhe Campanha Agressiva, no equilíbrio de Nash em estratégias mistas devemos ter:

$$-100\pi_b + 10(1 - \pi_b) = -10\pi_b$$

sendo que o lado direito dessa equação representa o ganho esperado da empresa A quando joga Campanha Agressiva e o lado esquerdo, esse ganho esperado quando A joga Campanha Moderada. Resolvendo essa equação, obtemos $\pi_B = 0{,}1 = 10\%$.

(2) Verdadeiro. Esses equilíbrios são (Campanha Agressiva, Campanha Moderada) e (Campanha Moderada, Campanha Agressiva). Nos dois casos, não é possível para qualquer empresa melhorar o seu payoff mudando unilateralmente sua estratégia.

(3) Falso. Vimos na resposta ao item 1 que caso a empresa B escolha jogar Campanha Agressiva com probabilidade de 10%, a empresa A terá o mesmo payoff esperado independentemente de jogar Campanha Agressiva ou Campanha Moderada. Consequentemente, ao misturar essas duas estratégias, o ganho esperado de A também deve permanecer inalterado. Sendo o jogo simétrico, resultado similar deve valer para a empresa B caso a empresa A jogue Campanha Agressiva com 10% de probabilidade. Assim, quando as duas jogam Campanha Agressiva com 10% de probabilidade, nenhuma pode melhorar seu payoff esperado mudando sua estratégia e, portanto ocorre um equilíbrio de Nash.

(4) Verdadeiro caso a afirmação se refira ao equilíbrio em estratégias mistas. Nesse equilíbrio, conforme vimos, a empresa A joga Campanha Agressiva com probabilidade de 10%, o mesmo ocorrendo com a empresa B. Assim, o ganho esperado da empresa B será a média ponderada entre seu ganho esperado quando joga Campanha Agressiva ($0{,}1 \times (-100) + 0{,}9 \times 10 = -1$) e seu ganho esperado quando joga Campanha Moderada ($0{,}1 \times (-10) + 0{,}1 \times 0 = -1$), ou seja, uma média entre -1 e -1 que, evidentemente, será igual a -1.

Questão 14

Considere um modelo de Bertrand com diferenciação de produtos e duas empresas. A demanda da empresa 1 é dada por $q_1 = 100 - 2p_1 + p_2$ e a demanda da empresa 2 é dada por $q_2 = 100 - 2p_2 + p_1$, sendo p_1 o preço do produto da empresa 1 e p_2 o preço do produto da empresa 2. Suponha que o custo total da empresa 1 seja $C_1 = q_1$ e o custo total da empresa 2 seja $C_2 = q_2$. Determine o preço ao qual a empresa 1 irá vender o seu produto.

Solução

Quaisquer que sejam p_1 e p_2, o lucro da empresa 1 será dado por

$$\pi_1 = q_1 \times p_1 - q_1 = (100 - 2p_1 + p_2)p_1 - (100 - 2p_1 + p_2),$$

e o lucro da empresa 2 será dado por

$$\pi_2 = q_1 \times p_2 - q_2 = (100 - 2p_2 + p_1)p_2 - (100 - 2p_2 + p_1).$$

No equilíbrio de Nash/Bertrand, cada empresa escolhe um preço que maximiza seu lucro dado o preço praticado pela outra empresa. Nesse caso, devem valer as condições necessárias de lucro máximo

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = 0 \Rightarrow 102 - 4p_1 + p_2 = 0$$

e

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = 0 \Rightarrow 102 - 4p_2 + p_1 = 0.$$

Os preços praticados nesse equilíbrio são os que resolvem o sistema formado por essas duas equações:

$$p_1 = p_2 = 34.$$

Assim o preço ao qual a empresa 1 vende seu produto no equilíbrio de Bertrand é 34.

QUESTÃO 15

Suponha que em uma região de florestas com madeiras nobres foi concedido livre acesso à extração da madeira. Suponha que o preço do metro cúbico de madeira é $1, e que a produção de madeira em metros cúbicos pode ser expressa como $f(n) = 40n - 2n^2$, em que n é o número de madeireiros que se dedicam à extração. Suponha que o custo da serra e demais ferramentas de cada madeireiro seja de $ 4. Calcule a diferença entre o número efetivo de madeireiros e o número ótimo.

Solução

O número ótimo de madereiros é aquele que maximiza o excedente gerado pela atividade, ou seja, a diferença entre o valor da madeira extraída, $1 \times (40n - 2n^2)$, e o custo da extração, $4n$. Isso ocorre quando esses dois valores são igualados na margem. Assim, chamando de $\tilde{n}^*$ o número ótimo de madereiros, esse número deve ser tal que

$$\frac{d}{dn}(40n^* - 2n^{*2}) = \frac{d}{dn}(4n^*) \Rightarrow 40 - 4n^* = 4 \Rightarrow n^* = 9.$$

O número efetivo de madereiros será aquele que iguala a produtividade média do madereiro a seu custo marginal. Assim chamando de $\tilde{n}$ esse número efetivo, temos

$$\frac{40\tilde{n} - 2\tilde{n}^2}{n} = \frac{d}{dn}(4n^*) \Rightarrow 40 - 2\tilde{n} = \Longrightarrow \tilde{n} = 18.$$

Desse moda a diferença entre o número efetivo e o número ótimo de marinheiros é

$$\tilde{n} - n^* = 18 - 9 = 9.$$

A O sistema linear de dispêndio

Imagine que se queira estimar os parâmetros das demandas por dois bens, x e y, tendo por base a as seguintes formas específicas para as funções de demanda:

$$x_1(p_1,p_2,m) = a_1 + b_1\frac{p_2}{p_1} + c_1\frac{m}{p_1} \tag{18}$$

$$x_2(p_1,p_2,m) = a_2 + b_2\frac{p_2}{p_1} + c_2\frac{m}{p_2} \tag{19}$$

nas quais a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 são parâmetros a serem estimados. Caso se assuma que o consumo dos dois bens exaura a renda do consumidor, ou considere-se m como o dispêndio com a aquisição dos dois bens, então deveremos ter

$$p_1x_1(p_1,p_2,m) + p_2x_2(p_1,p_2,m) = m$$

ou ainda,

$$x_2(p_1,p_2,m) = \frac{m - p_1x_1(p_1,p_2,m)}{p_2} = -b_1 - a_1\frac{p_1}{p_2} + (1-c_1)\frac{m}{p_2} \tag{20}$$

Ou seja, $a_2 = -b_1$, $b_2 = -a_1$ e $c_2 = 1 - c_1$. Com algumas manipulações algébricas, é possível transformar as expressões (18) e (20) em

$$x_1(p_1,p_2,m) = \frac{a_1}{1-c_1} + \frac{c_1}{p_1}\left(m - p_1\frac{a_1}{1-c_1} + p_2\frac{b_1}{c_1}\right) \tag{21}$$

$$x_2(p_1,p_2,m) = -\frac{b_1}{c_1} + \frac{1-c_1}{p_2}\left(m - p_1\frac{a_1}{1-c_1} + p_2\frac{b_1}{c_1}\right) \tag{22}$$

Façamos agora $\bar{x}_1 = a_1/(1-c_1)$, $\bar{x}_2 = -b_1/c_1$ e $\beta = c_1$. Com isso, as equações (21) e (22) assumem a forma

$$x_1(p_1,p_2,m) = \bar{x}_1 + \frac{\beta}{p_1}\left(m - p_1\bar{x}_1 - p_2\bar{x}_2\right) \tag{23}$$

$$x_2(p_1,p_2,m) = \bar{x}_2 + \frac{1-\beta}{p_2}\left(m - p_1\bar{x}_1 - p_2\bar{x}_2\right) \tag{24}$$

Esse modelo de demanda é conhecido como "sistema de despesas linear" e é empregado principalmente em estudos empíricos. Todavia, sem o acréscimo de algumas restrições adicionais, ele não é inteiramente compatível com a teoria do consumidor. Para ver isso, calculemos o efeito substituição para o bem x_1 empregando a equação de Slutsky:

$$\begin{aligned}\frac{\partial x_1}{\partial p_1} + \frac{\partial x_1}{\partial m}x_1 &= -\frac{\beta}{p_1^2}(m - p_2\bar{x}_2) + \frac{\beta}{p_1}\left[\bar{x}_1 + \frac{\beta}{p_1}\left(m - p_1\bar{x}_1 - p_2\bar{x}_2\right)\right] \\ &= -\frac{\beta(1-\beta)}{p_1^2}\left(m - p_1\bar{x}_1 - p_2\bar{x}_2\right).\end{aligned}$$

De acordo com a teoria do consumidor, esse efeito deve ser não positivo. Para que isso ocorra, é necessário assumir que ou $0 \le \beta \le 1$ e $m \ge p_2x_2 + p_1x_1$ ou que $\beta \notin$

$[0,1]$ e $m \leq p_2 x_2 + p_1 x_1$. Usualmente, assume-se que $0 \leq \beta \leq 1$ e que o consumidor consuma sempre $x_1 \geq \bar{x}_1$ e $x_2 \geq \bar{x}_2$, o que só é possível caso $m \geq p_1 \bar{x}_1 + p_2 \bar{x}_2$. Essa última hipótese é inofensiva para o caso em que $\bar{x}_1$ e $\bar{x}_2$ são negativos, pois, nesse caso, quaisquer valores não negativos de x_1 e x_2 estarão em conformidade com ela. Porém, caso $\bar{x}_1$ e $\bar{x}_2$ sejam quantidade positivas, a restrição só será atendida com um nível mínimo de dispêndio. Isso implica uma pressuposição implícita de que a renda do consumidor seja compatível com esse nível mínimo.

Racionalizando o sistema linear de dispêndio.

Assumamos que $0 \leq \beta \leq 1$. Nesse caso, as equações de demanda desse sistema são, conforme vimos, compatíveis com a teoria do consumidor para $m \geq p_1 \bar{x}_1 + p_2 \bar{x}_2$, o que significa que há uma função de utilidade que geraria, para esses níveis de renda exatamente as mesmas funções de demanda. Conforme vimos na resposta ao item ② da questão 1, a função

$$U(x_1, x_2) = (x_1 - \bar{x}_1)^{\beta} (x_2 - \bar{x}_2)^{1-\beta} \tag{25}$$

é uma candidata, pois para valores de m suficientemente elevados, as funções de demanda são as descritas pelas equações 23 e 24, ou seja as funções de demanda do sistema linear de dispêndio.[8] Todavia, essa função de utilidade não racionaliza perfeitamente o sistema linear de demanda pois a) nos casos em que β é um número irracional ou β é racional com forma reduzida com denominador par, a função não é definida para $x_1 < \bar{x}_1$ ou para $x_2 \leq \bar{x}_2$ ou ambos, b) a função não é definida no ponto $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ caso β seja um inteiro negativo ou maior do que 1, c) mesmo que β seja um número racional com denominador ímpar, e que $m \geq p_1 \bar{x}_1 + p_2 \bar{x}_2$, a demanda do consumidor pode não ser a descrita pelas equações 23 e 24, pois há a possibilidade, para níveis de renda não muito elevados, de que a cesta que maximiza a utilidade do consumidor seja uma cesta com consumo nulo de um dos bens (solução de canto.

Essa última ressalva decorre do fato de que a função de utilidade 25 é mal comportada mesmo que β seja um número racional entre zero e 1 com forma reduzida com denominador ímpar. A Figura 2 ilustra esse fato. Nela são descritas as curvas de indiferença da função de utilidade 25 para o caso em que $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = 1$ e $\beta = 1/3$. A figura teve sua superfície colorida de modo que áreas com cores mais quentes correspondem a áreas nas quais o valor da função de utilidade é mais elevado e áreas com cores mais frias correspondem a áreas nas quais o valor da função de utilidade é mais baixo, conforme é indicado na barra de cores à direita.

Embora, nesse caso, a função de utilidade seja definida para quaisquer valores de x_1 e x_2, ela é quase-convexa caso $x_1 < \bar{x}_1$ e $x_2 < \bar{x}_2$ e x_2 é (localmente) um mal, caso $x_1 < \bar{x}_1$ e $x_2 > \bar{x}_2$ ou $x_1 > \bar{x}_1$ e $x_2 < \bar{x}_2$. Tais curvas de indiferença acabam fazendo com que, mesmo que $m \geq p_1 \bar{x}_1 + p_2 \bar{x}_2$, de tal sorte que haja uma cesta de bens com quantidades positivas de x_1 e x_2 que maximize localmente a função

[8] É preciso fazer, todavia, alguns ajustes de notação. Em nossa resposta ao item ② da questão 1, α equivale ao que aqui notamos por β, β equivale ao que aqui notamos por $1-\beta$, x equivale a x_1, y equivale a x_2, x_0 equivale a $\bar{x}_1$, y_0 equivale a $\bar{x}_2$, p_x equivale a p_1 e p_y equivale a p_2.

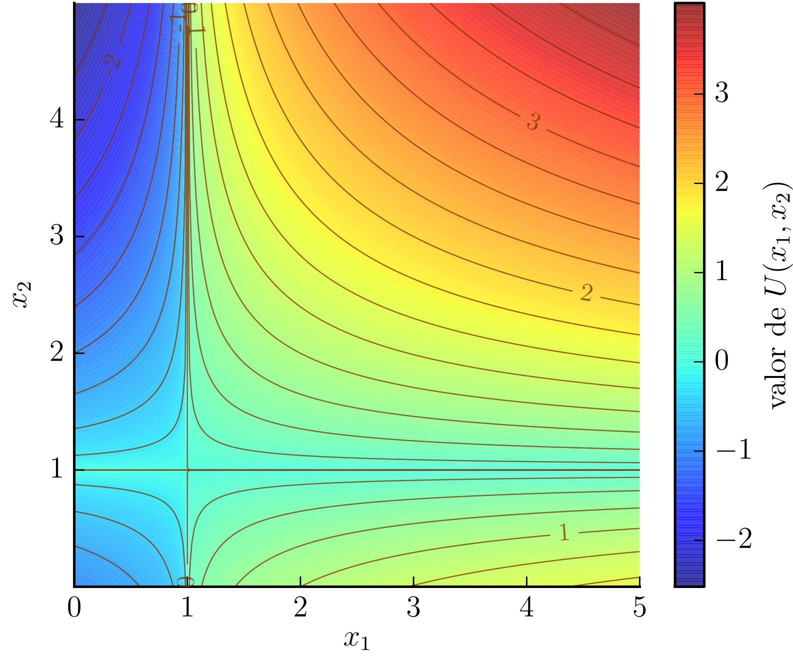


Figura 2: Curvas de nível da função $U(x_1, x_2) = (x_1 - \bar{x}_1)^{\beta}(x_2 - \bar{x}_2)^{1-\beta}$ com $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = 1$ e $\beta = 1/3$.

de utilidade do consumidor, ainda assim, desde que m não seja suficientemente elevada, a cesta de bens que maximiza globalmente a função de utilidade do consumidor seja uma cesta de bens com consumo exclusivo do bem 1.

A Figura 3 ilustra o caso em que $\beta = 1/3$, $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = 1$, $p_1 = p_2 = 1$ e $m = 3$. Nesse caso, o ponto $\left(\frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right)$, é obtido pela aplicação das funções de demanda (23) e (24), é um ponto de utilidade máxima local no qual o valor da função de utilidade é de

$$\left(\frac{1}{3} - 1\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{5}{3} - 1\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt[3]{4}}{3} \approx 0{,}53.$$

Porém, quando o consumidor especializa-se no consumo do bem 1, adquirindo a cesta $(3, 0)$, ele consegue atingir uma curva de indiferença mais elevada, obtendo a utilidade máxima condicionada global de

$$(3-1)^{\frac{1}{3}}(0-1)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2} \approx 1{,}26$$

Duas estratégias podem evitar esse tipo de solução de canto. A primeira delas, usualmente empregada, consiste em simplesmente proibir esse tipo de solução de canto, assumindo-se que o consumidor, se sua renda permitir, jamais escolheria uma cesta de bens com $x_1 < \bar{x}_1$ ou $x_2 < \bar{x}_2$. Volto a enfatizar que é preciso fazer

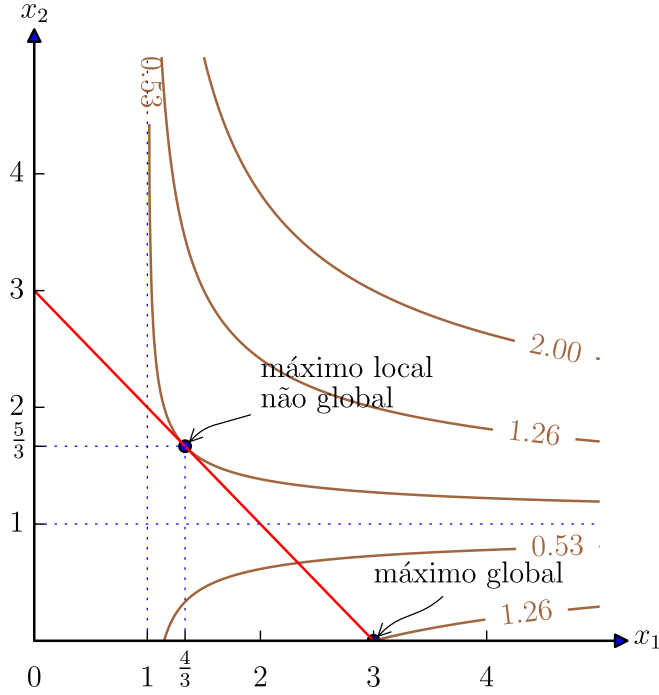


Figura 3: Caso $m = 3$, o consumidor com função de utilidade $U(x_1,x_2) = (x_1 - \bar{x}_1)^{\beta}(x_2 - \bar{x}_2)^{1-\beta}$

com $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = 1$ e $\beta = 2/3$ maximiza sua utilidade consumindo apenas o bem 1.

essa hipótese. Ela não deriva automaticamente da função de utilidade (25). A segunda alternativa seria alterar a função de utilidade para valores de $x_1 < \bar{x}_1$ e/ ou $x_2 < \bar{x}_2$, de modo a torná-la mais bem comportada. Por exemplo, redefinamos a função de utilidade (25) para

$$U(x_1,x_2) = \begin{cases} (x_1 - \bar{x}_1)^{\beta}(x_2 - \bar{x}_2)^{\alpha} & \text{caso } x_1 \geq \bar{x}_1 \text{ e } x_2 \geq \bar{x}_2 \\ \min\left\{\frac{x_1}{\bar{x}_1}, \frac{x_2}{\bar{x}_2}\right\} - 1 & \text{caso contrário} \end{cases}. \tag{26}$$

Com essa nova função, os dois bens se comportarão como complementares perfeitos caso $x_1 < \bar{x}_1$ e/ ou $x_2 < \bar{x}_2$, de tal modo que as preferências passam a ser convexas e fracamente monotônicas em todo o conjunto de consumo. A Figura 4 mostra o formato dessas curvas de indiferença para o caso em que $\beta = 1/3$. Além disso ela mostra a solução de maximização de utilidade para um consumidor com essa função de utilidade e renda $m = 3$ que se depara com os preços $p_1 = p_2 = 1$. Percebe-se que, diferentemente, do que se observa na Figura 3, o equilíbrio se dá em um ponto interior.

Supondo-se $0 < \beta < 1$, as funções de demanda passam a ser

$$x_1 = \begin{cases} \bar{x}_1 + \frac{\beta}{p_1}(m - p_1\bar{x}_1 - p_2\bar{x}_2) & \text{caso } m \geq p_1\bar{x}_1 + p_2\bar{x}_2 \\ \bar{x}_1 \frac{m}{p_1\bar{x}_1 + p_2\bar{x}_2} \end{cases} \tag{27}$$

e

$$x_2 = \begin{cases} \bar{x}_2 + \frac{\beta}{p_2}(m - p_1\bar{x}_1 - p_2\bar{x}_2) & \text{caso } m \geq p_1\bar{x}_1 + p_2\bar{x}_2 \\ \bar{x}_2 \frac{m}{p_1\bar{x}_1 + p_2\bar{x}_2} \end{cases}. \tag{28}$$

Esse sistema de demanda coincide com sistema linear de dispêndio caso $m \geq p_1\bar{x}_1 + p_2\bar{x}_2$, e gera funções de demanda compatíveis com a teoria do consumidor para outros valores de m. Portanto, a função de utilidade (26) é preferível para racionalizar o sistema linear de dispêndio.

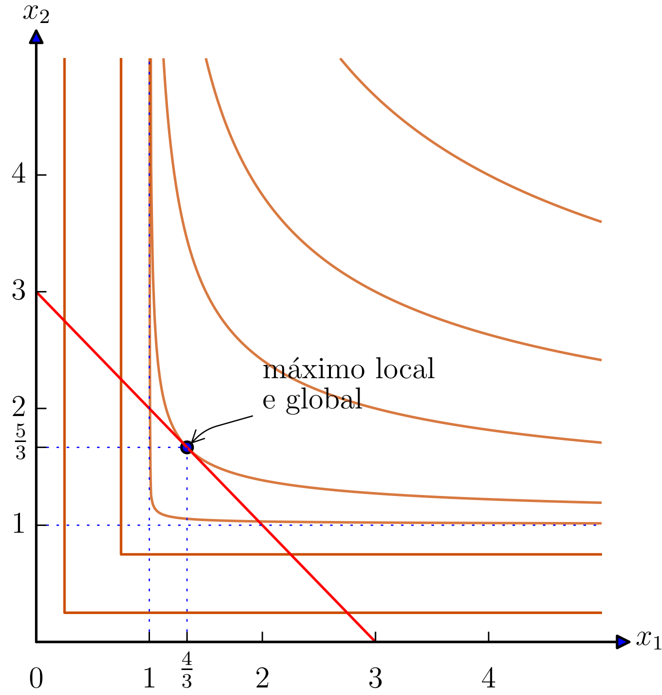


Figura 4: Curvas de nível da função e solução de maximização de lucro para uma função de utilidade tal qual descrita em 26 com $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = 1$ e $\beta = 1/3$, e equilíbrio do consumidor quando $m = 3$, e $p_1 = p_2 = 1$.

Referências

Coase, Ronald. 1960. “The Problem of Social Cost”. *The Journal of Law and Economics* 3 (1): 1+. http://sws.bu.edu/smhoran/coase.pdf.

Mas-Collel, Andrew, D. Whinston Michael e Jerry R. Green. 1995. *Microeconomic Theory.* Oxford University Press.

Peter Neary, J. 2008. “rationing”. Em *The New Palgrave Dictionary of Economics,* editado por Steven N. Durlauf e Lawrence E. Blume. Basingstoke: Palgrave Macmillan. http://www.dictionaryofeconomics.com/article?id=pde2008_R000034&edition=current&q=rationing&topicid=&result_number=2&authstatuscode=202.

Samuelson, P. A. 1947. “Some Implications of "Linearity."”. *The Review of Economic Studies* 15 (2): 88–90. ISSN: 00346527. http://www.jstor.org/stable/2295997.

Stiglitz, Joseph E., e Andrew Weiss. 1981. “Credit Rationing in Markets with Imperfect Information” [**inlang**English]. *The American Economic Review* 71 (3): 393–410. ISSN: 00028282. http://www.jstor.org/stable/1802787.

Stone, Richard. 1954. “Linear Expenditure Systems and Demand Analysis: An Application to the Pattern of British Demand”. *The Economic Journal* 64 (255): 511–527. ISSN: 00130133. http://www.jstor.org/stable/2227743.

Varian, Hall R. 2012. *Microeconomia – princípios básios.* Tradução da 8ª edição. Elsevier.

Resolução do exame ANPEC de microeconomia para 2013

Roberto Guena de Oliveira

22 de dezembro de 2013

QUESTÃO 1

Considere a função utilidade $U = x_1 x_2$. Assuma que o indivíduo recebe uma renda fixa d e que os preços dos dois bens são p_1 e p_2 .

Julgue as seguintes afirmativas:

(0) As curvas de nível dessa função utilidade têm o formato de hipérbóles retangulares.

(1) Para qualquer nível de preços dado a quantidade total gasta com x_1 é diferente da quantidade total despendida com x_2 .

(2) A relação $p_2 x_2 = p_1 x_1$ mantém-se para todos os pontos da restrição orçamentária.

(3) Um aumento percentual na renda induz a um aumento percentual menor no consumo dos dois bens.

(4) A função utilidade indireta derivada tem a seguinte forma

$$V(p_1, p_2, d) = \frac{d^2}{4p_1 p_2}.$$

Solução

(0) Verdadeiro. Uma curva de nível para essa função de utilidade tem a fórmula $x_1 x_2 = k$ na qual k é uma constante correspondente a um determinado nível de utilidade. Hipérboles retangulares são hipérboles cujas assíntotas são perpendiculares entre si. Como as curvas de indiferença tende assintoticamente aos eixos, caso elas sejam hipérboles retangulares, suas assíntotas

coincidirão com os eixos do plano cartesiano. A fórmula geral de tais hipérboles retangulares cujas assíntotas coincidem com os eixos cartesianos é $x_2 = k/x_1$ ou $x_1 x_2 = k$, o que coincide com a fórmula de nossas curvas de indiferença.

(1) Falso. Trata-se de uma função de utilidade Cobb-Douglas. A forma geral dessa função de utilidade é $U(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$ na qual α e β são parâmetros positivos. As funções de demanda para essa função são dadas pelas fórmulas

$$x_1(p_1, p_2, d) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \frac{d}{p_1} \tag{1}$$

e

$$x_2(p_1, p_2, d) = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{d}{p_2} \tag{2}$$

nas quais p_1 e p_2 são os preços dos bens 1 e 2, respectivamente e d é a renda do consumidor. Multiplicando as equações (1) e (2) por p_1 e p_2, respectivamente, obtemos

$$p_1 x_1(p_1, p_2, d) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} d \tag{3}$$

e

$$p_2 x_2(p_1, p_2, d) = \frac{\beta}{\alpha + \beta} d. \tag{4}$$

No caso da função de utilidade considerada nessa questão, $\alpha = \beta = 1$, o que significa

$$p_1 x_1 = p_2 x_2 = \frac{d}{2}.$$

Isso significa que o consumidor deverá dispender exatamente metade de sua renda com a aquisição de cada bem.

(2) Falso. Essa relação ocorre no ponto de maximização de utilidade. Em outros pontos da linha de restrição orçamentária ela não ocorre. Por exemplo, o ponto $(\frac{d}{p_1}, 0)$ está sobre a linha de restrição orçamentária, mas nele toda a renda é gasta exclusivamente com a aquisição do bem 1.

(3) Falso. Como podemos ver nas funções de demanda (1) e (2) as funções de demando dos dois bens são diretamente proporcionais à renda do consumidor. Isso significa que qualquer aumento na renda do consumidor irá provocar o mesmo aumento proporcional no consumo dos dois bens.

(4) Verdadeiro. Levando em consideração que $\alpha = \beta = 1$, as funções de demanda (1) e (2) assumem a forma

$$x_1(p_1, p_2, d) = \frac{d}{2p_1}$$

e

$$x_2(p_1, p_2, d) = \frac{d}{2p_2}.$$

Substituindo essas funções na função de utilidade, encontramos a função de utilidade indireta

$$V(p_1, p_2, d) = U\left(\frac{d}{2p_1}, \frac{d}{2p_2}\right) = \frac{d}{2p_1} \times \frac{d}{2p_2} = \frac{d^2}{4p_1 p_2}.$$

Questão 2

Considerando que o axioma fraco da preferência revelada é atendido e que o comportamento do consumidor pode ser captado através de índices de Laspeyres e Paasche, definidos em relação a um período-base e um período t posterior, é correto afirmar que:

(0) Se o índice de quantidade de Laspeyres for menor do que 1, o consumidor está melhor no período t do que no período-base.

(1) Se o índice de quantidade de Paasche foi maior do que 1, o consumidor melhorou no período t em relação ao período-base.

(2) No índice de preços de Laspeyres utilizamos como pesos as quantidades do período-base.

(3) Se o índice de preços de Paasche for menor do que 1, a teoria das preferências reveladas nos diz que o consumidor melhorou no período t em relação ao período-base.

(4) Se o índice de preços de Paasche for maior do que a razão entre o gasto total do consumidor no período t e o gasto total no período-base, o consumidor estava melhor no período-base do que no período t.

Solução

(0) Falso. Notemos por q_i^0 a quantidade consumida do bem i no período base sendo i um índice que varia entre 1 e o número de bens existentes n. De modo similar, notemos por q_i^t a quantidade consumida do bem i no período corrente, por p_i^0 o preço desse bem no período base e por p_1^t o preço desse bem no período corrente. O índice Laspeyres de quantidade é dado por

$$IL_q = \frac{\sum_{i=1}^n q_i^t p_i^0}{\sum_{i=1}^n q_i^0 p_i^0}.$$

Assim, se esse índice é menor do que 1, isso significa que

$$\frac{\sum_{i=1}^n q_i^t p_i^0}{\sum_{i=1}^n q_i^0 p_i^0} < 1 \Rightarrow \sum_{i=1}^n q_i^t p_i^0 < \sum_{i=1}^n q_i^0 p_i^0.$$

Isso significa que a cesta de bens escolhida pelo consumidor no período t custaria para ele, no período base, menos do que a cesta de bens que ele efetivamente escolheu (no período base). Assim, a cesta de bens do período base foi revelada preferida à cesta de bens no período corrente, o que indica que o consumidor estava melhor no período base.

(1) Verdadeiro. O índice de quantidade de Paasche é maior do que 1 caso

$$\frac{\sum_{i=1}^n q_i^t p_i^t}{\sum_{i=1}^n q_i^0 p_i^t} > 1 \Rightarrow \sum_{i=1}^n q_i^t p_i^t > \sum_{i=1}^n q_i^0 p_i^t.$$

Isso indica que, no período corrente, o consumidor poderia adquirir a cesta de bens que consumiu no período base, mas preferiu consumir outra cesta. Assim, a cesta de bens consumida no período corrente foi revelada preferida à cesta de bens consumida no período base, o que indica que o consumidor está melhor no período corrente.

(2) Verdadeiro. O índice de preço de Laspeyres é dado pela razão entre o valor da cesta de bens consumida no perído corrente a preços do período base dividido pelo valor, também a preços do período base, da cesta de bens consumida no período base.

(3) Falso. Nada podemos dizer acerca da variação bem estar do consumidor com base exclusivamente em informações sobre o índice de preços. Para que se chegue a alguma conclusão sobre a variação no bem estar do consumidor, é necessário comparar o índice de preços com a razão entre a renda (ou gasto do consumidor) no período corrente e a mesma renda (ou gasto) no período base. Caso o índice Laspeyeres de preço seja inferior a essa razão, então podemos concluir que o consumidor está melhor no período corrente. Caso o índice Paasche seja superior a essa variação, podemos concluir que o consumidor estava melhor no período base.

(4) Verdadeiro. Se o índice Paasche de preços é maior do que a razão entre o gasto no período corrente e o gasto no período base, devemos ter

$$\frac{\sum_{i=1}^n p_i^t q_i^t}{\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^t} > \frac{\sum_{i=1}^n p_i^t q_i^t}{\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^0} \Rightarrow \sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^t < \sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^0.$$

Isso indica que, quando adquiriu a cesta de bens do período base o consumidor poderia adquirir a cesta de bens do período corrente a um custo menor. Assim, a cesta de bens do período base foi revelada preferida à cesta de bens do período corrente, o que indica que o consumidor estava melhor no período base.

QUESTÃO 3

Suponha que a função de produção para um dado produto tem a seguinte forma funcional: $q = f(x_1) = 2x_1 - 0{,}03x_1^2$. Considere também que o preço de uma unidade do bem final é $p(q) = R\$10{,}00$ e o preço unitário do insumo, praticado pelo mercado, é $p(x_1) = R\$8{,}00$.

Dadas essas informações, é correto afirmar que:

(0) O nível de utilização do insumo que maximiza o nível de produção é $x_1 = 33{,}33$.

(1) O nível de utilização do insumo que maximiza o lucro da firma é $x_1 = 19{,}5$.

(2) O nível de produção economicamente ótimo é $q = 28$.

(3) O lucro máximo (π) obtenível pela firma é $\pi(q) = R\$120$.

(4) A produtividade marginal do fator é crescente.

Solução

(0) Verdadeiro. Basta verificar as condições de máximo de primeira e de segundo ordem. A condição de máximo de primeira ordem requer que

$$\frac{d}{dx_1} f(x_1) = 0 \Rightarrow 2 - 0{,}06x_1 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{100}{3} \approx 33{,}33.$$

A condição de máximo de segunda ordem requer que a segunda derivada da função de produção em relação ao uso do insumo seja negativa. Isso ocorre de fato pois

$$\frac{d^2}{dx_1^2} = -0{,}06.$$

Assim, a função de produção efetivamente atinge o seu valor máximo quando $x_1 = 100/3$.

(1) Falso. A firma maximiza seu lucro ao igualar o produto marginal de seu insumo ao preço do mesmo medido em unidades de produto. Isso requer que

$$2 - 0{,}06x_1 = \frac{8}{10} \Rightarrow x_1 = 20.$$

(2) Verdadeiro. com se trata de uma empresa tomadora de preço, o nível de produção que maximiza seu lucro é a produção eficiente. Esta pode ser obtida calculando-se o valor da função de produção quando a quantidade do insumo é aquela que maximiza o lucro da empresa, isto é, $x_1 = 20$:

$$f(20) = 2 \times 20 - 0{,}03 \times 20^2 = 28.$$

(3) Verdadeiro. Basta calcular o lucro da empresa quando contrada $x_1 = 20$ unidade do fator de produção obtendo 28 unidades do produto:

$$\pi = 28 \times 10 - 20 \times 8 = 120.$$

(4) Falso. A produtividade marginal é decrescente, visto que a segunda derivada da função de produção em relação ao uso do fator é negativa.

Questão 4

Uma firma monopolista atua num mercado no qual a demanda pelo produto pode ser dividida em dois mercados com características distintas, que podem ser resumidas pelo comportamento das respectivas demandas: $q_1^d = 24 - p_1$ e $q_2^d = 24 - 2p_2$. A tecnologia disponível para o monopolista apresenta custo marginal constante e igual a 6.

É possível afirmar que:

(0) O monopolista cobrará o preço mais alto no mercado com a demanda mais elástica.

(1) Se realizar discriminação de preços, o monopolista obterá um lucro aproximadamente 24,2% maior do que se praticar um preço único para os dois mercados.

(2) Com a discriminação de preços, a perda de eficiência no mercado 1, cuja demanda é caracterizada pela função $q_1^d = 24 - p_1$, será de 40,5.

(3) Se o monopolista preferir praticar um preço único nos dois mercados, isso representará uma perda líquida de bem estar menor .

(4) A produção total do monopolista ao realizar discriminação de preços seria de $q_{\text{total}} = 15$, bem maior do que a produção total sem discriminação.

Solução

Para avaliar os itens a seguir precisamos descobrir quanto o monopolista vai produzir, que preço ele vai cobrar, quanto vai vender em cada mercado, qual será o seu lucro e qual será a perda de peso morto do monopólio em dois cenários: no primeiro deles, o monopolista pratica o mesmo preço nos dois mercados e, no segundo, ele diferencia os preços entre os mercados.

Comecemos avaliando o comportamento do monopolista caso ele pratique o mesmo preço nos dois mercados, ou seja, caso tenhamos $p_1 = p_2 = p$. Nesse caso, a demanda total pelo produto do monopolista será

$$q^d = q_1^d + q_2^d = (24 - p) + (24 - 2p) = 48 - 3p.$$

Invertendo essa função de demanda, obtemos

$$p = 16 - \frac{q}{3}.$$

A receita total do monopolista será

$$RT = pq = \left(16 - \frac{q}{3}\right)q = 16q - \frac{q^2}{3}.$$

A receita margianl será

$$RMg = \frac{d}{dq}RT = 16 - \frac{2}{3}q.$$

O monopolista maximiza seu lucro ao igualar receita e custos marginais. Assim, chamando de $\bar{q}$ a quantidade que maximiza o lucro do monopolista quando ele não discrimina preço entre os dois mercados, temos

$$16 - \frac{2}{3}\bar{q} = 6 \Rightarrow \bar{q} = 15.$$

Substituindo essa quantidade na função de demanda inversa encontramos o preço $\bar{p}$ a ser praticado pelo monopolista nesse contexto

$$\bar{p} = 16 - \frac{\bar{q}}{3} = 16 - \frac{15}{3} = 11.$$

Para calcular o lucro, precisaríamos conhecer a função de custo do monopolista. O enunciado do questão só informa que o custo marginal é constante e igual a 6. Como o custo marginal é constante, ele é também igual ao custo variável médio e, portanto, para qualquer quantidade q produzida, o custo variável será igual a $6q$. Como o enunciado não informa se há ou não custo fixo, ficaremos com a hipótese de que este é igual a zero. Nesse caso, o lucro do monopolista será a diferença entre sua receita e seu custo variável. Assim, chamando de $\bar{\pi}$ o lucro do monopolista quando ele não diferencia preços entre os dois mercados, temos

$$\bar{\pi} = \bar{q}\bar{p} - 6\bar{q} = 15 \times 11 - 15 \times 6 = 75.$$

Para calcularmos a perda de peso morto do monopólio, determinemos inicialmente a quantidade $q*$ que ele deveria produzir de modo a gerar o máximo de ganho social. Esta é determinada pela igualdade entre preço de demanda e custo marginal. Assim,

$$16 - \frac{q^*}{3} = 6 \Rightarrow q^* = 30.$$

A perda de peso morto gerada pelo monopólio é dada pela área, calculada entre as quantidades $\bar{q}$ e q^* acima da linha de custo marginal e abaixo da curva de demanda:

$$\overline{DW} = \frac{(11-6)(30-15)}{2} = 37{,}5.$$

Vejamos agora como se comportaria o monopolista caso ele discriminasse preços entre os dois mercados. Nesse caso, as funções de demanda inversas nos mercados 1 e 2 são, respectivamente,

$$p_1 = 24 - q_1$$

e

$$p_2 = 12 - \frac{q_2}{2}.$$

As receitas totais serão

$$RT_1 = 24q_1 - q_1^2$$

e

$$RT_2 = 12q_2 - \frac{q_2^2}{2}.$$

E, portanto, as receitas marginais serão

$$RMg_1 = 24 - 2q_1$$

e

$$RMg_2 = 12 - q_2.$$

Chamemos $\hat{q}_1$ e $\hat{q}_2$ as quantidades vendidas nos mercados 1 e 2, respectivamente, quando o monopolista pratica a discriminação de preços de terceiro grau. Essas quantidades podem ser calcular igualando as receitas marginais de cada mercado ao custo marginal de produção:

$$24 - 2\hat{q}_1 = 6 \Rightarrow \hat{q}_1 = 9$$

e

$$12 - \hat{q}_2 = 6 \Rightarrow \hat{q}_2 = 6.$$

Substituindo essas quantidades nas respectivas funções de demanda inversas obtemos os preços que o monopolista pratica em cada mercado quando discrimina seus preços:

$$\hat{p}_1 = 24 - 9 = 15 \quad \text{e} \quad \hat{p}_2 = 12 - \frac{6}{2} = 9.$$

O lucro do monopolista quando discrimina preço será

$$\hat{\pi} = \hat{p}_1\hat{q}_1 - 6\hat{q}_1 + \hat{p}_2\hat{q}_2 - 6\hat{q}_2 = 15 \times 9 - 6 \times 9 + 9 \times 6 - 6 \times 6 = 99.$$

Para calcular o peso morto do monopolista, calculemos as quantidades eficientes de cada mercado (q_1^* e q_2^*) como as quantidades que seriam demandada caso o produto fosse fendido ao seu custo marginal:

$$q_1^* = 24 - 6 = 18 \quad \text{e} \quad q_2^* = 24 - 2 \times 6 = 12.$$

A perda de peso morto em cada mercado é a área entre a quandidade efetivamente produzida pelo monopolista e a quantidade eficiente acima da curva de custo marginal e abaixo da curva de demanda:

$$\widehat{DW}_1 = \frac{(15-6)(18-9)}{2} = 40{,}5$$

e

$$\widehat{DW}_2 = \frac{(9-6)(12-6)}{2} = 9.$$

De tal sorte que a perda total de peso morto será dada por

$$\widehat{DW} = \widehat{DW}_1 + \widehat{DW}_2 = 49{,}5.$$

(0) Falso. Sabemos que o monopolista discriminador de preços de terceiro grau pratica preços mais elevados em mercados cuja demanda é menos elástica. Podemos confirmar essa regra no presente caso. Quando discrimina preços, o preço que o monopolista pratica no mercado 1 é $\hat{p}_1 = 15$ e o preço que ele pratica no mercado 2 é $\hat{p}_2 = 9$. A elasticiade preço da demanda no mercado um nesso pondo é

$$\hat{\epsilon}_1 = -\frac{15}{9} = -\frac{5}{3}.$$

Já a elasticidade preço da demanda no mercado 2 é

$$\hat{\epsilon}_2 = -2 \times \frac{9}{6} = -3.$$

Isso confirma que no mercado com demanda menos elástica, o mercado 1, o preço é mais elevado.

(1) Anulado. O item foi anulado porque o exercício não provia informação a respeito do custo fixo do monopolista. Se esse fosse igual a zero, o item estaria errado, pois conforme calculamos, quando não discrimina preços o monopolista obtém um lucro igual a $\bar{\pi} = 75$ e, quando discrimina os preços seu lucro passa a $\hat{\pi} = 99$, o que corresponde a um aumento de, aproximadamente, 32%.

(2) Verdadeiro. Foi esse o valor que calculamos para $\widehat{DW}$.

(3) Verdadeiro. Conforme calculamos, a perda de bem estar, medida em termos de perda de peso morto do monopolista é de $\overline{DW} = 37{,}5$ quando o monopolista não discrimina preço. Essa perda passa a $\widehat{DW} = 49{,}5$ quando ele discrimina.

(4) Falso. Conforme calculamos, nos dois casos, o monopolista produz 15 unidades.

Questão 5

Numa indústria competitiva, todas as empresas usam a mesma tecnologia dada pela função de produção $q = K^{1/6}L^{1/3}$. O insumo L é comercializado também num mercado competitivo ao preço de $p_L = R\$1{,}00$. Já o insumo K é mantido fixo no curto prazo e é comercializado ao preço de $p_k = 1/2$. A demanda de mercado para o produto final é $q^d = 400 - 100p$. Analise as afirmações abaixo:

(0) O nível de K que minimiza o custo total de curto prazo é $K = q^2$.

(1) Supondo-se que as firmas incorrem num custo fixo igual a 1/6, a produção eficiente para as firmas nesse mercado é igual a $q = 1/4$.

(2) O preço de equilíbrio de longo prazo da firma $p = R\$1{,}00$.

(3) O nível de produção ótimo das firmas é $q = 400$.

(4) Dadas as características desse mercado, o número de firmas ótimo que ele comporta é $n = 900$.

Solução

A questão está mal escrita, pois pode gerar a impressão de que o custo fixo ao qual se refere o item (1) é o custo com a aquisição do insumo K fixo no curto prazo. Para chegarmos às respostas do gabarito, todavia, tal custo fixo deveria ser interpretado como um custo extra mesmo no longo prazo. Por exemplo, as empresas, caso queiram operar, podem precisar pagar um alvará de funcionamento no valor desse custo fixo. Adicionalmente, precisamos considerar o custo fixo citado no item (1) também nos itens (2), (3) e (4).

Com essa interpretação, ficamos com os seguintes dados:

1. A função de produção é dada por $K^{1/6}L^{1/3}$.
2. Os preços dos insumos L e K são, respectivamente $p_L = 1$ e $p_K = 1/2$.
3. A função de demanda é $q^d = 400 = 100p$.
4. Para operar, além dos custos com a aquisição dos insumos K e L, uma empresa deve arcar com um custo igual a 1/6. Ela não arca com esse custo caso não opere.

Com essas informações podemos deduzir as condições de equilíbrio de longo prazo. Primeiramente, as demandas condicionais dos fatores de produção e a

função de custo de uma empresa. As demandas condicionais dos fatores de produção são encontradas resolvendo-se para L e K o sistema de equações composto pelas condições de custo mínimo de primeira ordem abaixo:

$$\begin{cases} \dfrac{PMg_K}{PMg_L} = \dfrac{p_K}{p_L} \\ f(K,L) = q \end{cases}$$

nas quais PMg_i é a produtividade marginal do insumo i $(i = k, l)$ e $f(K,L)$ é a função de produção. No caso do presente exercício, como $PMg_k = \frac{\partial}{\partial K}\left(K^{1/6}L^{1/3}\right) = K^{-5/6}L^{1/3}/6$ e $PMg_L = \frac{\partial}{\partial L}\left(K^{1/6}L^{1/3}\right) = K^{1/6}L^{-2/3}/3$ e como $p_L = 1$ e $p_K = 1/2$, tais condições de primeira ordem se traduzem em

$$\begin{cases} \dfrac{1}{2}\dfrac{L}{K} = \dfrac{1}{2} \\ K^{1/6}L^{1/3} = q. \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema de equações para K e L encontramos as demandas condicionais de longo prazo para os dois insumos:

$$K(q) = q^2 \tag{5}$$

e

$$L(q) = q^2. \tag{6}$$

Multiplicando (5) e (6), respectivamente, $p_K = 1/2$ e $p_L = 1$ e somando os dois produtos, obtemos o custo com a aquisição dos insumos K e K:

$$p_K K(q) + p_L L(q) = \frac{3}{2}q^2. \tag{7}$$

Finalmente, acrescentando a esse custo um custo quase-fixo $F = 1/6$, ficamos com a seguinte função de custo:

$$c(q) = \begin{cases} \frac{3}{2}q^2 + \frac{1}{6} & \text{caso } q > 0 \\ 0 & \text{caso } q = 0 \end{cases}. \tag{8}$$

Os custos médio e marginal de produção de longo prazo são, respectivamente,

$$CM(q) = \frac{c(q)}{q} = \frac{3}{2}q + \frac{1}{6q} \tag{9}$$

e

$$CMg(q) = \frac{\partial}{\partial q}c(q) = 3q. \tag{10}$$

No equilíbrio de longo as empresas produzem na escala eficiente mínima, ou seja a quantidade que minimiza o custo médio de produção e o preço de mercado

é exatamente igual ao custo médio mínimo. Seja q^* a quantidade que minimiza o custo médio de produção. Essa quantida pode ser obtida ou calculando a condição de custo médio mínimo (primeira derivada em relação a q igual a zero e segunda deriva negativa) ou igualando o custo médio ao custo marginal. Nos dois casos, obtém-se

$$q^* = \frac{1}{3}. \tag{11}$$

O custo médio mínimo de produção é obtido substituindo (11) em (9):

$$CM(q^*) = 1 \tag{12}$$

Este deve ser o preço no equilíbrio de longo prazo. Isso significa que a quantidade demandada será

$$q^d(1) = 400 - 100 \times 1 = 300. \tag{13}$$

Cada empresa irá produzir a quantidade que minimiza o custo médio mínimo, $q^* = 1/3$. Assim, sendo n^* o número de empresas no equilíbrio de longo prazo, a igualdade no equilíbrio entre quantidade ofertada e quantidade demandada requer que

$$n^* \frac{1}{3} = 300 \Rightarrow n^* = 900. \tag{14}$$

(0) Verdadeiro. O emprego do insumo fixo que minimiza o custo de curto prazo é o emprego que se faria desse insumo caso ele não fosse fixo, ou seja, sua demanda codicional de longo prazo. Encontramos essa demanda na equação (5) e é exatamente o que prevê a afirmação desse item.

(1) Falso. Para qualquer nível fixo de K, a demanda condicional de L de curto prazo é dada por

$$K^{\frac{1}{6}} L^{\frac{1}{3}} = q \Rightarrow L(q, K) = q^3 \sqrt{K}.$$

A função de custo de curto prazo será então dada por

$$c(q, p_K, p_L) = p_K K + p_L q^3 \sqrt{K} + F.$$

Em que F é um eventual custo quase fixo. O custo marginal de curto prazo é

$$\frac{\partial}{\partial q} c(q, p_K, p_L) = 3 p_L q^2 \sqrt{K}.$$

A produção eficiente é aquela que faz com que o custo marginal de produção seja igual ao preço de demanda. A função de demanda inversa é $p = 4 - q^d/100$. Caso haja n empresas todas elas com o mesmo emprego de K, de tal sorte que todas têm a mesma função de custo marginal de curto prazo e, portanto todas devem produzir a mesma quantidade q, devemos ter $q^d = nq$. Substituindo na função de demanda inversa, ficamos com

$p = 4 - nq/100$. Assim, a condição de produção eficiente (igualdade entre o custo marginal de produção das firmas e o preço de demanda) é dada por

$$4 - \frac{nq}{100} = 3p_L q^2 \sqrt{K}.$$

No presente caso, o custo fixo é igual a $p_K K = 1/6$, e como $p_K = 1/2$, $K = 1/3$. Adicionalmente, $p_L = 1$. Assim, a condição de igualdade entre preço de demanda e custo marginal passa a ser

$$4 - \frac{nq}{100} = 3q^2 \sqrt{\frac{1}{6}}.$$

Resolvendo essa equação para q encontraríamos a quantidade eficiente a ser produzida por empresa. Essa solução depende, evidentemente do número de empresas n no mercado. Esse não foi informado. Adicionalmente, como n é necessariamente um número inteiro, o valor de q que resolve essa equação será um número irracional.

(2) Verdadeiro. O preço de equilíbrio de longo prazo corresponde ao custo médio mínimo. De acordo com (12) este é igual a 1.

(3) Falso. O nível ótimo de produção de cada empresa é aquele que minimiza o custo médio de longo prazo. Este, de acordo com (11) é $q^* = 1/3$.

(4) Verdadeiro. Chegamos exatamente a esse número em (14)

QUESTÃO 6

Considere a teoria da produção e indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

Ⓞ Se a função de produção for $f(K,L) = [K^a + L^a]^{v/a}$, com $a \geq 1$, $a \neq 0$ e $v > 1$, ela apresenta retornos crescentes de escala.

① O coeficiente de elasticidade de substituição σ de uma função de produção como $f(K,L) = [K^a + L^a]^{v/a}$, com $a < 1$, $a \neq 0$ e $v > 1$, é $\sigma = 1/(1-a)$.

② Funções de produção com elasticidade de substituição $\sigma = 0$ possuem isoquantas em formato de L.

③ Se a tecnologia for monotônica, isso significa que não é possível produzir ao menos a mesma quantidade aumentando a quantidade de um dos insumos.

④ Funções de produção do tipo Cobb-Douglas possuem elasticidade de substituição $\sigma = 1$.

Solução

Ⓞ Verdadeiro. Basta verificar que, para qualquer $t > 0$,

$$f(tK, tL) = [(tK)^a + (tL)^a]^{v/a} = t^v [K^a + L^a]^{v/a} = t^v f(K,L).$$

Portanto, essa função de produção é homogênea de grau v e, sendo $v > 1$, ela apresenta rendimentos crescentes de escala.

① Verdadeiro. Trata-se de uma função de produção do tipo *CES* e essa é exatamente a fórmula da elasticidade de produção para essa função. Caso você não se lembre disso, pode calcular a elasticidade de substituição. Primeiramente, calcule as produtividades marginais de K e L que são, respectivamente,

$$PMg_K = \frac{\partial}{\partial K} f(K,L) = vK^{a-1}[K^a + L^a]^{v/a-1}$$

e

$$PMg_L = \frac{\partial}{\partial K} f(K,L) = vL^{a-1}[K^a + L^a]^{v/a-1}.$$

Após isso, calcule o módulo da taxa técnica de substituição:

$$|TTS| = \frac{PMg_K}{PMg_L} = \left(\frac{K}{L}\right)^{a-1} = \left(\frac{L}{K}\right)^{1-a}.$$

Inverta essa função para representar L/K em função da $|TTS|$:

$$\frac{L}{K} = |TTS|^{\frac{1}{1-a}}.$$

Finalmente, calcule a elasticidade de substituição:

$$\sigma = \frac{d\left(\frac{L}{K}\right)}{d||TTS|}\frac{|TTS|}{\left(\frac{L}{K}\right)} = \frac{1}{1-a}|TTS|^{\frac{1}{1-a}-1}\frac{|TTS|}{\left(\frac{L}{K}\right)} = \frac{1}{1-a}.$$

(2) O gabarito dá verdadeiro, mas, a rigor é falso. Costuma-se dizer que uma curva tem formato de L quando ela é um ângulo reto. Assim, por exemplo, uma função de produção com coeficientes fixos possui isoquantas em formato de L. Primeiramente, cabe notar que, de acordo com o modo como usualmente se define elasticidade de substituição, qual seja

$$\sigma = \frac{d\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}{d|TST|}\frac{|TST|}{\frac{x_2}{x_1}}\Bigg|_{f(x_1,x_2)=cte.},$$

em que x_2 e x_1 são as quantidade empregadas dos dois insumos de produção, e $f(x_1, x_2$ é a função de produção, esta sequer é definida para funções cuja curva de isoquanta tem formato de L. Isso porque no trecho vertical e no vértice da isoquanta, a TTS não é definida e, no trecho horizontal, ela é constante (igual a zero), de tal sorte que não se pode falar em

$$\frac{d\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}{d|TTS|}.$$

A esse comentário, pode-se argumentar, a meu ver com razão, que o conceito econômico de elasticidade de substituição seria melhor capturado com a seguinte definição:

$$\sigma = \frac{d\left(\frac{x_2(w_1,w_2,y)}{x_a(w_1,w_2,y}\right)}{d\left(\frac{w_1}{w_2}\right)}\frac{\frac{w_1}{w_2}}{\frac{x_1(w_1,w_2)}{x_2(w_1,w_2)}},$$

em que w_1 e w_2 são os preços dos insumos x_1 e x_2, respectivamente e $x_1(w_1, w_2, y)$ e $x_2(w_1, w_2, y)$ são as funções de demanda condicionais desses dois insumos. Nesse sentido, a elasticidade de substituição indica qual é a elasticidade da razão entre o uso dos dois insumos em relação ao preço relativo dos mesmos. Nesse caso, como, considerando-se preços positivos para os dois insumos, para toda função de produção com isoquantas com formato em L, as demandas condicionais dos fatores de produção dependem exclusivamente da quantidade produzida[1] então a razão entre os usos dos dois

[1] As quantidades demandadas de cada insumo são as correspondentes ao vértice da isoquanta associada à quantidade que se pretende produzir.

isumos é constante em relação ao preço relativo dos mesmos, isto é

$$\frac{d\left(\frac{x_2(w_1,w_2,y)}{x_a(w_1,w_2,y}\right)}{d\left(\frac{w_1}{w_2}\right)}\frac{\frac{w_1}{w_2}}{=}0,$$

o que implica uma elasticidade de substituição igual a zero.

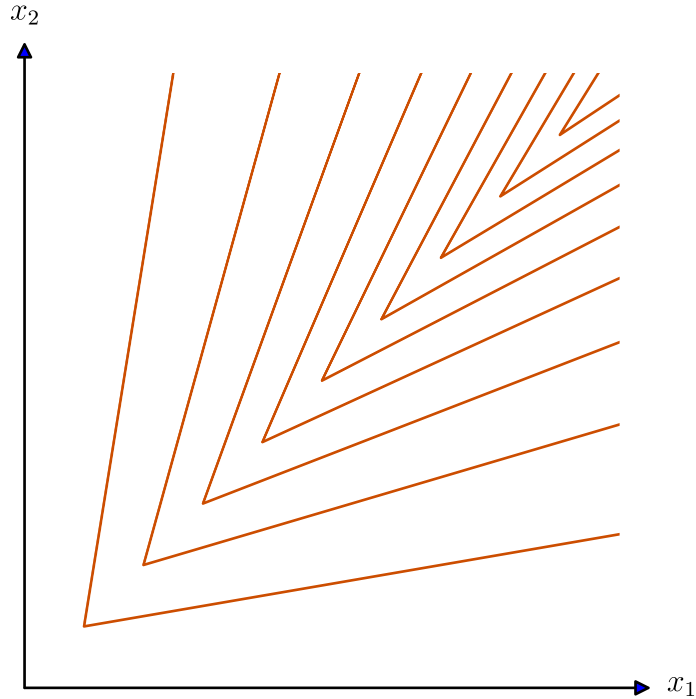


Figura 1: Curvas de isoquanta para a função de produção descrita em 15.

Embora isso seja verdade, não é verdade todas as função de produção com elasticidade de substituição nula tenham isoquantas em formato de L. Considere, para dar um contra-exemplo, a seguinte função de produção:

$$f(x_1,x_2) = a\min\left\{\frac{x_2}{x_1+b},\frac{x_1}{x_2+b}\right\}, \tag{15}$$

na qual a e b são constantes reais e positivas.[2]

[2]essa função de produção apresenta as seguintes propriedades:

- $f(0,x_2) = f(x_1,0) = 0$;
- se $x_1' > x_1^*$ e $x_2' > x_2^*$, então $f(x_1',x_2') > f(x_1^*,x_2^*$;
- $f(x_1,x_2) < a$ para quaisquer x_1,x_2.

A Figura 1 mostra qual deve ser o formato das curvas de isoquanta para essa função de produção. Elas formam ângulos agudos com os dois lados apresentando inclinação positiva, salvo para o caso da isoquanta que passa pelo origem que forma um ângulo reto. Claramente, quaisquer que sejam os preços (não negativos) dos insumos, para produzir uma determinada quantidade com custo mínimo, a empresa deve operar sobre o vértice de uma curva de isoquanta. Desse modo a demanda condicional dos fatores de produção não se altera em virtude de variações no preço relativos desses fatores de produção e, portanto, essa função de produção também tem elasticidade de substituição igual a zero.

(3) Falso. Pelo, contrário, por definição, se a função de utilidade é monotônica, isso significa que, aumentando a quantidade empregada de um dos insumos sempre é possível produzir ao menos a mesma quantidade que era produzida antes desse aumento.

(4) Verdadeiro. Essa é uma das propriedades da função de produção Cobb-Douglas. Caso você se esqueça, basta calcular a elasticidade de substituição. É preciso lembrar que a função de produção do tipo Cobb-Douglas é uma função com a forma $f(K,L) = AK^a L^b$ na qual A, a e b são constantes reais positivas. Primeiramente, encontramos as produtividades marginais:

$$PMg_K = \frac{\partial f(K,L)}{\partial K} = AaK^{a-1}L^b$$

e

$$PMg_L = \frac{\partial f(K,L)}{\partial L} = AbK^a L^{b-1}.$$

O módulo da taxa técnica de substituição é, então,

$$|TTS| = \frac{PMg_K}{PMg_L} = \frac{a}{b}\frac{L}{K}.$$

Invertendo essa igualdade de modo a deixar L/K em função da $|TTS|$, obtemos

$$\frac{L}{K} = \frac{b}{a}|TTS|.$$

Agora podemos calcular a elasticidade de substituição para essa função:

$$\sigma = \frac{d\left(\frac{L}{K}\right)}{d|TTS|}\frac{|TTS|}{\frac{L}{K}} = \frac{b}{a}\frac{|TTS|}{\frac{b}{a}|TTS|} = 1.$$

QUESTÃO 7

Em relação à curva de demanda compensada, indique quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

(0) Ela ilustra apenas efeitos substituição.

(1) Sempre pode ser encontrada a partir da diferenciação da função de gasto total do consumidor em relação ao preço do bem.

(2) Ela difere da função de demanda Hicksiana porque esta última não mantém a utilidade constante.

(3) Possui inclinação negativa.

(4) A ambiguidade que resulta dos efeitos renda e substituição atuarem em direções opostas nas curvas de demanda marshallianas não existe nas curvas de demanda compensadas.

Solução

(0) Verdadeiro. Ao longo da curva de demanda compensada, o nível de utilidade é mantido constante. Isso significa que, para qualquer variação de preço, ela mostra a variação na quantidade demandada líquida do efeito renda, isto é, apenas o efeito substituição.

(1) Verdadeiro. O lema de Shephard afirma exatamente isso.

(2) Falso. A curva de demanda compensada é uma curva que descreve o que acontece com a demanda compensada, também conhecida como demanda Hicksiana, para um determinado nível de utilidade, quando o preço do bem varia.

(3) Verdadeiro, segundo o gabarito, mas, a rigor, falso. Sabemos que a curva de demanda compensada jamais tem inclinação positiva. Porém, ela pode ser vertical (inclinação indefinida), como acontece, por exemplo no caso em que há dois bens que o consumidor considera complementares perfeitos, ou horizontal, como acontece quando há dois bens substitutos perfeitos e o preço relativo é exatamente igual à taxa marginal de substituição entre os dois bens.

(4) Verdadeiro. Como não há efeito renda para um deslocamento sobre a curva de demanda compensada, só há o efeito substituição. Isso significa que, sobre a curva de demanda compensada, a variação na quantidade demandada não tem jamais o mesmo sinal que a variação no preço.

QUESTÃO 8

Duas firmas do setor industrial possuem a seguinte função de produção: $q = K^{1/4}L^{3/4}$, em que K representa a quantidade de capital utilizado e L a quantidade de trabalho empregado. Considere que a firma (2) é mais mecanizada do que a outra, de tal forma que $K_1 = 16$ e $K_2 = 625$, temos então $q_1 = 2L_1^{3/4}$ e $q_2 = 5L_2^{3/4}$. Por fim, suponha ainda que a oferta de trabalho disponível para as duas firmas é igual a 100 unidades. Nesse cenário, podemos constatar:

(0) A alocação do fator trabalho implicaria $L_2 = 97{,}4$ e apenas 2,6 unidades de L na firma 1.

(1) Dado que a firma 1 possui menor nível de capital, a alocação eficiente de recursos deveria alocar mais trabalho na firma 1.

(2) Dada a estrutura de capital das duas firmas, a alocação eficiente dos recursos levaria a um nível de produção $q = 179$.

(3) Uma alocação igual de trabalho entre as duas firmas renderia um ganho de eficiência e produção.

(4) Uma alocação de trabalho $L_1 = 50 = L_2$ levaria a uma produção total de $q = 131{,}6$ unidades.

Solução

(0) Falso. Na verdade há uma infinidade de alocações possíveis, pois qualquer alocação (L_1, L_2) tal que $L_1 + L_2 \leq 100$ é factível. Talvez a afirmação diga respeito à alocação eficiente. Nesse caso, interpretando que as duas empresas produzem o mesmo bem. o fator trabalho deve ser distribuído entre as duas empresas a igualar sua produtividade marginal nos dois processos produtivos. A produtividade marginal do trabalho na empresa 1 é

$$PMg_1 = \frac{dq_1}{dL_1} = \frac{3}{2\sqrt[4]{L_1}}.$$

Já a produtividade marginal do trabalho na empresa 2 é

$$PMg_2 = \frac{dq_1}{dL} = \frac{15}{4\sqrt[4]{L_2}}.$$

Como a alocação eficiente, além de ser tal que as duas produtividades marginais se igualem, deve alocar toda a oferta de trabalho, ela pode ser obtida

resolvendo-se as duas equações a seguir:

$$\begin{cases} \frac{3}{2\sqrt[4]{L_1}} = \frac{15}{4\sqrt[4]{L_2}} \\ L_1 + L_2 = 100 \end{cases}$$

Resolvendo essas duas equações obtemos $L_1 = \frac{1600}{641} \approx 2{,}49$ e $L_2 = \frac{62500}{641} \approx 97{,}51$.

(1) Falso. A alocação eficiente deve alocar o trabalho de modo a maximizar a produção conjunta das duas empresas. O critério para tal é a igualdade entre a produtividade marginal do trabalho na empresa 1 e a produtividade marginal do trabalho na empresa 2. Como a empresa 2 tem mais capital, é necessário alocar mais trabalho nessa empresa para fazer com que ela tenha a mesma produtividade marginal do trabalho que a empresa 1.

(2) Falso. Substituindo as quantidades de trabalho da alocação eficiente encontradas na soluçõa do item 0 nas funções de produção das duas empresas encontramos a quantidade produzida pela empresa 1, $q_1 \approx 16{,}37$, a quantidade produzida pela empresa 2, $q_2 \approx 155{,}14$, e, somando essas duas quantidades o total produzido, $q \approx 171{,}51$.

(3) Falso. Conforme vimos, a alocação eficiente se dá com a empresa 2 empregando mais trabalho.

(4) Verdadeiro. Fazendo nas duas funções de produção $L_1 = L_2 = 50$, obtemos $q_1 = 2\sqrt[4]{50}$, $q_2 = 5\sqrt[4]{50}$ e, portanto, $q = q_1 + q_2 = 7\sqrt[4]{50} \approx 131{,}6$.

QUESTÃO 9

Um pai deseja realizar uma divisão justa de uma pizza com 8 pedaços idênticos entre seus dois filhos. O filho mais novo (1) tem uma função utilidade por pizza definida por $U_1 = 2\sqrt{x_1}$, e o outro filho (2) tem uma função preferência por pizza levemente diferente, dada por $U_2 = \sqrt{x_2}$, em que x_i $(i = 1,2)$ representa quantidade de pedaços de pizza para o filho 1 e 2, respectivamente. Podemos sustentar que:

(0) Um pai utilitarista escolheria dividir a pizza da seguinte forma: $x_1 = 1{,}6$ e $x_2 = 6{,}4$.

(1) Um pai que segue os critérios de justiça de John Rawls usaria uma espécie de "véu da ignorância", no qual os filhos optariam por uma escolha de pedaços de pizza que maximizasse o valor esperado de suas utilidades.

(2) Um pai igualitário e benevolente distribuiria os pedaços de pizza de tal forma que cada filho obtivesse $x_1 = x_2$.

(3) Uma alocação eficiente dos pedaços de pizza seria aquela que iguala a taxa marginal de substituição dos dois filhos.

(4) Os dois filhos são avessos ao risco.

Solução

(0) Falso. O pai utilitarista deveria escolher x_1 e x_2 de modo a maximizar a soma das funções de utilidade dado $x_1 + x_2 = 8$, ou seja, fazendo $x_2 = 8 - x_1$, escolher x_1 de modo a maximizar $2\sqrt{x_1} + \sqrt{8 - x_1}$. A condição de máximo de primeira ordem é

$$\frac{1}{\sqrt{x_1}} - \frac{1}{2\sqrt{8 - x_1}} = 0,$$

ou seja,

$$\sqrt{x_1} = 2\sqrt{8 - x_1} \Rightarrow x_1 = 32 - 4x_2 \Rightarrow x_1 = 6{,}4.$$

Como $x_2 = 8 - x_1$, na alocação que maximiza a soma das utilidades, $x_2 = 1{,}6$. Assim, um pai utilitarista, o pai deverá dar 6,4 fatias para o filho 1 e 1,6 fatias para o filho 2.

(1) Falso. Mais uma vez, discordamos do gabarito que deu verdadeiro. Embora, Rawls nunca tenha exposto seu critério de justiça em termos de comparação de utilidade ou de utilidade esperada, a interpretação usual que se faz

desse critério é que, para Rawls, "sob o véu da ignorância" os agentes escolheriam uma distribuição econômica que maximizasse o bem estar do menos favorecido. A escolha que maximiza o valor esperado das utilidades é a escolha que maximiza a soma das utilidades. A escolha Rawsiana deveria implicar $U_1 = U_2$, ou seja, $2\sqrt{x_1} = \sqrt{8 - x_1}$, o que implica $x_1 = 1{,}6$ e $x_2 = 6{,}4$.

(2) A frase está incompreensível. O que significa um pai "igualitário e benevolente"? Se o pai é igualitário por que deseja dar consumo igual a seus filhos, a afirmação seria verdadeira. Se o pai é igualitário porque deseja dar a mesma utilidade para seus filhos, a afirmação é falsa, pois, se fizermos $x_1 = x_2 = 4$, a utilidade do filho 1 seria $U_1 = 2\sqrt{4} = 4$ e a utilidade do filho 2 seria $U_2 = \sqrt{4} = 2$. Deixe itens como esse sem responder. O gabarito dá Falso.

(3) Um outro item muito complicado. Não é possível falar em taxa marginal de substituição se a função de utilidade depende apenas do consumo de um bem — fatias de pizza. Adicionalmente, suponha que haja outro bem e que a questão diz respeito, portanto, a outras preferências que não as descritas no enunciado da mesma. Nesse caso, não podemos garantir que alocações nas quais há igualdade entre as taxas marginais de substituição são eficientes e que nas alocações eficientes as taxas marginais de substituição são iguais. Por exemplo, se as preferências dos dois irmãos forem côncavas, toda alocação com consumo positivo dos dois ou mais bens com igualdade entre as taxas marginais de substituição dos dois irmãos será ineficiente e toda alocação eficiente será uma alocação de canto na qual, salvo possivelmente o caso em que todos os bens são inteiramente alocados para um irmão, as taxas marginais de substituição não se igualam. Desse modo, a rigor, o item está errado. Porém, o gabarito dá verdadeiro. Minha sugestão para um item assim confuso: deixe sem resposta.

(4) Verdadeiro. Para chegar a essa conclusão, é preciso interpretar que as funções de utilidade são funções de Von Neumman-Morgenstern (o enunciado não deixa isso claro). Nesse caso, como elas são côncavas, os filhos são avessos ao risco.

QUESTÃO 10

Com relação ao mercado de fatores, indique quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

(0) A demanda de um setor por determinado insumo é a soma horizontal das demandas desse insumo por todas as empresas do setor.

(1) A curva de oferta de trabalho pode apresentar um trecho com inclinação negativa se o efeito-renda associado a uma remuneração mais elevada for maior que o efeito-substituição.

(2) Quando o comprador de um insumo tem poder de monopsônio, a curva de despesa marginal se situa abaixo da curva de despesa média.

(3) Para um monopolista o produto da receita marginal será sempre menor do que o valor do produto marginal.

(4) Se um monopolista *upstream* vender um fator de produção para um monopolista *downstream*, o preço final do produto será afetado por um *mark-up* duplo.

Solução

(0) Verdadeiro. A quantidade demandada de um insumo por parte das empresas de um setor nada mais é do que a soma das quantidades demandas por empresa individual. Graficamente, isso significa que, para obter a curva de demanda pelo insumo do setor, basta fazer a soma horizontal das curvas de demanda individuais.

(1) Verdadeiro. Uma elevação na remuneração do trabalho aumenta o valor da dotação inicial do trabalhador. Se o lazer for um bem normal, esse aumento de valor tende a fazer com que o trabalhador queira consumir mais lazer. Esse efeito é conhecido como efeito renda dotação. Por outro lado, o aumento na remuneração do trabalho aumenta o custo de oportunidade o que tende a fazer com que o consumidor tenda a substituir lazer por outros bens, tanto em virtude do efeito substituição quanto em virtude do efeito renda normal. O efeito total sobre a demanda de lazer dependerá de que efeito prevalecerá. Caso o efeito renda dotação prevaleça, haverá um aumento no consumo de lazer e, consequentemente na oferta de trabalho.

(2) Falso. A despesa total com a aquisição de um insumo é dada por $D = x\,w(x)$, em que D é a dispesa com a aquisição do insumo, x a quantidade adquirida

do insumo por parte de seu único comprador e $w(x)$ o preço de oferta desse produto. A despesa marginal é

$$DMg = \frac{d}{dx}[x\,w(x)] = w(x) + x\frac{d\,w(x)}{dx}.$$

Desde que a oferta do insumo seja positivamente inclinada, $d\,w(x)/dx > 0$. Isso implica $DMg(x) > w(x)$, ou seja, como $w(x)$ é a despesa média, a curva de despesa marginal está acima da curva de despesa média.

(3) Verdadeiro. O assim traduzido "produto da receita marginal" de um insumo é dado por *RMgPMg* sendo que *RMg* é a receita marginal do monopolista e *PMg* é o produto marginal do insumo. Já o valor do produto marginal do insumo é $p\,PMg$ em que p é o preço de demanda do produto. Como para o monopolista a receita marginal é inferior ao preço de demanda, $RMg < p$, concluímos que o "produto da receita marginal" é inferior ao valor do produto marginal.

(4) Verdadeiro. Essa é a principal conclusão do modelo de monopólio *upstream* e monopólio *downstrem*.

QUESTÃO 11

Considere o jogo abaixo e responda se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas:

		Jogador 2	
		x	y
Jogador 1	a	30, 0	30, 2
	b	−20, 0	100, 2

(0) As estratégias a e y são estritamente dominantes para os jogadores 1 e 2, respectivamente.

(1) A combinação de estratégias (b, y) é um Equilíbrio de Nash.

(2) Há múltiplos Equilíbrios de Nash.

(3) Todo Equilíbrio de Nash é um ótimo de Pareto.

(4) A combinação de estratégias (a, x) é um Equilíbrio de Nash não-estrito.

Solução

(0) Falso. Uma estratégia estritamente dominante é uma estratégia que é a única melhor resposta para qualquer uma das estratégias que podem ser escolhidas pelo(s) outro(s) jogador(es). No caso do jogo em questão, embora a seja a melhor resposta para y. Apenas a estratégia y é uma estratégia dominante para o jogador 2 visto que y dá resultado superior a x para esse jogador quer o jogador 1 escolha a quer ele escolha b.

(1) Verdadeiro. Um equilíbrio de Nash é uma combinação de estratégias tal que nenhum jogador é capaz de melhorar o seu payoff mudando exclusivamente sua estratégia. Se o jogador 1 escolhe b e o jogador 2 escolhe y, o jogador 1 ganha um payoff de 100, superior ao que ganharia caso tivesse escolhido a. Similarmente, se o jogador 1 escolhe b e o jogador 2 escolhe y, o jogador 2 ganha um payoff de 2 que é superior ao payoff 0 que ele receberia caso escolhesse x.

(2) Falso. Apenas (b, y) configura um equilíbrio de Nash.

(3) Verdadeiro para esse jogo, embora não para qualquer jogo. Um ótimo de Pareto é atingido quando não é possível melhorar a situação de um agente sem, com isso, piorar a situação de outro. No presente jogo, há apenas um

equilíbrio de Nash, qual seja (b, y). Como não há qualquer outro resultado nesse jogo na qual um dos agentes esteja melhor, quando os jogadores jogam (a, b), não é possível melhorar a situação de um sem piorar a situação do outro.

(4) Falso. Conforme argumentamos, há apenas um equilíbrio de Nash nesse jogo, qual seja (a, b).

QUESTÃO 12

Considere o jogo bi-matriz abaixo:

	C	NC
C	$3,3$	$0,6$
NC	$6,0$	$1,1$

⓪ O Equilíbrio de Nash único é cada jogador escolher (NC,NC) e obter um ganho de 1.

① Se o jogo for repetido infinitamente há um Equilíbrio de Nash perfeito em Subjogos que levaria cada jogador a obter o seu maior payoff médio.

② Se o jogo for repetido um número finito de vezes o resultado cooperativo pode ser alcançado e todos ganhariam um *payoff* de 3 em cada repetição.

③ A estratégia NC é estratégia dominante para os dois jogadores.

④ Suponha que os jogadores não saibam quando o jogo vai acabar e que os dois tenham uma crença comum de que a cada repetição do jogo a probabilidade de que ele vai continuar até N (N igual ao número de repetições) é de $p = 2/3$. Nesse caso, o ganho de jogar sempre C é menor do que o ganho de desviar em $N+1$.

Solução

⓪ Verdadeiro. Como *NC* é estratégia dominante para os dois jogadores. O único equilíbrio de Nash desse jogo ocorre quando os dois escolhem suas estratégias dominantes.

① Trata-se de uma frase incompreensível: o que significa "o maior *payoff* médio" de um jogador no presente contexto? Esse é um item para ser deixado em branco. Todavia, tentando justificar o gabarito, que deu falso, podemos dizer que, caso o jogo seja repetido indefinidamente é impossível que se tenha um equilíbrio de Nash perfeito em subjogos em que o *payoff* médio de cada jogador seja igual ao seu maior *payoff* que é 6. De fato, para que um jogador tenha em uma rodada um payoff igual a 6, é necessário que o outro jogador tenha payoff igual a zero, o que torna impossível que, para qualquer história possível desse jogo com repetição, incluindo equilíbrios de Nash perfeitos em subjogos, os dois jogadores tenham *payoff* médio igual a 6.

(2) Falso. Trata-se de um jogo do tipo dilema dos prisioneiros no qual C é a estratégia cooperativa e *NC* é a estratégia não cooperativa. *NC* é estratégia dominante para o jogo jogado uma única vez. Se o jogo for jogado um número finito de vezes, sabemos que, na última rodada, será estratégia dominante para os dois jogadores escolher *NC*, independentemente do que tehna ocorrido nas rodadas anteriores, visto que não há como o outro jogador punir a estratégia não cooperativas nas próximas rodadas, uma vez que elas não existem. Mas isso significa que os jogadores não têm como punir um eventual comportamento não cooperativo na penúltima rodada, pois o resultado da última rodada será (NC, NC), independentemente de como eles joguem a penúltima rodada. Assim, eles não têm por quê não escolher a estratégia dominante *NC*. Pelo mesmo argumento, visto que o resultado da penúltima rodada será (NC, NC) independentemente do que os jogadores façam na anti-penúltima rodada, cada jogador não tem por que não escolher *NC* também nesse rodada. Se repetirmos esse raciocínio até a primeira rodada, fica claro, que os dois jogadores deverão sempre escolher a estratégia não cooperativa, o que fará com que o payoff de cada jogador em cada repetição do jogo seja igual a 1.

(3) Verdadeiro. Caso em qualquer jogo um jogador tenha uma estratégia que seja a melhor escolha desse jogador quaisquer que sejam as estratégias adotadas pelos outros jogadores, diz-se que essa estratégia é dominante. No presente jogo *NC* é estratégia dominante para os dois jogaodres pois, caso o outro jogador escolha C, ao *NC* o nosso jogador ganha 6 que é mais do que o payoff de 3 ganharia ao escolher C, e caso o outro jogador escolha *NC*, nosso jogador consegue 1 escolhendo *NC* e teria *payoff* de zero caso escolhesse C.

(4) Falso. Novamente a frase está bastante confusa. Talvez o examinador quisesse apenas dizer que a cada repetição do jogo, cada jogador acredite que haverá uma próxima repetição com probabilidade de 2/3. Nesse caso, podemos ver sob que condições há um equilíbrio de Nash perfeito de subjogos quando os dois jogadores adotam a estratégia de escolher C na primeira repetição do jogo e, nas outras repetições, escolher C se, e apenas se, o outro jogador tenha jogado C até então e, caso contrário, escolher *NC*. Nesse caso, essas estratégias configurarão um equilíbrio de Nash perfeito em subjogos caso a cada rodada, o *payoff* descontado esperado de se manter essa estratégia seja maior do que o payoff esperado de se desviar dela. Seja δ o fator de desconto de um determinado jogador. Seu *payoff* descontado esperado caso ele jogue a estratégia acima descrita, dado que o outro jogador também fará a mesma coisa é, então

$$3+\frac{2}{3}\delta 3+\frac{2}{3}\delta 3+\left(\frac{2}{3}\delta\right)^2 3+\left(\frac{2}{3}\delta\right)^2 3+\cdots=\frac{3}{1-\frac{2}{3}\delta}=\frac{9}{3-2\delta}.$$

Caso ele deixe de jogar essa estratégia e escolha não cooperar, o valor pre-

sente de seu *payoff* esperado para a ser

$$6+\frac{2}{3}\delta+\frac{2}{3}\delta+\left(\frac{2}{3}\delta\right)^2+\left(\frac{2}{3}\delta\right)^2+\cdots=5+\frac{1}{1-\frac{2}{3}\delta}=5+\frac{3}{3-2\delta}.$$

Assim, a condição para que haja o equilíbrio de Nash perfeito em subjogos com os dois jogadores adotando a estratégia acima descrita é

$$\frac{9}{3-2\delta}\geq 5+\frac{3}{3-2\delta}\Rightarrow\delta\geq\frac{9}{10}.$$

Assim, desde que os dois jogadores tenham um fator de desconto maior ou igual a 0,9. Haverá um equilíbrio de Nash perfeito em subjogos no qual é melhor para os dois jogadores escolherem, a cada rodada, a estratégia C.

QUESTÃO 13

Seja um modelo de Cournot com 44 empresas, em que a função demanda do mercado seja dada por: $Q = 400 - 2q_i$ (sendo q_i a produção de cada uma das 44 empresas). Seja o custo total de cada empresa expresso pela função $C_i = 40q_i$. Quanto cada empresa produzirá em equilíbrio?

Solução

A questão deveria ser anulada, visto que a função de demanda de mercado do enunciado não faz sentido. Para se chegar à resposta do gabarito, é preciso supor a seguinte função de demanda:

$$P = 400 - 2Q$$

na qual P é o preço de demanda e Q é a soma dos produtos das 44 empresas. Notemos por q_i o produto da empresa i, $i = 1, \ldots, 44$. No equilíbrio de Cournot, uma empresa qualquer j ($j = 1, \ldots, 44$) produz a quantidade q_j que maximiza seu lucro dadas quantidades produzidas pelas outras empresas. O lucro π_j dessa empresa é

$$\pi_j = Pq_j - 40q_j = \left(400 - 2\sum_{i=1}^{44} q_i\right) q_j - 40q_j.$$

Para que q_j maximize o lucro dessa empresa, é preciso que

$$\frac{\partial \pi_j}{\partial q_j} = 0 \Rightarrow 360 - 2q_j - 2\sum_{i=1}^{44} q_i = 0 \Rightarrow q_j = 180 - \sum_{i=1}^{44} q_i.$$

Visto que, no equilíbrio de Cournot, a condição acima deve valer para $j = 1, 2, \ldots, 44$, temos

$$q_1 = q_2 = \cdots = q_{44} = 180 - \sum_{i=1}^{44} q_i = q$$

e

$$\sum_{i=1}^{44} q_i = 44q.$$

Substituindo na condição de primeira ordem, obtmos,

$$q = 180 - 44q \Rightarrow q = 4.$$

Questão 14

Considere um cartel entre duas empresas. Diz-se que uma empresa coopera com o cartel quando restringe sua produção para aumentar os lucros do cartel, e diz-se que uma empresa não coopera quando ela mantém sua produção ao nível determinado pela solução de Cournot, ainda que a outra empresa coopere e restrinja a sua produção. Suponha que o lucro de uma delas quando não coopera e a outra empresa coopera é de $ 1.600, que o lucro da empresa quando ambas cooperam com o cartel é de $ 1.400, e que o lucro de cada uma das empresas se ambas não cooperarem é de $ 1.200. Expresse em percentual o valor mínimo do fator de desconto para promover o sucesso do cartel, se ambas as empresas adotarem a estratégia gatilho.

Solução

Se uma empresa adota a estratégia do gatilho, o valor presente da outra empresa quando adota a mesma estratégia, o que faz com que as duas cooperem indefinidamente, é

$$VP^* = 1400 + 1400\delta + 1400\delta^2 + \cdots = 1400\frac{1}{1-\delta},$$

sendo δ o fator de desconto empregado no cálculo desse valor presente.

Caso a outra empresa opte por desviar do cartel, seu valor presente passa a ser

$$1600 + 1200\delta + 1200\delta^2 + \cdots = 400 + 1200\frac{1}{1-\delta}.$$

A condição para que o cartel seja estável é que o primeiro desse valores presentes seja maior ou igual ao segundo, isto é,

$$1400\frac{1}{1-\delta} \geq 400 + 1200\frac{1}{1-\delta}.$$

Resolvendo essa condição encontramos

$$\delta = \frac{1}{2} = 50\%.$$

Questão 15

Considere um mundo com duas mercadorias, no qual as preferências dos consumidores podem ser expressas pela equação $U(X_1, X_2) = (10X_1)^{1/2} + X_2$, em que (X_1, X_2) representa a quantidade consumida das duas mercadorias. Sabendo que os preços das mercadorias são, respectivamente, $P(X_1) = 2{,}5$ e $P(X_2) = 8$, diga qual o impacto sobre o bem estar de uma elevação do preço da mercadoria X_1 para $P(X_1) = 5$.

Solução

Trata-se de uma função de utilidade quase-linear na qual a taxa marginal de substituição depende exclusivamente do consumo do bem 1, visto que a utilidade marginal do bem 2 é constante e igual a 1. Nesse caso, a demanda pelo bem 1 independe da renda do consumidor, ao menos se supusermos que sua renda seja elevada o bastante para que ele consuma quantidades positivas dos dois bens, e pode ser obtida simplesmente igualando o módulo da taxa marginal de substituição ao preço relativo, conforme se segue:

$$\frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{X_1}} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow X_1 = \frac{5}{2}\frac{p_2^2}{p_1^2}.$$

Como a questão não é clara sobre em que medida o bem estar deve ser calculado, podemos usar as medidas convencionais de variação compensatória e variação equivalente, que no caso dessa função de demanda com efeito renda igual a zero, têm o mesmo valor que é dado pela integral da função de demanda (que no caso, por se tratarem de preferências quase-lineares coincide com a demanda compensada) entre os preços final e inicial. Assim, denotando por ΔW a variação de bem-estar do consumidor, teremos

$$\Delta W = \int_5^{2,5} \frac{5}{2}\frac{p_2^2}{p_1^2}\,dp_1 = \int_5^{2,5} \frac{5}{2}\frac{64}{p_1^2}\,dp_1 = 160\int_5^{2,5} p_1^{-2}\,dp_1 = 160\left[-\frac{1}{p_1}\right]_5^{2,5} = -32.$$

O sinal negativo indica que com a elevação no preço do bem 1 houve uma perda de bem estar. Todavia, como na folha de respostas não é possível inserir um valor negativo, podemos responder com o valor absoluto na variação de bem estar, ou seja 32.

Resolução do exame ANPEC de microeconomia para 2012

Roberto Guena de Oliveira

2 de junho de 2014

Questão 1

As afirmativas abaixo se referem à teoria do consumidor. Denomine de R a renda monetária exógena do consumidor, x_1 a quantidade consumida do bem 1, x_2 a quantidade consumida do bem 2, p_1 o preço do bem 1 e p_2 o preço do bem 2. Assinale Falso ou Verdadeiro:

⓪ Se $U(x_1, x_2) = (x_1 x_2)^2$, então a cesta ótima escolhida pelo consumidor é dada por: $x_1^* = \frac{1}{2}\frac{R}{p_1^2}$, $x_2^* = \frac{1}{2}\frac{R}{p_2^2}$.

① Se a função utilidade do consumidor é dada por: $U(x_1, x_2) = \max\left(\frac{x_1}{2}, \frac{x_2}{3}\right)$, $p_1 = 2$ e $p_2 = 3$, então a cesta ótima escolhida pelo consumidor é dada por: $x_1^* = \frac{R}{2}$, $x_2^* = \frac{R}{3}$.

② Se $U(x_1, x_2) = \min\{4x_1^2, 9x_2^2\}$, a cesta ótima é dada por: $x_1 = \frac{2R}{3p_1+2p_2}$, $x_2 = \frac{3R}{3p_1+2p_2}$.

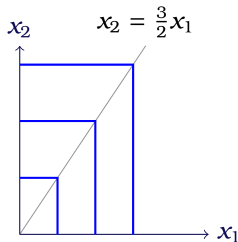
③ Se $U(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$ e supondo solução interior, a cesta ótima escolhida pelo consumidor é dada por: $x_1^* = \frac{p_1}{p_2}$, $x_2^* = \frac{R-p_1}{p_2}$.

④ Se $U(x_1, x_2) = x_1+2x_2$, então pode-se dizer que este consumidor substitui uma unidade do bem 1 por 2 unidades do bem 2.

Solução

⓪ FALSO. Trata-se de uma função de utilidade do tipo Cobb-Douglas com coeficientes iguais para os bens 1 e 2. Sabemos, que nesse caso as funções de demanda serão

$$x_1^* = \frac{1}{2}\frac{R}{p_1} \qquad \text{e} \qquad x_2^* = \frac{1}{2}\frac{R}{p_2}.$$



① FALSO. As curvas de indiferença para a função de utilidade $U(x_1, x_2) = \max\left(\frac{x_1}{2}, \frac{x_2}{3}\right)$ são ângulos retos com os lados crusando os eixos, tal como ilustra a figura ao lado.

Tratam-se, portanto de preferências côncavas. Consequentemente, nosso consumidor deve especializar-se no consumo de apenas um bem o que contradiz o enunciado. Com isso, já respondemos a questão. Se quisermos saber, entretanto, que bem nosso consumidor vai consumir, basta comparar sua função de utilidade quando ele consome apenas o bem 1 com sua função de utildiade quando ele consome apenas o bem 2. No primeiro caso, teremo $x_1 = R/p_1$, $x_2 = 0$ e, portanto, $U(R/p_1, 0) = \frac{R}{2p_1}$. No segundo caso, teremos $x_1 = 0$, $x_2 = R/p_2$ e $U(0, R/p_2) = \frac{R}{3p_2}$. Assim, caso $\frac{R}{2p1} > \frac{R}{3p_2}$, isto é, caso $p_1 < \frac{3}{2}p_2$, nosso consumidor deverá consumir apenas o bem 1. Caso, inversamente, $\frac{R}{2p1} > \frac{R}{3p_2}$, ou, em outros termos, caso, $p_2 < \frac{2}{3}p_1$, nosso consumidor deverá consumir apenas o bem 2. Caso $p_1 = \frac{3}{2}p_2$, nosso consumidor estará indiferente entre especializar-se no consumo do bem 1 ou especializar-se no consumo do bem 2. Desse modo, a cesta ótima escolhida por nosso consumidor será

$$(x_1^*, x_2^*) = \begin{cases} \left(\frac{R}{p_1}, 0\right) & \text{caso} p_1 < \frac{3}{2}p_2 \\ \left(0, \frac{R}{p_2}\right) & \text{caso} p_2 < \frac{2}{3}p_2 \\ \left(\frac{R}{p_1}, 0\right) \text{ ou } \left(0, \frac{R}{p_2}\right) & \text{caso} p_1 = \frac{3}{2}p_2. \end{cases}$$

② FALSO. Como $x_1, x_2 \geq 0$, $U(x_1, x_2) = \min\{4x_1^2, 9x_2^2\} = (\min\{2x_1, 3x_2\})^2$. Tal função de utilidade é, portanto, uma tranformação monotônica da função de utilidade $V(x_1, x_2) = \min\{2x_1, 3x_2\}$. Sabemos que as curvas de indiferença para preferências representadas por essa função de utilidade são ângulos retos voltados para fora da origem e com vértice caracterizados por $2x_1 = 3x_2$. Em equilíbrio, o consumidor deverá escolher o ponto sobre sua linha de restrição orçamentária que também é vértice da curva de indiferença mais elevada que ainda toca essa linha. Esse ponto é determinado pelo sistema de equações:

$$\begin{cases} 2x_1 = 3x_2 \\ p_1x_1 + p_2x_2 = R \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema, encontramos

$$x_1 = \frac{3R}{3p_1 + 2p_2} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{2R}{3p_1 + 2p_2}.$$

③ FALSO. Desde que as preferências sejam passíveis de serem representadas por uma função de utilidade diferenciável, o que é o caso do exercício, pois a função de utilidade apresentada é diferenciável, uma solução interior será caracterizada por

$$\begin{cases} \frac{UMg_1}{UMg_2} = \frac{p_1}{p_2} \\ p_1x_1 + p_2x_2 = R \end{cases}$$

No nosso, caso,

$$UMg_1 = \frac{\partial}{\partial x_1}(\ln x_1 + x_2) = \frac{1}{x_1} \quad \text{e} \quad UMg_2 = \frac{\partial}{\partial x_2}(\ln x_1 + x_2) = 1.$$

Assim, nossa solução interior será caracterizada por

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x_1} = \dfrac{p_1}{p_2} \\ p_1 x_1 + p_2 x_2 = R \end{cases}$$

O que implica,

$$x_1 = \frac{p_2}{p_1} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{R - p_2}{p_2}$$

Haveria, ao menos, outros dois caminhos para se concluir que esse item é falso. No primeiro caminho, basta observar que o valor da cesta ótima proposta pelo enunciado é

$$p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = \frac{p_1^2}{p_2} + R - p_1 = R + p_1\left(\frac{p_1}{p_2} - 1\right).$$

Esse valor só é igual a R quando $p_1 = p_2$. Mas, sendo a função de utilidade monotônica, esse valor deveria ser igual a R para qualquer solução ótima.

O segundo caminho consistiria em notar que a função de demanda pelo bem 1 apresentada no enunciado faria deste bem um bem de Giffen, pois tal função é crescente em relacão a p_1. Como todo bem de Giffen também é um bem inferior, essa função de demanda teria que ser decrescente em relação a R, coisa que ela não é. Portanto, tal função de demanda não pode existir.

④ FALSO. Para a função de utilidade do enunciado, as utilidades marginais dos bens 1 e 2 são, respectivamente, $UMg_1 = 1$ e $UMg_2 = 2$. Assim, o módulo da taxa marginal de substituição é $|TMS| = UMg_1/UMg_2 = 1/2$. Isso indica que uma unidade do bem 1 substitui meia unidade do bem 2.

Questão 2

Com relação à racionalidade das escolhas dos consumidores e seus impactos sobre o nível de bem estar, observa-se que (assinale falso ou verdadeiro):

⓪ Suponha que o consumidor só pode consumir quantidades não negativas dos bens e possui preferências representadas pela seguinte função utilidade: $U(x_1, x_2) = -x_1 x_2$. Pode-se afirmar que as preferências desse consumidor satisfazem às propriedades de monotonicidade e convexidade.

① Se a Taxa de Dispêndio (medida pela relação entre os respectivos gastos) com a aquisição de 2 bens, em dois momentos no tempo, for superior ao Índice de Preços de Laspeyres, os consumidores se defrontam com uma melhoria do bem estar no final do período.

② Se o Índice de Quantidade de Laspeyres for inferior à unidade, os consumidores estão em melhor posição (maior utilidade) no período base comparado ao período corrente.

③ O Excedente do Consumidor corresponde exatamente à medida em unidades monetárias do ganho de utilidade obtido em razão do consumo do bem 1, quando a função utilidade do consumidor é quase-linear em relação ao bem 2.

④ Considerando os impactos de variações dos preços, a Variação Equivalente (VE) é medida pela renda que deve ser transferida ao consumidor para que, aos preços finais, ele alcance a mesma utilidade daquela inicial.

Solução

⓪ FALSO. Tais preferências nem são monotônicas nem tampouco convexas. Não são monotônicas pois, se $x_2 > 0$, $x_1^0 > x_1^1 \Rightarrow U(x_1^0, x_2) = -x_1^0 x_2 < -x_1^1, x_2 = U(x_1^1, x_2)$ e, portanto, pela definição da função de utilidade $x_2 > 0, x_1^0 > x_1^1 \Rightarrow (x_1^1, x_2) \succ (x_1^0, x_2)$. Sabendo que se tratam de preferência não monotônicas, você não precisaria saber que também se tratam de preferências não convexas para deduzir que o enunciado é falso. Porém, para completar a resposta, é fácil ver que as preferências desse exercício também são não convexas. Lembre-se que as preferências são convexas se, e somente se, qualquer função de utilidade que as representem forem quase-côncavas. Tais preferências serão estritamente convexas se, e somente se, as funções de utilidade que a representam forem estritamente quase-côncavas. Lembre-se também que o negativo de uma função quase-côncava é uma função quase-convexa e que o negativo de uma função estritamente quase-côncava é uma função estritamente quase-convexa e, consequentemente, não quase-côncava. Sabemos que as preferências Cobb-Douglas são estritamente convexas e que, portanto, funções de utilidade Cobb-Douglas são estritamente quase-côncavas. A função de utilidade apresentada no enunciado é o negativo de uma função de utilidade Cobb-Douglas. Portanto, ela é estritamente quase-convexa e, por consequência, não quase côncava, o que implica que as preferências apresentadas não são convexas.

① VERDADEIRO, desde que o índice Laspayres de preço seja calculado para cada consumidor, com base em suas escolhas de consumo. O

índice Laspeyres de preço é dado pela relação entre o valor da cesta de bens consumida no primeiro momento de tempo aos preços do segundo momento e o valor dessa mesma cesta de bens aos preços do primeiro momento. Se a razão entre a renda final e a renda inicial é superior ao índice Laspeyres de preço, isso indica que a renda de nosso consumidor subiu mais do que seria preciso para fazer com que ele pudesse continuar consumindo a cesta de bens que consumia inicialmente, isto é, a cesta de bens consumida no momento inicial está abaixo da linha de restrição orçamentária do momento final. Logo, desde que as preferências de nosso consumidor sejam localmente não saciáveis, ele está melhor no momento final.

② VERDADEIRO, desde que o índice seja calculado para cada consumidor com base em suas escolhas de consumo. O índice Laspeyres de quantidade é a razão entre os valores, medidos aos preços do momento inicial, da cesta de bens consumida no momento final e a cesta de bens consumida no momento inicial. Se ele é menor do que uma unidade, isso indica que, aos preços do momento inicial, a cesta de bens consumida no momento final é mais barata do que a cesta de bens consumida no momento inicial, isto é, que a linha de restrição orçamentária do momento inicial passa acima da linha de restrição orçamentária do momento final. Logo, desde que as preferências de nosso consumidor sejam localmente não saciadas, ele estará melhor no momento inicial do que no momento final.

③ VERDADEIRO. Se a função de utilidade é quase linear em relação ao bem 2 ela admite, assumindo-se que o preço do bem 2 seja dado, uma transformação monotônica que a faça assumir a forma

$$U(x_1, x_2) = v(x_1) + p_2 x_2$$

na qual x_1 e x_2 são as quantidade consumidas do e p_2 é o preço do bem 2 e $v(0) = 0$. Note que, uma vez que $p_2 x_2$ é um valor monetário, essa função de utilidade possui métrica monetária, ou seja, sua grandeza é expressa em unidades monetárias. O preço de demanda para o bem 1 pode ser inferido a partir da condição de igualdade, em módulo, entre a taxa marginal de substituição e o preço relativo:

$$\frac{v'(x_1)}{p_2} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow p_1 = v'(x_1)$$

A área abaixo da curva de demanda do bem 1 entre $x_1 = 0$ e $x_1 = \bar{x}_1$ para qualquer $\bar{x}_1 \geq 0$ é o excedente bruto do consumidor associado ao consumo da quantidade $\bar{x}_1$ do bem 1. Este será igual a

$$\int_0^{\bar{x}_1} v'(x)dx = v(\bar{x}_1) = v(\bar{x}_1) + p_2 x_2 - [v(0) + p_2 x_2] = U(\bar{x}_1, x_2) - U(0, x_2).$$

④ FALSO. Essa variação é o negativo da variação compensatória. A variação equivalente, é a medida da renda que deve ser transferida ao consumidor para que, aos preços iniciais, ele alcance o nível de utilidade da situação final.

Questão 3

Com relação às escolhas ótimas dos consumidores, constata-se que:

⓪ Se as preferências do indivíduo estão representadas pela função utilidade $U(x, y) = 2x + y$ e os preços dos bens são $p_x = p_y = 2$, então uma redução de p_x para $p_x = 1$ resulta num Efeito Substituição igual a zero.

① Se dois bens x e y são complementares perfeitos e o preço do bem x decresce, então o Efeito Renda é zero e o Efeito Total se iguala ao Efeito Substituição.

② A negatividade do Efeito Substituição decorre diretamente do Axioma Forte da Preferência Revelada.

③ No caso de preferências do tipo Cobb-Douglas, a Elasticidade-Preço Cruzada da demanda por bens é nula, enquanto a Elasticidade-Preço da demanda por cada um deles é unitária (em módulo).

④ Nas funções demandas geradas a partir de uma função utilidade do tipo $U(X, Y) = X^2 + Y^2$ as demandas individuais por cada bem são independentes do preço do outro.

Solução

⓪ VERDADEIRO. Lembre-se que, para uma função de utilidade do tipo $U(x, y) = ax + y$ na qual a é uma constante positiva, a cesta de bens demandada será $(x, y) = \left(\frac{R}{p_x}, 0\right)$ caso $p_x < ap_y$, $(x, y) = \left(0, \frac{R}{p_y}\right)$ caso $p_x > ap_y$ e $(x, y) = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2_+ : p_x x + p_y y = R\right\}$ caso $p_x = ap_y$, sendo R a renda do consumidor. Lembre-se também que a função de demanda compensada pelos bens x e y é, no caso da mesma função de utilidade tal que $\left(h_x(p_x, p_y, u), h_y(p_x, p_y, y)\right)\left(\frac{u}{ap_x}, 0\right)$ caso $p_x < ap_y$, $\left(h_x(p_x, p_y, u), h_y(p_x, p_y, u)\right) = \left(0, \frac{u}{p_y}\right)$ caso $p_x > ap_y$ e

$$\left(h_x(p_x, p_y, y), h_y(p_x, p_y, u)\right) = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2_+ : ax + b_y = u\right\},$$

sendo u o nível de utilidade.

No caso desse item, como, na situação inical $p_x < ap_y$, pois $p_x = 2 = p_y$ e $a = 2$, a quantidade inicialmente demandada do bem x é $x_0 = \frac{R}{p_x^0} = \frac{R}{2}$ e a quantidade inicialmente demandada do bem y é $y_0 = 0$. Substituindo esses valores na função de utilidade, obtemos a utilidade inicial do consumidor $u_0 = R$. Quanto o preço varia para $p_x^1 = 1$, tal quantidade passa a $x_1 = \frac{R}{p_x^1} = R$, de tal sorte que o efeito preço total é $R - R/2 = R/2$. O efeito substituição ES é a diferença entre a demanda compensada pelo bem x calculada ao preço final e ao nível de utilidade inicial $h_x(p_x^1, u_0) = h_x(1, R) = R/2$ e a demanda inicial x_0: $ES = h_x(1, R) - x_0 = R/2 - R/2 = 0$.

① FALSO. Se os dois bens são complementares perfeitos, as preferências de nosso consumidor podem ser representadas por uma função de utilidade com a forma $U(x, y) = \min\{ax, y\}$ na qual a é uma constante positiva. Nesse caso, as funções de demanda pelos dois bens serão dadas por

$$x(p_x, p_y, R) = \frac{R}{p_x + ap_y} \quad \text{e} \quad y(p_x, p_y, R) = \frac{aR}{p_x + ap_y}.$$

A função de utilidade indireta será

$$V(p_x, p_y, R) = \frac{aR}{p_x + ap_y}.$$

E as funções de demanda compensada serão

$$h_x(p_x, p_y, u) = \frac{u}{a} \quad \text{e} \quad h_y(p_x, p_y, u) = u.$$

Suponha um variação no preço do bem x de p_x^0 para p_x^1. Então, a quantidade de x demandada inicialmente será $x_0 = x(p_x^0, p_y, R) = \frac{R}{p_x + ap_y}$ e a utilidade inicial será $u_0 = V(p_x^0, p_y, R) = \frac{aR}{p_x^0 + ap_y}$. O efeito substituição será então

$$ES = h_x(p_x^1, p_y, u_0) - x_0 = \frac{u_0}{a} - x_0 = \frac{R}{p_x + ap_y} - \frac{R}{p_x + ap_y} = 0.$$

Assim, o efeito substituição é nulo e o efeito preço total coincide com o efeito renda.

② FALSO. O efeito substituição não é necessariamente negativo, mas sim, não positivo.

③ VERDADEIRO. As funções de demanda para preferências Cobb-Douglas são

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{a}{a + b}\frac{m}{p_1} \quad \text{e} \quad x_2(p_1, p_2, m) = \frac{b}{a + b}\frac{m}{p_2}$$

nas quais $a, b > 0$ são parâmetros da função de utilidade. Claramente, a função de demanda do bem 1 não depende do preço do bem 2, p_2, e

a funçõa de demanda pelo bem 2 não depende de p_1, o preço do bem 1. Assim, as elasticidades preço cruzadas são nulas. Além disso, como em cada uma das funções de demanda, o preço do bem aparece elevado a menos um, essas funções de demanda têm elasticidade preço unitária.

④ FALSO. As curvas de indiferença geradas por essa função de utilidade são quartos de circunferência centradas na origem e com raio igual à raiz quadrada da utilidade. As preferências são, portanto, côncavas. Logo, o consumidor deverá consumir apenas um dos bens. Se ele optar por consumir apenas o bem X, teremos $X = m/p_X$, $Y = 0$ e $U(m/p_X, 0) = (x/p_X)^2$. Se ele optar por consumir apenas o bem Y, teremos $X = 0$, $Y = m/p_Y$ e $U(0, m/p_Y) = (m/p_Y)^2$. Portanto ele deve preferir consumir apenas X, apenas Y ou ser indiferente entre consumir apenas X e apenas Y caso, respectivamente, $p_X < p_Y$, $p_x > p_Y$ ou $p_X = p_Y$. Desse modo, as funções de demanda são

$$(X(p_X, p_Y, m), Y(p_X, p_Y, m)) = \begin{cases} \left(\frac{m}{p_X}, 0\right) & \text{caso} p_X < p_Y \\ \left(0, \frac{m}{p_Y}\right) & \text{caso} p_X > p_Y \\ \left\{\left(\frac{m}{p_X}, 0\right), \left(0, \frac{m}{p_Y}\right)\right\} & \text{caso} p_X = p_Y \end{cases}$$

Dessa forma, a demanda de cada um dos bens depende do preço do outro: ela será nula se o preço do outro bem form menor do que o preço próprio e positiva, caso contrário.

Questão 4

No que se refere à teoria da produção, avalie a validade das seguintes afirmações:

⓪ Se a função de produção de uma empresa é dada por $F(L, K) = L + \sqrt{LK}$, então a empresa opera com rendimentos de escala decrescentes.

① Se uma empresa opera com economias de escala, então seu custo médio é decrescente e maior que seu custo marginal.

② Se a função de produção de uma firma é dada por $F(L, K) = L\sqrt{K}$ e os mercados de fatores são competitivos, então a mesma opera com custos marginais decrescentes.

③ Uma função de produção Cobb-Douglas apresenta uma Elasticidade-Substituição de Fatores decrescente.

④ Uma empresa cuja função custo total é dada por $CT(Q) = 5Q + 7$ opera com economias de escala.

Solução

⓪ FALSO. $t > 0 \Rightarrow F(tL, tK) = tL + \sqrt{(tL)(tK)} = tL + t\sqrt{LK} = t\left(L + \sqrt{LK}\right) = tF(L, K)$. Portanto, a função de produção $F(L, K) = L + \sqrt{LK}$ apresenta rendimentos constantes de escala.

① VERDADEIRO. Economias de escala são caracterizadas por custo médio decrescente. Adicionalemte, sempre que o custo marginal seja definido, o custo médio é decrescente se, e somente se, ele for maior que o custo marginal.

② FALSO. Como essa função de produção apresenta rendimentos constantes de escala (item ⓪), ela deve apresentar, para empresas tomadoras de preço, custo médio constante igual ao custo marginal.

③ FALSO. A elasticidade de substituição entre os fatores para as funções de produção Cobb-Douglas é constante e igual a 1.

④ VERDADEIRO. O custo médio para essa empresa é

$$CM = 5 + \frac{7}{Q}.$$

Assim, esse custo médio é decrescente em relação a Q.

Questão 5

Sobre a Teoria da Utilidade Esperada, assinale Falso ou Verdadeiro nas afirmativas abaixo:

⓪ Suponha a seguinte função utilidade que representa as preferências dos indivíduos sobre loterias monetárias: $U(W) = a + bW + cW^{\frac{1}{2}}$, em que W é o nível de riqueza do indivíduo, e a, b e c são parâmetros. Nesse caso, pode-se afirmar que o indivíduo é mais avesso ao risco quanto mais elevada for sua riqueza W.

① Suponha um modelo de escolha sob incerteza no qual existem dois estados da natureza com probabilidade p e $(1 - p)$ de ocorrerem e mercados completos de ativos. Especificamente, suponha que existam dois ativos contingentes do tipo $A_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ e $A_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$. Nesse caso, a razão dos preços relativos desses ativos é exatamente igual à razão das probabilidades de ocorrência dos estados da natureza.

② Em modelos de escolha de seguros de automóvel com prêmio de risco atuarialmente justo, indivíduos avessos ao risco sempre escolhem fazer seguro total.

③ A função de utilidade esperada é invariante a qualquer transformação monotônica crescente.

④ O grau de aversão ao risco dos indivíduos pode ser medido pelo seu equivalente de certeza. Quanto mais avesso ao risco é o indivíduo maior é o equivalente de certeza.

Solução

⓪ Falso. Podemos medir as aversões absoluta e relativas ao risco usando os coeficientes de Arrow-Pratt de aversão absoluta e relativa ao risco, respectivamente. O coeficiente de aversão absoluta ao risco é $-U''(W)/U'(W)$ e o coeficiente de aversão relativa ao risco é $-WU''(W)/U'(W)$. Para função de utilidade apresentada temos, então que o coeficiente de aversão absoluta ao risco é

$$-\frac{U''(W)}{U'(W)} = -\frac{-\frac{2}{9}cW^{-\frac{4}{3}}}{b+\frac{2}{3}cW^{-\frac{1}{3}}} = \frac{2c}{3bW^{\frac{4}{3}}+6cW},$$

e o coeficiente de aversão relativa ao risco é

$$-W\frac{U''(W)}{U'(W)} = -W\frac{-\frac{2}{9}cW^{-\frac{4}{3}}}{b+\frac{2}{3}cW^{-\frac{1}{3}}} = \frac{2c}{3bW^{\frac{1}{3}}+6c},$$

Os dois coeficientes são claramente decrescentes em relação a W. E, independentemente de considerar-se a aversão relativa ou a aversão absoluta ao risco, o indivíduo é tanto *menos* averso ao risco quanto mais elevada for a sua riqueza.

① Falso, embora o gabarito dê verdadeiro. O enunciado não é muito claro. Por exemplo, o que significa dizer que os dois bens contingentes são $A_1 = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ e $A_2 = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$? Parece-nos que a única explicação plausível é a seguinte: pressupõe-se uma economia com um único bem. O ativo A_1 paga uma unidade desse bem caso o estado de natureza 1 ocorra e nada caso ocorra o estado de natureza 2. O ativo 2, ao contrário, não paga nada caso ocorra o estado de natureza 1 e paga uma unidade do bem caso o estado de natureza 2 ocorra. Nesse caso, temos efetivamente mercados completos. Um agente pode construir qualquer cesta de consumo contingente possível nessa economia a partir dos ativos A_1 e A_2: caso queira por exemplo, consumir uma quantidade x_1 do bem caso o estado

de natureza 1 ocorra e consumir uma quantidade x_2 caso o estado de natureza 2 ocorra, basta que ele tenha x_1 unidades do ativo A_1 e x_2 unidades do ativo A_2. Façamos agora as seguintes hipóteses:

a) Todos agentes atribuem a mesma probabilidade p de que o estado de natureza 1 ocorra e, portanto, a mesma probabilidade $1 - p$ de que ocorra o estado de natureza 2.

b) Para cada agente, o único fator relevante para seu bem-estar é a quantidade consumida do único bem, independentemente do estado de natureza, isto é, ele considera igualmente bom ter acesso a uma quantidade x do único bem no estado de natureza 1 ou ter acessa a mesma quantidade do bem no estado de natureza 2. Assim, caso tenha x_1 unidades do ativo A_1 e x_2 unidades do ativo A_2, isso equivale para ele a ter uma loteria que paga x_1 com probabilidade p e x_2 com probabilidade $1 - p$.

c) Todos os agentes tem aversão ao risco e preferências que podem ser representada por uma função de utilidade de von Neumann-Morgenstern, sendo que a função de utilidade do agente i é denotado por $u_i(x)$. Desse modo, caso tenha x_1 unidades do ativo A_1 e x_2 unidades do ativo A_2, a utilidade do agente i será

$$U_i^E = pu_i(x_1) + (1 - p)u_i(x_2).$$

Seja q o preço relativo do ativo A_1 em relação ao ativo A_2. Diante desses preços, cada agente deverá demandar as quantidades de cada ativo de modo a igualar, em módulo, sua taxa marginal de substituição a esse preço relativo:

$$\frac{\frac{\partial U_i^e}{\partial x_1}}{\frac{\partial U_i^e}{\partial x_2}} = q \Rightarrow \frac{p}{1-p}\frac{u_i'(x_1)}{u_i'(x_2)} = q$$

Assuma agora que, que a razão entre os preços dos ativos, q, seja igual a razão entre as probabilidades de ocorrência dos estados de natureza, $p/(1 - p)$. Nesse caso, a consição de equilíbrio acima se reduz a

$$u_i'(x_1) = u_i'(x_2).$$

Como os agentes são aversos ao risco $u_i'(x)$ deve ser estritamente decrescente, o que implica que a igualdade acima só ocorre caso $x_1 = x_2$. Concluímos, portanto que, caso o preço relativo dos ativos seja igual à razão entre as probabilidades de ocorrência dos estados de natureza, os agentes irão demandar quantidades iguais de cada um dos ativos. Em outras palavras, eles irão segurar-se completamente. Para que isso constitua efetivamente um equilíbrio, é necessário que os dois ativos sejam também ofertados em quantidades iguais. Nada garante que isso ocorra. Assim, o enunciado só seria correto caso introduzisse a hipótese de que os dois ativos são ofertados em quantidades iguais.

Possivelmente, esse exercício foi inspirado em um exemplo de Mas-Collel, Whinston e Green 1995, pp. 692–693, exemplo 19.C.1. Nesse exemplo, a hipótese de que a oferta de consumo contingente nos dois estados de natureza é a mesma é explícita. no exemplo seguinte (p. 693, exemplo 19.C.2)

② Verdadeiro. Por definição, o prêmio de seguro atuarialmente justo é aquele que não afeta o valor esperado da riqueza do segurado, independentemente do valor segurado. Assim, se o indivíduo segura todo o valor em risco, ele passa a uma situação em que seguramente ficará com a riqueza igual a sua riqueza esperada caso não faça seguro. Qualquer outro valor segurado fará com que ele fique em uma loteria com a mesma riqueza esperada, porém com algum nível de risco. Como indivíduos aversos ao risco aceitam qualquer redução de risco que não implique perda de valor esperado, podemos concluir que indivíduos aversos ao risco segurarão todo valor em risco caso o prêmio de seguro seja atuarialmente justo.

③ Falso. Primeiramente, nenhuma função é invariante a qualquer transformação. Por definição, uma transformação é algo que altera ou faz variar. Ainda que se interprete que o enunciado realmente queria dizer que "a propriedade de utilidade esperada de uma função de utilidade não é afetada por qualquer transformação monotônica crescente", a afirmação cotinuaria falsa, pois sabemos que apenas as transformações monotônicas afim não afetam a propriedade de utilidade esperada de uma função de utilidade.

Questão 6

Sobre a Teoria da Produção analise as afirmativas abaixo:

⓪ Se uma firma apresenta função de produção dada por $f(z) = z_1 + z_2$, em que z_1 e z_2 são, respectivamente, a quantidade utilizada do insumo 1 e 2, então a função custo será dada por $C(w, q) = \min\{w_1, w_2\} \cdot q$, em que w_1 e w_2 são, respectivamente, os preços do insumo 1 e 2, e q é a quantidade produzida.

① A função de produção indica a menor quantidade de produto que pode ser obtida a partir de determinada quantidade de insumos.

② Se uma firma apresenta tecnologia de produção com rendimentos constantes de escala, então ela não poderá apresentar produto marginal decrescente para cada fator.

③ Se uma empresa apresenta tecnologia de produção representada por uma função Cobb-Douglas, $f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$, sendo a e b parâmetros, então ela apresentará rendimentos constantes de escala.

④ Na função de produção $f(z) = \min\{z_1, z_2\}$, a demanda condicional do fator z_1 será igual a demanda condicional do fator z_2 .

Solução

⓪ Verdadeiro. Como os dois insumos são substitutos perfeitos na função de produção, para obter uma quantidade q de produto, a empresa irá empregar q unidades do insumo 1 e nada do insumo 2 caso $w_1 < w_2$, nada do insumo 1 e q unidades do insumo 2 caso $w_1 > w2$ e quaisquer quantidades z_1 do insumo 1 e z_2 do insumo 2 tais que $z_1 + z_2 = y$ caso $w_1 = w_2$. Desse modo o custo de produzir a quantidade q do produto será

$$C(w_1, w_2, q) = \begin{cases} w_1 q & \text{caso } w_1 < w_2 \\ w_1 q = w_2 w & \text{caso } w_1 = w_2 \\ w_2 q & \text{caso} w_1 > w_2 \end{cases} .$$

Ou, expressando de um modo mais sucinto,

$$C(w_1, w_2, q) = \min\{w_1, w_2\} q.$$

① Falso. A função de produção indica a *maior* quantidade de produto que pode ser obtida a partir de determinada quantidade de insumos.

② Falso. Considere, como contra exemplo, a seguinte função de produção:

$$f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}.$$

Trata-se de uma função de produção homogênea de grau 1 e, portanto, apresenta rendimentos constantes de escala. A produtividade marginal do fator 1 é

$$\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{x_2}{x_1}}.$$

Esta é decrescente em relação a x_1.

③ Verdadeiro. Como os dois insumos são complementares perfeitos na produção na razão de 1 para 1, eles sempre serão demandados em quantidades iguais. No caso, para obter a quantidade q ao menor custo, a empresa deverá contratar

$$x_1(w_1, w_2, q) = x_2(w_1, w_2, q) = q.$$

No que se refere ao equilíbrio de mercados competitivos:

⓪ Em um mercado competitivo que opera com "custos crescentes" no longo prazo e livre entrada/saída, o preço de equilíbrio é independente da demanda do mercado.

① Na existência de custos fixos positivos, o "excedente do produtor" é sempre superior ao lucro total da firma.

② Se os Custos Totais de uma firma competitiva são dados por $C(Q) = 2Q^3 - 12Q^2 + 38Q$ e o preço de equilíbrio do mercado é dado por $P = 20$, então a empresa deve produzir $Q = 1$.

③ Se a função de produção da firma é dada por $Q = f(L, K) = (L(K-2))^{1/3}$, então a oferta agregada da indústria, supondo que a mesma opere com 10 empresas, é dada por $S(p) = (1/36)p^2$, sendo p o preço do produto.

④ Se o produtor apresenta as seguintes escolhas (Y, L e K), em termos de preços do bem (P_y) e dos fatores (P_l e P_k), em dois momentos no tempo (t e s), então as escolhas apresentadas na tabela abaixo não satisfazem o Axioma Fraco da Rentabilidade Revelada.

Momento	Y	L	K	P_y	P_l	P_k
T	5	4	4	10	2	3
S	4	2	2	8	4	5

Solução

⓪ Ambíguo. Em uma abordagem estrita de equilíbrio parcial, a afirmação está correta, pois, nessa abordagem pressupõe-se que os preços dos insumos são mantidos constantes e que, no longo prazo haverá entrada ou saída de empresas até o momento em que o preço se iguale ao custo médio mínimo de produção de longo prazo de tal sorte que o lucro de todas as empresas nesse mercado seja igual a zero. Porém, em uma abordagem de equilíbrio geral, há que se considerar que variações na produção total do mercado podem afetar os preços dos insumos. Nesse caso, as condições de demanda podem afetar o custo médio mínimo de longo prazo e o preço de equilíbrio do produto.

① Verdadeiro. O excedente do produtor é soma do lucro mais o custo fixo. Portanto, se o custo fixo é positivo, o excedento do produto é maior que o lucro.

② Falso. O lucro máximo é obtido quando:

a) caso o preço do produto seja inferior ao custo variável médio mínimo, $Q = 0$;
b) caso o preço do produto seja maior do que o custo variável médio mínimo, Q é tal que iguala o custo marginal de produção ao preço do produto no ramo ascendente da curva de custo marginal; e
c) caso o preço do produto seja igual ao custo variável médio mínimo, $Q = 0$ ou Q é a quantidade que minimiza o custo variável médio.

O custo variável médio de produção é

$$CVM(Q) = \frac{C(Q)}{Q} = 2Q^2 - 12Q + 38.$$

Para calcular a quantidade que minimiza esse custo, notemos que a função de custo variável médio é convexa, pois $d^2CVM(Q)/dQ = 4 > 0$, e que, portanto, quando $dCVM(Q)/dQ = 0$ tem-se um ponto de custo variável médio mínimo. Assim fazemos

$$\frac{dCVM(Q)}{dq} = 0 \Rightarrow 4Q - 24 = 0 \Rightarrow Q = 3.$$

Assim, o custo variável médio mínimo é

$$CVM_{\text{min}} = CVM(3) = 20.$$

Como o preço do produto é igual a 20, o maior excedente que a empresa pode obter é zero. Ela obtém esse excedente fazendo $Q = 0$ ou, indiferentemente, fazendo $Q = 3$.

③ A oferta agregada é dada pela soma das ofertas das empresas individuais. Para definir quanto irá produzir, cada empresa escolhe quanto vai empregar de cada insumo e quanto vai produzir de modo a maximizar seu lucro, dado pela diferença entre sua receita e seu custo. A primeira é dada pela multiplicação do preço do produto pela quantidade produzida, a segunda é dada pela soma dos produtos do preço de cada insumo vezes a quantidade empregada do mesmo. Assim, as funções de oferta individuais dependem tanto do preço do produto quanto dos preços dos insumos. O mesmo deve ocorrer, portanto com a oferta agregada da indústria, ou seja, ela deve ser função não apenas do preço do produto, como afirma o enunciado, mas também dos preços de K e de L.

Para encontra a verdadeira função de oferta, observe que, ao maximizar seu lucro, cada empresa iguala o custo de cada insumo ao valor de seu produto marginal. Assim, notando por r opreço do capita e por w o preço do trabalho, as condições de lucro máximo de primeira ordem são:

$$PMg_L = \frac{w}{p} \Rightarrow \frac{1}{3}\left(\frac{K-2}{L^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{w}{p} \quad \text{e} \quad \text{e} \quad PMg_K = \frac{r}{p} \Rightarrow \frac{1}{3}\left(\frac{L}{(K-2)^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{r}{p}.$$

Multiplicando a primeira igualdade pela segunda e elevando ao quadrado, obtemos

$$\frac{1}{(K-2)^3} = \left(\frac{3}{p}\right)^9 w^3 r^6.$$

Resolvendo para K encontramos a função de demanda de cada empresa individual por capital:

$$K(p,w,r) = \frac{p^3}{27}\frac{1}{wr^2} + 2.$$

Substituindo esse resulta em qualquer equação acima, obtém-se a demanda por trabalho:

$$L(p,w,r) = \frac{p^3}{27}\frac{1}{w^2 r}.$$

Substituindo as funções de demanda na função de produção, obtemos a função de oferta que será válida desde que os preços sejam suficientes para garantir a produção sem prejuízo:

$$y(p,w,r) = \frac{1}{9}\frac{p^2}{wr}.$$

O lucro da empresa será o maior valor entre zero, caso ela opte por não produzir e

$$p\frac{1}{9}\frac{p^2}{wr} - r\left[\frac{p^3}{27}\frac{1}{wr^2} + 2\right] - w\frac{p^3}{27}\frac{1}{27w^2 r} = \frac{1}{27}\frac{p^3}{wr} - 2r.$$

Assim, a condição para que ela tenha lucro não negativo ao optar por produzir uma quantidade positiva é

$$\frac{1}{27}\frac{p^3}{wr} - 2r \geq 0 \Rightarrow p \geq 3\sqrt[3]{2wr^2}.$$

Desse modo a função de oferta de uma empresa individual será

$$y(p,w,r0) = \begin{cases} \frac{1}{9}\frac{p^2}{wr} & \text{caso } p \geq 3\sqrt[3]{2wr^2} \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

E a função de oferta da indústria, assumindo-se que haja dez empresas, será

$$Y(p,w,r) = 10y(p,w,r) = \begin{cases} \frac{10}{9}\frac{p^2}{wr} & \text{caso } p \geq 3\sqrt[3]{2wr^2} \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

④ Segundo o referido axioma, as escolhas das firmas em cada situação não poderiam gerar lucro inferior a outro plano de produção sob os preços prevalecentes na situação original. No caso, deveremos ter a obediência dessa duas desigualdades:

$$10\times 5 - 2\times 4 - 3\times 4 \geq 10\times 4 - 2\times 2 - 3\times 2$$

e

$$8 \times 4 - 4 \times 2 - 5 \times 2 \leq 8 \times 5 - 4 \times 4 - 5 \times 4.$$

Como essas condições se reduzem a, respectivamente, $30 \geq 30$ e $14 \leq 4$, elas são verdadeiras e não há violação do axioma fraco da rentabilidade revelada.

QUESTÃO 8

Avalie as seguintes situações representadas por meio do instrumental da Teoria dos Jogos:

⓪ Em um jogo sequencial que representa uma situação genérica de duopólio, a seleção da estratégia ótima pela firma que comanda o jogo necessariamente conduz a um equilíbrio semelhante ao de Cournot.

① Maria perdeu uma carteira com $ 500 em dinheiro e $ 500 em outros valores pessoais (fotos, cartas, etc). Para tentar reaver sua carteira, Maria tem duas alternativas: (1a) oferecer uma recompensa de $ 600; (2a) aguardar a devolução sem oferecer qualquer recompensa. Por outro lado, Joana, que achou a carteira perdida, também se defronta com duas alternativas: (1b) manter a carteira com ela; (2b) devolver a carteira para a sua dona. Dadas estas circunstâncias, observa-se que o equilíbrio perfeito em sub-jogos não é eficiente.

② Suponha que as empresas A e B vendam produtos concorrentes e estejam avaliando o retorno oferecido por diferentes canais alternativos para divulgação de seus produtos. O Quadro 1 abaixo representa estas alternativas na matriz de um jogo, em que os *pay-offs* representam os percentuais de participação de mercado ganhos (valores positivos) ou perdidos (valores negativos) pela firma A. Considere o tamanho do mercado constante e que apenas estas empresas operem neste mercado. Neste caso, observa-se que o jogo não tem uma solução de equilíbrio baseada em "estratégias puras".

③ Um jogo simultâneo que apresenta múltiplos equilíbrios não apresenta uma solução de equilíbrio em sua forma sequencial.

④ Uma firma avalia a possibilidade de entrada em determinado mercado a partir da expectativa de reação da firma estabelecida, conforme ilustrado pelo Quadro 2 abaixo. Nestas condições, há evidências de que a possibilidade de retaliação (ou "luta") constitui uma ameaça crível.

Quadro 1

A\B	B1	B2	B3	B4
A1	7	−3	8	−4
A2	5	4	5	7
A3	−3	3	−10	4

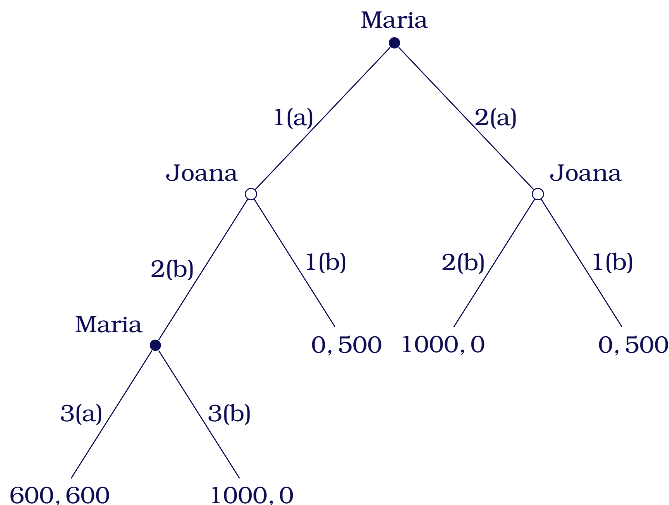
Quadro 2

Entrante	Estabelecida	
	Luta	Não Luta
Entra	0 , 4	4 , 2
Não Entra	2 , 8	2 , 10

Solução

⓪ Falso. O equilíbrio de Cournot é obtido em um jogo de decisões simultâneas. Se o jogo é sequencial, não há como afirmar que haverá semelhanças entre o equilíbrio desse jogo e o de Cournot.

① Verdadeiro. Para chegarmos a essa resposta, é preciso assumir que não existe qualquer mecanismo que force Maria a cumprir sua promessa de pagar a recompensa pela devolução da carteira, de tal modo que, após Joana eventualmente devolver a carteira, Maria teria ainda que escolher entre duas alternativas: cumprir sua promessa e pagar a recompensa, 3(a), ou não cumprir a promessa 3(b). A representação do jogo na forma extensiva é mostrada abaixo:



Resolvendo esse jogo por indução retroativa, encontramos dois equilíbrios de Nash perfeitos em subjogos. No primeiro deles Maria joga 2(a),4(a) e Joana joga 1(b),1(b) e, no segundo, Maria joga 1(a),4(a) e Joana 1(b),1(b). Nos dois caso, os payoffs finais são (0,1.000). Nos dois casos, o resultado final é Pareto dominado pelo resultado que ocorreria caso Maria jogasse 1(a), 3(a) e Joana respondesse com 2(b),2(b) ou 2(b), 1(b).

② Falso. Como trata-se de um jogo de soma zero, o equilíbrio de Nash é obtido quando cada empresa escolhe a estratégia para a qual o seu pior resultado é o melhor (estratégia maxmin). Isso ocorre quando a empresa A escolhe a estratégia A2 (pois com essa estratégia, o pior resultado é um ganho de 4% na participação de mercado enquanto escolhendo as estratégias A1 e A3 seus piores resultados seriam, respectivamente, perdas de mercado de 4% e de 10%) e a empresa B escolhe a estratégia B2 (pois, com essa estratégia seu pior resultado é uma perda de mercado de 4%, enquanto com as estratégias, B1, B3 e B4, os piores resultados corresponderiam a perdas de mercado de, respectivamente, 7%, 8% e 7%). Portanto, há um equilíbrio de Nash em estratégias puras no qual a empresa A joga a estratégia A2 e a empresa B joga a estratégia B2.

③ Falso. Considere, por exemplo, o jogo do tipo Batalha dos Sexos abaixo:

		Ele	
		A	B
Ela	A	2, 1	0, 0
	B	0, 0	1, 2

Caso esse jogo seja jogado simultaneamente, haverá dois equilíbrio de Nash: um no qual ambos escolhem A e outro no qual ambos escolhem B. Se esse jogo for transformado em um jogo sequencial com, por exemplo, ela se movendo primeiro, a soluçõa desse jogo é dada pelo equilíbrio de Nash perfeito em subjogos no qual ambos escolhem A.

④ Verdadeiro. Se a entrante de fato entrar, o ganho da estabelecida ao lutar é maior (4) do que se não lutar (2), de modo que existe incentivo a luta. Não seria ameaça crível se a luta prejudicasse a estabelecida, como costuma acontecer na representação tradicional desse problema.

QUESTÃO 9

Duas empresas operam no mercado de iogurtes, podendo optar entre produzir um iogurte de alta qualidade (A) ou um iogurte de baixa qualidade (B). As escolhas das firmas são simultâneas. Os lucros resultantes de cada estratégia encontram-se apresentados na matriz de *pay-off* a seguir:

		Empresa 2	
		Baixa	*Alta*
Empresa 1	*Baixa*	−10 , −25	600 , 300
	Alta	90 , 500	40 , 40

É correto afirmar que:

⓪ Existe apenas um equilíbrio de Nash possível nesse jogo.

① Se ambas as empresas optassem por uma estratégia maxmin, o equilíbrio seria (*Alta*, *Alta*).

② Num equilíbrio de conluio, a Empresa 1 produzirá iogurte de baixa qualidade e a Empresa 2 produzirá iogurte de alta qualidade.

③ O jogo acima é do tipo Dilema dos Prisioneiros.

④ Trata-se de um jogo de informação imperfeita.

Solução

⓪ Em estratégias puras, o jogo possui dois equilíbrio de Nash: um no qual a empresa 1 escolhe Alta e a empresa 2 escolhe Baixa e outro no qual a Empresa 1 escolhe Baixa e a empresa 2 escolhe Alta. Além disso, ha um equilíbrio de Nash em estratégias mistas no qual a empresa 1 escolhe Baixa com probabilidade $92/157$ e a empresa 2 escolhe Baixa com probabilidade $28/33$.

① Verdadeiro. Escolher Alta resulta no maior mínimo resultado para a empresa 1 visto que, com a escolha dessa estratégia seu pior resultado é um ganho igual a 40 e, caso ela escolhesse a estratégia Baixa, seu pior resultado seria -10. Escolher Alta também maximiza o pior resultado para a empresa 2, visto que, com essa estratégia seu pior resultado é um ganho de 40 e caso, escolha Baixa, seu pior resultado seria -25.

② Verdadeiro. De fato, essa é a combinação de estratégias que maximiza o ganho conjunto.

③ Falso. Um jogo do tipo dilema dos prisioneiros é um jogo no qual os dois jogadores tem estratégias dominantes e o equilíbrio de Nash, que ocorre quando os dois jogadores jogam suas estratégias dominantes, é Pareto dominado por um possível resultado que não configura equilíbrio. No presente caso, não há estratégias dominantes e nenhum dos equiíbrios de Nash em estratégias puras é Pareto dominado por qualquer outro possível resultado do Jogo.

④ Verdadeiro. Informação perfeita denota situação na qual os jogadores conhecem as escolhas prévias dos demais jogadores. Isso só pode ocorrer em um jogo sequencial. Como o jogo em questão é simultâneo, não temos o caso de informação perfeita.

Questão 10

Um trabalhador pode realizar dois níveis de esforço quando contratado por uma fábrica, alto ou baixo. A probabilidade de ocorrerem erros de produção é condicional ao nível de esforço do trabalhador. Se o trabalhador realiza o esforço alto a probabilidade de erro é 0,25 e se o trabalhador realiza o esforço baixo a probabilidade de erro se eleva para 0,75. A função de utilidade do trabalhador é dada por: $U(w,e) = 100 - \frac{10}{w} - e$, em que w é o salário do trabalhador e e o nível de esforço, que assume o valor $e = 2$, no caso do trabalhador realizar o esforço alto, e $e = 0$ no caso do trabalhador realizar esforço baixo. A única oportunidade de trabalho existente no mercado é dada por este posto na fábrica. O valor do produto depende de seu estado, ou

seja, se o produto estiver perfeito o fabricante consegue vendê-lo a R$ 20,00 a unidade e se o produto apresentar algum defeito, devido aos erros de produção, o produto não é vendido e, portanto, seu valor é zero. Sabendo que o fabricante é neutro ao risco e maximiza o lucro esperado conhecendo as restrições do trabalhador, assinale falso ou verdadeiro:

⓪ O trabalhador irá sempre preferir realizar o nível de esforço baixo.

① O fabricante irá sempre preferir que o trabalhador realize o esforço baixo, pois o contrato que induz o trabalhador a realizar o esforço alto é muito desfavorável.

② Caso o fabricante queira que o trabalhador realize o esforço baixo deverá pagar salários distintos para cada estado da natureza, mas inferiores ao contrato proposto no caso de induzir o esforço alto.

③ O salário pago para que o trabalhador realize o esforço baixo é dado por $w = \frac{10}{100}$.

④ O vetor de salários ofertado ao trabalhador para que este realize o esforço alto é dado por: $w_1 = \frac{10}{97}$, $w_2 = \frac{10}{101}$ em que w_1 é o salário no estado da natureza em que não ocorrem erros de produção e w_2 é o salário no estado da natureza em que ocorrem erros de produção.

Solução

Para resolver os itens desse exercício, convém determinar:

1. Se o empregador deseja contratar o trabalhador dando o incentivo adequado para que ele se esforce, qual deve ser o esquema de remuneração que maximiza o seu (do empresário) ganho esperado e qual será esse ganho?

2. Se o empregador deseja contratar o trabalhador sem dar incentivo para que ele se esforce, qual deve ser o esquema de remuneração e qual será o ganho esperado máximo do empresário?

Comecemos com a primeira pergunta. Embora o enunciado não tenha deixado claro, para chegarmos às respostas do gabarito precisaremos supor que o empresário não é capaz de observar o nível de esforço do trabalhador, de tal sorte que a única forma que ele tem para incentivar o esforço é oferecendo um salário mais elevado caso não ocorram erros de produção. Sejam w_1 e w_2, portanto, a remuneração do trabalhador caso, respectivamente, não ocorram ou ocorram erros de produção. Esse esquema de remuneração deve ser suficiente para fazer com que, caso aceite trabalhar para o empresário, o trabalhador prefira esforçar-se a não se erforcar (restrição de incentivo) e

também com que o trabalhador prefira aceitar a proposta do empresário a não aceitar (restrição de participação).

A restrição de participacão requer que a utilidade esperada do trabalhador ao esforçar-se seja maior ou igual à sua utilidade esperada quando não se esforça, isto é:

$$\frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{w_1}-2\right)+\frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{w_2}-2\right)\geq\frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{w_1}\right)+\frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{w_2}\right)$$

Simplificando essa inequação encontramos a restrição de incentivo

$$w_2 \leq \frac{5w_1}{2w_1+5}. \tag{1}$$

A restrição de participação requer que o trabalhador tenha maior utilidade esperada caso aceito o trabalho comparativamente à utilidade esperada que teria caso não aceitasse o trabalho. Aqui surge mais um problema com o enunciado da questão. Ele diz que não há oportunidades alternativas de trabalho. Assim, poderíamos concluir que, caso não aceite trabalhar, o salário do trabalhador seria igual a zero. Todavia, nesse caso, não podemos calcular sua utilidade, pois função de utilidade enunciada não é definida para $w = 0$, e quando $w \to 0$, $U(w, e) \to -\infty$. Ocorre que, para chegar-se à resposta do gabarito é necessário supor que o trabalhador obtenha utilidade igual a zero caso opte por não trabalhar. Nesse caso, a restrição de participação, supondo que a restrição de incentivo seja atendida, requer que

$$\frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{w_1}-2\right)+\frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{w_2}-2\right)\geq 0$$

Simplificando, obtemos

$$\frac{15}{w_1}+\frac{5}{w_2}\leq 196. \tag{2}$$

Para encontrar o esquema de remuneração que maximiza o lucro esperado com o incentivo correto para o trabalhador esforçar-se devemos maximizar a diferença entre o ganho esperado da empresa e o pagamento esperado para o trabalhador. Como o ganho esperado é, desde que o trabalhador se esforce, independente do esquema de remuneração. O problema se reduz a minimizar o pagamento esperado do trabalhador dadas as restrições (1) e (2). Poderíamos encontrar a solução desse problema empregando as condições de Kuhn-Tucker. Porém, podemos usar o que sabemos sobre teoria da escolha envolvendo risco para tomar um atalho. Como a função $U(w, e)$ é côncava em relação a w (sua segunda derivada parcial em relação a w é $-5/w^2 < 0$), o trabalhador tem aversão ao risco. Isso significa que quanto maior for a diferença $w_1 - w_2$, maior deverá ser a remuneração esperada do trabalhador para satisfazer a condição de participação. Dessa maneira, a empresa deve oferecer a menor diferença possível entre w_1 e w_2 que ainda respeite a restrição de incentivo (1), ou seja a empresa deverá escolher

$$w_2 = \frac{5w_1}{2w_1+5}. \tag{3}$$

Substituindo na restrição de participação, ficamos com

$$\frac{15}{w_1} + \frac{5}{\frac{5w_1}{2w_1+5}} \leq 196.$$

Resolvendo para w_1, obtemos

$$w_1 \geq \frac{10}{97}.$$

Como, em virtude da condição (3), w_2 é crescente em relação a w_1, para minimizar o pagamento esperado ao trabalhador respeitando as condições de participação e de incentivo, a empresa deve esccolher o menor valor de w_1 que atende a desigualdade acima, ou seja,

$$w_1 = \frac{10}{97}. \tag{4}$$

Substituindo em (3), encontramos o valor de w_2:

$$w_2 = \frac{10}{101}. \tag{5}$$

Assim, caso queira contratar o trabalhador induzindo-o a realizar o esforço, a solução que maximiza o ganho esperado da empresa será oferecer a remuneração $w_1 = \frac{10}{97}$ caso o produto não tenha defeitos e $w_2 = \frac{10}{101}$ caso ele tenha defeitos. Com isso, o trabalhador deve esforçar-se, de tal sorte que a probabilidade de que o produto não tenha defeitos é de $3/4$ e seu ganho esperado será de

$$\frac{3}{4}\frac{10}{97} + \frac{1}{4}\frac{10}{101} = \frac{4000}{9797}.$$

Já o ganho esperado da empresa será

$$\frac{3}{4}\left(20 - \frac{10}{97}\right) + \frac{1}{4}\left(0 - \frac{10}{101}\right) = \frac{142955}{9797} \tag{6}$$

Passemos agora à pergunta 2. Caso não queira incentivar o trabalhador a esforçar-se a empresa não deve oferecer uma remuneração variável com a quantidade pois esta implica a necessidade de pagar um prêmio pelo risco assumido pelo trabalhador. Assim, ela oferecerá uma remuneração constante notada por w. O valor dessa remuneração deve ser tal que a utilidade do trabalhador ao recebê-la sem realizar o esforço seja maior ou igual a sua utilidade de reserva que supomos igual a zero, isto é

$$100 - \frac{10}{w} \geq 0.$$

Desse modo, a menor remuneração possível que ainda faz com que o trabalhador aceite o trabalho e não se esforce é

$$w = \frac{1}{10}. \tag{7}$$

Nesse caso, o ganho esperado da empresa, lembrando que, quando o trabalhador não se esforça, a probabilidade de que não ocorram defeitos de fabricação é de apenas 1/4, é

$$\frac{1}{4} \times 20 - \frac{1}{10} = \frac{49}{10}. \tag{8}$$

Estamos agora em condições de avaliar os itens da questão.

⓪ Falso. Caso a empresa ofereça um esquema de remuneração compatível com as restrições de incentivo (1) e participação (2), o trabalhador preferirá realizar o nível de esforço alto.

① Falso. O ganho esperado quando a empresa induz o esforço de modo a maximizar seu ganho esperado, dado pela expressão (6), é superior a 14. Já o maior ganho esperado quando a empresa não induz o esforço, dado pela expressão (8), é de apenas $4,9$.

② Falso. Já que o fabricante não quer induzir o trabalhador a realizar esforço baixo, ele não deve pagar salários distintos, visto que isso faz com que, dado que o trabalhador tem aversão ao risco, seja necessário oferecer um salário esperado maior para que o trabalhador aceite o emprego.

③ Verdadeiro. $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$. Esse foi o salário a que chegamos em (7).

④ Verdadeiro. Esses salários coincidem com os resultados (4) e (5).

Questão 11

Uma economia é formada por um consumidor, duas empresas idênticas e dois bens, x_1 e x_2. As preferências do consumidor são representadas pela função de utilidade $U(x) = x_1 x_2$ e as dotações iniciais são (100, 0). O bem x_1 não é produzível. O bem x_2 é produzido pelas duas empresas e a tecnologia é representada pela função de produção $x_2^i = 0,5x_1^i$, para $i = 1,2$, em que x_1 é a quantidade de bem 1 utilizado como insumo pela empresa $i-$ ésima e x_2 é a quantidade de bem 2 produzida pela mesma empresa. A partir da análise do equilíbrio competitivo, identifique a soma das quantidades produzidas $(x_1 + x_2)$ no caso da alocação ótima de Pareto.

Solução

Primeiramente notemos a contradição do enunciado que, primeiramente, diz que "o bem x_1 não é produzível" e mais adiante pede "a soma das quantidades *produzidas* $x_1 + x_2$ no caso da solução ótima de Pareto." Possivelmente, a

intensão do examinador era requerer “a soma das quantidades *consumidas* $x_1 + x_2$ no caso da alocação ótima de Pareto”.

As condições de produção são tais que a quantidade total produzida do bem x_2 é

$$x_2 = \frac{x_1^1}{2} + \frac{x_1^2}{2} = \frac{100 - x_1}{2}$$

sendo que aqui x_1 denota a quantidade consumida do bem x_1. Como em uma economia com um único consumidor, a alocação ótima de Pareto é aquela que maximiza sua utilidade, para encontrar essa alocação, basta resolver o problema de maximizar

$$U(x_1, x_2) = x_1 x_2$$

dada a restrição

$$x_2 = \frac{100 - x_1}{2}.$$

Substituindo essa restrição na função objetivo ficamos com o problema não condicionado de maximizar

$$x_1 \frac{100 - x1}{2}.$$

Derivando e igualando a zero, encontramos a condição de máximo de primeira ordem:

$$50 - x_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 50.$$

Substituindo na restrição de produção obtemos

$$x_2 = \frac{100 - 50}{2} = 25.$$

Portanto a soma das quantidades consumidas é $x_1 + x_2 = 75$.

Questão 12

Num mercado com uma função de demanda $x = 8 - 2p$, sendo x a quantidade demandada e p o preço de mercado, existem 10 empresas idênticas que formam um cartel e que tem custos médios e marginais constantes e iguais a 3. Se um dos agentes abandona o cartel sem ser detectado, consegue elevar seus lucros no curto prazo. Suponha que o agente que rompe o acordo enfrente o seguinte problema: se ele abandona o cartel, só obterá lucro durante um período ($t = 0$), porque será detectado e expulso do mercado. Para que taxa de juros o agente preferirá agir desta forma em lugar de permanecer durante toda sua vida fiel ao cartel? (OBS: em sua resposta multiplique o resultado obtido por 10).

Solução

Essa questão está mal elaborada pelas seguintes razões:

1. Se o agente escolhe abandonar o cartel para uma determinada taxa de desconto, ele também escolheria abandonar o cartel dada um taxa de desconto ainda mais elevada. Assim, não há uma única taxa de juros que fará o agente abandonar o cartel e, portanto, a resposta à questão colocada não é única. Possivelmente, o examinador queria perguntar qual é a taxa de juros mínima a partir da qual o agente estaria disposto a abandonar o cartel.

2. A resposta depende de se saber a forma pela qual o resultado de cartel será obtido, isto é, se as empresas anunciarão um único preço de cartel e atenderão as demandas por seus produtos de acordo com esse preço, ou se as empresas concordarão em limitar suas produções de acordo com a quantidade de cartel deixando as condições de demanda determinarem o preço do produto

Portanto, consideremos as respostas para duas hipóteses: a) no acordo de Cartel, todas as empresas se comprometem a vender seu produto pelo preço de cartel e b) no acordo de cartel, todas as empresas se comprometem a limitar sua produção de acordo com a quantidade que maximiza o lucro da indústria.

a) Cartel de preço:

Sejam p^m o preço de cartel e π^m o lucro obtido pelo conjunto das empresas quando todas elas praticam esse preço. Supondo-se que, quando todas as empresas praticam o mesmo preço, os consumidores escolhem aleatoriamente de que empresa comprarão o produto, o lucro esperado de cada empresa nesse contexto é $\pi_i^m = \pi^m/10$. Caso uma empresa decida abandonar o cartel, ela pode praticar um preço ligeiramente mais baixo do que p^m vendendo para todo o mercado e obtendo um lucro próximo a π^m. Assim, se r é a taxa que ela usa para descontar os lucros futuros, ela estará disposta a abandonar o cartel desde que o ganho em $t = 0$, $\pi - \frac{\pi}{10} = \frac{9}{10}\pi$, compense a redução em seus lucros nos períodos remanescente de $\frac{\pi}{10}$ para 0, isto é

$$\frac{9}{10}\pi \geq \frac{1}{r}\frac{\pi}{10} \Rightarrow r \geq \frac{1}{9} \approx 11,11\%.$$

b) Cartel de quantidade:

Como todas as empresas apresentam custo médio, e portanto marginais, contantes. O custo marginal de produção do cartel também será igual ao custo marginal de cada empresa, ou seja 3. Para maximizar seu lucro, o cartel deve escolher uma quantidade produzida que iguale sua receita marginal a seu custo marginal. A função de demanda inversa é

$$p = 4 - \frac{x}{2}.$$

Assim, a receita do cartel pode ser expressa como

$$RT = x \times p = 4x - \frac{x^2}{2}$$

e, portanto, a receita marginal é

$$RMg = \frac{d}{dx}RT = 4 - x.$$

Igualando a receita marginal ao custo marginal, obtemos

$$4 - x = 3 \Rightarrow x = 1.$$

O preço de cartel é obtido substituindo-se essa quantidade na funco de demanda:

$$p = 4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2}.$$

Como o lucro total é igual ao lucro unitário ($p - CM = \frac{7}{2} - 3 = \frac{1}{2}$) vezes o número de unidades produzidas (1), o lucro do cartel será

$$\pi^m = \frac{1}{2}.$$

Embora a produção total de cartel possa ser atingida através e incontáveis combinações de quantidades produzidas por empresa, é razoável imaginar que essa produção seja distribuída igualmente entre todas as empresas, de tal sorte que cada uma deverá produzir $1/10$ unidades de produto. Nesse caso, o lucro total será distribuído igualmente entre as firmas, cabendo a cada uma delas um lucro $\pi_i^m = 1/20$.

Imagine agora que uma empresa, digamos a empresa 1, cogite em abandonar o cartel. Nesse caso, sabendo que em $t = 0$ cada uma das outras empresas irá produzir $1/10$ unidades, ela deve escolher a quantidade a produzir de modo a maximizar seu lucro dado por

$$\pi_1 = \left[4 - \frac{1}{2}(x_1 + \frac{9}{10}) - 3\right]x_1.$$

A condição de máximo de primeira ordem requer que

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{11}{20}.$$

Portanto, caso a empresa 1 abandone o cartel, seu lucro será

$$\pi_1^* = \left[4 - \frac{1}{2}(\frac{11}{20} + \frac{9}{10}) - 3\right]\frac{11}{20} = \frac{121}{800}.$$

Para que ela abandone cartel a diferença entre esse lucro e o lucro de cartel em cada período deve não inferior ao valor presente do fluxo de lucros de cartel nos períodos subsequentes:

$$\frac{121}{800} - \frac{1}{20} \geq \frac{1}{r} \times \frac{1}{20} \Rightarrow r \geq \frac{40}{81} \approx 49,38\%.$$

Note que, tanto no caso a) quanto no caso b), os valores encontrados para diferem dos 50% da resposta do gabarito. Em nossa opinião, essa questão deveria ter sido anulada.

Questão 13

Suponha uma economia com duas firmas competitivas, representadas por 1 e 2, que produzem o mesmo bem e tem as seguintes funções custo: $c_1(x_1) = x_1^2$, $c_2(x_2) = x_2^2$. A firma 1 exerce uma externalidade negativa sobre a firma 2 de modo que a função lucro da firma 2 é dada por: $\pi_2 = p_2x_2 - c_2(x_2) - e(x_1)$. Sabendo que $e(x_1) = x_1^2$ e que o preço do produto produzido é igual a 1, calcule a diferença entre a solução privada e a solução socialmente ótima na produção de bens da firma 1.

Solução

A questão foi anulada, possivelmente porque, caso as duas empresas sejam as únicas a produzir o bem, não é possível calcular a solução ótima sem conhecer as condições de demanda.

Questão 14

Considere que um aeroporto está localizado ao lado de um grande terreno que é propriedade de um incorporador imobiliário. O incorporador gostaria de construir moradias naquele terreno, mas o barulho do aeroporto reduz o valor das propriedades. Quanto maior for a intensidade do tráfego aéreo, menor o valor do montante de lucros que o incorporador pode obter com o terreno. Seja X o número de vôos diários e Y o número de moradias que o incorporador pretende construir. O Lucro Total do aeroporto (LA) é dado pela função $48 - X^2$ e o Lucro Total do incorporador (LI) é dado por $60Y - Y^2 - XY$. Identifique a diferença entre o Lucro Total dos dois agentes (LA + LI) em duas situações relativas às regras institucionais que regulam o comportamento dos agentes: (i) no caso da imposição de uma lei que responsabiliza o aeroporto por qualquer redução ocorrida no valor das propriedades; (ii) no caso em que os dois agentes optam pela formação de um conglomerado empresarial com o objetivo de maximizar o lucro conjunto.

Solução

Essa questão deveria ser anulada, visto que houve um erro na digitação da função que descreve o lucro do aeroporto. O correto seria $LA = 48X - X^2$.

Assumamos, portanto, que esse seja o caso. Entendendo-se que a “lei que responsabiliza o aeroporto kpor qualquer redução ocorrida no valor das propriedades” implica que o aeroporto deva indenizar o incorporador no valor de XY, teremos que, no caso (i), as funções de lucro de cada empresa, após a indenização passam a ser:

$$LI_i = 60Y - Y^2$$

e

$$LA_i = 49X - X^2 - XY.$$

Chamemos de Y_i o valor de Y que maximiza LI_i, ele deve satisfazer a condição de primeira ordem

$$60 - 2Y_i = 0 \Rightarrow Y_i = 30.$$

O aeroporto deve escolher um valor de X sabendo que o incorporador irá escolher $Y = Y_i = 30$. Chamando de X_i a escolha do aeroporto, esta deve satisfazer a condição de primeira ordem

$$48 - 2X_i - 30 = 0 \Rightarrow X_i = 9.$$

Com essas escolhas, o lucro da incorporadora será

$$LI_i = 60 \times 30 - 30^2 = 900$$

e o lucro do aeroporto será

$$LA_i = 48 \times 9 - 9^2 - 30 = 81.$$

O lucro conjunto será

$$LI_i + LA_i = 981.$$

No caso (ii), em que os dois agentes coordenam suas ações para maximizar o ganho comum, as escolhas dos valores ótimos de X e Y, que notaremos por X^* e Y^*, deverão maximizar a soma

$$L = LA + LI = 48X - X^2 + 60Y - Y^2 - XY.$$

As condições de máximo de primeira ordem são:

$$48 - 2X^* - Y^* = 0$$

e

$$60 - 2Y^* - X^* = 0.$$

Resolvendo essas duas equações, obtemos $X^* = 12$ e $Y^* = 24$. O lucro conjunto é obtido substituindo-se esses valores na expressão para a soma dos lucros das duas empresas:

$$L = LA + LI = 48X^* - X^{*2} + 60Y^* - Y^{*2} - X^*Y^* = 1008.$$

A diferença entre os dois lucros pedida pela questão é $L^* - L_i = 1008 - 981 = 27$.

Questão 15

Uma empresa é a única distribuidora de produtos alimentícios num mercado cuja demanda é dada pela função $P = 41 - Q$, sendo P o preço e Q a quantidade demandada. Os custos da empresa 1 seguem a função $C_1 = Q_1^2 + 2Q_1 + 6$. Se o governo fixa neste mercado um preço máximo de 30 unidades monetárias, identifique o valor da perda irrecuperável de eficiência.

Solução

Com o preço máximo igual a 30, o preço que efetivamente o monopolista pode cobrar para vender Q unidades de produto será o menor valor entre esse preço máximo e o preço de demanda $P = 41 - Q$. Este é maior, igual a, ou menor que 30, caso, respectivamente, $41 - Q > 30 \Rightarrow Q < 11$, $Q = 11$ e $Q < 11$. Desse modo, a receita do monopolista será

$$RT = \begin{cases} 30Q & \text{caso } Q \leq 11 \\ Q(41 - Q) & \text{caso } Q > 11 \end{cases}.$$

A receita marginal do monopolista será então

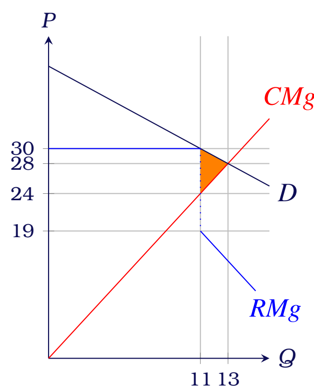
$$RMg = \frac{d}{dQ}RT = \begin{cases} 30 & \text{caso } Q < 11 \\ 41 - 2Q & \text{caso } Q > 11 \end{cases}.$$

Note que essa receita marginal não é definida para $Q = 11$. Nesse ponto, a curva de receita marginal apresenta uma quebra, pois quando Q se aproxima de 11 pela esquerda, a receita marginal se mantém constante igual a 30, mas quando Q se aproxima de 11 pela direita, a receita marginal tende a $41 - 2 \times 11 = 19$.

O monopolista deverá produzir todas as unidades para as quais a receita marginal seja superior ao custo marginal. Este é dado por

$$CMg = \frac{d}{dQ}C = 2Q + 2.$$

Para $Q = 11$, o custo marginal é $CMg(11) = 24$. Como o custo marginal é crescente, concluímos que o custo marginal é inferior a 30 para qualquer valor de Q menor ou igual a 11. Isso significa que para todas as unidades produzidas até a unidade 11 o custo marginal é inferior à receita marginal e, portanto, a empresa deve produzir, ao menos, 11 unidades. Novamente, como o custo marginal é crescente em Q, este é superior a 24 para qualquer valor de Q maior do que 11. Por outro lado, caso $Q > 11$, a receita marginal será inferior a 19. Assim, qualquer produção acima de $Q = 11$ implica custo marginal maior do que a receita marginal.



Isso é ilustrado na figura ao lado. Nela estão plotadas as curvas de demanda, de custo marginal e de receita marginal. A curva de custo marginal está abaixo da curva de receita marginal até o ponto em que $Q = 11$. A partir dessa quantidade, a curva de receita marginal dá uum salto descontínuo para baixo e fica abaixo da curva de custo marginal. Desse modo, o monopolista maximiza seu lucro escolhendo $Q = 11$.

qualquer

O nível de produção eficiente ocorreria caso o monopolista igualasse seu custo marginal ao preço de demanda, ou seja, caso

$$2Q + 2 = 41 - Q \Rightarrow Q = 13.$$

A perda de eficiência é medida pela área abaixo da curva de demanda e acima da curva de custo marginal entre quantidade efetivamente produzida (11) e a quantidade eficiente (13), indicada pelo triângulo cor de laranja na figura ao lado. Sua área é

$$\frac{(30 - 24)(13 - 11)}{2} = 06.$$

Resolução do exame ANPEC de microeconomia para 2011

Roberto Guena de Oliveira

2 de junho de 2014

Questão 1

Com relação ao comportamento dos gastos do consumidor, pode-se afirmar que:

⓪ Um consumidor com uma função utilidade $U(X, Y) = X^4 Y$ gastará \$20 de cada renda \$100 na aquisição do bem Y.

① No processo de maximização da utilidade, o valor do Multiplicador de Lagrange equivale à utilidade marginal da renda.

② Considerando uma função utilidade $U(X, Y) = \min\{X, Y\}$, a Curva de Engel do bem 1 (X) é linear e crescente, com inclinação dada pelo preço correspondente (p_x).

③ No caso da função utilidade $U(X, Y) = -\frac{x^{-2}}{2} - \frac{y^{-2}}{2}$, as preferências do consumidor não permitem a agregação de demandas individuais para a definição da demanda do mercado (isto é, refletem uma função utilidade não homotética).

④ Pedro consome dois bens, x e y, cujos preços são $p_x = \$4$ e $p_y = \$2$, respectivamente, tem \$100 de rendimento e a sua função utilidade é $U(X, Y) = XY$. Então, para Pedro, a Curva de Engel tem a expressão (r representa um rendimento genérico) $X(r) = 0,125r$.

Solução

⓪ VERDADEIRO, caso entendermos que "gastará \$20 de cada renda \$100 na aquisição do bem Y" significa "gastará, para cada \$100 de sua renda, \$20 com a aquisição do bem Y". Observe que a função de utilidade apresentada é do tipo Cobb-Douglas, isto é, tem a forma $U(X, Y) = X^a Y^b$, sendo que, no presente caso, $a = 4$ e $b = 1$. Também sabemos que as funções de demanda para essas preferências tem a forma

$$X(p_x, p_y, m) = \frac{a}{a+b}\frac{m}{p_x} \quad \text{e} \quad Y(p_x, p_y, m) = \frac{b}{a+b}\frac{m}{p_y}$$

de tal sorte que os gastos com a aquisição de cada bem são:

$$p_x X(p_x, p_y, m) = \frac{a}{a+b}m \quad \text{e} \quad p_y Y(p_x, p_y, m) = \frac{b}{a+b}m.$$

No caso do presente exercício, em que $a = 4$ e $b = 1$, temos, portanto

$$p_y Y(p_x, p_y, m) = \frac{m}{5}.$$

Assim o consumidor gastará com a aquisição do bem Y um quinto de sua renda, ou, em outras palavras, \$20 para cada \$100 de renda.

① VERDADEIRO. Conforme vimos em sala de aula, o valor do multiplicador de Lagrange obtido ao se resolver o problema de maximização de utilidade é a utilidade marginal da renda do consumidor.

② FALSO. Se a função de utilidade é $U(X, Y) = \min\{X, Y\}$, então a função de demanda pelo bem X é

$$X(p_x, p_y, m) = \frac{m}{p_x + p_y}.$$

A inclinação da Curva de Engel, portanto será $1/(p_x + p_y)$, se medida em relação ao eixo horizontal ou $p_x + p_y$, se medida em relação ao eixo vertical.

③ FALSO. O enunciado afirma que a função de utilidade não é homotética, ou seja, que a taxa marginal de substituição não pode ser expressa como função exclusica da razão entre os consumos dos dois bens. Todavia, ao calcularmos a taxa marginal de subistituição associada à função de utilidade apresentada, obtemos

$$TMS = -\frac{UMg_x}{UMg_y} = -\frac{x^{-3}}{y^{-3}} = -\left[\frac{Y}{X}\right]^3.$$

Assim, a TMS pode ser expressa como fução exclusiva de Y/X e, consequentemente, a função de utilidade é homotética.

④ VERDADEIRO. A função de utilidade apresentada é, novamente, uma função Cobb-Douglas ($U = X^a Y^b$) com $a = b = 1$. A função de demanda pelo bem X é, portanto,

$$X(p_x, p_y, r) = \frac{1}{2}\frac{r}{p_x} = \frac{1}{2}\frac{r}{4} = 0,125r$$

Questão 2

⓪ A função dispêndio $E(p, U)$ é a função valor associada ao problema de minimização do dispêndio, condicionado a determinado nível de utilidade que o consumidor deseja alcançar. As seguintes propriedades são válidas para essa função: homogeneidade do grau zero nos preços dos produtos, não decrescente nos preços de cada produto p_i, crescente em U e côncava nos preços.

① Sabendo que a função de utilidade indireta de um consumidor é dada por: $V(p_1, p_2, R) = \frac{R}{2p_1^{0,5}p_2^{0,5}}$,é possível afirmar que a função dispêndio associada a essas preferências é dada por: $E(p_1, p_2, U) = 2p_1^{0,5}p_2^{0,5}U$.

② Sabendo que as preferências de um consumidor são representadas pela relação binária descrita abaixo, na qual a cesta x é fracamente preferível à cesta y se e somente se:

$$x \succsim y \Leftrightarrow x_1 > y_1 \text{ ou } x_1 = y_1 \text{ e } x_2 \geq y_2,$$

é possível afirmar que essas preferências são completas, transitivas e contínuas.

③ Se em uma economia só existem dois bens entre os quais o consumidor tem de escolher, então é possível afirmar que os dois são substitutos.

④ Um consumidor tem suas preferências pelos bens x e y representadas pela seguinte função utilidade:$U : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, U(x, y) = -\left[(x-3)^2 + (y-3)^2\right]$. Essas preferências exibem ponto de saciedade global na cesta (0,0).

Solução

⓪ FALSO. Embora, a função dispêndio seja, efetivamente, não decrescente nos preços dos bens, crescente em relação à utilidade e côncava em relação a preços, ela é homogênea de grau um (e não de grau zero) em relação a preços.

① VERDADEIRO. Basta aplicar a identidade

$$V(p_1, p_2, E(p_1, p_2, u)) = u,$$

o que, no presente caso, implica

$$\frac{E(p_1, p_2, U)}{2p_1^{0,5}p_2^{0,5}} = U,$$

isto, é, resolvendo para $E(p_1, p_2, U)$,

$$E(p_1, p_2, U) = 2Up_1^{0,5}p_2^{0,5}.$$

② FALSO. As preferências descritas não são contínuas. Para ver isso, lembre-se que se as preferências de um consumidor são ditas contínuas quando, para quaisquer duas cestas de bens $x = (x_1, x_2)$ e $y = (y_1, y_2)$ pertencentes a seu conjunto de consumo, $x \succ y$ implica que qualquer cesta de bens z suficientemente próxima de x também será estritamente preferível a y ($z \succ y$). Mais formalmente, as preferências de um consumidor são contínuas caso, para quaisquer duas cestas de bens $x, y \in X$ (X é o conjunto de consumo), existe um valor real $\varepsilon > 0$ tal que para qualquer cesta de bens $z \in X$, caso $|z - x| < \varepsilon$ então $z \succ y$. Isso não ocorre com as preferências apresentadas, pois, caso tenhamos duas cestas $x = (x_1, x_2)$ e $y = (y_1, y_2)$ com $x_1 = y_1$ e $x_2 > y_2$, podemos concluir pela descrição das preferências do consumidor que $x \succ y$. Todavia, tome por exemplo, uma cesta de bens $z = (z_1, z_2)$ com $z_1 = x_1 - \varepsilon/2$ e $z_2 = x_2$. Então $|z - x| = \varepsilon/2 < \varepsilon$ para qualquer $\varepsilon > 0$. Todavia, como $z_1 < x_1 = y_1$ para qualquer ε positivo, teremos necessariamente $y \succ z$, não importa quão próxima a cesta z esteja da cesta x, o que viola a hipótese de continuidade das preferências.

③ AMBíGUO. Embora o gabarito dê a afirmação como verdadeira, parece-nos que o mais correto seria ANULAR esse item, pois sua resposta depende da interpretação que dermos ao termo ambíguo “bens substitutos”. Esse termo pode tanto indicar o caso de “substitutos brutos” quanto o caso de “substitutos líquidos”.

Dizemos que o bem i é substituto bruto do bem j caso

$$\frac{\partial x_i}{\partial x_j} > 0,$$

sendo que x_i representa aqui a função de demanda marshalliana pelo bem i. Para o Varian (livro da bibliografia da ANPEC), o termo substituto é usado com esse significado de substituto bruto (página 118 da tradução da 7ª edição, leitura básica da ANPEC).

Claramente, não é necessariamente verdade que, quando existem apenas dois bens, estes sejam substitutos brutos um do outro. Para dar um

exemplo, considere a função de utilidade

$$U(x_1, x_2) = \left[\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right]^{-1}.$$

Você pode verificar com relativa facilidade que as funções de demanda marshallianas pelos bems 1 e 2 são, respectivamente

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1 + \sqrt{p_1 p_2}} \quad e \quad x_2(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_2 + \sqrt{p_1 p_2}}.$$

Nesse caso, portanto, a função de demanda pelo bem 1 é decrescente em relação ao preço do bem 2 e, simetricamente, a função de demanda pelo bem 2 é decrescente em relação ao preço do bem 1. Os dois bens são complementos e não substitutos (brutos) um do outro.

Uma definição alternativa do termo "bens substitutos", conforme dissemos, é a definição de substitutos líquidos. Dois bens i e j são ditos substitutos líquidos caso

$$\frac{\partial h_i}{\partial p_j} > 0,$$

sendo h_i a função de demanda compensada pelo bem i. Essa é a definição para bens substitutos líquidos que aparece, por exemplo, no manual do Nicholson. Também o Microeconomic Analisys de Hall R. Varian, manual de pós-graduação desse autor, adota define bens substitutos como sendo dois bens para os quais "quando o preço de um dos bens aumenta, a demanda hicksinada pelo outro bem aumenta". Alguns autores, cujos textos não constam na bibliografia da ANPEC, preferem uma definição um pouco mais ampla do termo substitutos (líquidos). É o caso, por exemplo, de Mas-Colell *et allia* em *Microeconomic Theory*, que classificam dois bens ℓ e k como substitutos caso $\partial\ell/\partial k \geq 0$. Apenas nesse último caso, a afirmação de que, quando há apenas dois bens, estes serão substitutos, é verdadeira. Para ver isso, considere a seguinte identidade:

$$U\left(h_1(p_1, p_2, u), h_2(p_1, p_2, u)\right) = u.$$

Se derivarmos essa identidade em relação a p_1, obtemos

$$\frac{\partial h_1}{\partial p_1} + \frac{\partial h_2}{\partial p_1} = 0.$$

Como $\partial h_1/\partial p_1 \leq 0$ (lei da demanda compensada), podemos concluir que $\partial h_2/\partial p_2 \geq 0$. Então, quando há apenas dois bens, pode-se afirmar que esses dois bens são substitutos líquidos, de acordo com a definição dada pelo manual do Mas-Colell. Porém, a mesma conclusão não pode ser feita caso consideremos, como faz, por exemplo, o Nicholson, que dois bens i e j são substitutos (líquidos) caso $\partial h_i/\partial p_j > 0$. Nesse caso, não é necessariamente verdade que, a existência de apenas dois bens implique

que estes bens sejam substitutos líquidos, pois, por exemplo, no caso em que os dois bens são complementares perfeitos, a demanda compensada desses dois bens é uma constante em relação aos preços dos bens, isto é, se $U(x_1, x_2) = \min\{ax_1, x_2\}$, então $h_1(p_1, p_2, u) = u/a$ e $h_2(p_1, p_2, u) = u$, de tal sorte que $\partial h_1/\partial p_2 = \partial h_2/\partial p_1 = 0$, ou seja, um aumento no preço de um dos bens não leva, necessariamente a um aumento na demanda compensada pelo outro bem.

④ FALSO. A função de utilidade assume valor negativo para quaisquer valores de x e y para os quais $x \neq 3$ e/ ou $y \neq 3$ e valor nulo quando $(x, y) = (3, 3)$. Portanto, há um ponto de saciedade na cesta $(3, 3)$ e não na cesta $(0, 0)$.

QUESTÃO 3

Sobre a Teoria da Produção analise as afirmativas abaixo:

⓪ A função de produção que exibe retornos constantes de escala é uma função homogênea do grau 0.

① Suponha uma função de produção do tipo Cobb-Douglas, sendo os coeficientes técnicos a e b, tal que $a + b > 1$. A elasticidade de substituição desta função de produção também é superior à unidade.

② Suponha uma função de produção do tipo CES, definida da seguinte forma: . A elasticidade de substituição referente a essa função é definida por:

$$q = [k^{\rho} + l^{\rho}]^{\frac{\gamma}{\rho}}.$$

A elasticidade de substituição referente a essa função de produção é

$$\sigma = \frac{1}{1 - \gamma}$$

③ Suponha que $\pi(\cdot)$ é a função lucro do conjunto de produção Y e que $y(\cdot)$ é a correspondência de oferta associada. Suponha também que Y é fechado e satisfaz a propriedade de free disposal (livre descarte). Nesse contexto, segundo o Lema de Hotelling: se $y(p)$ consiste de um único ponto, então $\pi(\cdot)$ é diferenciável em p e $D_p\pi(p) = y(p)$.

④ A função lucro atende às propriedades de ser homogênea do grau 1 em preços e convexa nos preços.

Solução

⓪ FALSO. A função de produção que apresenta retornos constantes de escala é homogênea de grau 1 e não homogênea de grau zero.

① FALSO. A elasticidade de substituição (σ) é definida por

$$\sigma = \frac{dx_2/x_1}{d|TMST|}\frac{|TMST|}{x_2/x_1}.$$

No caso da função de produção do tipo Cobb-Douglas, isto é, da função de produção com a forma

$$y = kx_1^a x_2^b, \; k, a, b > 0,$$

temos

$$|TMS| = \frac{a}{b}\frac{x_2}{x_1}, \text{ isto é, } \frac{x_2}{x_2} = \frac{b}{a}|TMST|.$$

Portanto, nesse caso,

$$\sigma = \frac{b}{a}\frac{|TMST|}{\frac{b}{a}|TMST|} = 1.$$

Assim, qualquer que seja a função de produção do tipo Cobb-Douglas, sua elasticidade de substituição será sempre igual a 1.

② FALSO. As produtividades marginais de k e l são, respectivamente,

$$\mathrm{PMg}_k = \frac{\partial q}{\partial k} = \gamma k^{\rho-1}\left[k^\rho + l^\rho\right]^{\frac{\gamma}{\rho}-1}$$

e

$$\mathrm{PMg}_l = \frac{\partial q}{\partial l} = \gamma l^{\rho-1}\left[k^\rho + l^\rho\right]^{\frac{\gamma}{\rho}-1}.$$

A razão entre essas duas produtividades marginais é o módulo da taxa marginal de substituição técnica, isto é,

$$|TMST| = \frac{PMg_k}{PMg_l} = \left(\frac{l}{k}\right)^{1-\rho}.$$

Resolvendo essa igualdade para l/k obtemos

$$\frac{l}{k} = |TMST|^{\frac{1}{1-\rho}}.$$

Usando esse resultado na fórmula da elasticidade de substituição ficamos com

$$\sigma = \frac{dl/k}{d|TMST|}\frac{|TMST|}{l/k} = \frac{1}{1-\rho}|TMST|^{\frac{1}{1-\rho}-1}\frac{|TMST|}{|TMST|^{\frac{1}{1-\rho}}} = \frac{1}{1-\rho}.$$

③ VERDADEIRO. A notação usada no enunciado da questão é algo diferente da notação normalmente empregada em livros texto de graduação. Ela deve ser interpretada da seguinte maneira:

- $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ é o vetor de preços da economia.
- $y(p) = (y_1(p), y_2(p), \dots, y_n(p))$ é um vetor no qual caso $y_i(p) > 0$, o bem i deverá ser interpretado como um produto e $y_i(p)$ indica a quantidade ofertada pela empresa do bem i e, caso $y_i(p) < 0$, o bem i deverá ser interpretado como um insumo e $|y_i(p)|$ indica a quantidade demandada desse insumo.
- $D_p\pi(p) = (\partial\pi(p)/\partial p_1, \partial\pi(p)/\partial p_2, \dots, \partial\pi(p)/\partial p_n)$ é o vetor das derivadas parciais da função de lucro em relação aos preços dos diferentes bens. a quantidade demandada pela empresa do bem i

O lema de Hotelling diz que, caso a função de lucro seja diferenciável em relação ao preço do produto e em relação aos preços dos insumos, então, a derivada parcial da função de lucro em relação ao preço de um produto será igual à função de oferta desse produto e o negativo da derivada parcial da função de lucro em relação ao preço de um insumo será igual à função de demanda por esse insumo. De acordo com a notação acima, isso significa que, caso o bem i seja um produto ($y_i(p) > 0$),

$$\frac{\partial\pi(p)}{\partial p_i} = y_i(p)$$

e, caso o bem i seja um insumo ($y_i < 0$),

$$\frac{\partial\pi(p)}{\partial p_i} = -|y_i(p)| = y_i(p).$$

Desse modo,

$$D_p\pi(p) = (\partial\pi(p)/\partial p_1, \partial\pi(p)/\partial p_2, \dots, \partial\pi(p)/\partial p_n) = (y_1(p), y_2(p), \dots, y_n(p)) = y(p)$$

④ VERDADEIRO. Homogeneidade de grau um e convexidades em relação aos preços é uma propriedade da função de lucro.

Questão 4

Sobre a teoria do bem-estar em condições de Equilíbrio Geral, é correto afirmar que:

⓪ A localização dos agentes na fronteira das possibilidades de utilidade encontra-se condicionada pelos pesos atribuídos aos mesmos na função de bem-estar social.

① O Teorema da Impossibilidade de Arrow postula que as preferências sociais não são transitivas.

② Se os ingressos para uma competição são disponibilizados de graça para alunos da rede pública, mas estes alunos estão impedidos de revendê-los, então a alocação de recursos gerada é Pareto-eficiente.

③ Qualquer distribuição desejada de bem-estar entre indivíduos numa economia pode ser alcançada de forma eficiente através do mecanismo de preço, se as dotações iniciais estiverem sobre a curva de contrato e forem ajustadas adequadamente.

④ Suponha que 200 atacadistas operam como price-takers num mercado em que existem três bens (A, B e C), com as seguintes dotações: 1) 100 atacadistas possuem 10 unidades do bem A cada; 2) 50 atacadistas possuem 5 unidades do bem B cada; 3) 50 atacadistas possuem 3 unidades do bem C cada. Se a função utilidade dos atacadistas é dada por $X_A^{1/2}X_B^{1/4}X_C^{1/4}$ então no equilíbrio $P_B = 2P_A$ e $P_C = P_A/4$.

Solução

⓪ VERDADEIRO. A frase está um tanto confusa. O que significa, por exemplo, "a localização dos agentes na fronteira de possibilidades de utilidade"? Porém, com alguma boa vontade, parece que o examinador quer dizer que o ponto sobre a fronteira de possibilidades de utilidade correspondente à escolha social obtida em um processo de maximização de uma função de bem-estar social depende dos pesos dados nessa função de bem-estar social às utilidades de cada agente, o que é, verdadeiro.

① FALSO. O Teorema da Impossibilidade de Arrow não postula nada acerca das preferências sociais, ele sequer postula a existência de algo como "preferências sociais". Ele apenas afirma que qualquer regra de ordenação social que, aplicada a qualquer perfil de preferências individuais racionais (completas e transitivas) acerca das escolhas sociais consideradas, gere uma ordenação completa e transitiva que satisfaça aos critérios de Pareto e de independência das alternativas irrelevantes é uma ditadura.

② FALSO. A proibição de que os ingressos sejam revendidos pode impedir que potenciais melhorias paretianas decorrentes da venda de um ingresso de um estudante para um não estudante sejam realizadas. Dada essa possibilidade de melhorias paretianas não realizadas, não é possível afirmar que a alocação resultante da distribuição dos ingresso será eficiente.

③ FALSO. Chamemos de atacadistas do tipo 1, 2 e 3, respectivamente, os atacadistas que possuem inicialmente 10 unidades do bem A, 5 unidades do bem B e 3 unidades do bem C. Notemos as funções de demanda desses atacadistas pelos bens A, B, e C por, respectivamente, $A_i(P_A, P_B, P_C)$, $B_i(P_A, P_B, P_C)$ e $C_i(P_A, P_B, P_C)$, nas quais, $i = 1, 2, 3$ é um índice indicando o tipo de atacadista, e P_A, P_B e P_C são os preços dos bens A, B e C, respectivamente. Essas funções de demanda têm a forma (usamos diretamente a fómula da demanda para preferências Cobb-Douglas):

$$A_i(P_A, P_B, P_C) = \frac{1}{2}\frac{w_i}{P_A},$$
$$B_i(P_A, P_B, P_C) = \frac{1}{2}\frac{w_i}{P_B}$$

e

$$C_i(P_A, P_B, P_C) = \frac{1}{2}\frac{w_i}{P_C},$$

sendo que w_i representa o valor da dotação inicial do agente i, isto é, $w_1 = 10p_A$, $w_2 = 5p_B$ e $w_3 = 3p_C$.

A condição de equilíbrio no mercado do bem A é obtida igualando-se a quantidade a ser demandada desse bem, $100 \times A_1(P_A, P_B, P_C) + 50 \times A_2(P_A, P_B, P_C) + 50 \times A_3(P_A, P_B, P_C)$, ao total existente do mesmo, $100 \times 10 = 1.000$:

$$100\frac{1}{2}\frac{10P_A}{P_A} + 50 \times \frac{1}{2}\frac{5P_B}{P_A} + 50 \times \frac{1}{2}\frac{3P_C}{P_A} = 1.000,$$

isto é,

$$5P_B + 3P_C - 20P_A = 0$$

Apenas com essa condição de equilíbrio, já seria possível verificar que os preços não podem ser tais que $P_B = 2P_A$ e $P_C = P_A/4$, visto que, dado que P_A precisa ser positivo para induzir uma demanda finita pelo bem A, esses valores não resolvem a equação acima, pois

$$5(2P_A) + 3(P_A/4) - 20P_A = -\frac{37}{4}P_A \neq 0.$$

Se, não obstante, você quiser encontrar os preços relativos de equilíbrio, note que, de modo similar ao que fizemos com o bem A, a condição de equilíbrio no mercado do bem B é obtida igualando-se a quantidade a ser demandada desse bem, $100 \times B_1(P_A, P_B, P_C) + 50 \times B_2(P_A, P_B, P_C) + 50 \times B_3(P_A, P_B, P_C)$, ao total existente do mesmo, $50 \times 5 = 250$:

$$100\frac{1}{4}\frac{10P_A}{P_B} + 50 \times \frac{1}{4}\frac{5P_B}{P_B} + 50 \times \frac{1}{4}\frac{3P_C}{P_B} = 250,$$

isto é,

$$20P_A - 15P_B + 3P_C = 0$$

Resolvendo o sistema de equações formado pelas duas condições de equilíbrio acima para P_B e P_C encontramos

$$P_B = 2P_A \quad \text{e} \quad P_C = \frac{10}{3}P_A.$$

Questão 5

Com relação às decisões dos agentes sob incerteza, é possível afirmar que:

⓪ Se Pedro define sua utilidade a partir de um nível de riqueza W, de tal modo que sua função utilidade é dada por $U(W) = 1 - CW^{-a}$ em que a e C são constantes positivas, então Pedro é avesso ao risco.

① Supondo que João deve pagar \$2 para participar de uma competição cujo prêmio é \$19 e a probabilidade de ganhar 1/3. Se o agente possui uma função utilidade esperada definida por $U(x) = \log x$ e o seu nível corrente de riqueza é \$10, então não faz sentido que ele venha participar da competição.

② Maria herdou uma propriedade que lhe proporciona colheita de \$ 100.000 em condições favoráveis, com probabilidade de 60%. Se as condições climáticas não forem adequadas ela tem prejuízo de \$20.000 com a atividade. Se Maria é avessa ao risco e uma empresa lhe oferece pagamento anual de \$ 70.000 em troca de toda a sua colheita, ela aceitará prontamente a oferta.

③ Joana possui uma propriedade que vale \$ 300.000, mas está preocupada com seu futuro, cujo bem estar (U) depende integralmente daquele valor, segundo a relação $U(W) = W^{5/4}$. Em um dado ano, existe uma chance de 2% de que a propriedade pegue fogo, o que resultaria numa redução de seu valor para \$ 30.000. Neste caso, os indícios são de que Joana é avessa ao risco.

④ Supondo que Antonio possui uma função utilidade dada por $U(W) = \frac{W^{1/2}}{10}$, em que W equivale ao seu nível de riqueza. Supondo que ele participe de um jogo com distribuição de pay-offs apresentada no quadro abaixo, então a utilidade esperada do jogo equivale a \$ 2,5.

Situação do jogo	Pay-offs	Probabilidade
1	\$ 400	1/3
2	\$ 225	1/3
3	\$ 100	1/3

Solução

⓪ VERDADEIRO, desde que a função de utilidade apresentada seja do tipo Von-Neuman Morgentern. A função de utilidade é côncava, pois $U''(W) = -C\alpha(1+\alpha)W^{-(\alpha+1)} < 0$. Isso indica que o consumidor tem aversão ao risco.

① FALSO. Caso ele pague para entrar na competição, sua utilidade esperada será dada por

$$\frac{2}{3}\log(10-2) + \frac{1}{3}\log(29-2) = \log 12.$$

Caso ele não participe do jogo, terá por utilidade log 10. Assim, participar do jogo traz maior utilidade esperada a João.

② VERDADEIRO. O pagamento oferecido pela empresa é maior do que o valor esperado da colheita = $100.000 \times 60\% - 20.000 \times 40\% = 52.000$. Desse modo, ele será aceito por qualquer consumidor com aversão ao risco.

③ FALSO. A função de utilidade de Joana é convexa ($U''(W) = 5/16W^{-3/4}$). Assim, ela é propensa ao risco.

④ FALSO. A utilidade esperada de Antônio será

$$\frac{1}{3}\frac{\sqrt{400}}{10} + \frac{1}{3}\frac{\sqrt{225}}{10} + \frac{1}{3}\frac{\sqrt{100}}{10} = \frac{3}{2}.$$

Questão 6

Sobre a Teoria do Consumidor, assinale Verdadeiro ou Falso nas alternativas abaixo:

⓪ A hipótese de convexidade das preferências equivale à hipótese de taxa marginal de substituição decrescente.

① Para preferências homotéticas a taxa marginal de substituição depende somente da razão consumida entre as quantidades dos dois bens e não das quantidades totais de cada bem.

② Um consumidor representativo de determinada comunidade com hábitos particulares tem preferências representadas por $U = U(x_t^*, y)$ com $x_t^* = x_t - x_{t-1}$. Para esse tipo de preferências, coeteris paribus, quanto mais consumo passado o indivíduo escolher do bem , menor será o consumo atual escolhido.

③ Suponha uma estrutura de preferências representada pela seguinte função utilidade: . Agora suponha que o consumidor está diante de cestas de consumo que geram um nível de utilidade =10. Neste contexto, a taxa marginal de substituição para a cesta (5,20) é igual a 1/4.

④ No ponto de escolha ótima do consumidor, o Multiplicador de Lagrange associado ao problema de otimização condicionada da utilidade pode ser interpretado como a utilidade marginal da renda.

Solução

⓪ VERDADEIRO, mas ambíguo. A rigor, a afirmação só é válida para o caso em que as preferências são *estritamente* convexas e monotônicas. Nesse caso, quando caminhamos da esquerda para a direita ao longo de uma curva de indiferença, a taxa marginal de substituição é (em módulo) decrescente. Se considerarmos, todavia preferências convexas, mas não estritamente convexas, a taxa marginal de substituição pode ser constante. É o caso, por exemplo de um consumidor que considera dois bens substitutos perfeitos. As preferências desse consumidor são convexas (porém, não estritamente convexas), mas a taxa marginal de substituição entre esses bens é constante. Outro problema ocorre quando consideramos preferências estritamente convexas, mas não monotônicas. Por exemplo, suponha que as curvas de indiferença sejam círculos com centro comum em um ponto de saciedade. Nesse caso, dizer que a taxa marginal de substituição é decrescente não faz muito sentido.

① VERDADEIRO. De fato essa é uma forma de definir preferências homotéticas.

② FALSO. Como contra exemplo, tome o caso em que esse consumidor representativo possui preferências quase-lineares representadas por $U(x_t^*, y) = v(x_y^*) + y = v(x_t - x_{t-1})$ na qual $v'(x) > 0$ e $v''(x) < 0$. A condição de utilidade máxima no período t será dada por $v'(x_t - x_{t-1}) = p_x/p_y$ na qual p_x e p_y são, respectivamente, os preços dos bens x e y. Sejam $\hat{x}_{t-1}$ e $\tilde{x}_{t-1}$ dois possíveis valores de x_{t-1} com. Sejam também $\hat{x}_t$ a quantidade demandade do bem x no período t quanto $x_{t-1} = \hat{x}_{t-1}$ e $tildex_t$ a quantidade demandade de x quando $x_{t-1} = x_{\tilde{1}-t}$. Então, pela condição de equilíbrio, devemos ter

$$v'(\hat{x}_t - \hat{x}_{t-1}) = v'(\tilde{x}_t - \tilde{x}_{t-1}) = p_x/p_y.$$

Como, por hipótese $v'(x)$ é decrescente, dados p_x e p_y, só há um valor de x para o qual $v'(x) = p_x/p_y$ e, portanto,

$$\hat{x}_t - \hat{x}_{t-1} = \tilde{x}_t - \tilde{x}_t - 1,$$

isto é,

$$\hat{x}_t = \tilde{x}_t + \hat{x}_{t-1} - \tilde{x}_{t-1}.$$

Assim, se $\hat{x}_{t-1} > \tilde{x}_{t-1}$, devemos ter $\hat{x}_t > \tilde{x}_t$. Isso mostra que, em nosso contra exemplo, o consumo de x aumenta de acordo com o consumo passado.

③ AMBÍGUO. Como sabemos, o módulo da taxa marginal de substituição entre dois bens, x e y é dado pela razão entre as utilidades marginais desses dois bens. Caso essa razão seja UMg_x/UMg_y, a taxa marginal de substituição terá por unidade a razão unidades do bem y/unidades do bem x, caso a razão seja UMg_y/UMg_x a unidade de medida será unidades do bem x/unidades do bem y. Visto que, no caso do enunciado, a utilidades marginais dos bens x e y são, respectivamente

$$UMg_x = \frac{\sqrt{y}}{2\sqrt{x}} \quad \text{e} \quad UMg_y = \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{y}},$$

a taxa marginal de substituição pode ser expressa por

$$TMS = \frac{y}{x}\frac{\text{unidades de } y}{\text{unidades de x}}$$

ou por

$$TMS = \frac{x}{y}\frac{\text{unidades do bem } x}{\text{unidades do bem } y}.$$

Calculando essas valores no ponto $(5, 20)$, concluímos que há duas formas de expressar a taxa marginal de substituição:

$$TMS = 4\frac{\text{unidades do bem } y}{\text{unidades do bem} x} \quad \text{ou} \quad TMS = \frac{1}{4}\frac{\text{unidades do bem } x}{\text{unidades do bem } y}$$

④ VERDADEIRO. Você provavelmente já conhece essa interpretação para o multiplicador de Lagrange, todavia, aqui vai a prova. Por simplicidade, assumiremos uma solução interior.

Considere um consumidor com preferências localmente não saciadas representadas pela função de utilidade $U(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ na qual $x_1, x_2, \ldots, x_n$ são as quantidades consumidas dos bens $1, 2, \ldots, n$, respectivamente. Sejam $p_1, p_2, \ldots, p_n$ os preços desses bens e m a renda do consumidor. Este atingirá o equilíbrio ao resolver o problema de maximizar sua função de utilidade dada a restrição orçamentária $p_1x_1 + p_2x_2 + \cdots + p_nx_n \leq 0$. O lagrangeano desse problema é

$$\mathcal{L} = U(x_1, x_2, \ldots, x_n) - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 + \cdots + p_nx_n - m)$$

As condições de primeira ordem para a maximização de utilidade desse consumidor são

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}U(x_1, x_2, \ldots, x_n) - \lambda p_i = 0, \; i = 1, 2, \ldots, n \qquad (1)$$

e

$$p_1x_1 + p_2x_2 + \cdots + p_nx_n = m \tag{2}$$

Sejam $x_1(p_1,\ldots,p_n,m), x_2(p_1,\ldots,p_n,m),\ldots,x_n(p_1,\ldots,p_n,m)$ as funções de demanda obtidas. Então, a função de utilidade indireta será

$$V(p_1,\ldots,p_2,m) = U\left(x_1(p_1,\ldots,p_n,m),\ldots,x_n(p_1,\ldots,p_n,m)\right)$$

Então, a utilidade marginal da renda será dada por

$$\frac{\partial V(p_1,\ldots,p_2,m)}{\partial m} = p_1\frac{\partial U}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial m} + p_2\frac{\partial U}{\partial x_2}\frac{\partial x_2}{\partial m} + \cdots + p_n\frac{\partial U}{\partial x_n}, \tag{3}$$

sendo as derivadas parciais da função de utilidade calculadas na escolha ótima $(x_1(p_1,\ldots,p_n,m),\ldots,x_n(p_1,p_2,\ldots,p_n,m))$. Da condição de utilidade máxima (1), sabemos que, na solução ótima, para $i = 1,2,\ldots,n$,

$$\frac{\partial U}{\partial x_i} = \lambda p_i.$$

Substituindo esse resultado na expressão para a utilidade marginal da renda ficamos com

$$\frac{\partial V}{\partial m} = \lambda\left[p_1\frac{\partial x_1(p_1,\ldots,p_n,m)}{\partial m} + \cdots + p_n\frac{\partial x_n(p_1,\ldots,p_n,m)}{\partial m}\right] \tag{4}$$

As cestas demandadas devem atender a condição (1), isto é, a igualdade abaixo é uma identidade:

$$p_1x_1(p_1,\ldots,p_2,m) + p_2x_2(p_1,\ldots,p_2,m) + \cdots + p_nx_n(p_1,\ldots,p_2,m) = m.$$

Derivando os dois lados dessa identidade em relação a m obtemos

$$p_1\frac{\partial x_1(p_1,\ldots,p_n,m)}{\partial m} + \cdots + p_n\frac{\partial x_n(p_1,\ldots,p_n,m)}{\partial m} = 1.$$

Substituindo esse resultado em (4), obtemos, finalmente

$$\frac{\partial V(p_1,p_2,m)}{\partial m} = \lambda(p_1,p_2,m).$$

Questão 7

Avalie as seguintes situações representadas através do instrumental da Teoria dos Jogos:

⓪ No jogo com pay-offs apresentados no Quadro 1 (abaixo), identifica-se uma solução de Equilíbrio de Nash ($A1$, $B3$) e duas estratégias que podem ser eliminadas por não serem racionais ($A3$ e $B2$).

① Em um jogo com um número finito de jogadores, cada um dos quais com um número definido de estratégias, se não existir um Equilíbrio de Nash baseado em estratégias puras, existirá pelo menos um equilíbrio baseado na adoção de estratégias mistas.

② Uma situação de Equilíbrio de Nash equivale necessariamente a um Ótimo de Pareto.

③ Num jogo do tipo "batalha dos sexos", com *pay-offs* apresentados no Quadro 2 (abaixo), existe um equilíbrio baseado em "estratégias mistas" quando as probabilidades de Maria e João irem ao cinema são de, respectivamente, 2/3 e 1/3.

④ Suponha que as empresas A e B vendam produtos concorrentes e estejam decidindo se irão ou não empreender campanhas de propaganda. Cada empresa, contudo, será afetada pela decisão de sua concorrente. Se ambas as empresas decidirem fazer propaganda, a Empresa A terá lucro de 10 e a Empresa B terá lucro de 5. Se a Empresa A fizer propaganda e a Empresa B não fizer, a Empresa A lucrará 15 e a Empresa B terá lucro zero. Se ambas as empresas não fizerem propaganda, a Empresa A terá lucro 20 e a Empresa B terá lucro 2. Se apenas a Empresa B fizer propaganda, a Empresa A terá lucro de 6 e a Empresa B terá lucro de 8. Nestas condições, existe um Equilíbrio de Nash com estratégias puras, que, no entanto, pode ser alterado quando o jogo se estrutura na forma sequencial.

Quadro 1:

		B		
		$B1$	$B2$	$B3$
	$A1$	0,2	3,1	4,3
A	$A2$	2,4	0,3	3,2
	$A3$	1,1	2,0	2,1

Quadro 2:

		João	
		Cinema	Futebol
Maria	Cinema	2,1	0,0
	Futebol	0,0	1,2

Legenda: (Payoff Maria, Payoff João)

Solução

⓪ FALSO. De fato, a combinação de estratégias $(A1, B3)$ é um dos equilíbrios de Nash desse jogo, pois, quando o jogados B joga $B3$, a melhor resposta do jogador A é jogar $A1$ (ao jogar $A1$, seu payoff é 4, se ele jogar $A2$, seu payoff será 3 e, se ele jogar $A3$, seu payoff será 2), e, quando o jogador A joga $A1$, a melhor resposta do jogador B é jogar $B3$ e ter um payoff igual e 3 (as alternativas seria jogar $B1$ e obter um payoff igual a 2 ou jogar $B2$ e obter um payoff igual a 1). Vocâ também pode verificar que

um outro equilíbrio de Nash para esse jogo é obtido quando o jogador A joga a estratégia $A2$ e o jogador B joga a estratégia $B1$.

Porém, não existe algo como uma estratégia irracional.

① VERDADEIRO. Esse é um dos resultados demonstrados pelo trabalho de John Nash que torna o conceito de equilíbrio de Nash aplicável em inúmeras situações.

② FALSO. Tomo, por exemplo, o equilíbrio de Nash de um jogo do tipo dilema dos prisioneiros tal como o representado abaixo:

		Jogador B	
		Cooperar	Não cooperar
Jogador A	Cooperar	2,2	0,3
	Não cooperar	3,0	1,1

Nesse jogo, o equilíbrio de Nash ocorre quando os dois jogadores não cooperam. Mas esse é o único resultado Pareto ineficiente do jogo, pois é o único resultado para o qual existe um outro resultado alternativo (obtido quando os dois jogarores jogam cooperar) que melhora a posição de um jogador sem piorar a de outro.

③ VERDADEIRO. Em um equilíbrio de Nash em estratégias mistas, cada um dos jogadores deve escolher ir ao cinema com uma probabilidade tal que faça com que o outro jogador fique indiferente entre ir ao cinema ou ao futebol, isto é que deixe os payoffs esperados desse outro jogador para essas iguais para essas duas escolhas. Sejam π_M e π_J as probabilidades com que Maria e João, respectivamente, vão ao cinema. Então, o payoff esperado de João, quando ele vai ao cinema é π_M e, quando ele vai ao futebol, esse payoff é $2(1 - \pi_M)$. Igualando esses dois payoffs esperados, obtemos a probabilidade com que Maria escolhe ir ao cinema no equilíbrio de Nash em estratégias mistas: $\pi_M = 2/3$.

Já o payoff esperado de Maria quando ela vai ao cinema é $2\pi_J$ e, quando ela vai ao futebol, esse payoff passa a ser $1 - \pi_J$. Igualando esses dois payoffs esperados obtemos a probabilidade com que João escolhe ir ao cinema no equilíbrio de Nash em estratégias mistas: $\pi_J = 1/3$.

④ FALSO. Observe abaixo a representação estratégica desse jogo quando jogado em movimentos simultâneos na qual *ECP* significa "empreender campanhas de propaganda" e *NECP* significa "não empreender campanhas de propaganda":

		Empresa B	
		ECP	*NECP*
Empresa A	*ECP*	$10, 5^{AB}$	$15, 0$
	NECP	$6, 8^{B}$	$20, 2^{A}$

O equilíbrio de Nash ocorre quando as empresas *A* e *B* jogam *ECP*. Ademais, *ECP* é estratégia dominante para a empresa *B*, pois, quando a empresa *A* joga *ECP*, ao escolher *ECP*, a empresa *B* tem um payoff igual a 5 e, caso escolhesse *NECP*, teria um payoff igual a 0 e, quando a empresa *A* joga *NECP*, o maior ganho da empresa *B* continua sendo obtido quando ela escolhe *ECP*, pois essa estratégia gera um payoff igual a 8 contra um payoff igual a 2 da estratégia *NECP*. Isso significa que, caso a empresa *B* seja a primeira a jogar ela continuará escolhendo a estratégia *ECP* pois, independentemente da movimento seguinte da empresa *A*, esta estratégia lhe dará o melhor resultado. Por outro lado, caso a empresa *A* seja a primeira a jogar, ela anteverá que independentemente de seu movimento inicial, a melhor estratégia para a empresa *B* será "escolher *ECP* como resposta a qualquer movimento inicial da emprea *A*" e, consequentemente deverá jogar a melhor resposta para essa estratégia que é *ECP*. Assim, mesmo que o jogo seja transformado em um jogo sequencial, as duas empresas devem escolher empreender campanhas de propaganda.

Questão 8

No que se refere ao processo de precificação em condições de concorrência imperfeita, é possível afirmar que:

⓪ No equilíbrio de longo prazo em condições de Concorrência Monopolista o lucro supranormal é eliminado e o preço se iguala ao custo marginal.

① Um Monopólio perfeitamente discriminador é eficiente de Pareto.

② Em uma situação de Monopólio, o mark-up da firma (medido pelo Índice de Lerner) será inversamente proporcional ao valor da elasticidade preço da demanda da firma.

③ Um monopolista que discrimina preços em dois mercados, fixa preço maior no mercado que apresenta elasticidade preço mais elevada

④ Se um monopolista vende determinado produto atrelado a serviço pós-venda (caracterizando "vendas casadas") para quatro tipos de consumidores, cujos preços de reserva são apresentados no quadro abaixo, então

a melhor opção para maximizar seus lucros é vender o produto a \$8 e o serviço a \$3, auferindo um lucro total de \$25.

Consumidor	Produto	Serviço
1	\$8	\$3
2	\$8	\$4
3	\$4	\$6
4	\$3	\$2

Solução

⓪ FALSO. Embora, de fato, em equilíbrio de longo prazo em um mercado em concorrência monopolística os lucros sejam eliminados, não é verdade que, nesse equilíbrio as empresas igualem seus custos marginais aos preços de seu produtos. Essas empresas continuam praticando uma margem sobre seus custos marginais, porém, com essa margem, o melhor que elas conseguem fazer é igualar os preços de seus produtos aos seus custos médios.

① VERDADEIRO. Um discriminador perfeito gera um excedente social máximo (portanto, é Pareto eficiente) e se apropria de todo esse excedente.

② VERDADEIRO. O índice de Lerner é dado pela expressão

$$\frac{p - CMg}{p}$$

na qual p é o preço praticado pelo monopolista e CMg é seu custo marginal de produção. A condição de lucro máximo do monopolista é dada pela igualdade entre receita marginal e custo marginal. Notando por q a quantidade demandada pelo produto do monopolista essa condição é dada por

$$p + \frac{\partial q}{\partial p} q = CMg$$
$$p - CMg = -q\frac{\partial q}{\partial p}$$
$$\frac{p - CMg}{p} = -\frac{q}{p}\frac{\partial q}{\partial p}$$
$$\frac{p - CMg}{p} = -\frac{1}{\epsilon}.$$

③ FALSO. O preço a ser praticado por esse monopolista no mercado i é dado pela expressão

$$p_i = CMg\frac{1}{1 - 1/|\epsilon_i|}$$

na qual p_i é o preço praticado no mercado i e ϵ_i é a elasticidade preço da demanda pelo produto do monopolista nesse mercado. Quanto maior for $|\epsilon_i|$, menor será $1/|\epsilon_i|$, maior será $1 - 1/|\epsilon_i|$ e, portanto, menor será o preço do produto.

④ FALSO. A rigor, não podemos qual seria a estratégia ótima de precificação para esse monopolista, pois o exercício não nos dá informações sobre a condição de custos desse monopolista. Se assumirmos que os custos de provisão do produto e dos serviços associados for zero, a melhor estratégia de preços para esse monopolista será vender o produto mais o serviço a uma preço único igual a \$10. Nesse caso ele faria a venda para três consumidores (1 a 3), auferindo um lucro igual a \$30.

QUESTÃO 9

Suponha uma situação de contrato entre um principal e vários agentes, que podem ser de dois tipos distintos com probabilidade $\pi_t = 1/2$. A função utilidade dos agentes é dada por: $U_t = S - C_t(x)$, $t = 1, 2$, em que S = salário pago ao agente, $C_t(x)$ a função custo referente a cada tipo de agente de produzir x unidades e t o índice que indexa o tipo de agente. Supõe-se ainda que $C_1(x) < C_2(x), \forall x > 0$ e $C_1'(x) < C_2'(x)$, $\forall x > 0$, ou seja, o agente do tipo 1 tem custo total e marginal de produção menor que o agente do tipo 2 para qualquer nível de produção. Os agentes não têm outra oportunidade no mercado de trabalho.

Diante dessa situação, avalie as seguintes afirmativas:

⓪ Se o principal puder distinguir cada tipo de agente e a função custo for do tipo $C_t = \frac{tx^2}{2}$, $t = 1, 2$, no nível de produção eficiente o agente do tipo 1 irá produzir a mesma quantidade que o agente do tipo 2.

① Supondo ainda que o principal observe os tipos de agentes, o salário pago a cada um dos agentes será igual a $S_1 = 0,5$ para o agente do tipo 1 e $S_2 = 0,25$ para o agente do tipo 2.

② Supondo agora que o principal não possa observar os tipos de agentes, é possível afirmar que no contrato ótimo ofertado pelo principal o agente do tipo 1 irá produzir exatamente a mesma quantidade que produzia no caso de simetria informacional e o agente de custo mais elevado irá produzir uma quantidade inferior à produzida no contrato com simetria informacional, ou seja, abaixo do nível de eficiência.

③ Supondo que o principal não possa observar os tipos de agentes, é possível afirmar que no contrato ótimo ofertado pelo principal o agente do tipo 2 irá auferir renda informacional, isto é, irá receber um salário que o deixa com nível de utilidade positivo.

④ Supondo que o principal não possa observar os tipos de agentes, é possível afirmar que o agente do tipo 1 irá produzir $x_1 = 1$ na alocação de equilíbrio e o agente do tipo 2 irá produzir $x_2 = 1/3$.

Solução

Antes de entrarmos na solução dos itens específicos, cabe notar que o exercício não é explícito quanto às unidades escolhidas para se medir o produto x e as funções de custo dos agentes $C_1(x)$ e $C_2(x)$. Como a solução demandará a comparação entre produto e custo, assumiremos que os custos dos agentes estão expressos em unidades de produto. Também assumiremos como condição necessária para resolver esse exercício que os custos marginais dos dois agentes sejam crescentes.

⓪ FALSO. No nível de produção eficiente, cada trabalhador irá igualar seu custo marginal ao preço do produto. Supondo-se que este seja igual a 1, ou seja supondo-se que a unidade de medida de valor é o próprio produto, isso implica

$$C_1'(x_1) = 1 \Rightarrow x_1 = 1$$

e

$$C_2'(x_2) = 1 \Rightarrow 2x_2 = 1 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2}.$$

① VERDADEIRO. Para induzir cada agente a produzir a quantidade eficiente, o principal deve oferecer uma remuneração (condicionada à obtenção da quantidade eficiente) suficiente para cobrir o custo do agente. Assim, para o agente 1, teremos

$$S_1 = C_1(1) = \frac{1^2}{2} = 0,5,$$

e para o agente 2 teremos

$$S_2 = C_2(0,5) = \frac{2 \times 0,5^2}{2} = 0,25.$$

② VERDADEIRO. O principal deverá desenhar um mecanismo de auto seleção oferecendo dois esquemas de remuneração possíveis. O primeiro esquema destina-se ao agente do tipo 1 e oferece uma remuneração S_1 condicionada à obtenção de um nível de produto q_1. O segundo esquema, destinado ao agente do tipo 2, oferece uma remureção S_2 condicionada à

obtenção de um produto q_2. Evidentemente, deveremos ter $q_1 > q_2$, pois o principal tem interesse em induzir o agente de menor custo a gerar um nível mais elevado de produção. As restrições que o principal deve respeitar são:

a) A remuneração destinada ao agente 2 não pode ser inferior ao custo no qual ele incorre ao produzir q_2 unidades de produto:

$$S_2 \geq C_2(q_2) \Rightarrow S_2 \geq q_2^2 \tag{5}$$

b) A remuneração destinada ao agente 1 tem que ser suficientemente elevada para evitar que ele prefira fazer-se passar por um agente do tipo 2 produzindo q_2 unidades ao invés de q_1 unidades:

$$S_1 - C_1(q_1) \geq S_2 - C_1(q_2),$$

isto é,

$$S_1 - \frac{q_1}{2} \geq S_2 - \geq \frac{q_2}{2} \Rightarrow S_1 \geq \frac{q_1^2 + q_2^2}{2}. \tag{6}$$

Como o principal visa a maximizar seu ganho esperado, as condições (5) e (6) acima deverão ser atendidas com igualdade. O ganho esperado do principal será dado por

$$GE = \frac{1}{2}(q_1 - S_2) + \frac{1}{2}(q_2 - S_2).$$

Substituindo nessa expressão as condições (5) e (6) com sinal de igualdade, obtemos

$$GE = \frac{1}{2}\left(q_1 - \frac{q_1^2 - q_2^2}{2}\right) + \frac{1}{2}\left(q_2 - q_2^2\right) = \frac{1}{2}\left(q_1 + q_2 - \frac{q_1^2}{2} - \frac{3}{2}\frac{q_2^2}{2}\right)$$

Derivando essa expressão em relação a q_1 e em relação a q_2 e igualando os resultados a zero encontramos a condição de ganho esperado máximo de primeira ordem:

$$\frac{\partial GE}{\partial q_1} = 0 \Rightarrow 1 - q_1 = 0 \Rightarrow q_1 = 1$$

$$\frac{\partial GE}{\partial q_2} = 0 \Rightarrow 1 - 3q_2 = 0 \Rightarrow q_2 = \frac{1}{3}.$$

As remunerações S_1 e S_2 são encontradas substituindos essas valores de q_1 e q_2 nas restrições (5) e (6):

$$S_1 = \frac{1}{2}\left[1^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2\right] = \frac{5}{9}$$

$$S_2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}.$$

Assim, o principal deverá oferecer a cada agente duas alternativas: produzir 1 unidade e receber uma remuneração igual a 5/9 ou produzir 1/3 unidades e receber uma remuneração igual a 1/9. Os agentes do tipo 1 escolherão a primeira alternativa e os agentes do tipo 2 escolherão a segunda, de modo que os agentes do tipo 1 produzirão a quantidade ótima $x_1 = 1$, equanto os agentes do tipo 2 produzirão menos do que sua quantidade ótima ($1/3 < 1/2$).

③ FALSO. A remuneração do agente do tipo 2, já obtida na solução do item anterior é exatamente igual ao valor de seu produto. Quem recebe uma renda informacional é o agente do tipo 1. Essa renda é dada pela diferença entre sua remuneração e o custo no qual ele incorre $5/9 - 1/2 = 1/18$.

④ VERDADEIRO. Esse foi o resultado que obtivemos ao resolver o item ②.

Questão 10

No que se refere à intervenção pública nos mercados, observa-se que:

⓪ Supondo que a demanda em dois mercados (A e B) é dada por $D(X) = 8 - P$, com a oferta da indústria no mercado A sendo dada por $S(X_A) = P_A$ e no mercado B por $S(X_B) = 2P_B - 4$, então o "peso morto" resultante da imposição de um imposto específico é maior no mercado B.

① A imposição de preço máximo ("teto") necessariamente conduz à perda de bem-estar e ao desabastecimento, independente da estrutura de mercado prevalecente.

② Em condições de Monopólio, a imposição de um imposto sobre os lucros irá acarretar aumento do preço e queda da quantidade produzida pela firma monopolista.

③ A eliminação de tarifas de importação conduz a redução do excedente apropriado pelos produtores locais, acompanhada por elevação do nível de bem-estar medido pelo excedente total.

④ Supondo uma demanda inversa dada pela equação $P = 210 - 2Q$, bem como um custo marginal privado (refletido na oferta de mercado) dado por $CMg = 150 + 2Q$, e admitindo que o processo de produção gera resíduos tóxicos cujo custo marginal para a sociedade é dado por $CMg_S = 2Q$, então, neste caso, a taxa de imposto específico que deve incidir sobre os produtores para atingir um ótimo social equivale a \$10 por unidade produzida.

Solução

⓪ VERDADEIRO. Expressemos a demanda e a oferta em sua forma inversa: $P^D = 8 - Q$ e $P^S_A = Q$ no mercado A e $P^D = 8$ e $P^S_B = 2 + Q/2$ no mercado B. Sem um imposto específico o equilíbrio se dá com a igualdade entre o preço de demanda e o preço de oferta. Assim, no mercado A a condição de equilíbrio é

$$8 - Q = Q \Rightarrow Q = 4,$$

e no mercado B a condição de equilíbrio é

$$8 - Q = 2 + Q/2 \Rightarrow Q = 4.$$

Com a intodução de um imposto específico no valor de t por unidade em cada um desses mercados, a condição de equilíbrio passa a ser que a diferença entre o preço de demanda e o preço de oferta seja igual a t. Portanto, no mercado A, o novo equilíbrio é obtido com

$$8 - Q - Q = t \Rightarrow Q = 4 - \frac{t}{2}.$$

Já no mercado B esse novo equilíbrio é obtido com

$$8 - Q - (2 + Q/2) = t \Rightarrow Q = 4 - \frac{2}{3}t.$$

O peso morto do imposto é área abaixo da curva de demanda e acima da curva de oferta entre a quantidade de equilíbrio após o imposto e a quantidade de equilíbrio sem imposto. Desse modo, o peso morto do imposto no mercado A (DWL_B) será dada por

$$DWL_A = \int_{4-\frac{t}{2}}^{4} (8 - Q - Q)\, dQ = \left[8Q - Q^2\right]_{4-\frac{1}{2}}^{4} = \frac{t^2}{4}.$$

Já a perda de peso morto do imposto no mercado B (DWL_B) é dada por

$$DWL_B = \int_{4-\frac{2}{3}t}^{4} \left[8 - Q - \left(2 + \frac{Q}{2}\right)\right] dQ = \left[6Q - \frac{3}{4}Q^2\right]_{4-\frac{2}{3}t}^{4} = \frac{t^2}{3}.$$

Portanto a perda de peso morto no mercado B é superio à perda de peso morto no mercado A.

① FALSO. No caso de monopólio, a imposição de um preço máximo igual ao correspondente à igualdade entre o preço de demanda e o custo marginal do monopolista, induz um aumento na quantidade produzida e a eliminação da perda de peso morto do monopólio.

② FALSO. Seja $t(\pi)$ o montante de imposto a ser cobrado do monopolista no qual π é o lucro bruto, isto é, antes do abatimento do imposto. Se a

estrutura de impostos tal que $\pi - t(\pi)$, isto é, o lucro líquido do imposto, é função monotonicamente crescente em π, então, ao maximizar π (o lucro bruto, ou o lucro antes da introdução do impostos) o monopolista também maximiza $\pi - t(\pi)$ (o lucro líquido após a introdução do imposto).

③ VERDADEIRO. A eliminição de tarifas sobre a importação de um bem leva à redução no preço de equilíbrio no mercado desse bem. Isso implica uma redução no preço obtido pelos produtores locais que, por essa razão vêem seu excedente diminuir. Todavia, os consumidores, por se depararem com um preço mais baixo têm um ganho de excedente que é superior à perda de excedente dos produtores locais, de tal sorte que o ganho de excedente social é positivo.

④ FALSO. O imposto a ser cobrado sobre os produtores dever ser igual ao custo social marginal calculado para o nível de produção ótimo do ponto de vista social, Q^*. Esse nível de produção é atingido quando a soma do custo marginal privado mais o custo marginal social decorrente dos resíduos tóxicos se iguala ao preço de demanda:

$$150 + 2Q + 2Q = 210 - Q \Rightarrow Q = 10.$$

Calculando o custo marginal social decorrente da geração de resíduos tóxicos para $Q = 10$, obtemos então a taxa a ser cobrada por unidade produzida: $t = 2Q^* = 20$.

Questão 11

Considere um jogo simultâneo, G, representado em forma matricial, com dois jogadores. O jogo de compromisso derivado do jogo simultâneo consiste em permitir que um dos jogadores se mova antes, escolhendo sua estratégia pura, que é anunciada ao outro jogador. O segundo jogador pode, então, escolher alguma de suas ações como resposta à estratégia do primeiro jogador. Pergunta-se:

⓪ Um Equilíbrio de Nash em G sempre é um Equilíbrio de Nash perfeito em subjogo no jogo de compromisso derivado de G.

① Se G pode ser representado por uma matriz m por n, em que m representa o número de ações para o jogador 1 e n o número de ações para o segundo jogador, o primeiro jogador possui $m \times n$ estratégias no jogo de compromisso derivado de G.

② No Equilíbrio de Nash perfeito em subjogo do jogo de compromisso derivado de G, o primeiro jogador nunca escolhe uma estratégia que seria estritamente dominada no jogo original, G.

③ No Equilíbrio de Nash perfeito em subjogo do jogo de compromisso derivado de G, o segundo jogador nunca escolhe uma ação que seria estritamente dominada no jogo original, G.

④ Se a melhor resposta do segundo jogador à qualquer estratégia x do primeiro jogador sempre for única, o primeiro jogador sempre terá um ganho no Equilíbrio de Nash perfeito em subjogo no jogo de compromisso maior ou igual ao ganho que teria em qualquer um dos Equilíbrios de Nash no jogo original, G.

Solução

⓪ FALSO. Considere, por exemplo, a representação estratégica do jogo abaixo:

		Jogador B C1	Jogador B C2
Jogador A	L1	$2, 1$	$0, 0$
Jogador A	L2	$0, 0$	$1, 2$

Esse jogo tem dois esquilíbrio de Nash: (C1,L1) e (C2,L2). Porém, caso o jogador A seja o primeiro a se mover e o jogador B escolha sua ação após observar o movimento do jogador A, haverá um único equilíbrio de Nash perfeito em subjogos que ocorre quando o jogador A escolhe C1 e o jogador B escolher "jogar L1 caso o jogador A jogue C1 e L2 caso o jogador A jogue C2". Assim, o equilíbrio de Nash perfeito de subjogos gerará o resultado equivalente a apenas um dos equilíbrio do jogo não transformado em jogo sequencial.

① FALSO. O número de estratégias do primeiro jogador é igual ao seu número de ações (m). Para o segundo jogador, como cada estratégia define uma ação em resposta a cada possível ação do primeiro jogador, o número de possíveis estratégias é dado pelo produto do número de possíveis ações do primeiro jogador vezes o número de ações do segundo jogador ($m \times n$).

② FALSO. Considere como contra exemplo o jogo simultâneo com a seguinte representação estratégica.

		Jogador B C1	C2
Jogador A	L1	2,1	4,0
	L2	1,0	3,1

Nesse jogo, para o jogador A, L2 é estratégia estritamente dominada pela estratégia L1. Porém se o jogo for transformado em um jogo sequencial com o jogador A escolhendo em primeiro lugar, ele perceberá que, caso escolha a estratégia L1, o jogador B deverá escolher C1 em resposta de tal sorte que seu payoff (do jogador A) será igual a 2. Se ele escolher a estratégia dominada do jogo inicial (simultâneo), isto é, se ele escolher L2, o jogador B deverá responder escolhendo C2 e o payoff de A será 3. Desse modo, quando o jogo é transformado em um jogo com movimentos sequenciais com o jogador A sendo o primeiro a jogar, no equilíbrio de Nash perfeito em subjogos, o jogador A escolhe jogar L2, a estratégia estritamente dominada do jogo com movimentos simultâneos.

③ VERDADEIRO. Se uma ação $a1$ do segundo jogador é estritamente dominada no jogo G então existe uma outra ação $a2$ que, independentemente da escolha do primeiro jogador sempre propicia um payoff maior para o segundo jogador do que o payoff que ocerreria caso ele optasse por escolher $a1$. Desse modo, independenteme de qual seja o movimento do primeiro jogador, o segundo jogador sempre terá um maior payoff escolhendo $a2$ no lugar de $a1$. Portanto, ele nunca escolherá a estratégia estritamente dominada $a1$. (Nossa resposta difere da do gabarito).

④ VERDADEIRO. Seja (E_1, E_2) o perfil de estratégias do jogo G correspondente ao equilíbrio de Nash com maior *payoff* para o primeiro jogador no qual E_1 é a estratégia escolhida pelo primeiro jogador e E_2 é a estratégia escolhida pelo segundo jogador. Se o jogo for transformado em um jogo de compromisso, o primeiro jogador poderá escolher E_1; como E_2 é, por hipótese, a única melhor resposta do segundo jogador a E_1, o segundo jogador escolherá responder com a ação E_2. Portanto, o primeiro jogador poderá nesse caso garantir um *payoff* maior ou igual ao de qualquer equilíbrio de Nash no jogo G.

Questão 12

Considere uma comunidade com n indivíduos, com uma dotação inicial de bens de w_i, e cuja utilidade é dada pelo seu consumo de bens, x_i, e do volume de um bem público G que é igual à soma dos valores de contribuição de cada

um dos indivíduos, $G = \sum_{i=1}^{n} g_i$. A utilidade de cada um dos indivíduos é dada por $u_i = x_i + a_i \ln G$, em que $a_1 > 1$. Suponha que, na determinação de sua escolha de contribuição, o indivíduo assuma que os outros não alterarão sua contribuição em resposta.

⓪ Neste caso, metade dos indivíduos maximizando sua utilidade contribuirá igualmente $2G/n$.

① Apenas metade dos indivíduos caroneará (free ride) no dispêndio dos outros.

② A solução Pareto Ótima envolve apenas o indivíduo com maior a_i contribuindo.

③ A solução Pareto Ótima coincide com a solução descentralizada.

④ O indivíduo com maior a_i colabora com metade do valor do bem público.

Solução

Para respondermos aos itens dessa questão, determinemos a condição de equilíbrio de provisão do bem público descentralizada e a condição de provisão ótima desse bem.

Quando os indivíduos tomam suas decisões descentralizadamente, a contribuição máxima que cada indivíduo está disposto a fazer é a que maximiza sua função de utilidade. Assim, o indivíduo i deverá escolher um nível de contribuição não negativa que maximize

$$(m_i - g_i) + a_i \ln\left(g_i + \sum_{j \neq i} g_j\right),$$

sendo que m_i é a renda do indivíduo i. Derivando em relação a g_i que é a variável de controle do indivíduo e igualando a zero, obtemos a condição de maximização de utilidade desse indivíduo:

$$g_i = a_i - \sum_{j \neq i} q_j.$$

Assumindo que g_i não possa ser negativo, ficamos com

$$g_i = \max\left\{0, a_i - \sum_{j \neq i} q_j\right\}. \tag{7}$$

O equilíbrio descentralizado ocorre quando a expressão acima é verdadeira para todos os indivíduos. Para caracterizá-la com maior facilidade suponha

que os indivíduos sejam ordenados de tal modo que $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \cdots \leq a_n$. Se $a_n > a_{n-1}$ o equilíbrio descentralizado se dará com $g_n = a_n$ e $g_i = 0$ para $i < n$. Se houver um inteiro $m < n$ para o qual $a_m = a_{m+1} = \cdots = a_n$ então o equilíbrio será caracterizado por $g_i = 0$ caso $i < m$ e $\sum_{i=m}^{n} g_i = a_n$. Note que, nesse último caso, há infinitos equilíbrios possíveis, todos gerando a mesma provisão do bem público.

A quantidade ótima de provisão do bem público, G^*, é a que iguala o custo marginal dessa provisão à soma das disposições marginais a pagar dos indivíduos:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{a_i}{G} = 1 \text{ ou seja, } G^* = \sum_{i=1}^{n} a_i. \tag{8}$$

O esquema de financiamento para a obtenção dessa quantidade ótima do bem público é, do ponto de vista da eficiência, fortemente arbitrário. Qualquer combinação factível de contribuições $g_1, g_2, \ldots, g_n$ tal que $\sum_{i=1}^{n} g_i = G^*$ é compatível com o critério de ótimo de Pareto.

⓪ FALSO. Não há como dizer isso. No caso da solução descentralizada, o número de indivíduos que contribuirão para a aquisição do bem público será igual ao número de indivíduos com a_i máximo. No caso da solução ótima, o número de indivíduos que devem contribuir para a aquisição do bem público é arbitrário.

① FALSO. Vide comentário do item anterior.

② FALSO. A solução Pareto ótima define apenas a quantidade a ser provida do bem público e não que indivíduos deverão contribuir para essa provisão.

③ FALSO. Comparando as condições (7) e (8), concluímos que, via de regra, $G^* > \hat{G}$.

④ Falso. Na solução ótima não há regra para a colaboração de cada indivíduo. Na solução descentralizada, caso o indivíduo com maior a_i contribuirá com a totalidade dos gastos com a aquisição do bem público.

Questão 13

Considere dois agentes, $i = 1, 2$,que estão decidindo a que velocidade chegam a um destino. Cada um deles possui uma função utilidade $U_i(v_i) = 2 \times v_i$, em que v_i é a velocidade que eles estão trafegando. Só que, quanto mais rápido eles andam pela estrada, maior a probabilidade de ocorrência de um acidente, que é denotada por $p(v_1, v_2)$, e que dá a eles um custo de $0,5$ cada. A partir destas afirmações, responda V ou F as alternativas a seguir.

⓪ Há um incentivo para que os motoristas dirijam mais rápido do que o socialmente ótimo.

① Se o agente for multado na eventualidade de um acidente, a velocidade em que ele trafega é maior.

② A multa que faria com que os agentes andassem pela estrada à velocidade socialmente ótima é de 0,5

③ Na multa socialmente ótima, a despesa que os agentes teriam de incorrer com a multa é superior ao custo do acidente.

④ Se o primeiro agente somente deriva utilidade se não houver acidente, a multa ótima para este agente independe da velocidade em que os agentes estão se movendo.

Solução

⓪ VERDADEIRO. Ao aumentar sua velocidade, cada agente provoca um custo adicional para si dado pelo produto entre o custo de 0,5 vezes o impacto do aumento em sua velocidade sobre a probabilidade de que ocorra um acidente e um custo adicional para o outro agente de igual valor provocado pelo aumento na probabilidade de acidente. Para decidir em que velocidade trafegar, o agente só leva em consideração o primeiro custo, visto que o segundo será arcado pelo outro agente. Assim, cada agente tende a subestimar o custo de sua velocidade e, com isso, trafegar em uma velocidade superior à que seria ótima.

① FALSO. Caso o agente seja multado na eventualidade de um acidente, o custo do acidente será majorado. Isso gerará um incentivo adicional para que o agente procure evitar a ocorrência de acidente através da redução de sua velocidade.

② VERDADEIRO. Tal multa faria com que cada agente, ao escolher sua velocidade, considerasse não apenas o custo do acidente para si, mas também o custo desse acidente para o outro agente.

③ FALSO. Na multa socialmente ótima, cada agente paga na forma de multa o dano causado ao outro agente.

④ VERDADEIRO. De fato a multa ótima a ser imposta ao primeiro agente independe de suas preferências, mas depende do custo do acidente para o outro agente. Visto que este independe das velocidades trafegadas, tal multa não é função das velocidades com que os agentes se movem.

Suponha que uma firma opere em dois sub-mercados cujas demandas são dadas, respectivamente, pelas equações $D_A(P) = 3 - \frac{P}{2}$ para $P < 6$ (e zero em outras situações) e $D_B(P) = 4 - \frac{P}{2}$ para $p < 8$ (e zero em outras situações). Sabendo que a firma opera com uma função custo total dada por $CT(X) = X$, diga qual a relação (Lucro 1/Lucro 2) estabelecida entre o montante de lucros gerados em duas situações distintas: (1) Quando a firma pratica uma discriminação perfeita através do estabelecimento de uma "tarifa duas-partes"; (2) Quando a firma estabelece preços diferentes para os dois sub-mercados, segundo o princípio da "discriminação de 3º grau".

Solução

Note que o custo marginal desse firma é $CMg = \frac{d}{dX}C(X) = 1$. Será mais conveniente trabalhar com as funções de demanda inversa nos dois mercados:

$$P_A = 6 - 2Q_A \quad \text{e} \quad P_B = 8 - 2Q_B.$$

O discriminador perfeito vende a quantidade para a qual o preço de demanda é igual ao custo marginal e tem por receita a área abaixo da curva de custo de demanda entre zero e essa quantidade. Assim, se a firma operar como discriminadora perfeita de preços, no mercado A, ela venderá uma quantidade tal que

$$6 - 2Q_A = 1 \Rightarrow Q_A = \frac{5}{2},$$

obtendo uma receita dada por

$$R_A = \int_0^{5/2} (6 - 2Q)dQ = [6Q - Q^2]_0^{5/2} = \frac{35}{4},$$

e um lucro dado por

$$\Pi_A = R_A - C(5/2) = \frac{35}{4} - \frac{5}{2} = \frac{25}{4}.$$

Similarmente, no mercado B, a firma deverá vender uma quantidade tal que

$$8 - 2Q_B = 1 \Rightarrow Q_B = \frac{7}{2},$$

obtendo uma receita igual a

$$R_B = \int_0^{7/2} (8 - 2Q)\, dQ = \left[8Q - Q^2\right]_0^{7/2} = \frac{63}{4},$$

e um lucro igual a

$$\Pi_B = R_B - C(7/2) = \frac{63}{4} - \frac{7}{2} = \frac{49}{4}$$

Portanto, caso atue como um discriminador perfeito, a firma obterá um lucro total de

$$\Pi^* = \frac{25}{4} + \frac{49}{4} = \frac{37}{2}. \tag{9}$$

No caso em que a firma pratica discriminação de preços de terceiro grau entre os dois mercados, deve igualar as receitas marginais dos dois mercados ao seu custo marginal. As receitas totais nos mercados A e B são dadas, respectivamente por

$$RT_A = 6Q_A - 2Q_A^2 \quad \text{e} \quad RT_B = 8Q_B - 2Q_B^2.$$

Portanto, as receitas marginais são

$$RMg_A = 6 - 4Q_A \quad \text{e} \quad RMg_B = 8 - 4Q_B.$$

Desse modo, a condição de lucro máximo sob um esquema de discriminação de preços de terceiro grau é

$$RMg_A = RMg_B = CMg \Rightarrow 6 - 4Q_A = 8 - 4Q_B = 1$$

Resolvendo para Q_A e Q_B obtemos

$$Q_A = \frac{5}{4} \quad \text{e} \quad Q_B = \frac{7}{4}$$

Os preços correspondentes a essas quantidades sobre as respectivas curvas de demanda são

$$P_A = \frac{7}{2} \quad \text{e} \quad P_B = \frac{9}{2}.$$

Então, os lucros em cada um dos mercados serão dados por

$$\pi_A = P_A Q_A - C(Q_A) = \frac{7}{2}\frac{5}{4} - \frac{5}{4} = \frac{25}{8}$$

e

$$\pi_B = P_B Q_B - C(Q_B) = \frac{9}{2}\frac{7}{4} - \frac{7}{4} = \frac{49}{8}.$$

O lucro total da firma será

$$\overline{\Pi} = \pi_A + \pi_B = \frac{37}{4}. \tag{10}$$

Comparando as equações (9) e (10) chegamos, enfim à razão pedida pela questão:

$$\frac{\Pi^*}{\overline{\Pi}} = \frac{37/2}{37/4} = 2$$

Questão 15

Uma firma possui duas plantas com funções custos distintas. A planta 1 apresenta a seguinte função custo total:$C_1(Y_1) = \frac{Y_1^2}{2}$. A planta 2 apresenta a seguinte função custo total: $C_2(Y_2) = Y_2$. Calcule o custo total que o produtor proprietário dessas duas plantas irá incorrer se decidir produzir 1,5 unidades.

Solução

A fim de minimizar seus custos de produção, a firma deve alocar tal produção entre as duas plantas de modo a igualar seus custos marginais de produção. O custo marginal de produção na planta 1 é

$$CMg_1 = \frac{d}{dY_1}\frac{Y_1^2}{2} = Y_1.$$

Já o custo marginal de produção na planta 2 é

$$CMg_2 = \frac{d}{dY_2}Y_2 = 1.$$

Portanto, a condição de igualdade entre os dois custos marginais requer que

$$Y_1 = 1.$$

Como a firma deseja produzir $1,5$ unidades, deverá, alocar 1 unidade na planta 1 com custo de produção igual a $C_1(1) = 1/2$ e $0,5$ unidade na planta 2 com custo de produção igual a $C_2(1/2) = 1/2$, de tal sorte que o custo total de produzir $1,5$ unidades será igual a $C_1(1) + C_2(2) = 1$.

RESOLUÇÃO DO EXAME ANPEC DE MICROECONOMIA PARA 2008

ROBERTO GUENA DE OLIVEIRA

Questão 1

A respeito dos índices de Laspeyres e Paasche e de seu emprego na avaliação de mudanças de bem-estar do consumidor, avalie as afirmações:

⓪ O índice de preços de Laspeyres baseia-se na premissa de que os consumidores não alteram seus padrões de consumo após uma mudança de preços.

① índice de preços de Laspeyres superestima e o de Paasche subestima o "custo de vida ideal".

② Um governo que utilize um índice de preços de Laspeyres para reajustar benefícios sociais tenderá a sobrevalorizar o reajuste.

③ Se o índice de quantidade de Paasche for maior que 1, o consumidor estará pior no período corrente do que no período-base.

④ Se o índice de quantidade de Laspeyres for menor que 1, nada se poderá afirmar a respeito da mudança de bem-estar do consumidor.

Solução

⓪ Verdadeiro com ressalva. Parece que a intenção do examinador é dizer que o índice Laspeyres de preço apenas é um indicador adequado da variação no custo de manutenção do nível de bem-estar do consumidor caso este não altere a proporção na qual ele consome os diversos bens em resposta a mudanças nos preços. Conforme visto em sala de aula, isso é verdadeiro. A rigor, a afirmação é um pouco forte e pode ser contestada. O índice Laspeyres de preços é apenas uma convenção para a mensuração da variação de preços. Dificilmente pode-se dizer que, em 1871, quando Étienne Laspeyres publicou pela primeira vez a fórmula para seu índice de preços, ele estivesse pensando nesses termos, ou que os diversos institutos de pesquisa que elaboram índices Laspeyres de preços pressupõem que "os consumidores não alteram seus padrões de consumo após uma mudança de preços".

① Verdadeiro. Um reajuste na renda pelo índice Laspeyres de preço faz com que a linha de restrição orçamentária do consumidor volte a conter a cesta de bens consumida no período base. Sendo ela acessível após o reajuste na renda, a escolha ótima do consumidor deverá ser ao menos tão boa quanto essa cesta de bens. Usualmente, salvo os casos particulares de algumas soluções de canto e de soluções em um ponto não diferenciável da curva de indiferença, a escolha

ótima será preferida à cesta de bens do período base. Conseqüentemente, o reajuste de renda necessário para devolver o consumidor ao bem-estar do período base é, usualmente, menor do que o reajuste na renda de acordo com a variação no índice Laspeyres de preço.

(2) Falso. Conforme visto em sala de aula (ver o material de preferência revelada), dizer que o índice Paasche de quantidade é maior do que 1 equivale a dizer que a cesta de bens consumida no período corrente é revelada preferida à cesta de bens consumida no período base, ou seja, que a linha de restrição orçamentária do período corrente passa acima da cesta de bens consumida no período base. Isso implica (desde que se suponha algum tipo de não saciedade local) que o consumidor deve estar melhor no período corrente do que estava no período base. Exatamente o contrário do que foi afirmado.

(3) Falso. Se o índice Laspeyres de quantidade é menor do que 1, a cesta de bens consumida no período base é revelada preferida à cesta de bens consumida no período corrente, o que implica que, no período corrente, o consumidor está pior do que no período base.

Questão 2

Um consumidor tem a função utilidade $U(x, y) = x^{\alpha} y^{1-\alpha}$, com $0 < \alpha < 1$, em que x é a quantidade do primeiro bem e y a do segundo. Os preços dos bens são, respectivamente, p e q, e m é a renda do consumidor. Julgue as afirmações:

(0) A demanda do consumidor pelo primeiro bem será $x = m/p$.

(1) A demanda do consumidor pelo segundo bem será $y = \frac{(1-\alpha)m}{\alpha q}$

(2) Se $m = 1.000$, $\alpha = \frac{1}{4}$ e $q = 1$, então o consumidor irá adquirir 250 unidades do segundo bem.

(3) Suponha que: $m = 288$, $\alpha = \frac{1}{2}$ e $p = q = 1$. Se q quadruplicar, será necessário triplicar a renda do consumidor para que ele fique tão bem quanto antes, pelo cálculo de sua variação compensatória.

(4) Suponha que $m = 288$, $\alpha = \frac{1}{2}$ e imagine que, após uma situação inicial em que $p = q = 1$, q tenha quadruplicado. Pelo cálculo da variação equivalente, a variação de bem-estar corresponderá à redução de sua renda à metade, aos preços iniciais.

Solução

Para resolver essa questão, vamos calcular as função de demanda e de utilidade indireta desse consumidor. A função de utilidade tem a forma de uma função Cobb-Douglas $U(x, y) = Ax^a y^b$ na qual $A = 1$, $a = \alpha$ e $b = 1 - \alpha$. Sabemos que as funções de demanda para essas funções de utilidade são dadas por

$$x(p, q, m) = \frac{a}{a+b}\frac{m}{p} \quad \text{e} \quad y(p, q, m) = \frac{b}{a+b}\frac{m}{q}.$$

Fazendo $A = 1$, $a = \alpha$ e $b = 1 - \alpha$, obtemos as funções de demanda para o nosso caso particular:

$$x(p, q, m) = \alpha \frac{m}{p} \tag{1}$$

$$y(p, q, m) = (1 - \alpha) \frac{m}{q} \tag{2}$$

Substituindo essas funções de demanda na função de utilidade, encontramos a função de utilidade indireta

$$V(p, q, m) = U(x(p, q, m), y(p, q, m)) = \alpha^{\alpha}(1 - \alpha)^{1-\alpha} \frac{m}{p^{\alpha} q^{1-\alpha}} \tag{3}$$

De posse das expressões (1), (2) e (3), podemos responder aos itens dessa questão:

⓪ Falso. A demanda pelo bem x é dada por (1).

① Falso. A verdadeira demanda pelo bem y é dada por (2).

② Falso. Substituindo $m = 1.000$, $q = 1$ e $\alpha = 1/4$ em (2) obtemos a quantidade a ser demandada do bem y:

$$y = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \frac{1000}{1} = 750.$$

③ Falso. Se o preço do bem y varia de q_0 para q_1, a renda inicial do consumidor é m_0 e o preço do bem x permanece constante igual a p_0, a renda m^* necessária para fazer com que o consumidor fique, após a variação no preço do bem y, tão bem quanto antes dessa variação deve ser tal que

$$V(p_0, q_1, m^*) = V(p_0, q_0, m_0)$$

Fazendo $p_0 = q_0 = 1$, $m_0 = 288$ e $q_1 = 4$, ficamos com

$$V(1, 4, m^*) = V(1, 1, 288)$$

Usando a expressão (3) para a função de utilidade indireta e fazendo $\alpha = 1/2$, obtemos

$$\frac{1}{2}^{\frac{1}{2}}(1 - \frac{1}{2})^{1-\frac{1}{2}} \frac{m^*}{1^{\frac{1}{2}} 4^{1-\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2}^{\frac{1}{2}}(1 - \frac{1}{2})^{1-\frac{1}{2}} \frac{288}{1^{\frac{1}{2}} 1^{1-\frac{1}{2}}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\frac{m^*}{2} = \frac{1}{2} 288 \Rightarrow m^* = 2 \times 288 = 576$$

Portanto, basta dobrar, e não triplicar, a renda do consumidor para que ele fique tão bem quanto antes do aumento no preço do bem y. A diferença $m^* - m_0 = 288$ é a variação compensatória associada à variação no preço desse bem.

④ Verdadeiro. Queremos saber qual é a renda $\widehat{m}$ que faria com que o consumidor, aos preço iniciais, obtivesse o mesmo nível de utilidade que na situação final. Para tal, basta resolvermos a equação

$$V(1, 1, \widehat{m}) = V(1, 4, 288),$$

o que equivale a, usando (3),

$$\frac{1}{2}\frac{\widehat{m}}{1} = \frac{1}{2}\frac{288}{4^{1/2}} \Rightarrow \widehat{m} = \frac{288}{2} = 144$$

Assim $\hat{m}$ é metade da renda inicial. A diferença entre a renda inicial e $\hat{m}$, $288 - 144 - 144$ é a variação equivalente na renda.

Questão 3

Um indivíduo possui riqueza $W = \$100$ e se depara com uma loteria que pode acrescentar \$44 a sua riqueza, com probabilidade $\frac{1}{4}$, ou subtrair \$36, com probabilidade $\frac{3}{4}$. Sua utilidade, do tipo Von Neumann-Morgenstern (VNM), é dada por $u(x) = \sqrt{x}$. Julgue as afirmações:

⓪ A medida relativa de aversão ao risco desse indivíduo é estritamente decrescente.

① O máximo que o indivíduo está disposto a pagar para se livrar do risco é \$19.

② O indivíduo está disposto a pagar \$3 a mais do que o prêmio de seguro justo (fair insurance premium) para se livrar do risco.

③ Se a riqueza do indivíduo aumentasse, sua aversão absoluta ao risco diminuiria.

④ Para esse indivíduo, a utilidade esperada da riqueza é maior do que a utilidade do valor esperado da riqueza.

Solução

⓪ Falso. A medida relativa de aversão ao risco é dada por $-x\frac{u''(x)}{u'(x)}$. No presente caso,temos $u'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ e $u''(x) = -\frac{2}{\sqrt{x^3}}$, de tal sorte que a medida de aversão relativa ao risco será

$$x\frac{\frac{2}{\sqrt{x^3}}}{\frac{1}{\sqrt{x}}} = \frac{1}{2}.$$

Desse, modo, a medida relativa de aversão ao risco desse indivíduo será constante e igual a $\frac{1}{2}$, e não decrescente.

Se você se lembrar da forma geral de uma função de utilidade com aversão relativa ao risco constante, $u(x) = x^{1-\alpha}$ com $\alpha \neq 1$, reconhecerá imediatamente que a função apresentada $u(x) = \sqrt{x} = x^{1-\frac{1}{2}}$ é uma função com que apresenta aversão relativa ao risco constante e responderá esse item prontamente.

① Verdadeiro. Calculemos o equivalente seguro ES dessa loteria, isto é, o valor que, livre de risco, gera uma utilidade igual à da loteria:

$$\sqrt{ES} = \frac{1}{4}\sqrt{100+44} + \frac{3}{4}\sqrt{100-36} = \frac{\sqrt{144}}{4} + \frac{3\sqrt{64}}{4} = 9.$$

Assim, $ES = 81$, de tal sorte que o indivíduo está disposto a pagar até $100 - 81 = 19$ para se livrar do risco.

② Verdadeiro. O prémio do seguro justo é igual ao valor da perda esperada $= -(\frac{1}{4}44 - \frac{3}{4}36) = 16$. Como ele está disposto a pagar \$19, ele está disposto a pagar \$3 a mais do que o prêmio do seguro atuarialmente justo.

③ Verdadeiro. A medida de aversão absoluta ao risco é $-u''(x)/u'(x)$. No presente caso, ela será igual a

$$\frac{\frac{2}{\sqrt{x^3}}}{\frac{1}{\sqrt{x}}} = \frac{1}{2x},$$

de tal sorte que ela é decrescente em relação a x. Também poderíamos responder esse item lembrando que, se a aversão relativa ao risco é constante, a aversão absoluta ao risco deve ser decrescente.

④ Falso. Basta constatar que, sendo suas medidas de aversão ao risco positivas, esse indivíduo é avesso ao risco, vale dizer, ele atribui ao valor esperado da riqueza uma utilidade maior do que a utilidade esperada da riqueza.

Questão 4

Considere um ativo sem risco, com retorno $r_f = 10\%$, e um ativo arriscado (digamos um e investimento em ações) com retorno esperado $r_m = 16\%$ e variância $\sigma^2 = 4$. Julgue as m afirmações:

⓪ De acordo com o modelo média-variância, o preço do risco é $p = 0,06$.

① De acordo com o modelo média-variância, a taxa marginal de substituição entre risco e retorno é $0,03$.

② De acordo com o modelo de determinação de preços de ativos de capital (CAPM), se o beta de um ativo arriscado é 3, o retorno esperado desse ativo será 28%.

③ De acordo com o modelo CAPM, se o beta de um ativo é 0,5 e se seu valor esperado é $226, o ativo deveria ser vendido, hoje, a $200.

④ O risco total de uma carteira de ativos será reduzido se alguns de seus ativos forem negativamente correlacionados com outros ativos da carteira.

Solução

⓪ Falso. O prêmio do risco de um ativo é dado pela razão entre a rentabilidade adicional desse ativo em comparação com o ativo livre de risco $(0,16 = 0,10 = 0,06)$ dividido pelo risco do ativo, que, no caso de um único ativo é dado pelo desvio padrão de sua rentabilidade $(\sigma = \sqrt{4} = 2)$. Assim, o prêmio do risco desse único ativo é $0,06/2 = 0,03$

① Verdadeiro. Para maximizar sua utilidade, o investidor deve escolher investir no ativo com riso uma parcela de sua riqueza que faça com que sua taxa marginal de substituição entre risco e retorno se iguale ao preço do risco, que, conforme vimos acima é $0,03$. A rigor, o examinador deveria especificar que essa igualdade se dá no ponto de equilíbrio do consumidor, porém, podemos considerar isso como subentendido.

⓶ Verdadeiro. A rigor, para que pudéssemos responder esse item, o examinador deveria fornecer a rentabilidade esperada do mercado. O contexto do exercício parece sugerir, todavia, que essa rentabilidade seja a do ativo citado no enunciado geral dessa questão, $0,16$. De acordo com o modelo CAPM, a rentabilidade r_a de um ativo com risco é dada por $r_a = r_f + \beta(r_m - rf)$. Com os números do exercício, ficamos com $r_a = 0,10 + 3(0,16 - 0,10) = 0,18$

⓷ Verdadeiro. Pelo mesmo raciocínio do item anterior, a rentabilidade esperada do ativo com $\beta = 0,5$ será de $0,10 + 0,5(0,16 - 0,10) = 0,13$. Chamando de VE o valor esperado do ativo e de x o preço desse ativo, também podemos expressar a rentabilidade esperada por

$$\frac{VE - x}{x}.$$

Combinando os dois resultados e usando $VE = 226$, ficamos com

$$\frac{226 - x}{x} = 0,13 \Rightarrow x = \frac{226}{1,13} = 200.$$

⓸ Verdadeiro. Se as rentabilidades de dois ativos são negativamente, correlacionadas, então, quando um ativo tem uma rentabilidade menor do que sua rentabilidade esperada, o outro ativo tem uma maior probabilidade de ter uma rentabilidade maior que sua rentabilidade esperada, de tal sorte que a perda em um ativo tende a ser compensada pelo ganho em outro ativo. Isso gera uma redução de risco.

Questão 5

Considere a tecnologia representada pela função de produção $f(K, L) =$, em que $\rho \geq -1$ e $K, L > 0$. Julgue as afirmações:

⓪ Essa tecnologia é também representada pela função $F(K, L) = \log[f(k, l)] + 35$.

⓵ Essa tecnologia possui retornos constantes de escala.

⓶ ρ denota a elasticidade de substituição.

⓷ Se ρ tende para infinito, então $f(K, L)$ tende para uma função de produção Cobb-Douglas.

⓸ Se ρ tende para zero, então $f(K, L)$ tende para uma função de produção Leontief, ou de proporções fixas.

Solução

⓪ Falso. Diferentemente do que ocorre com a função de utilidade, as funções de produção tem significado cardinal, isto é, elas retornam a medida efetiva de alguma coisa, qual seja, o volume de produção da empresa. Nesse sentido, quando aplicamos à função de produção uma transformação monotônica arbitrária, como $\log[f(k, l)] + 35$ alteramos a medida do nível de produção associado aos diversos empregos possíveis dos insumos e, conseqüentemente, deixamos de representar a tecnologia descrita pela função de produção inicial.

① Verdadeiro. Basta ver que se trata de uma função de produção do tipo CES, que, sabemos, apresenta rendimentos constantes de escala. Alternativamente, podemos checar lembrando que $f(K, L)$ apresenta rendimentos constantes de escala se, e somente se, para qualquer $\alpha > 0$, $f(\alpha K, \alpha L) = \alpha f(K, L)$. Verifiquemos isso para a função em questão:

$$f(\alpha K, \alpha L) = \left(\frac{1}{2}(\alpha K)^{-\rho} + \frac{1}{2}(\alpha L)^{-\rho}\right)^{-1/\rho}$$
$$= \alpha \left(\frac{1}{2}K^{-\rho} + \frac{1}{2}L^{-\rho}\right)^{-1/\rho} = \alpha f(K, L).$$

② Falso. A elasticidade de substituição σ pode ser calculada de acordo com a fórmula

$$\sigma = \frac{d\ \ln\left(\frac{L}{K}\right)}{d\ \ln|TMST|}.$$

Como

$$|TMST| = \frac{\frac{\partial f(K,L)}{\partial K}}{\frac{\partial f(K,L)}{\partial L}} = \frac{\frac{K^{-(\rho+1)}}{2}\left(\frac{K^{-\rho}}{2} + \frac{L^{-\rho+1}}{2}\right)^{-(1+1/\rho)}}{\frac{L^{-(\rho+1)}}{2}\left(\frac{K^{-\rho}}{2} + \frac{L^{-\rho}}{2}\right)^{-(1+1/\rho)}} = \left(\frac{L}{K}\right)^{\rho+1},$$

então

$$\ln\left(\frac{L}{K}\right) = \frac{1}{1+\rho}\ln|TMST|.$$

Assim,

$$\sigma = \frac{d\ \ln\left(\frac{L}{K}\right)}{d\ \ln|TMST|} = \frac{1}{1+\rho}.$$

③ Falso. Uma função CES tende a uma função Cobb-Douglas quando $\rho \to 0$. Quando $\rho \to \infty$, essa função tenderá a uma função com coeficiente fixos. Se você não souber isso de cabeça, pode fazer as contas: aplicando a definição da função logarítmica,

$$\lim_{\rho\to\infty} f(K, L) = \lim_{\rho\to\infty}\left(\frac{1}{2}K^{-\rho} + \frac{1}{2}L^{-\rho}\right)^{-1/\rho}$$
$$= \lim_{\rho\to\infty} e^{-\frac{1}{\rho}\ln\left(\frac{K^{-\rho}}{2}+\frac{L^{-\rho}}{2}\right)} = e^{\lim_{\rho\to\infty} -\frac{\ln\left(\frac{K^{-\rho}}{2}+\frac{L^{-\rho}}{2}\right)}{\rho}} \quad (4)$$

O limite no expoente tem uma forma indefinida, pois, quanto $\rho \to \infty$, $K^{-\rho} \to 0$ e $L^{-\rho} \to 0$, de tal sorte que $\frac{K^{-\rho}}{2} + \frac{L^{-\rho}}{2} \to 0$ e $\ln\left(\frac{K^{-\rho}}{2} + \frac{L^{-\rho}}{2}\right) \to -\infty$. Para resolver essa indefinição podemos aplicar a regra de l'Hôspital:

$$\lim_{\rho\to\infty} -\frac{\ln\left(\frac{K^{-\rho}}{2} + \frac{L^{-\rho}}{2}\right)}{\rho} = \lim_{\rho\to\infty} -\frac{\frac{\partial}{\partial\rho}\ln\left(\frac{K^{-\rho}}{2} + \frac{L^{-\rho}}{2}\right)}{\frac{d}{d\rho}\rho} = \lim_{\rho\to\infty}\frac{K^{-\rho}\ln K + L^{-\rho}\ln L}{K^{-\rho} + L^{-\rho}}$$

Consideremos três possibilidades:

(a) Se $K = L$. O limite acima fica

$$\lim_{\rho\to\infty}\frac{L^{-\rho}\ln L + L^{-\rho}\ln L}{L^{-\rho} + L^{-\rho}} = \lim_{\rho\to\infty}\frac{L^{-\rho}(2\ln L)}{2L^{-\rho}} = \ln L$$

(b) Se $K < L$, multiplicando e dividindo o limite acima por K^ρ, ficamos com

$$\lim_{\rho\to\infty} \frac{K^{-\rho}\ln K + L^{-\rho}\ln L}{K^{-\rho}+L^{-\rho}} = \lim_{\rho\to\infty} \frac{\ln K + \left(\frac{K}{L}\right)^{\rho}\ln L}{1+\left(\frac{K}{L}\right)^{\rho}} = \ln K$$

(c) Finalmente, se $K > L$, devemos multiplicar e dividir o limit por L para obter

$$\lim_{\rho\to\infty} \frac{K^{-\rho}\ln K + L^{-\rho}\ln L}{K^{-\rho}+L^{-\rho}} = \lim_{\rho\to\infty} \frac{\left(\frac{L}{K}\right)^{\rho}\ln K + \ln L}{\left(\frac{L}{K}\right)^{\rho}+1} = \ln L$$

Combinando os resultados acima com (4), obtemos

$$\lim_{\rho\to\infty} f(K,L) = \begin{cases} e^{\ln L} = L = K & \text{caso } K = L \\ e^{\ln K} = K & \text{caso } K < L \\ e^{\ln L} = L & \text{caso } K > L \end{cases}$$

Mas isso é o mesmo que dizer que

$$\lim_{\rho\to\infty} f(K,L) = \min\{K,L\},$$

ou seja, que a função de produção tende a uma função de produção com coeficiente fixos, ou função de produção de Leontief e não a uma função de produção do tipo Cobb-Douglas.

④ Falso. Conforme visto no item anterior, a função $f(K,L)$ tende a uma função de produção com coeficientes fixos quando $\rho \to \infty$. Ademais, sabemos que a função de produção CES tende a uma função de produção Cobb-Douglas quando $\rho \to 0$. Novamente, se você não souber nada disso, pode fazer contas:

$$\lim_{\rho\to 0} f(K,L) = \lim_{\rho\to 0}\left(\frac{K^{-\rho}+L^{-\rho}}{2}\right)^{-\frac{1}{\rho}} = \lim_{\rho\to 0} e^{-\frac{1}{\rho}\ln\left(\frac{K^{-\rho}}{2}+\frac{L^{-\rho}}{2}\right)} = e^{\lim_{\rho\to 0} -\frac{\ln\left(\frac{K^{-\rho}}{2}+\frac{L^{-\rho}}{2}\right)}{\rho}} \tag{5}$$

Novamente, o limite no expoente apresenta uma forma indefinida, já que tanto o numerador quanto o denominador tendem a zero. Podemos eliminar a indeterminação aplicando a regra de l'Hôspital:

$$\lim_{\rho\to 0} -\frac{\ln\frac{K^{-\rho}+L^{-\rho}}{2}}{\rho} = \lim_{\rho\to 0} \frac{K^{-\rho}\ln K + L^{-\rho}\ln L}{K^{-\rho}+L^{-\rho}} = \frac{\ln K + \ln L}{2}$$

Substituindo esse resultado em (5), obtemos

$$\lim_{\rho\to 0} f(K,L) = e^{\frac{\ln K + \ln L}{2}} = K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}.$$

Assim, quando $\rho \to 0$ $f(K,L)$ tende a uma função de produção Cobb-Douglas.

Questão 6

De acordo com a teoria dos custos de produção, julgue as afirmações:

⓪ O custo de oportunidade do uso de um recurso econômico no longo prazo não precisa ser igual ao custo de oportunidade de seu uso no curto prazo.

① Custo de oportunidade é um conceito absoluto, e não relativo.

② Se a função de produção de uma firma é $f(K, L) = K + L$, em que K é capital e L trabalho e se $r > 0$ e $w > 0$ são, respectivamente, o custo de oportunidade do capital e do trabalho, então a função custo é $c(r, w, q) = q \min\{r, w\}$.

③ Se a função de produção de uma firma é $f(K, L) = \min\{K, L\}$, em que K é capital e L trabalho e se o custo de oportunidade do capital é $r > 0$ e o do trabalho é $w > 0$, então o custo marginal de cada unidade de produto é $r + w$.

④ Se a função custo de uma empresa é $C(q_x, q_y)$, em que q_x é a quantidade produzida de x e q_y é a quantidade produzida de y e se $C(10, 100) = 220$, $C(0, 100) = 160$ e $C(10, 0) = 70$, então a empresa não usufrui de economias de escopo ao produzir 10 unidades de x e 100 unidades de y.

Solução

⓪ Verdadeiro. O melhor ganho ganho alternativo para um recurso econômico pode variar com o tempo, o que pode gerar uma diferença entre custos de oportunidade de curto e longo prazos. A título de exemplo, uma quebra na safra de milho devida a condições climática, tende a elevar o preço corrente do milho e, conseqüentemente, o custo de oportunidade de curto prazo do uso desse grão para, digamos a produção de ração de animais. Assim, uma empresa que produza esse tipo de ração deve considerar esse custo de oportunidade elevado em sua decisão de produção de curto prazo. Para as decisões de longo prazo, como, por exemplo, a construção de uma nova fábrica, o custo de oportunidade relevante para esse cereal é seu preço esperado no longo prazo (talvez acrescido de algum prêmio de risco), possivelmente mais baixo do que o preço de curto prazo.

① Falso. O custo de oportunidade de um recurso econômico não é uma propriedade inerente a esse recurso, mas algo que depende das preferências dos indivíduo e/ ou das tecnologias de produção existentes. São essas preferências e essas tecnologias que definirão o melhor uso alternativo do recurso, ou seja, seu custo de oportunidade. Nesse sentido, o custo de oportunidade é determinado através de uma relação do recurso econômicos com os consumidores e com as tecnologias de produção e, portanto, seu valor é relativo e não absoluto.

② Verdadeiro. Se a função de produção é $f(K, L) = K + L$, então K e L são substitutos perfeitos na razão de 1 para 1 na produção, ou seja $|TMST| = 1$. Quando isso ocorre, a empresa deverá empregar apenas o insumo mais barato. Se $w < r$, para produzir q unidades de produto, a empresa empregará apenas trabalho ($K = 0$) na quantidade $L + 0 = q$ e arcará com um custo igual a $wL = wq$. Caso o capital seja o fator de produção mais barato, a empresa não empregará trabalho e empregará uma quantidade $0 + K = q$ de capital. Nesse caso, seu custo de produção será $rK = rq$. Assim, a função de custo da empresa será $c(r, w, q) = q \min\{r, w\}$

③ Verdadeiro. Se a função de produção é $f(K, L) = \min\{K, L\}$, para minimizar seu custo de produção, a empresa deverá empregar a mesma quantidade de

capital e trabalho obtendo uma igual quantidade produzida : $K = L = q$. Assim, seu custo total será $rK + wL = rq + wq = q(r + w)$ e seu custo marginal será $\frac{d}{dq}q(r + w) = r + w$

④ Falso. Por definição, haverá economia de escopo sempre que $C(q_x, q_y) < C(q_x, 0) + C(0, q_y)$. Se fizermos $q_x = 10$ e $q_y = 100$, teremos $C(q_x, q_y) = C(10, 100) = 220 < 230 = 160 + 70 = C(10, 0) + C(0, 100) = C(q_x, 0) + C(0, q_y)$. Portanto, devemos concluir que a empresa usufrui de economias de escopo.

Questão 7

Considere uma economia de troca pura em que todas as preferências são contínuas e monotônicas. Julgue as afirmações:

⓪ Uma alocação factível é Pareto-eficiente se não existir outra realocação possível que melhore o bem-estar de um agente sem piorar o dos demais.

① O segundo teorema do bem-estar diz que todo equilíbrio de Walras é Pareto-eficiente.

② Se a alocação A é Pareto-eficiente e a alocação B não é, então não existe agente que esteja melhor na alocação B que na alocação A.

③ Considere dois bens e dois agentes, A e B, com utilidades $U_A(x_A, y_A) = 3x_A + y_A$ e $U_B(x_B, y_B) = x_B + 3y_B$, respectivamente, e dotações iniciais $e_A = e_B = (3, 3)$. Os subíndices A e B indicam a que agentes a cesta se refere. Se $\{(x_A, y_A), (x_B, y_B)\}$ é uma alocação Pareto-eficiente, então as taxas marginais de substituição são iguais.

④ O segundo teorema do bem-estar implica que os problemas de distribuição e de eficiência podem ser separados.

Solução

⓪ Verdadeiro. Trata-se da definição de uma alocação eficiente.

① Falso. O segundo teorema do bem-estar social diz que toda a alocação eficiente é um equilíbrio concorrencial desde que as dotações iniciais sejam distribuídas adequadamente.

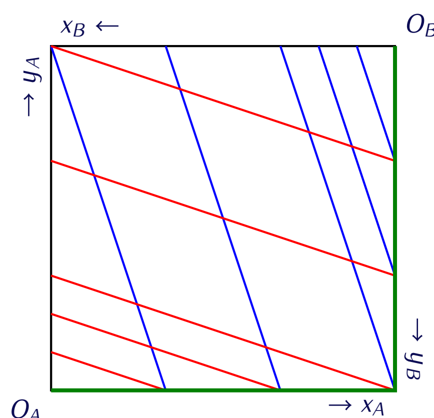
② Falso. Exemplo: considere uma economia de trocas com apenas dois bens – alface e berinjela – e dois consumidores – Maria e João. Maria gosta de alface e berinjela e João gosta de alface mas considera berinjela um neutro. Há 10 alfaces e 10 berinjelas. Sejam as duas alocações factíveis seguintes:

alocação A**:** Maria fica com 8 alfaces e 10 berinjelas e João fica com 2 alfaces e nenhuma berinjela.

alocação B**:** Maria fica com 5 alfaces e 8 berinjelas e João fica com 5 alfaces e 2 berinjelas.

A alocação A é Pareto Eficiente pois qualquer transferência de consumo entre João e Maria deixará um dos dois pior. A alocação B não é Pareto eficiente, pois, se dermos as duas berinjelas que ficaram com João para Maria, ele não ficará pior, visto que considera a berinjela um neutro, e ela ficará melhor, visto que gosta de berinjela. Todavia, na alocação B (ineficiente), João está melhor do que estaria na alocação A (eficiente), pois consome uma quantidade maior do bem que lhe interessa – a alface.

③ Falso. Os dois consumidores consideram os dois bens substitutos perfeitos, mas em razões diferentes. A taxa marginal de substituição de A é constante e igual a $TMS_A = -3$. Isso indica que esse consumidor está disposto a abrir mão de até 3 unidades de y para adquirir uma unidade adicional de x. A taxa marginal de substituição de B é $TMS_B = -\frac{1}{3}$, o que indica que esse consumidor aceita ceder uma unidade de x desde que receba ao menos $\frac{1}{3}$ unidades de y em troca. Assim, qualquer alocação com $y_A > 0$ e $x_B > 0$ será ineficiente, pois, quando isso ocorre, é possível melhorar A e B transferindo, por exemplo, uma unidade de x de B para A e uma unidade de y de A para B, de tal sorte que A pagará pelo unidade transferida de x menos do que estaria disposto a pagar (pagará uma unidade de y, mas estaria disposto a pagar até 3 unidades desse bem) e B receberá pela unidade transferida de x (uma unidade de y) mais do que aceitaria receber ($\frac{1}{3}$ de unidade de y). Desse modo, as alocações eficientes serão aquelas nas quais $y_A = 0$ ou $x_b = 0$ ou ambos, conforme ilustra a figura abaixo na qual as curvas de indiferença de A aparecem em azul, as curvas de indiferença de B são representadas em vermelho e o conjunto de Pareto é representado pela linha verde:



④ Verdadeiro. O segundo teorema do bem-estar social afirma que, desde que as condições de convexidade das preferências e dos conjuntos de produção sejam verificadas, toda alocação eficiente no sentido de Pareto é um equilíbrio de mercado para uma distribuição adequada das dotações iniciais. Isso implica que os problemas de distribuição e justiça podem ser resolvidos realocando-se as dotações iniciais e deixando o mercado competitivo gerar uma alocação de consumo eficiente.

Questão 8

Com relação à teoria de monopólio, julgue as afirmações:

(0) O monopolista que determina o preço pela regra de mark-up sempre opera numa faixa de preços para os quais a demanda de mercado é inelástica.

(1) Descontos a estudantes ou a idosos podem ser interpretados como discriminação de preços de terceiro grau.

(2) Monopólios que praticam discriminação de preços de primeiro grau extraem todo o excedente do consumidor.

(3) Considere um monopólio com custos médios estritamente decrescentes. Ao determinar que a firma cobre o preço em que o custo médio iguale a demanda inversa de mercado, o regulador pode fazer com que a firma produza uma quantidade intermediária entre a quantidade de monopólio determinada pela regra de mark-up e a quantidade socialmente eficiente.

(4) Um monopolista tem custo marginal constante, todos os consumidores são idênticos e têm curvas de demanda estritamente decrescentes, com efeito-renda nulo. Então, uma tarifa bipartida, com uma parcela dada pelo custo marginal e outra dada pelo excedente médio dos consumidores no ponto em que o custo marginal iguala a demanda, permite que o monopolista extraia todo o excedente das trocas.

Solução

(0) Falso. Se entendermos por "regra do markup" a expressão segundo a qual o preço de lucro máximo p praticado pelo monopolista pode ser expresso como o custo marginal CMg multiplicado por uma taxa de markup dependente da elasticidade preço da demanda ϵ. de acordo com a expressão

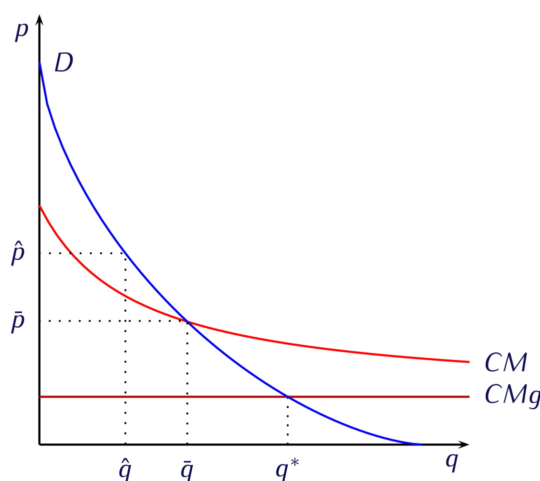
$$p = CMg \frac{1}{1 - \frac{1}{|\epsilon|}},$$

o item é falso. Isso porque a expressão acima é uma propriedade do preço que maximiza o lucro do monopolista e um monopolista nunca irá obter lucro máximo operando em um trecho inelástico de sua curva de demanda. Pois, quando opera em um trecho inelástico de sua curva de demanda, o monopolista perde a oportunidade de, elevando o preço, aumentar sua receita (pois a demanda é inelástica) e reduzir seus custos, visto que terá que produzir menos para atender à demanda reduzida pelo aumento no preço.

(1) Verdadeiro. A discriminação de preços de terceiro grau consiste precisamente na prática de preços diferenciados para diferentes grupos de compradores.

(2) Verdadeiro. Discriminação de preços de primeiro grau ou discriminação perfeita de preços consiste em vender cada unidade produzida ao preço máximo de demanda para essa unidade, extraindo assim todo o excedente do consumidor.

③ Verdadeiro. Isso é ilustrado na figura abaixo. A curva de custo médio é decrescente e, portanto, a curva de custo marginal fica sempre abaixo da curva de custo médio. O nível de produção eficiente q^* é determinado pelo ponto de cruzamento da curva de custo marginal com a curva de demanda. Caso o monopólio pratique um markup positivo sobre seu custo médio, ele deverá operar sobre um ponto de sua curva de demanda em um trecho em que esta está acima da curva de custo médio, por exemplo, praticando um preço $\hat{p}$ e produzindo uma quantidade $\hat{q}$. Caso o regulador determine que o preço máximo é $\bar{p}$, correspondente ao ponto de cruzamento da curva de demanda com a curva de custo médio, o monopolista passará a produzir a quantidade $\bar{q}$, com $\hat{q} < \bar{q} < q^*$.



④ Verdadeiro. Como todos os consumidores são iguais, o monopolista pode cobrar um preço igual ao seu custo marginal e extrair todo o excedente do consumidor através da cobrança de um preço de acesso igual à disposição a pagar do consumidor para ter acesso ao produto do monopolista a esse preço. Como o efeito renda é nulo, essa disposição a pagar é dada pelo excedente líquido do consumidor, ou seja a área acima da linha de preço (igual ao custo marginal) e abaixo da curva de demanda. Esse excedente é igual para todos os consumidores, pois suas curvas de demanda são iguais. Ele é, portanto, também igual ao excedente médio dos consumidores. Ao fazer isso, o monopolista estará extraindo todo o ganho (excedente) gerado pela troca.

Questão 9

		Jogador 2	
		I	**II**
Jogador 1	**A**	-1,1	1,-1
	B	2,-2	0,0

Com base no jogo acima, julgue as afirmações:

⓪ Trata-se de um jogo do tipo dilema dos prisioneiros.

① O jogador 1 tem uma estratégia estritamente dominante.

② O jogo tem um equilíbrio em estratégias mistas em que os participantes jogam cada uma de suas estratégias com 50% de probabilidade.

③ O jogo somente pode ser analisado na forma extensiva.

④ O jogador 2 não tem estratégia estritamente dominante.

Solução

⓪ Falso. Um jogo do tipo dilema dos prisioneiros é um jogo no qual os dois jogadores possuem estratégias dominantes e cujo equilíbrio é Pareto inferior a um outro possível resultado do jogo, no sentido que os dois jogadores prefeririam esse outro resultado ao resultado de equilíbrio. No jogo apresentado, os jogadores não possuem estratégias dominantes. Além disso, o jogo sequer possui equilíbrio de Nash em estratégias puras.

① Falso. Uma estratégia dominante é uma estratégia que é a melhor resposta para qualquer estratégia escolhida pelo outro jogador. No caso, do jogo apresentado, escolher B é a melhor resposta caso o jogador 2 escolha I e escolher A é a melhor resposta caso o jogador 2 escolha II. Portanto a melhor resposta do jogador 1 depende da estratégia adotada pelo jogador 2, ou seja, não existe estratégia dominante.

② Falso. O equilíbrio de Nash em estratégias mistas se dá quando cada jogador escolhe entre suas estratégias com probabilidades tais que façam com que o outro jogador fique indiferente entre cada uma de suas estratégias puras. Sejam π_1 a probabilidade com que o jogador 1 escolhe a estratégia A e π_2 a probabilidade com que o jogador 2 escolhe a estratégia B. Para que haja um equilíbrio de Nash com estratégias mistas, é necessário que

(a) 0 payoff esperado do jogador 2 caso ele escolha a estratégia I seja igual ao seu payoff esperado caso ele escolha a estratégia II, ou seja,

$$\pi_1 \times 1 + (1 - \pi_1) \times (-2) = \pi_1 \times (-1) + (1 - \pi_1) \times 0 \Rightarrow \pi_1 = 0,5;$$

(b) e que o payoff esperado do jogador 1 caso ele escolha a estratégia A seja igual a seu payoff esperado caso ele escolha a estratégia B, isto é,

$$\pi_2 \times (-1) + (1 - \pi_2) \times 1 = \pi_2 \times 2 + (1 - \pi_2) \times 0 \Rightarrow \pi_2 = 0,25.$$

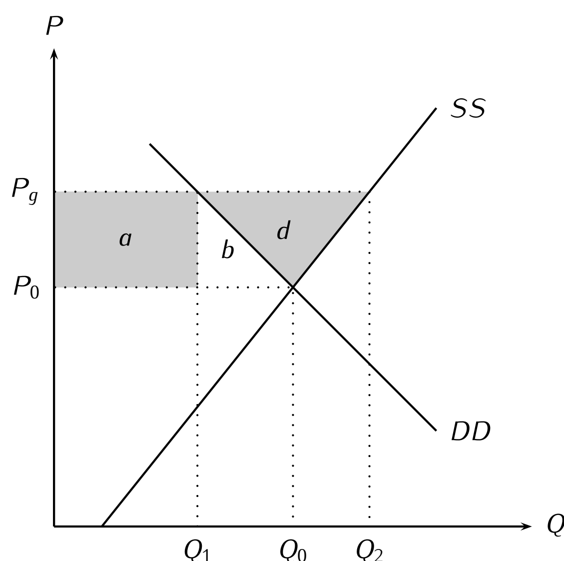
Portanto o equilíbrio de Nash em estratégias mistas se dá quando o jogador 1 escolha A com probabilidade de 25% e B com probabilidade de 75% e o jogador B escolha I ou II com igual probabilidade (de 50%).

③ Falso. A forma estratégica de um jogo permite que ele seja perfeitamente analisado desde que se trate de um jogo com decisões simultâneas. Mesmo no caso de um jogo seqüencial, uma parte importante de sua análise, como a determinação de equilíbrios de Nash pode ser feita analisando-se sua forma estratégica. A forma extensiva é importante, todavia, para a determinação dos equilíbrios de Nash perfeitos em subjogos.

⓸ Verdadeiro. Não existe para o jogador 2 uma estratégia que seja a melhor resposta independentemente da estratégia escolhida pelo jogador 1. Se este último joga A, a melhor resposta do jogador 2 é I. Essa melhor resposta passa a ser II, caso o jogador 1 escolha B.

Questão 10

Considere um mercado de leite perfeitamente competitivo, conforme descrito abaixo:



No gráfico, DD é a demanda e SS, a oferta. O equilíbrio, no mercado livre, é dado por Q_0 e P_0. Suponha que o governo fixe um preço P_g tal que $P_g > P_0$, e que, para sustentar esse preço, adquira todo o excedente de produção. Isto posto, avalie as afirmações:

⓪ Ao fixar o preço em P_g, o governo terá de adquirir $Q_0 - Q_1$.

① $(a + b)$ é a redução do excedente dos consumidores.

② $(a + b + d)$ é o aumento do excedente dos produtores.

③ O custo da intervenção para o governo é $(Q2 - Q1)Pg$.

④ A sociedade como um todo sofre uma perda de bem-estar.

Solução

⓪ Falso. Se o preço for P_g, a quantidade ofertada será Q_2 e a quantidade demandada será Q_1, de tal sorte que o excedente de produção sobre a demanda que o governo terá de adquirir será $Q_2 - Q_1$ e não $Q_0 - Q_1$.

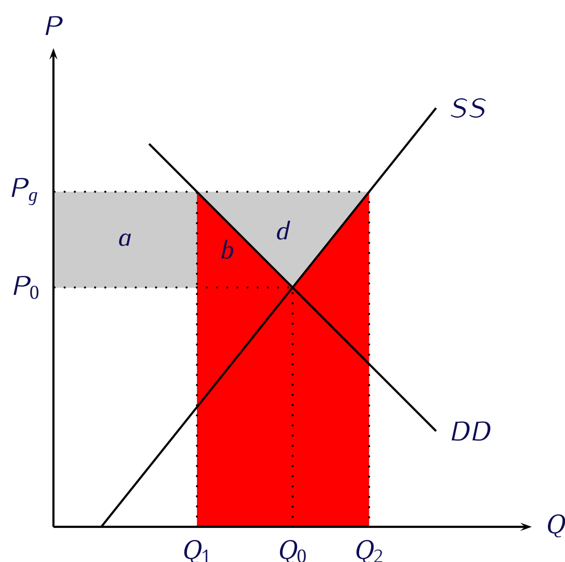
① Verdadeiro. A variação no excedente do consumidor corresponde à variação na área abaixo da curva de demanda e acima da linha de preço. No presente caso,

quando o preço ao consumidor sobe de P_0 para P_g essa área foi efetivamente reduzida no montante da soma das áreas a mais b.

(2) Verdadeiro. A variação no excedente do produtor é a variação na área abaixo da linha de preço ao produtor e acima de sua curva de oferta. No caso, quando o preço passa de P_0 para P_g, essa área á aumentada de $a + b + d$.

(3) Verdadeiro. O custo para o governo é o custo de aquisição da produção excedente que, vimos, é igual a $Q_2 - Q_1$. Multiplicando-se esse excedente pelo preço P_g, obtemos esse custo que será igual a $P_g(Q_2 - Q_1)$

(4) Verdadeiro. Embora seja algo impreciso falar sobre o bem-estar da sociedade, a questão deixa entender que o que está sendo entendido como medida de "bem-estar" social é o excedente social, ou seja, a soma líquida dos excedentes do consumidor, do produtor e do governo. Essa soma é dada pelo ganho de excedendo dos produtores, $a + b + d$ menos a perda de excedente dos consumidores $a + b$ menos a perda do governo $(Q_2 - Q_1)P_g$, isto é,$(Q_2 - Q_1)P_g - d$. Essa diferença é negativa, o que indica uma perda de excedente social e seu valor absoluto corresponde à área marcada em vermelho na figura abaixo.



Questão 11

A respeito de externalidades, julgue as afirmações:

(0) Se as preferências dos agentes forem quase-lineares, o teorema de Coase afirma que toda solução eficiente deve ter a mesma quantidade de externalidade, independente da distribuição dos direitos de propriedade.

(1) O resultado do teorema de Coase não é influenciado pela existência de custos de transação.

② Os recursos de propriedade comum são utilizados até o ponto em que o custo privado é igual ao retorno adicional gerado, o que implica sobre-utilização do recurso .

③ Se ao produzir, uma firma gera externalidade negativa na forma de poluição, para cobrar dessa firma um imposto de Pigou (que a faça considerar o custo social de produção, e não apenas o custo privado), deve-se conhecer a externalidade marginal no nível de produto socialmente eficiente.

④ Se houver um mercado para poluição, se os direitos de propriedade forem bem definidos e se as pessoas estiverem dispostas a pagar pela redução da poluição, o preço da poluição será positivo.

Solução

⓪ Verdadeiro, mas com ressalvas. O que podemos dizer que é verdadeiro é que, caso as preferências dos agentes sejam quase lineares em relação aos outros bens, de tal sorte que a taxa marginal de substituição dependa exclusivamente do consumo do fator gerador de externalidades e se não houver custos de transação, então podemos concluir que a distribuição completa dos direitos de propriedade sobre essa fator garante que um equilíbrio eficiente será obtido e que o volume gerado de externalidades nesse equilíbrio será independente de como os direitos de propriedades foram distribuídos entre os agentes. Como há diversas interpretações para a expressão "Teorema de Coase", visto que Coase não formulou suas idéias na forma de um teorema, fica complicado dizer o que afirma o teorema de Coase. Além disso, para que tivéssemos certeza de que a afirmação é verdadeira, o examinador deveria ter deixado claro que a taxa marginal de substituição é quase linear em relação ao *outro bem* que não o fator gerador de externalidade.

① Falso. É a hipótese de ausência de custos de transação que garante que, definidos os direitos de propriedade, a livre negociação entre os agentes leve a um equilíbrio eficiente.

② O gabarito dá verdadeiro, porém eu tenho várias ressalvas. Primeiramente a que "custo privado" o examinador se refere: ao custo privado do total dos agentes, ao custo privado total de um agente representativo, ao custo privado médio, ao custo privado marginal? Em segundo lugar quando ele emprega a expressão "retorno adicional gerado", esse retorno adicional é gerado pelo quê? Trata-se de retorno adicional social ou privado? Em suma, o texto, assim como ocorreu nos outros itens dessa questão, está bastante confuso. O que sabemos é que, na ausência de algum mecanismo de regulação de acesso, um bem de propriedade comum tende a ser explorado até o ponto em que o custo de exploração desse bem para cada agente individual se iguale ao benefício médio dessa exploração, de tal sorte que o excedente social, dado pela soma dos custos totais individuais menos a soma dos benefícios individuais, é zerado. O uso ótimo desse bem se daria no ponto em que o custo marginal privado desse uso se igualasse ao benefício marginal social do mesmo. Esse uso é inferior ao uso de equilíbrio com livre acesso.

③ Verdadeiro. A taxa Pigouviana ótima é determinada pelo custo marginal da poluição calculado em seu nível ótimo de produção, isto é no ponto em que o benefício marginal da emissão de poluição iguala-se ao custo marginal social dessa poluição. Novamente, o texto não está bom. “Externalidade marginal” não é uma expressão usual, seria melhor empregar o termo “custo marginal da poluição”.

④ Falso. Como as pessoas estão dispostas a pagar para que a poluição seja reduzida, isso implica que seu preço é negativo.

Questão 12

Com relação à teoria dos bens públicos, julgue as afirmações:

⓪ Se um bem público puder ser provido em quantidade continuamente variável, então, para que sua provisão seja eficiente, é necessário que a média dos benefícios marginais de todos os usuários se iguale ao custo marginal de produção do bem.

① A presença de “caronas” dificulta a oferta eficiente dos bens públicos pelos mercados.

② No que tange à provisão de um bem público, o imposto de Groves-Clarke garante que, para as partes envolvidas, a revelação do valor líqüido verdadeiro do bem público seja uma estratégia fracamente dominante.

③ O imposto de Groves-Clarke só funciona para utilidades quase-lineares.

④ Se as preferências individuais tiverem pico único, então a preferência coletiva poderá apresentar a intransitividade característica do paradoxo do voto.

Solução

⓪ Falso. O nível ótimo de provisão de um bem público é obtido quando a *soma* dos benefícios marginais de todos os usuários, medida em termos monetários, se iguale ao custo marginal de produção desse bem.

① Verdadeiro. Se todos os beneficiados pela presença de um bem público se dispusessem voluntariamente a pagar seu provedor por esse benefício, isto é. se não houvesse “caronas”, então empresas privadas provedoras de um bem público poderiam financiar suas atividades com a receita desses pagamentos e, eventualmente, prover uma quantidade eficiente do bem público.

② Verdadeiro. Essa é exatamente a propriedade fundamental do mecanismo de Groves-Clark.

③ Veradeiro. Para o caso de um bem público divisível, o mecanismo de Groves-Clark só funciona em um contexto em que a disposição de um indivíduo a pagar pelo fornecimento de uma unidade adicional do bem é independente de quanto ele já pagou pelas unidades anteriores. Isso ocorre apenas no caso de preferências quase lineares. Faça-se a resalva que, caso o mecanismo

de Groves-Clark seja aplicado para se decidir acerca a provisão ou não de um bem público discreto, ele será eficaz independentemente do formato das preferências individuais.

④ Falso. Vimos que, quando as preferências apresentarem pico único um mecanismo de escolha das alternativas duas a duas não gera os problemas típicoos de intransitividade da escolha social.

Questão 13

Com relação à teoria dos incentivos e informação assimétrica, julgue as afirmações:

⓪ No mercado de automóveis usados, em que a qualidade dos bens é conhecida apenas pelo vendedor, é possível que a seleção adversa determine um equilíbrio em que apenas os bens de qualidade inferior sejam transacionados.

① A existência de franquias em contratos de seguro de automóveis é uma maneira de aliviar o problema do perigo moral.

② Em um equilíbrio agregador, no contexto de seleção adversa, o investimento dos trabalhadores em "sinais", tais como educação, pode ser um benefício do ponto de vista privado, mas um desperdício do ponto de vista social.

③ Segundo a teoria dos contratos, em caso de seleção adversa, o regulador econômico deve obrigar os planos de saúde a fornecer cobertura universal a todos os cidadãos com base no risco médio da população.

④ No contrato de parceria em que o trabalhador agrícola e o proprietário da terra recebem, cada um, uma proporção fixa do valor da produção, e em que o nível de esforço do trabalhador não seja observável, o trabalhador escolhe o nível de esforço que iguala o valor do produto marginal ao custo marginal.

Solução

⓪ Verdadeiro. Se a presença dos automóveis de baixa qualidade for elevada o bastante, então os compradores, que desconhecem a qualidade de cada carro em particular, atribuirão uma probabilidade elevada de um automóvel qualquer ser de má qualidade e o preço que estarão dispostos a pagar por esse automóvel pode ser tão baixo que não interesse aos vendedores de automóveis de elevada qualidade. Nesse caso, o equilíbrio ocorrerá com a expulsão dos bons automóveis do mercado, restando apenas os automóveis de baixa qualidade.

① Verdadeiro. Sabendo que terá que pagar uma franquia caso ocorra um sinistro com seu automóvel, o segurado tenderá a tomar um nível de cuidado mais próximo ao nível de cuidado eficiente, isto é, o nível de cuidado que ele tomaria caso não tivesse feito o seguro.

(2) Falso. A afirmação fala em um contexto de seleção adversa. Isso significa que, caso não houvesse qualquer tipo de sinal os trabalhadores hábeis ficariam fora do mercado e o salário pago corresponderia à produtividade marginal dos trabalhadores inábeis. Assim sendo, caso haja uma possibilidade de um equilíbrio separador com os trabalhadores hábeis comprando algum tipo de sinal, os trabalhadores inábeis não seriam afetados e os trabalhadores hábeis conseguiriam ingressar no mercado de trabalho recebendo uma remuneração que eles julgam atraente. Os trabalhadores hábeis ficam melhor, os inábeis não ficam pior e o mesmo acontece com as empresas, visto que elas só aceitarão contratar os trabalhadores hábeis caso tenham algum ganho, ou, ao menos, nenhuma perda, com isso. Portanto, havendo benefício para os trabalhadores hábeis e nenhuma perda para os outros agentes, certamente haverá um ganho social.

(3) Falso. Ao fazer isso, o regulador estará criando condições para um mecanismo de seleção adversa. Se o preço do seguro de saúde for calculado com base no risco médio da população, esse preço será atraente para pessoas que possuem risco superior ao risco médio e pouco convidativo para pessoas que possuem risco inferior a esse risco médio. Como resultado, entre os segurados deverá haver uma proporção de pessoas de risco elevado maior do que a mesma proporção quando se consideram todos os cidadãos – o risco médio dos segurados será maior do que o risco médio dos cidadãos no qual o preço do seguro foi calculado. Como resultado, a receita da seguradora não será suficiente para honrar os compromissos com seus segurados.

(4) Falso. Sejam $f(x)$ a função de produção na qual x é o esforço do trabalhador agrícola e $c(x)$ uma função que descreve o custo do esforço para o trabalhador agrícola. Se a proporção do produto que lhe cabe é $\alpha < 1$, ele deverá escolher x para maximizar $\alpha f(x) - c(x)$. A condição de máximo de primeira ordem requer que $c'(x) = \alpha f'(x)$. Desse modo, o trabalhador agrícola irá escolher o nível de esforço que iguala o custo marginal desse esforço ($c(x)$) a uma parcela α da produtividade marginal do mesmo ($f'(x)$).

Questão 14

Considere um modelo de determinação simultânea de preços com duas empresas: a empresa 1 e a empresa 2, com diferenciação de produtos e sem restrição de capacidade. A demanda de qualquer uma das duas empresas é dada por $q_i = 200 - 4p_i + 2p_j$, em que $i, j = 1, 2$ e $i \neq j$. O custo de qualquer uma das empresas é dado por $C_i(q_i) = q_i$. No equilíbrio de Nas, os preços cobrados por qualquer uma dessas empresas serão idênticos. Calcule esse preço.

Solução

As funções de demanda das empresas 1 e 2 são, respectivamente,

$$q_1 = 200 - 4p_1 + 2p_2 \quad \text{e} \quad q_2 = 200 - 4p_2 + 2p_1.$$

O lucro da empresa 1 é dado por

$$\pi_1 = p_1q_1 - C_1 = p_1q_1 - q_1 = q_1(p_1 - 1) = (200 - 4p_1 + 2p_2)(p_1 - 1)$$

Para encontrarmos a função de reação dessa empresa, basta encontrar, em função de p_2, qual é o valor de p_1 que torna π_1 máximo.

A condição de máximo de primeira ordem é

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = 0 \Rightarrow -4(p_1-1)+200-4p_1+2p_2 = 0 \Rightarrow 204+2p_2-8p_1 = 0 \Rightarrow p_1 = \frac{51}{2}+\frac{p_2}{4}.$$

A condição de máximo de segunda ordem é atendida visto que $\frac{\partial^2 \pi_1}{\partial p_1^2} = -4 < 0$. Desse modo, a função de reação da empresa 1 é

$$p_1 = \frac{51}{2} + \frac{p_2}{4}$$

De modo análogo (tente fazer), chegamos à seguinte função de reação para a empresa 2:

$$p_2 = \frac{51}{2} + \frac{p_1}{4}$$

Resolvendo o sistema de equações formado pelas duas funções de reação, encontramos os preços praticados no equilíbrio de Nash:

$$p_1 = p_2 = 34$$

Questão 15

		Jogador 2	
		L	R
Jogador 1	U	2,2	6,1
	D	1,6	5,5

O jogo acima é repetido infinitas vezes. Seja δ^* o menor fator de desconto intertemporal que permite implementar a lista de estratégias Pareto-eficientes, como equilíbrio perfeito de subjogo, em que a estratégia de punição é do tipo gatilho (trigger strategy), isto é, se um jogador desvia-se do acordo, ele é punido com o equilíbrio de Nash Pareto-dominado do jogo-estágio para sempre. Calcule $100 \times \delta^*$ (isto é, cem vezes δ^*).

Solução

Trata-se de um jogo do tipo dilema dos prisioneiros. Caso ele fosse jogado uma única vez, o equilíbrio com estratégias dominantes no qual o o jogador 1 escolhe a estratégia U e o jogador 2 escolhe a estratégia L é claramente Pareto inferior ao resultado que ocorreria caso o jogador 1 escolhesse a estratégia D e o jogador 2 escolhesse a estratégia R. Quando esse jogo é jogado um número infinito de vezes, pode ser possível induzir um equilíbrio Pareto eficiente adotando-se a estratégia do gatilho descrita no enunciado do exercício, desde que as taxas de desconto dos dois

jogadores sejam suficientemente baixas. Para verificar qual deve ser o valor mínimo para essas taxas de desconto, comparemos o fluxo de ganhos do jogador 1 caso ele decida cooperar indefinidamente o esse mesmo fluxo de ganhos caso ele decida não cooperar, supondo-se que o jogador 2 jogue a estratégia do gatilho.

No caso de cooperação indefinida, o jogador 1 ganhará 5 agora e 5 ao final de cada jogada, o que equivale a 5 mais uma perpetuidade com pagamento ao final de cada período igual a 5. Se sua taxa de desconto é $r > 0$, o valor presente desse ganho é '

$$5 + \frac{5}{r} \tag{6}$$

caso ele opte por não cooperar, fará um ganho imediato de 6 mas, como será punido pelo jogador 2 que nunca mais jogará L, em cada rodada subseqüente, seu ganho será de 2. Ou seja ele ficará com 5 mais uma perpetuidade com pagamento igual a 2 ao final de cada períoodo. Desse modo o valor presente da opção de não cooperação será '

$$6 + \frac{2}{r} \tag{7}$$

Para que valha a pena cooperar, o valor obtido em (6) deve ser maior ou igual ao valor em (7), ou seja

$$5 + \frac{5}{r} \geq 6 + \frac{2}{r} \Rightarrow r \leq 3.$$

Desse modo, $r^* = 3 = 300\%$.

O termo *fator de desconto* é empregado para designar $\frac{1}{1+r}$. Assim, o fator de desconto que procuramos é

$$\delta^* = \frac{1}{1 + r^*} = \frac{1}{1 + 3} = \frac{1}{4}.$$

Logo $100\delta^* = 25$

RESOLUÇÃO DO EXAME ANPEC DE MICROECONOMIA PARA 2008

ROBERTO GUENA DE OLIVEIRA

Questão 1

Considere uma função de utilidade Cobb-Douglas $U = q_1^{\alpha} q_2^{1-\alpha}$. Julgue as afirmativas abaixo:

⓪ A demanda hicksiana pelo bem 1 tem a forma $q_1 = \overline{U}\left[p_1^{\rho} + p_2^{\rho}\right]^{1/\rho}$, em que $\rho = 0,75$.

① A sensibilidade da demanda hicksiana do bem 1 em relação ao preço do bem 2 é igual à sensibilidade da demanda hicksiana do bem 2 ao preço do bem 1.

② A demanda marshalliana pelo bem 1 tem a forma $q_1 = Ap_2^{1-\alpha} p_1^{\alpha-1} W$, em que A é uma função de α e em que W é a renda do consumidor.

③ O efeito-renda para esta função é dado por $(-\alpha^2 W)/p_1^2$.

④ Para esta função de utilidade, o efeito renda é igual ao efeito substituição.

Solução

⓪ Falso. Não precisamos fazer contas para resolver esse item. Basta ver que a função de demanda sugerida é crescente em relação a p_1. Como a demanda hicksiana ou compensada de um bem é sempre não crescente em relação ao seu preço, concluímos que essa não pode ser uma função de demanda compensada.

① Verdadeiro com ressalva. Notando por $h_i(p_1, p_2, u)$ a função de demanda hicksiana do bem i ($i = 1, 2$) e por $e(p_1, p_2, u)$ a função de dispêndio em função dos preços p_1 e p_2 dos bens 1 e 2, respectivamente, e do nível de utilidade u, sabemos, pelo lema de Shephard que

$$\frac{\partial e(p_1, p_2, u)}{\partial p_i} = h_i(p_1, p_2, u) \qquad i = 1, 2$$

Isso implica, pelo teorema de Young,

$$\frac{\partial h_1(p_1, p_2, u)}{\partial p_2} = \frac{\partial^2 e(p_1, p_2, u)}{\partial p_1 \partial p_2} = \frac{\partial h_2(p_1, p_2, u)}{\partial p_1}$$

O termo sensibilidade pode ser empregado tanto para designar a derivada de uma função quanto sua elasticidade. Se interpretarmos "sensibilidade da demanda hicksiana do bem 1 (2) em relação ao preço do bem 2 (1)" como a derivada dessa demanda em relação ao preço do bem 2 (1), então concluímos que a afirmação é verdadeira.

② Falso. O mais fácil é lembrar que, se uma função de utilidade tem a forma Cobb-Douglas $U(q_1, q_2) = q_1^a q_2^b$, a função de demanda pelo bem 1 será

$$q_1 = \frac{a}{a+b}\frac{w}{p_1}.$$

No presente caso, $a = \alpha$ e $b = 1 - \alpha$. Portanto, a função de demanda pelo bem 1 é

$$q_1 = \alpha\frac{w}{p_1}.$$

Se você não lembrasse a fórmula da função de demanda marshalliana (recomendo fortemente que se lembre), ainda assim você poderia resolver esse item sem muitas contas. Basta lembrar que toda função de demanda marshalliana é homogênea de grau zero, isto é, se $q_1(p_1, p_2, w)$ é a função de demanda marshalliana pelo bem 1 na qual w é a renda do consumidor, $q_1(\kappa p_1, \kappa p_2, \kappa w) = q_1(p_1, p_2, w)$. Mas essa propriedade não se verifica na pretensa função de demanda apresentada no enunciado ($q_1(p_1, p_2, w) = Ap_2^{1-\alpha}p_1^{\alpha-1}w$) pois

$$q_1(\kappa p_1, \kappa p_2, \kappa w) = q_1 A(\kappa p_2)^{1-\alpha}(\kappa p_1)^{\alpha-1}\kappa w = \kappa A p_2^{1-\alpha}p_1^{\alpha-1}w \neq q_1(p_1, p_2, w)$$

③ Verdadeiro. A equação de Slutsky nos diz que

$$\frac{\partial q_1(p_1, p_2, w)}{\partial p_1} = \frac{\partial h_1(p_1, p_2, w)}{\partial p_1} - q_1(p_1, p_2, w)\frac{\partial q_1(p_1, p_2, w)}{\partial m}$$

sendo que $h_1(p_1, p_2, w)$ e a função de demanda compensada ou hicksiana pelo bem 1. $\frac{\partial h_1(p_1,p_2,w)}{\partial p_1}$ é o chamado efeito susbstituição e $-q_1(p_1, p_2, w)\frac{\partial q_1(p_1,p_2,w)}{\partial m}$ é o efeito renda. Como no nosso caso a função de demanda pelo bem 1 é $q_1(p_1, p_2, w) = a^{w}/_{p_1}$, o efeito substituição será dado por

$$-q_1(p_1, p_2, w)\frac{\partial q_1(p_1, p_2, w)}{\partial m} = -\alpha\frac{w}{p_1}\left(\frac{\alpha}{p_1}\right) = -\frac{\alpha^2 w}{p_1^2}$$

④ Falso. Para calcular o efeito substituição em função dos preços e da renda podemos usar a equação de Slutsky obtendo

$$\frac{\partial h_1}{\partial p_1} = \frac{\partial q_1}{\partial p_1} + q_1\frac{\partial q_1}{\partial w} = -\alpha\frac{w}{p_1^2} + \frac{\alpha^2 w}{p_1^2} = \frac{w\alpha(\alpha-1)}{p_1^2}$$

Esse resultado é diferente do efeito susbstituição calculado no item anterior $(= {-\alpha^2 w}/{p_1^2})$.

Questão 2

Julgue as seguintes afirmações:

⓪ Um indivíduo consome apenas dois produtos, X e Y, e possui curvas de indiferença sobre estes produtos bem comportadas (isto é, estritamente convexas e estritamente monotônicas). Se ele é indiferente entre as cestas $(1, 3)$ e $(3, 1)$, então a cesta $(2, 2)$ deve ser estritamente preferida a qualquer uma das outras.

① Um indivíduo, com renda de 12 reais, tendo que escolher combinações dos bens (X, Y), comprou a cesta $(4, 8)$, quando o preço dos dois bens era de 1 real. Quando o preço do primeiro bem caiu para 50 centavos e o do segundo

subiu para 4 reais, ele comprou a cesta $(8,2)$. Somente com esta informação, não podemos saber se ele está melhor na segunda situação.

② Suponha que um indivíduo, tendo que escolher combinações dos bens (X,Y), descobre que, após uma redução no preço do bem X e um aumento no preço do bem Y, ainda consegue, gastando toda a sua renda, comprar a mesma cesta de antes. Então, ele está em melhor situação.

③ Suponha que, em resposta a um aumento no preço do bem X, um consumidor continua adquirindo a mesma quantidade do bem. Então esse bem deve ser um bem inferior.

④ A curva de Engel mostra a relação entre preço e quantidade demandada.

Solução

⓪ Verdadeiro. Se as preferências são estritamente convexas, então o consumidor prefere a cesta de bens que constitui uma média entre duas cestas de bens indiferentes entre si a qualquer uma dessas duas cestas de bens.

① Falso. Aos preços iniciais, a cesta de bens $(8,2)$, que foi escolhida aos preços finais, fazia parte do conjunto de restrição orçamentária, pois seu valor era $1\times 8+1\times 2=10$, inferior à renda do consumidor. (A cesta de bens escolhida nas condições iniciais revelou-se preferida à cesta de bens escolhida aos preços finais). Desse modo, aos preços iniciais, a escolha ótima do consumidor era ao menos tão boa quanto a escolha que fez aos preços finais. Concluímos que, aos preços finais, o consumidor não pode estar melhor do que estava aos preços inicais.

② Falso. Podemos apenas afirmar que o consumidor não pode estar pior do que na situação incial, pois ele ainda é capaz de consumir, caso queira, a cesta de bens inicialmente demandada. Não podemos afirmar todavia, que necessariamente ele ficará em situação melhor após a mudança nos preços. Por exemplo, caso o consumidor considere os dois bens complementos perfeitos, após a mudança nos preços, ele continuará consumindo a mesma cesta de bens que consumia inicialmente e portanto, não ficará nem melhor nem pior do que na situação incial.

③ Falso. Se o preço p de um bem aumenta, e todos os outros argumentos da função de demanda por esse bem são mantidos constantes, o efeito final sobre o sua demanda x é dado pela soma do efeito substituição mais o efeito renda. O efeito substituição será necessariamente não positivo (a lei da demanda vale para a demanda compensada) e o efeito renda será positivo caso se trate de um bem inferior e não positivo, caso contrário. Assim, há duas situações nas quais o aumento no preço de um bem implica na manutenção do consumo desse bem por parte de um consumidor. Na primeira delas o efeito substituição é negativo e o efeito renda é positivo (tratando-se, portanto, de um bem inferior) e tem o mesmo valor absoluto que o efeito susbstituição, de tal sorte que os dois efeitos se anulam. Na segunda situação, tanto o efeito substituição quanto o efeito renda são nulos. Isso ocorre, por exemplo, quanto a quantidade inicialmente

demandada do bem em questão é nula (você seria capaz de pensar um outro exemplo?).

④ Falso. A curva de Engel mostra a relação entre *renda* e quantidade demanda.

Questão 3

Suponha que há dois bens. O primeiro bem é infinitamente divisível, ou seja, pode ser consumido em qualquer quantidade $x \geq 0$, e o segundo é um bem indivisível, podendo ser consumido apenas nas quantidades $y = 0$ ou $y = 1$. O preço do bem divisível é $p = 10$ e o do bem indivisível é $q = 30$. O consumidor tem renda $M = 60$ e sua função utilidade é definida por $u(x, 0) = x/2$ e $u(x, 1) = 2x - 4$. Julgue as afirmativas a seguir:

⓪ A quantidade do bem divisível que deixa o consumidor indiferente entre consumir ou não o bem indivisível é $x_0 = 4/3$.

① A demanda marshalliana é $(x^*, y^*) = (6, 0)$.

② Suponha que o preço do bem divisível cai para $p' = 6$. Então o bem divisível, para essa específica variação de preço (ou seja, $\Delta p = -4$), apresenta caráter de bem de Giffen, isto é, $\Delta x/\Delta p > 0$, em que Δx é a variação na quantidade demandada do bem divisível decorrente da variação de preço.

③ Suponha que o preço do bem divisível ainda é $p = 10$. Se a renda do consumidor sobe para $M' = 70$, então a demanda marshalliana é $(x^{**}, y^{**}) = (4, 0)$.

④ Para qualquer variação de renda ΔM, tal que $|\Delta M| > 20/3$, o bem indivisível apresenta caráter de bem normal.

Solução

⓪ Falso. A quantidade x_0 do bem divisível que deixa o consumidor indiferente entre consumir ou não bem indivisível é aquela para a qual a sua função de utilidade não é afetada pelo consumo do bem indivisível, isto é, x_0 deve ser tal que

$$\frac{x_0}{2} = 2x_0 - 4 \Rightarrow x_0 = \frac{8}{3}.$$

① Verdadeiro. Ao decidir se deve adquirir ou não o bem indivisível, o consumidor deve comparar a utilidade que obtém caso destine toda sua renda à aquisição do bem divisível, consumindo uma quantidade $x = M/p$ deste bem com a utilidade que pode obter caso adquira o bem indivisível e use o restante de sua renda com a aquisição do bem divisível ficando com $x = (M - q)/p$ unidades deste. A utilidade que ele deriva no primeiro caso é

$$\frac{M/p}{2} = \frac{M}{2p}.$$

No segundo caso, sua utilidade será

$$2\frac{M-q}{p}-4.$$

A condição para que nosso consumidor adquira uma unidade do bem indivisível é, portanto,

$$2\frac{M-q}{p}-4 \geq \frac{M}{2p} \quad \text{ou, simplificando,} \quad M \geq 4\frac{2p+q}{3}. \tag{1}$$

Como temos $M = 60$, $p = 10$ e $q = 30$, o lado direito da desigualdade acima é $^{200}/_{3} > {}^{180}/_{3} = M$. Portanto, o consumidor deverá optar por consumir apenas o bem divisível na quantidade $^{M}/_{p} = 6$.

(2) Vedadeiro. Caso o preço do bem divisível caia para $p' = 6$ a condição (1) acima passa a ser válida, pois teremos

$$M = \frac{180}{3} > \frac{164}{3} = 4\frac{2p'+q}{3}.$$

Assim, o consumidor deverá optar por adquirir o bem indivisível, passando a comprar $(M-q)/p' = 30/6 = 5$ unidades do bem divisível. Consequentemente, a quantidade demandada desse bem diminui de 6 para 5 unidades em resposta a uma redução em seu preço de $p = 10$ para $p' = 6$.

(3) Falso. Nesse novo cenário, a condição (1) também é atendida pois $M' = {}^{210}/_{3} > {}^{200}/_{3} = 4^{(2p+q)}/_{3}$. Assim, o consumidor irá adquirir o bem indivisível, restando apenas $M' - q = 70 - 30 = 40$ para a compra do bem divisível, o que garante a aquisição de $^{40}/_{p} = {}^{40}/_{10} = 4$ unidades desse bem. O enunciado está errado por afirmar que a quantidade a ser demandada do bem indivisível será nula.

(4) Verdadeiro, embora ambíguo. Existe uma cesta ambiguidade acerca do uso do termo "bem normal". Para alguns autores, um bem normal é um bem cuja quantiade demandada aumenta quando a renda aumenta. Outros consideram bens normais, todos os bens cujas quantidades demandadas não diminuem quando a renda aumenta. Pela condição (1), conluímos que o consumo do bem indivisível não pode diminuir como resposta a qualquer variação positiva na renda do consumidor nem tampouco aumentar em resposta a qualquer vairação negativa nessa renda. Desse modo, se considerarmos como "bem normal" um bem cuja demanda não responde com sinais inversos a variação na renda, o bem indivisível será um bem normal para qualquer ΔM e, em particular, para $|\Delta M| > {}^{20}/_{3}$.

Questão 4

Seja $Q = K^{\alpha}L^{1-\alpha}$ uma função de produção Cobb-Douglas. Julgue as afirmativas a seguir:

(0) A demanda condicional pelo fator trabalho é $L^{*} = Q$.

① Supondo que a quantidade produzida seja de 3 unidades, a remuneração do trabalho igual a 1, a remuneração do capital igual a 1 e que $\alpha = 0,5$, temos que a quantidade de trabalho demandada é igual a 3.

② No longo prazo, a função custo associada a esta função de produção é do tipo ESC (Elasticidade de Substituição Constante), sendo que a elasticidade de substituição entre os fatores é $0,25$.

③ Supondo os mesmos dados do item ①, temos que o custo total de produção é 6 (seis).

④ Esta função de produção, no curto-prazo, supondo que o capital seja fixo, possui um custo marginal decrescente em relação à quantidade de capital.

Solução

Observação: assumiremos que $0 < \alpha < 1$ pois o enunciado afirma que se trata de uma função Cobb-Douglas, de tal sorte que podemos induzir que o expoentes do fatares de produção são positivos.

⓪ Falso. Desde que as curvas de isoquantas sejam convexas em relação à origem e o problema de minimização de custos não implique uma solução de canto, função de demanda condicionada é obtida resolvendo o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} |TMST| = \dfrac{r}{w} \\ f(K, L) = Q \end{cases}$$

No qual $TMST$ é a taxa marginal de susbstituição técnica, r e w são, respectivamente, os preços do capital e do trabalho e $f(K, L)$ é a função de produção. A primeira equação dá a condição de tangência entra a linha de isocusto e a curva de isoquanta. A segunda equação descreve a condição de produção mínima igual a Q. No caso do presente exercício, o sistema de equações acima assume a forma

$$\begin{cases} \dfrac{\alpha}{1-\alpha}\dfrac{L}{K} = \dfrac{r}{w} \\ K^{\alpha} L^{1-\alpha} = Q \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema de equações para L e K, obtemos as seguintes funções de demanda condicionadas:

$$L^* = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{r}{w}\right)^{\alpha} Q \quad \text{e} \quad K^* = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{w}{r}\right)^{1-\alpha} Q$$

① Verdadeiro. Basta substituir α por $1/2$, w e r por 1 e Q por 3 na função de demanda condicionada que acabamos de derivar para obtermos

$$L^* = \left(\frac{1-1/2}{1/2}\frac{1}{1}\right)^{1/2} 3 = 3$$

② Falso. Por se tratar de uma função de produção do tipo Cobb-Douglas, sabemos que ela apresenta uma elasticidade de substituição constante igual a 1 e não igual a $0,25$ como afirma o enunciado.

③ Verdadeiro. Já vimos que a demanda condicionada do trabalho será $L^* = 3$. Obtemos K^*, subsituindo α, Q, r e w pelos valores informados no item ①, ficando com

$$K^* = \left(\frac{1/2}{1 - 1/2} \frac{w}{r} \right)^{1-1/2} 3 = 3$$

Assim, o custo total de produção será dado portanto

$$r\,K^* + w\,L^* = 1 \times 3 + 1 \times 3 = 6$$

④ Verdadeiro. Se o capital é fixo e igual a $\overline{K}$, para se produzir Q unidades de produto é necessário empregar uma quantidade de trabalho L^{**} tal que

$$\overline{K}^{\alpha}\, {L^{**}}^{1-\alpha} = Q \Rightarrow L^{**} = \frac{Q^{\frac{1}{1-\alpha}}}{\overline{K}^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}.$$

Assim, o custo de produção de curto prazo será

$$C^{**}(Q, K, w, r) = w \frac{Q^{\frac{1}{1-\alpha}}}{\overline{K}^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}} + r\overline{K}$$

e o custo marginal será

$$CMg = \frac{\partial C^{**}}{\partial Q} = \frac{w}{1-\alpha} \left(\frac{Q}{\overline{K}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}.$$

Como $\alpha, 1-\alpha > 0$, concluímos que o custo marginal de produção é decrescente em relação a $\overline{K}$.

Questão 5

Em um certo mercado, a demanda inversa é dada por $P = 100 - Q$, em que P é o preço do produto e Q a quantidade total demandada. Suponha que o efeito-renda é nulo. A oferta do bem é dada por $P = Q$. Julgue as afirmativas a seguir:

⓪ No equilíbrio, o excedente total é $ET = 1.250$.

① Suponha que o governo cria um imposto de $t = 20$ por cada unidade comercializada. Então o preço pago pelos demandantes é $P^d = 60$ e o preço recebido pelos ofertantes é $P^s = 40$.

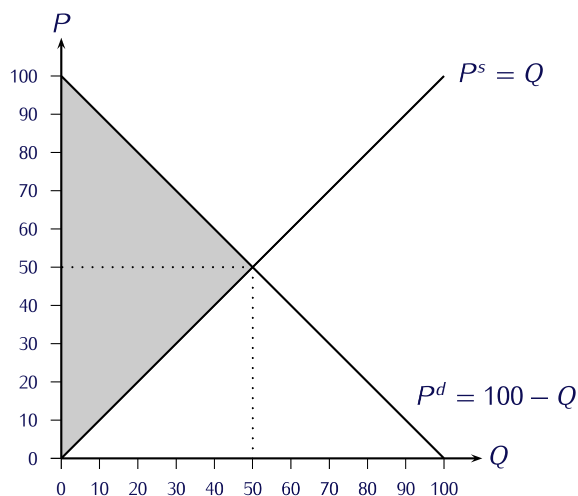
② Considere ainda a incidência do imposto de $t = 20$ por cada unidade comercializada. Então, no equilíbrio, a arrecadação tributária do governo é $T = 1.000$.

③ A incidência do imposto de $t = 20$ por cada unidade comercializada implica uma perda de bem-estar (isto é, um deadweight loss ou, ainda, a área do triângulo de Harberger) igual a $DWL = 100$.

④ Se, em vez do imposto, o governo cria um subsídio de $s = 20$ por cada unidade comercializada, então haverá um ganho de bem-estar dado por $G = 100$.

Solução

⓪ Falso. O excedente total é dado pela área abaixo da curva de demanda e acima da curva de oferta, colorida em cinza na figura:

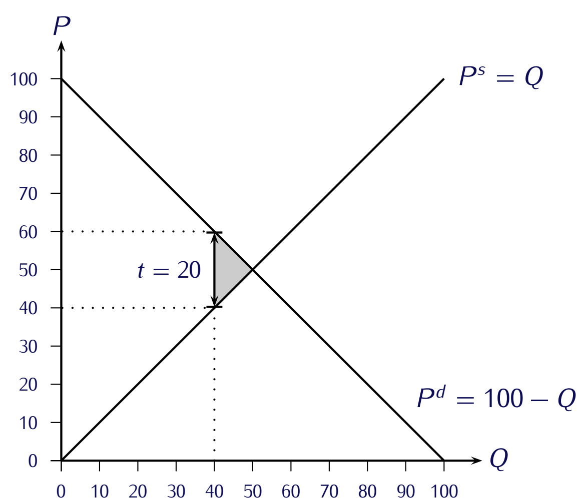


Essa área é igual a $(100\times 50)/2 = 2.500$

① Verdadeiro. Com a introdução do imposto, o equilíbrio será obtido quando a diferença entre o preço de demanda e o preço de oferta for igual ao valor do imposto: $P^d - P^s = t$, ou seja, $100 - Q - Q = 20 \Rightarrow Q = 40$. Assim, o preço de demanda de equilíbrio será $P^d = 100 - 40 = 60$ e o preço de oferta será $P^s = 40$.

② Falso. A arrecadação tributária será dada pelo produto da multiplicação entre a quantidade de equilíbrio 40 e o imposto por unidade $t = 20$, ou seja $40\times 20 = 800$.

③ Verdadeiro. O *deadweight loss* é a área do triângulo marcado na figura abaixo, igual a $(20 \times 10) \div 2 = 100$:



④ Falso. A introdução do subsídio implica uma perda de bem estar, visto que o total de subsídios pagos é superior ao ganho auferido por produtores e consumidores.

Questão 6

Considere uma economia de troca pura com dois bens e dois agentes, A e B. O agentes A e B possuem a mesma utilidade $u(x, y) = \sqrt{x\,y}$. Julgue as afirmativas abaixo:

⓪ Se a dotação inicial de A é $e_A = (4, 1)$ e a de B é $e_B = (16, 4)$, então a alocação formada pelas cestas $f_A = (4, 1)$ (para o agente A) e $f_B = (16, 3)$ (para o agente B) é Pareto- eficiente.

① Se a dotação inicial de A é $e_A = (4, 1)$ e a de B é $e_B = (16, 4)$, então a curva de contrato no plano $x - y$ é dada pela função $y = \sqrt{x} - 1$.

② Se a dotação inicial de A é $e_A = (4, 2)$ e a de B é $e_B = (2, 4)$, então, no equilíbrio walrasiano, os preços relativos são iguais à unidade.

③ Se a dotação inicial de A é $e_A = (4, 2)$ e a de B é $e_B = (2, 4)$, então a alocação de equilíbrio walrasiano é dada pelas cestas $g_A = (3, 3)$ (para o agente A) e $g_B = (3, 3)$ (para o agente B).

④ Se a dotação inicial de A é $e_A = (2, 2)$ e a de B é $e_B = (6, 6)$, então a alocação de equilíbrio walrasiano é dada pelas cestas $h_A = (4, 4)$ (para o agente A) e $h_B = (4, 4)$ (para o agente B).

Solução

As quatro questões serão resolvidas caso encontremos o equilíbiro walrasiano e determinemos a curva de contrato dessa economia. Comecemos com a última tarefa.

Sejam x_A e x_B e y_A e y_B as quantidades consumidas dos bens x e y pelos consumidores A e B, respectivamente. A taxa marginal de substituição do consumidor A é $TMS_A = -\frac{y_A}{x_A}$ e a taxa marginal de substituição do consumidor B é $TMS_B = -\frac{y_B}{x_B}$. Sejam e_x e e_y as dotações totais dos bens x e y nessa economia. Uma alocação eficiente deve satisfazer a duas condições:

(1) A alocação deve ser factível e sem desperdício: $x_A + x_B = e_x$ e $y_A + y_b = e_y$
(2) Desde que a alocação não seja uma alocação de canto (sabemos que não será porque as preferências são Cobb-Douglas), as taxas marginais de substituição dos dois consumidores devem ser iguais:

$$\frac{y_a}{x_a} = \frac{y_b}{x_b}$$

Da primeira condição, obtemos $x_B = e_x - x_A$ e $y_B = e_y - y_A$. Substituindo na segunda condição, ficamos com

$$\frac{y_A}{x_A} = \frac{e_y - y_A}{e_x - x_A} \Rightarrow x_a\, e_y \cancel{- x_A\, y_A} = y_A\, e_x \cancel{- x_A\, y_A} \Rightarrow \frac{y_A}{x_A} = \frac{e_y}{e_x}.$$

Assim, o conjunto de Pareto (ou a curva de contrato) será caracterizado pela equação

$$y_A = \frac{e_y}{e_x} x_A \tag{2}$$

cujo gráfico é uma linha reta com inclinação dada pela razão entre as dotações iniciais dos bens y e x nessa economia que une o vértice inferior esquerdo ao vértice superior direito da caixa de Edgeworth.

Para encontrarmos o equilíbrio walrasiano, basta encontrarmos a condição de equilíbrio em um mercado. Como as funções utilidade são do tipo Cobb-Douglas, sabemos que as funções de demanda pelo bem x serão

$$x_B = \frac{v_A}{2p} = \frac{p\, e_A^x + e_y^A}{2p} \quad \text{e} \quad x_B = \frac{v_B}{2p} = \frac{p\, e_B^x + e_B^y}{2p}$$

nas quais p é o preço do bem x em relação ao preço do bem y, $v_A = p\, e_A^x + e_A^y$ é o valor da dotação inicial (e_A^x, e_A^y) do consumidor A e $v_B = p\, e_B^x + e_B^y$ é o valor da dotação inicial (e_B^x, e_B^y) do consumidor B. No equilíbrio, essas demandas somadas devem igualar-se à dotação total do bem x, $e_A^x + e_B^x$:

$$\frac{p\, e_A^x + e_y^A}{2p} + \frac{p\, e_B^x + e_B^y}{2p} = e_A^x + e_B^x$$

Resolvendo para p, encontramos o preço relativo de equilíbrio

$$p = \frac{e_A^y + e_B^y}{e_A^x + e_B^x} = \frac{e_y}{e_x}.$$

Note que o preço de equilíbrio que encontramos é igual à taxa marginal de substituição sobre a curva de contrato. Esse resultado era esperado porque, pelo primeiro teorema do bem estar social, a alocação de equilíbrio deve estar sobre a curva de contrato e porque, em equilíbrio, os consumidores igualam suas taxas marginais de susbstiuição ao preço relativo.

Substituindo essa valor de p nas funções de demanda pelo bem x e observando que as funções de demanda pelo bem y são

$$y_B = \frac{v_A}{2} = \frac{p\, e_A^x + e_y^A}{2} \quad \text{e} \quad y_B = \frac{v_B}{2} = \frac{p\, e_B^x + e_B^y}{2}$$

Chegamos à seguinte alocação de equilíbrio:

$$\begin{array}{ll} x_A = \frac{e_A^x}{2} + \frac{e_x}{e_y}\frac{e_A^y}{2} & y_A = \frac{e_y}{e_x}\frac{e_A^x}{2} + \frac{e_A^y}{2} \\ x_B = \frac{e_B^x}{2} + \frac{e_x}{e_y}\frac{e_B^y}{2} & y_B = \frac{e_y}{e_x}\frac{e_B^x}{2} + \frac{e_B^y}{2} \end{array} \tag{3}$$

Podemos agora responder todos os itens do exercício:

⓪ Falso. Vimos que em uma alocação eficiente a razão entre o consumo do bem y e o consumo do bem x deve ser a mesma para os dois consumidores. Mas isso não ocorre na alocação f_A, f_B, visto que essa razão é igual a $1/4$ para o consumidor A e igual a $3/16$ para o consumidor B.

① Falso. Essa expressão não corresponde à expressão (2) que derivamos para a curva de contrato.

② Verdadeiro. Vimos que o preço relativo será $p = \frac{e_A^y + e_B^y}{e_A^x + e_B^x}$. No caso, temos $e_A^x = 4$, $e_A^y = 2$, $e_B^x = 2$, $e_B^y = 4$, de tal sorte que o preço relativo de equilíbrio será $p = \frac{4+2}{2+4} = 1$.

(3) Verdadeiro. Basta substituir $e_A^x = 4$, $e_A^y = 2$, $e_B^x = 2$, $e_B^y = 4$ em (3) para obter esse resultado.

(4) Falso. Se substituirmos $e_A^x = 2$, $e_A^y = 2$, $e_B^x = 6$, $e_B^y = 6$ em (3), notaremos que o equilíbrio geral walrasiano é obtido já na alocação inicial.

Questão 7

Considere dois sujeitos, X e Y, cuja satisfação com o consumo de um bem depende não apenas do quanto o próprio indivíduo consome, mas o quanto o outro indivíduo consome também. A utilidade do indivíduo X é dada por $U_X = Q_X - Q_Y^2$. Da mesma forma, a utilidade do indivíduo Y é dada por $U_Y = Q_Y - Q_X^2$, em que Q_X e Q_Y são as quantidades consumidas do bem pelos consumidores X e Y, respectivamente. Suponha que existam quatro unidades do produto, para serem distribuídas entre o indivíduo X e o indivíduo Y. Julgue as seguintes afirmações:

(0) Se os dois indivíduos consumirem metade da quantidade disponível, teremos um ótimo de Pareto.

(1) Se, por acidente, três unidades do produto se perdem e o restante é dividido igualmente, então há um melhoramento de Pareto.

(2) Para que a soma das utilidades fosse maximizada com uma distribuição igual dos bens, o montante do produto que deveria ser descartado é zero.

(3) Se fosse possível descartar um pouco do produto, e dividir o restante, eles deveriam descartar uma unidade para maximizar as suas utilidades.

(4) Esta é uma situação em que existem externalidades positivas no consumo.

Solução

(0) Ambíguo – o gabartio dá verdadeiro. A resposta do gabarito só estará correta se considerarmos que não seja factível consumir menos do que o total disponível do bem. Nesse caso, qualquer distribuição das 4 unidades desse bem entre os dois consumidores será Pareto eficiente. Porém, se supusermos, como é usual, que seja possível deixar de consumir parte da dotação inicial de um bem sem que com isso se incorra em qualquer tipo de custo, ou seja, caso adotemos a hipótese de livre descarte, a alocação de consumo na qual cada consumidor consome duas unidades do bem deixará de ser Pareto eficiente. Isso porque existirão outras alocações factíveis (sob essa hipótese) que lhe são Pareto superiores. Por exemplo, a alocação na qual o consumo do bem é igual a zero para os dois consumidores geraria um nível de utilidade também igual a zero para esses consumidores, nível esse superior ao nível de utilidade igual a -2 obtido quando cada consumidor consome duas unidades do bem.

(1) Verdadeiro. Caso, como resultado da divisão de uma unidade do bem entre os dois consumidores, cada indivíduo consumisse apenas $1/2$ unidade do bem, a utilidade de cada consumidor seria igual a $1/4$, superior à utilidade de -2

obtida quando cada indivíduo consome duas unidades do bem. Os dois indivíduos ficariam em situação melhor, o que configuraria uma melhoria paretiana.

(2) Falso. Com a distribuição igual dos bens, teremos $Q_X = Q_Y$ e, portanto $U_x + U_Y = 2Q_X - 2Q_X^2$. A condição de máximo para essa soma é $2 - 4Q_x = 0$, o que implca $Q_X = {}^1\!/_2$ e, como $Q_X = Q_Y$, $Q_X + Q_Y = 1$. Então, o montante do produto que deveria ser descartado é de três unidades.

(3) Falso. Acabamos de ver que eles deveriam descartar três unidades ao todo, isto é uma unidade e meia por consumidor.

(4) Falso. Esse é um caso de externalidades *negativas* no consumo, pois o consumo do bem por parte de um dos indivíduos reduz a utilidade do outro indivíduo.

Questão 8

Um indivíduo possui a seguinte função utilidade $U = 1 - (1/W)$, em que W é o valor presente líquido da sua renda futura. Neste momento, ele está contemplando duas opções de carreira profissional. A primeira opção dará a ele uma renda certa de $W = 5$. A outra alternativa dará $W = 400$, com 1% de chance, e $W = 4$, com 99% de chance. Assim sendo, responda às seguintes questões:

(0) O coeficiente de aversão absoluta ao risco de Arrow-Pratt é $1/W$.

(1) É maior a utilidade esperada da segunda opção.

(2) Suponha que exista uma forma pela qual o indivíduo saiba exatamente se conseguirá obter $W = 400$ ou $W = 4$ se escolher a segunda alternativa. O maior valor que o indivíduo estaria disposto a pagar por esta informação é 1.

(3) O equivalente certo (ou equivalente de certeza) da segunda alternativa é 4, 5.

(4) A aversão relativa ao risco deste indivíduo diminui no caso em que ele possua $W = 400$ se comparada ao caso em que ele possua $W = 5$.

Solução

(0) Falso. O coeficiente de aversão absoluta ao risco de Arrow-Pratt é dado pela expressão $-{}^{U''}\!/_{U'}$ que, no caso desse exerício é ${}^2\!/_w$.

(1) Falso. Basta observar que o valor esperado da segunda opção é $0,01 \times 400 + 0,99 \times 4 < 0,01 \times 400 + 1 \times 4 = 4,4$. Esse valor é inferior à renda que o indivíduo obtém na primeira opção. Como o indivíduo é averso ao risco (o coeficiente de aversão ao risco calculado acima é positivo) ele jamais irá preferir uma opção de risco que dê um valor esperado inferior ao de uma opção segura. Portanto, a utilidade esperada da segunda opção não pode ser maior do que a da primeira opção.

(2) Falso. Se o indivíduo pagar p pela informação, então caso ele descubra que a segunda opção dará $W = 400$, ele optará por essa opção, ficando com

uma renda de $400 - p$. Caso contrário, ele escolherá a primeira opção e ficará com uma renda de $5 - p$. Assim, *ex ante*, pagar p por essa informação significa escolher uma situação de risco na qual o indivíduo recebe $5 - p$ com probabilidade de 99% e $400 - p$ com probabilidade de 1%. Se $p = 1$, ao comprar a informação, o indivíduo assumirá uma posição de risco que paga 4 com 99% de chance e 399 com 1% de chance, posicão essa que é ainda pior do que a situação 2 e que, assim, nunca será assumida.

③ Falso. O equivalente certo (ou certeza ou seguro) da segunda opção é necessariamente menor do que seu valor esperado, visto que o consumidor é averso ao risco. Como esse valor esperado é de $4,4$, o equivalente certo não pode ser igual a $4,5$.

④ Falso. O coefiente de aversão relativa ao risco é $-w\frac{U''}{U'}$. No caso da função de utilidade desse exercício, ele é igual, portanto, a $w\frac{2}{w} = 2$. Assim, a aversão relativa ao risco desse indivíduo é constante e não pode ser afetada por variações em W.

Observação. Os itens ① a ③ desse exercício são bons exemplos de que, por vezes, podemos usar nossos conhecimentos para evitar fazer contas trabalhosas. Se você fosse calcular a utilidade esperada da segunda opção (para responder o item ①), o valor máximo que o indivíduo estaria disposto a pagar para conseguir a informação (item ②) e o equivalente certo da segunda opção (para responder o item ③), certamente perderia valiosos minutos.

Questão 9

Considere uma lagoa em que é possível pescar. Suponha que o preço do peixe é 1 e que $f(n)$ é a quantidade total de peixes pescados, em que n é o número de barcos de pesca na lagoa. Suponha que a função $f(n)$ está sujeita a rendimentos decrescentes. Suponha também que, para pescar, é necessário apenas adquirir um barco e equipamento que possuem custo constante igual a $c > 0$. Com base nessas informações, julgue as afirmativas abaixo:

⓪ Se a lagoa for um recurso comum, ou seja, se qualquer um puder entrar e pescar, então haverá n^* barcos, de tal sorte que $f(n^*)/n^* = c$, ou seja, cada pescador obterá uma receita de pesca igual ao custo.

① Se a lagoa for propriedade privada, seu proprietário utilizará n^{**} barcos de pesca, de tal modo que $f'(n^{**}) = c$, em que f' é a derivada de f.

② Trata-se de uma situação em que cada barco gera externalidades negativas para os demais.

③ Se a lagoa for um recurso comum, a criação de um direito de propriedade privada sobre ela levará a uma produção eficiente de peixes.

④ O caráter de recurso comum gera uma pesca excessiva de peixes do ponto de vista social.

Solução

⓪ Verdadeiro. Enquanto o volume de pesca por barco for superior ao necessário para cobrir o custo do barco, haverá estímulo para a entrada de novos barcos, visto que, para cada proprietário de barco, trata-se de uma atividade com lucro econômico puro.

① Verdadeiro. No casso de propridade privada, o proprietário maximizará seu lucro ao igualar a produtividade marginal dos barcos $f'(n)$ ao custo marginal de manutenção dos mesmos c.

② Verdadeiro, uma vez que a função de produção $f(n)$ está sujeita e rendimentos decrescentes, cada novo barco contribuirá para reduzir a produtividade média dos barcos existentes. Com isso se um pescador troxer um novo barco para a lagoa, ele imporá uma redução na produtividade média dos barcos dos outros pescadores. Essa redução é uma externalidade negativa.

③ Verdadeiro. A condição de exploração eficiente da lagoa, implica a maximização do valor líquido da atividade pesqueira. Este valor é dado por $f(n) - cn$. Caso seja definido um direito de propriedade privada sobre essa lagoa, seu proprietário considerará esse valor como seu lucro e, escolherá operar com o número de barcos que torna esse valor máximo.

④ Verdadeiro. Havendo rendimentos decrescentes o valor de n para o qual $f(n)/n = c$ é superior ao valor ótimo de n para o qual $f'(n) = c$.

Questão 10

Um monopolista produz um certo bem de acordo com uma tecnologia para a qual o custo marginal de produção é constante e igual a 4. Existem N consumidores idênticos e de tal sorte que a demanda inversa agregada por esse bem é dada por $P = 10 - Q$, em que P é o preço e Q a quantidade total demandada. Julgue as seguintes afirmativas:

⓪ Se o monopolista aplica a regra de *mark-up* como regra de preço, então o preço de monopólio é $P_m = 7$ e a quantidade produzida é $Q_m = 3$.

① A perda de bem-estar (ou *deadweight loss*) decorrente do uso da regra de mark-up pelo monopolista é $DWL = 9$.

② Suponha que em vez da regra de *mark-up*, o monopolista adota uma tarifa bipartite (*two-part tariff*), segundo a qual ele cobra, de cada consumidor, uma tarifa de entrada igual a $t = 18/N$ e depois cobra o custo marginal por cada unidade ofertada. Então o monopolista produzirá a quantidade socialmente eficiente.

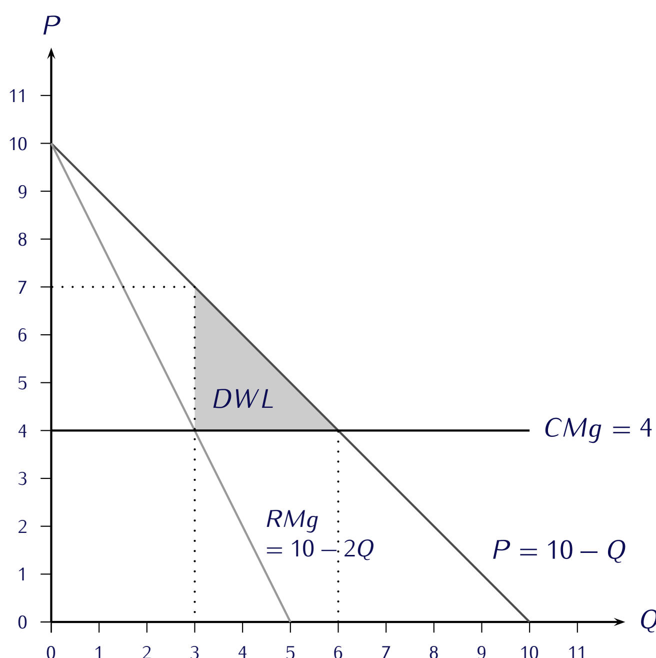
③ Adotando uma tarifa bipartite, o monopolista jamais poderá obter um lucro maior do que aquele obtido mediante a regra de *mark-up.*

④ Se o monopolista pratica discriminação perfeita de preços, então seu lucro privado coincidirá com o excedente social.

SOLUÇÃO

⓪ Verdadeiro. Entende-se aqui a regra do *markup* como a regra que preconiza que o preço de demanda p dever ser tal que $p = \frac{CMg}{1-1/|\epsilon|}$, o que equivale a igualar receita e custo na margem. A receita marginal é $10 - 2Q$. Igualando essa receita marginal ao custo marginal constante e igual a 4, encontramos $Q = 3$ e $P = 10 - Q = 7$.

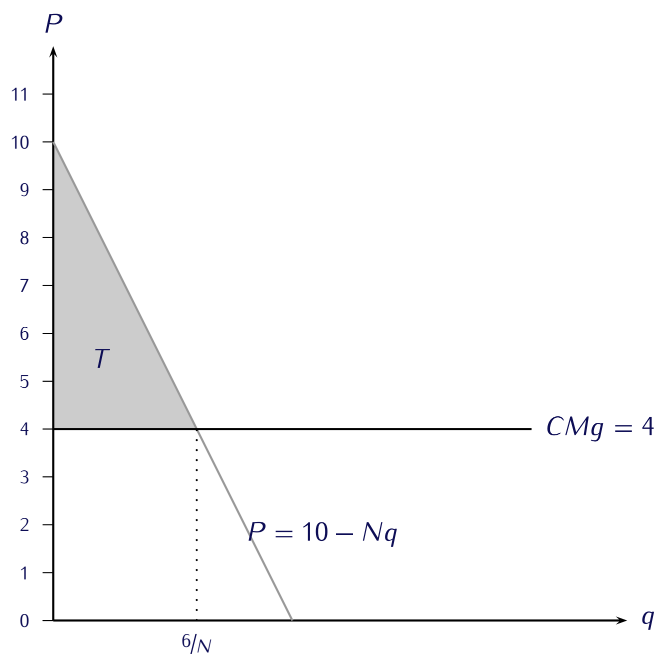
① Falso. A perda de peso morto do monopólio é dada pela área abaixo da curva de demanda e acima de sua curva de custo marginal calculada entre a quantidade efeitivamente produzida pelo monopolista e a quantidade de produção eficiente (que iguala preço de demanda ao custo marginal de produção). No caso do presente exercício, esta é a área cinza do gráfico abaixo:



Portanto, $DWL = \frac{3 \times 3}{2} = 4,5$

② Verdadeiro. Seja q_i a quantidade demandada pelo consumidor i para $i = 1, 2, \ldots, N$. Se todos os consumidores são idênticos, então $q_1 = q_2 = \cdots = q_N = q$, $Q = \sum q_i = Nq$, e a função de demnada de um consumidor individual pode ser expressa por $P = 10 - Nq$. Se o monopolista cobrar um preço igual ao custo marginal $P = 4$, então a quantidade demandada por cada consumidor será $(4 = 10 - Nq \Rightarrow)\ q = 6/N$.

A maior tarifa de acesso que o monopolista poderá cobrar será dada pelo execedente que o consumidor auferiria caso se defrontasse com esse preço e não pagasse tarifa de acesso. Este é dado pela área T da figura que se segue, sendo $T = (3 \times 6)/2 = \frac{18}{N}$. Ao fazer isso, o monopolista não apenas produz a quantidade eficiente, isto é a quantidade para a qual o preço de demanda é igual ao custo marginal, como também consegue capturar todo exedente social gerado.



③ Falso, conforme podemos verificar com os dados do presente exercício. Caso o monopolista opere de acordo com a regra do *markup*, venderá 3 unidades a um preço igual a 7 obtendo o lucro $\pi^* = 3\times7-3\times4 = 9$. Caso ele pratique a tarifa em duas partes do item anterior, obterá um lucro de $^{18}/_{N}$ por consumidor e, portanto, um lucro total igual a $N \times {}^{18}/_{M} = 18$.

④ Veradeiro. A discriminação perfeita de preços consiste exatamente na criação de um estrutura de preços específica para cada consumidor tal que a) todos os consumidores são induzidos a consumir a quantidade eficiente do bem e b) todo excedente gerado é apropriado pelo monopolista.

Questão 11

Considere o jogo simultâneo na forma estratégica abaixo e julgue as afirmativas a seguir:

		Jogador 2	
		Estratégia A	Estratégia B
Jogador 1	Estratégia A	2,1	0,0
	Estratégia B	0,0	1,2

⓪ Trata-se de um jogo seqüencial.

① Há apenas um equilíbrio de Nash, formado pelo par de estratégias (A,A).

② A estratégia A é estritamente dominante para o jogador 2.

③ O jogo acima é do tipo “dilema dos prisioneiros”.

④ O jogo acima é do tipo "batalha dos sexos".

Solução

⓪ Falso. Por se tratar de um jogo simultâneo, não pode ser um jogo sequencial.

① Falso. Os pares de estratégias (A,A) e (B,B) constituem dois equilíbrios de Nash. Há ainda um terceiro equilíbrio de Nash em estratégias mistas.

② Falso. Uma estratégia é dita estritamente dominante quando ela é a melhor resposta para qualquer estratégia adotada pelo outro jogador. A estratégia A é a melhor resposta do jogador 2 caso o jogador 1 escolha a estratégia A, porém, caso este escolha estratégia B, a melhor resposta do jogador 2 também seria escolher a estratégia B.

③ Falso. Um jogo do tipo dilema dos prisioneiros é caracterizado por a) os dois jogadores terem estratégias dominantes e b) o único equilíbrio em estratégias dominantes é Pareto inferior a um outro resultado do jogo que não é equilíbrio do mesmo. Nesse jogo temos: ausência de estratégias dominantes e dois equilíbrios de Nash eficientes no sentido de Paretos.

④ Verdadeiro. Esse jogo é estruturalmente igual ao jogo "batalha dos sexos" que vimos em sala de aula.

Questão 12

		Jogador 2	
		coopera	não coopera
Jogador 1	coopera	1,1	-1,2
	não coopera	2,-1	0,0

O jogo acima é repetido infinitas vezes. Seja δ^* o menor fator de desconto intertemporal que permite implementar a lista de estratégias Pareto-eficientes como equilíbrio perfeito de subjogo, em que a não-cooperação é punida com o equilíbrio de Nash Pareto- dominado para sempre. Calcule $100 \times \delta^*$ (isto é, cem vezes δ^*).

Solução

O menor fator de desconto intertemporal que permite implementar a estratégia *trigger* descrita no exercício é aquele que deixa cada jogador indiferente entre não cooperar indefinidamente e cooperar indefinidamente (supondo que o outro jogador cooperará na primeira rodada). O ganho de cooperar indefinidamente é

$$1 + \delta + \delta^2 + \delta^3 \cdots = \frac{1}{1-\delta}$$

O ganho de não cooperar indefinidamente consiste apenas no ganho imediato de 2 na primeira rodada, visto que após isso, o outro jogador irá punir o primeiro jogador optando por nunca mais cooperar. Assim, o nosso δ^* deve ser tal que

$$\frac{1}{1-\delta^*} = 2 \Rightarrow \delta^* = \frac{1}{2}.$$

Assim, $100 \times \delta^* = 50$

Questão 13

Considere uma indústria com 35 firmas, todas com a mesma função de custo dada por $c(q_i) = 2q_i$, em que q_i é a produção da firma i ($i = 1, \ldots, 35$). Defina $Q = \sum_{i=1}^{3} 5q_i$. A demanda de mercado é dada por $p(Q) = 362 - 2Q$. Supondo que as firmas se comportam como no modelo de Cournot e dado que elas são idênticas, cada firma produzirá a mesma quantidade q^*. Determine q^*.

Solução

O lucro da empresa i é dado por

$$\pi_i = p(Q)q_i - 2q_i = \left[362 - 2\left(q_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{35} q_j\right)\right] q_i - 2q_i$$

No equilíbrio de Cournot, essa empresa deve escolher q_i de modo a maximizar seu lucro dadas as quantidades produzidas pelas outras empresas. A condição de máximo de primeira ordem é

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = 0 \Rightarrow 360 - 4q_i - 2\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{35} q_j = 0$$

No equilíbrio de Cournot, essa expressão deve ser válida para todo $i = 1, 2, \ldots, 35$. Assumindo agora, que, no equilíbrio, para quaisquer $i, j = 1, 2, \ldots, 25$ $q_i = q_j = q^*$, obtemos

$$360 - 4q^* - 2 \times 34\, q^* = 0 \Rightarrow q^* = 5.$$

Questão 14

Suponha que existem dois agentes e que existe um bem público e um bem privado, ambos disponíveis em quantidades contínuas. A provisão do bem público é dada por $G = g_1 + g_2$, em que g_i é a contribuição do agente i (para $i = 1, 2$) para a provisão do bem público. A utilidade do agente 1 é $u1(G, x_1) = 3\sqrt{G} + x_1$ e a do agente 2 é $u2(G, x_2) = 5\sqrt{G} + x_2$, em que xi é o consumo do bem privado pelo agente i (em que $i = 1, 2$). Determine o nível G^* de provisão eficiente do bem público.

Solução

Para resolver esse exercício, devemos supor que as contribuições g_1 e g_2 são medidas em unidades do bem privado, de tal sorte que o custo marginal de provisão do bem público será igual a 1 unidade do bem privado. A condição de provisão ótima do bem público é que a soma dos valores absolutos das taxas marginais de substituição (medindo-se o bem publico no eixo horizontal) seja igual ao custo marginal de provisão

do bem público medido em termos de unidades do bem privado. As taxas marginais de substituição dos agentes 1 e 2 são, respectivamente

$$|TMS_1| = \frac{3}{2\sqrt{G}} \quad \text{e} \quad |TMS_2| = \frac{5}{2\sqrt{G}}.$$

Desse modo, G^* deve ser tal queira

$$\frac{3}{2\sqrt{G^*}} + \frac{5}{2\sqrt{G^*}} = 1 \Rightarrow \frac{8}{2\sqrt{G^*}} = 2 \Rightarrow G^* = 16$$

Questão 15

O Sr. Principal (doravante P) possui um pedaço de terra e deseja contratar o Sr. Agente (doravante A) para plantar batatas em sua propriedade. A produção de batatas é dada pela função $y = 8\sqrt{x}$, em que x é a quantidade de esforço despendida por A na plantação. Suponha que o preço do produto é igual a 1, de modo que y também mede o valor do produto. Ao exercer o nível de esforço x, A incorre em um custo dado por $c(x) = \frac{1}{4}x^2$. O contrato entre os dois é o de aluguel, ou seja, A paga a P uma quantia fixa R e fica com o excedente $s = y - R$. A utilidade de A é $u(s, x) = s - c(x)$. O problema de P é maximizar seu lucro $\pi = y - s$, dadas as restrições de participação e de incentivo de A. Calcule o valor ótimo do aluguel, R^*.

Solução

O enunciado não deixa muito claro qual é a restrição de participação do agente. Assumiremos que esta restrição seja $u(s, x) \geq 0$, isto é, que caso o agente rejeite a proposta de trabalhar para o principal, ele não terá acesso a qualquer fonte de ganho alternativa.

Se o agente escolher trabalhar para o principal, sua utilidade será dada por $u(s, x) = s - c(x) = 8\sqrt{x} - R - \frac{1}{4}x^2$. Ele deverá escolher um valor x^* para x que maximize essa utilidade. A condição de máximo de primeira ordem é

$$\frac{4}{\sqrt{x}} = \frac{x}{2} \Rightarrow x^{3/2} = 8 \Rightarrow x^* = 4.$$

Assim, o produto obtido será

$$y^* = 8\sqrt{x^*} = 16.$$

Como o lucro do principal é $\pi = y - s = R$, para que esse lucro seja máximo, ele deve escolher o maior valor de R compatível com um nível de utilidade não negativa para o agente:

$$8\sqrt{x^*} - R - \frac{x^{*2}}{4} = 0 \Rightarrow 8\sqrt{4} - R - \frac{4^2}{4} = 0 \Rightarrow R = 12$$

ANPEC 2004 Questão 15 – solução

Roberto Guena de Oliveira

20 de setembro de 2009

Enunciado

Uma economia é constituída por dois indivíduos cujas utilidades são $u_A(f, m_A) = (4/3)\sqrt{f} + m_A$ e $u_B(f, m_B) = \ln(1 - f) + m_B$, em que f representa a poluição gerada pelo consumo de cigarro por parte do indivíduo A (medido numa escala entre 0 e 1) e m_i representa o gasto do indivíduo i com a aquisição de outros bens ($i = A$ ou B). Suponha que o indivíduo B tenha direito a todo ar puro, mas que possa vender, ao preço unitário p, o direito de poluir parte do ar ao indivíduo A. Se no equilíbrio o indivíduo A paga G unidades monetárias ao indivíduo B para poluir parte do ar, achar $36G$.

Solução

O exercício não deixa claro a que equilíbrio ele se refere. Assumiremos que se trata de um equilíbrio competitivo. Nesse caso, sabemos que, em equilíbrio, os consumidores deverão igualar suas taxas marginais de substituição ao preço relativo e, portanto, igualar suas taxas marginais de substituição entre si. A taxa marginal de substituição do indivíduo A expressa em termos de unidades de gasto com a aquisição de outros bens por unidade de poluição é dada por

$$|TMS_A| = \frac{\partial u_A/\partial f}{\partial u_A/\partial m_A} = \frac{2}{3\sqrt{f}}.$$

Já a taxa marginal de substituição do indivíduo B, expressa em termos de unidades de gasto com outros bens por unidade de ar não poluído (medido por $1 - f$)[1] é

$$|TMS_B| = \frac{\partial u_B/\partial(1-f)}{\partial u_B/\partial m_A} = \frac{1}{1-f}$$

Desse modo, no equilíbrio, devemos ter

$$|TMS_A| = |TMS_B| = p \Rightarrow \frac{2}{3\sqrt{f}} = \frac{1}{1-f} = p$$

[1] o bem para o indivíduo B é o ar não poluído, isto é, a poluição não gerada por A, $1 - f$.

sendo p o preço da poluição expresso em unidades de gasto com outros bens por unidade de poluição. Resolvendo a primeira igualdade obtemos

$$f = \frac{1}{4}.$$

Isso implica

$$p = \frac{4}{3}.$$

Se A compra $1/4$ unidades de direito de poluição ao preço de $4/3$ unidades de gasto com outros bens por unidade de poluição, seu gasto total foi de $G = 1/4 \times 4/3 = 1/3$. Multiplicando esse valor por 36, conforme pede o enunciado do exercício, obtemos a resposta $36G = 12$.

Observação

Com a turma de sábado (ano 2009), ao corrigir esse exercício em sala de aula, eu cometi um deslize que me impediu de chegar à resposta correta. Primeiramente, eu calculei as taxas marginais de substituição em termos de unidades de f por unidades de gasto com outros bens, isto é,

$$|tms_A| = \frac{\partial u_A / \partial m_A}{\partial u_A / \partial f} = \frac{3}{2}\sqrt{f} \quad \text{e} \quad |tms_B| = \frac{\partial u_B / \partial m_B}{\partial u_B / \partial (1-f)} = \frac{1}{1-f}.$$

Não há nenhum problema nisso. O erro que cometi foi não perceber que a taxa marginal de substituição assim expressa iguala-se, no equilíbrio, à razão do preço dos gastos com a aquisição dos outros bens sobre no preço da poluição, ou seja, $1/p$ e não p como eu havia sugerido em sala de aula. Desse modo, chegamos à solução correta resolvendo

$$\frac{3}{2}\sqrt{f} = \frac{1}{1-f} = \frac{1}{p}$$

para obter, do mesmo modo que na nossa solução acima, $f = 1/4$ e $p = 4/3$. Com esses resultados chagaríamos também a $G = 1/4 \times 4/3 = 1/4$ e, portanto, $36G = 12$.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO 9 DE MICROECONOMIA DO EXAME ANPEC 2003

1. Enunciado

Considere um modelo de sinalização do tipo Spence no qual os trabalhadores escolhem um nível de educação. Há uma grande quantidade de firmas e de trabalhadores. Os trabalhadores hábeis têm a função de utilidade $U_H = w - \frac{3}{8}E^2$ e os trabalhadores pouco hábeis têm a função de utilidade $U_{PH} = w - \frac{1}{2}E^2$, em que w representa o nível salarial e E o nível educacional. Um trabalhador hábil com nível de educação E_H vale $1.5E_H$ para a firma, enquanto um trabalhador pouco hábil com nível de educação E_{PH} vale $1E_{PH}$. Metade dos trabalhadores são hábeis. Julgue as seguintes proposições:

⓪ A solução eficiente (com informação completa) é $(\hat{E}_{PH} = 1, \hat{E}_H = 2)$
① Caso exista um equilíbrio agregador, esse não pode ser eficiente.
② Caso haja um equilíbrio separador, esse será eficiente.
③ Em nenhum equilíbrio U_H pode ser menor do que $\frac{1}{2}$.
④ Caso haja um equilíbrio separador, nele, ter-se-á $E_H^* > \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ ou $E_H^* < \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

2. O modelo

O exercício apresenta um modelo de mercado de trabalho com sinalização. Para que a solução do exercício fique clara, vamos desenvolver esse modelo procurando determinar

(1) Os níveis eficientes de estudo para cada trabalhador;
(2) a existência de um equilíbrio separador e, caso ele exista, os níveis de estudo a ele associados; e
(3) a existência de um equilíbrio agregador e, caso ele exista os níveis de estudo a ele associados.

2.1. **Níveis eficientes de estudo.** Os níveis eficientes de estudo são aqueles que tornam máximo o ganho social total. Sejam E_H e E_{PH} os níveis de estudo dos trabalhadores hábeis e pouco hábeis, respectivamente. O ganho social associado a esses níveis de estudo é dado pela diferença entre o valor dos trabalhadores para as firmas e o custo de aquisição desses níveis de estudo para os trabalhadores. Segundo o enunciado do exercício, o valor de um trabalhador hábil é dado por $1,5E_H$ e o custo de aquisição do estudo por parte desse trabalhador é $\frac{3}{8}E_H^2$. Ainda segundo o enunciado do exercício, o valor de um trabalhador pouco hábil é dado por $1E_{PH}$ e o custo de aquisição do estudo por parte desse trabalhador é $\frac{1}{2}E_{PH}^2$. Assim, sendo n o número de trabalhadores em cada categoria, o ganho social líquido total será dado

por

$$n(1,5E_H - \frac{3}{8}E_H^2) + n(1E_{PH} - \frac{1}{2}E_{PH}^2).$$

Derivando essa expressão em relação a E_H e em relação a E_{PH} e igualando as primeiras derivadas a zero, obtém-se as condições de primeira ordem para a obtenção do maior ganho social

$$\begin{cases} \frac{3}{4}E_H - \frac{3}{2} = 0 \\ E_{PH} - 1 = 0 \end{cases}$$

que têm como soluções óbvias $E_H = 2$ e $E_{PH} = 1$. Esses são os níveis eficientes de estudo.[1]

2.2. **Equilíbrio com concorrência e informação perfeitas.** Caso haja informação perfeita, as firmas perfeitamente competitivas irão pagar a cada trabalhador o valor que atribuem a ele. Assim, um trabalhador hábil com um nível de estudo E receberá um salário igual a $1,5E$. Um trabalhador pouco hábil com nível de estudo E receberá um salário igual a E. Os trabalhadores determinarão seus níveis de estudo de modo a maximizar suas funções de utilidade, levando em conta que seus salários dependem desses níveis de estudo. Assim, um trabalhador hábil escolherá um nível de estudo que maximize

$$U_H = w - \frac{3}{8}E^2$$
$$\text{tal que } w = 1,5E$$

Resolvendo o problema de maximização acima e chamando a solução de $\hat{E}_H$, obtemos $\hat{E}_H = 2$.

De modo similar, o trabalhador pouco hábil irá escolher o nível de estudo que maximize

$$U_{PH} = w - \frac{1}{2}E^2$$
$$\text{tal que } w = E$$

Resolvendo o problema de maximização acima e chamando a solução de $\hat{E}_{PH}$, obtemos $\hat{E}_{PH} = 1$. Assim, em concorrência perfeita com informação perfeita, cada trabalhador escolherá o nível socialmente eficiente de educação.

2.3. **Escolha do trabalhador e função de utilidade indireta.** Nesse ponto será útil definir duas funções. Suponha, como deve ocorrer nesse modelo, que a remuneração de um trabalhador que escolha um nível de educação E seja dada por ωE (cuidado para não confundir o símbulo ω — da letra grega ômega — com w, a letra dábliu de nosso alfabeto).[2] O nível

[1]Note que a condição de máximo de segunda ordem está garantida pois o hessiano da função de ganho social

$$\begin{bmatrix} -\frac{3}{4} & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

é uma matriz definida negativa.

[2]No presente texto, w (dábliu) representa o salário do trabalhador e ω (ômega) representa a relação entre o salário e o nível educacional.

de educação a ser escolhido por esse trabalhador será então uma função de ω. Sejam $E_H(\omega)$ e $E_{HP}(\omega)$ as funções que determinam o nível de edução que os trabalhadores hábeis e pouco hábeis, respectivamente, deverão escolher dado o padrão de remuneração definido por ω.

A função $E_H(\omega)$ pode ser deduzida encontrando-se o valor de E que resolve o problema de maximizar

$$U_H = w - \frac{3}{8}E^2$$
$$\text{tal que } w = \omega E.$$

Resolvendo esse problema obtemos

(1) $$E_H(\omega) = \frac{4}{3}\omega$$

Do mesmo modo, a função $E_{PH}(\omega)$ pode ser deduzida encontrando-se o valor de E que resolve o problema de maximizar

$$U_{PH} = w - \frac{1}{2}E^2$$
$$\text{tal que } w = \omega E.$$

de onde obtém-se

(2) $$E_{PH}(\omega) = \omega.$$

Uma outra função que será útil é a função que relaciona ao valor de ω a máxima utilidade que um trabalhador pode obter. Chamemos essa função de função de utilidade indireta. Para um trabalhador hábil essa função é dada por

$$V_H(\omega) \equiv \underset{E}{Max}\{w - \frac{3}{8}E^2 | w = \omega E\} \equiv \omega E_H(\omega) - \frac{3}{8}E_H^2(\omega)$$

Substituindo nessa definição a expressão (1), obtemos

(3) $$V_H(\omega) = \frac{2}{3}\omega^2$$

Do mesmo modo, para um trabalhador pouco hábil, a função de utilidade indireta é definida por

$$V_{PH}(\omega) \equiv \underset{E}{Max}\{w - \frac{1}{2}E^2 | w = \omega E\} \equiv \omega E_{PH}(\omega) - \frac{1}{2}E_{PH}^2(\omega)$$

Substituindo nessa definição a expressão (2), obtemos

(4) $$V_{PH}(\omega) = \frac{\omega^2}{2}$$

2.4. **Equilíbrio com separação.** Um equilíbrio com separação ocorre quando as empresas oferecem um salário igual a $1,5E$ ($\omega = 1,5$) para trabalhadores com nível de estudo igual ou superior a um determinado E_H^* e um salário igual a E ($\omega = 1$) para trabalhadores com nível de estudo inferior a esse patamar e, dada essa estrutura de remuneração, os trabalhadores hábeis escolhem obter o nível de educação E_H^* e os trabalhadores pouco hábeis escolhem um nível de educação inferior. Vejamos que condições E_H^* deve atender para que isso ocorra.

Os trabalhadores hábeis escolherão o nível de educação E_H^* caso esse nível gere para eles uma utilidade superior à máxima utilidade que teriam caso escolhessem um nível de educação inferior e aceitassem $\omega = 1$. Para que isso ocorra é necessário que

$$1,5E_H^* - \frac{3}{8}{E_H^*}^2 > V_H(1).$$

Aplicando (3) na condição acima, obtém-se

$$\frac{3}{2}E_H^* - \frac{3}{8}{E_H^*}^2 > \frac{2}{3}.$$

Resolvendo-se essa desigualdade, obtém-se a primeira condição para o equilíbrio com separação, qual seja,

$$\frac{2}{3}(3 - \sqrt{5}) < E_H^* < \frac{2}{3}(3 + \sqrt{5}) \tag{5}$$

A segunda condição para a existência do equilíbrio separador é que os trabalhadores pouco hábeis prefiram escolher um nível de estudo inferior a E_H^* e se contentar com $\omega = 1$ a escolher E_H^* e obter $\omega = 1,5$. Isso ocorrerá caso

$$1,5E_H^* - \frac{1}{2}{E_H^*}^2 < V_{PH}(1).$$

Substituindo (4) na desigualdade acima, obtém-se

$$\frac{3}{2}E_H^* - \frac{1}{2}{E_H^*}^2 < \frac{1}{2}.$$

Resolvendo a desigualdade acima para E_H^* chega-se à segunda condição para o equilíbrio separador, qual seja,

$$E_H^* < \frac{1}{2}(3 - \sqrt{5}) \text{ ou } E_H^* > \frac{1}{2}(3 + \sqrt{5}) \tag{6}$$

Para que um equilíbrio separador seja configurado, é necessário que as condições (5) e (6) sejam atendidas. Comparando-se essas duas condições, chega-se à conclusão de que E_H^* deve satisfazer

$$\frac{1}{2}(3 + \sqrt{5}) < E_H^* < \frac{2}{3}(3 + \sqrt{5}) \tag{7}$$

2.5. **Equilíbrio agregador.** Vamos agora investigar sob que condições os dois tipos de trabalhadores escolheriam o mesmo nível de educação. Note que, caso isso ocorra, os empregadores, incapazes de diferenciar o trabalhador hábil do pouco hábil irão oferecer um salário por trabalhador igual ao seu valor esperado ($\omega = 1,25$). Porém nesse caso, o trabalhador pouco hábil escolherá um nível de educação de modo a maximizar

$$1,25E_{PH} - \frac{E_{PH}^2}{2}$$

o que implica $E_{PH} = 1,25$. Já o trabalhador hábil escolheré E_H de modo a maximizar

$$1,25E_H - \frac{3}{8}E_H^2,$$

ou seja, escolherá $E_H = 5/6 \neq E_{PH}$. Isso implica um contradição com a hipótese de que o empregador não é capaz de diferenciar o trabalhador hábil do inábil. Assim, não existe equilíbrio agregador.

3. Respostas

Voltemos agora ao itens da questão.

⓪ **A solução eficiente (com informação completa) é** $(\hat{E}_{PH} = 1, \hat{E}_H = 2)$ Conforme vimos nas seções 2.1 e 2.2 essa afirmação está correta.

① **Caso exista um equilíbrio agregador, esse não pode ser eficiente.** Caso exista um equilíbrio agregador, os níveis de estudo escolhidos pelos trabalhadores hábeis e pelos trabalhadores pouco hábeis serão iguais, o que não pode coincidir com a solução eficiente. Assim, a afirmação está correta.

② **Caso haja um equilíbrio separador, esse será eficiente.** Conforme visto no item 2.4, o equilíbrio separador implica um nível de estudo para o trabalhador hábil superior a $\frac{1}{2}(3+\sqrt(5)$ o que é superior ao nível de estudo eficiente para esse trabalhador, qual seja, 2. Portanto, o equilíbrio separador não é eficiente e a afirmação é falsa.

③ **Em nenhum equilíbrio U_H pode ser menor do que $\frac{1}{2}$.** Mesmo que o trabalhador hábil tivesse uma remuneração de acordo com $\omega = 1$, a sua utilidade seria $V_H(1) = \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$. Essa é a utilidade mínima que esse trabalhador pode *a priori* obter. Portanto, a afirmação é verdadeira. ω para o trabalhador hábil

④ **Caso haja um equilíbrio separador, nele, ter-se-á $E_H^* > \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ ou $E_H^* < \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.** Conforme vimos na seção 2.4, essa é uma das condições para que o equilíbrio separador ocorra. Assim, a afirmação é verdadeira.